Educadores e estudantes,

Este livro integra o Programa Nacional do Livro e do Material Didático (PNLD), executado pelo Fundo Nacional de Desenvolvimento da Educação (FNDE) e pelo Ministério da Educação (MEC). Seu conteúdo passou por diversas etapas avaliativas, visando a garantir a vocês livros didáticos de qualidade.

As obras destinadas aos anos finais do ensino fundamental em 2024 (e que também serão utilizadas nos anos de 2025, 2026 e 2027) terão também uma versão digital. Assim, vocês poderão utilizar seus livros no formato que preferirem. As obras digitais estarão disponíveis no Portal do PNLD, em pnld.fnde.gov.br.

Conversem com a gestão da sua escola, que poderá ajudá-los a acessar todos os livros digitais do Portal. Informações e orientações de acesso aos novos materiais digitais do PNLD podem ser acessadas no link "Livro Digital", disponível em https://www.gov.br/fnde/pt-br/acesso-a-informacao/acoes-e-programas/programas/programas-do-livro.

Para colaborar com o PNLD, todos podem enviar sugestões e ideias para o e-mail livrodidatico@fnde.gov.br. O PNLD é um patrimônio de todos nós.

O FNDE deseja um ano letivo de muitas trocas e descobertas!

MATEMÁTICA E REALIDADE

Gelson **IEZZI**
Osvaldo **DOLCE**
Antonio **MACHADO**

Componente curricular: Matemática
Ensino Fundamental – Anos Finais

MANUAL DO PROFESSOR

Gelson Iezzi

Licenciado em Matemática pelo Instituto de Matemática e Estatística da Universidade de São Paulo (IME-USP)

Engenheiro metalúrgico pela Escola Politécnica da Universidade de São Paulo (Poli-USP)

Atuou como professor da Pontifícia Universidade Católica de São Paulo (PUC-SP)

Atuou como professor do Ensino Médio na rede particular de ensino

Autor de materiais didáticos de Matemática para o Ensino Fundamental e o Ensino Médio

Osvaldo Dolce

Engenheiro civil pela Escola Politécnica da Universidade de São Paulo (Poli-USP)

Atuou como professor dos Anos Finais do Ensino Fundamental na rede pública de ensino e de cursos pré-vestibulares na rede particular de ensino

Autor de materiais didáticos de Matemática para o Ensino Fundamental e o Ensino Médio

Antonio Machado

Mestre em Estatística pelo Instituto de Matemática e Estatística da Universidade de São Paulo (IME-USP)

Licenciado em Matemática pelo IME-USP

Atuou como professor do Ensino Superior no Instituto de Matemática e Estatística da Universidade de São Paulo (IME-USP)

Atuou como professor do Ensino Médio na rede particular de ensino

Autor de materiais didáticos de Matemática para o Ensino Fundamental e o Ensino Médio

10ª edição, São Paulo, 2022

Direção executiva: Flávia Bravin
Direção de negócio: Volnei Korzenieski
Gestão editorial: Alice Ribeiro Silvestre
Gestão de planejamento: Eduardo Kruel Rodrigues
Gestão de projeto digital: Tatiany Renó
Gestão de área: Rodrigo Pessota
Coordenação de área: Pamela Hellebrekers Seravalli
Edição: Igor Nóbrega, Valéria Elvira Prete, Daniela Benites e Gabriela Barbosa da Silva (editores), Tainara Figueiredo Dias e Marcio Vieira de Almeida (assist.), Rogério Fernandes Cantelli e Nadili L. Ribeiro (digital)
Planejamento e controle de produção: Vilma Rossi, Camila Cunha, Adriana Souza e Isabela Salustriano
Revisão: Mariana Braga de Milani (ger.), Alexandra Costa da Fonseca, Ana Paula C. Malfa, Carlos Eduardo Sigrist, Flavia S. Venezio e Sueli Bossi
Arte: Claudio Faustino (ger.), Erika Tiemi Yamauchi (coord.), Patricia Mayumi Ishihara (edição de arte), Setup (diagramação)
Iconografia e tratamento de imagens: Roberto Silva (ger.), Claudia Balista e Alessandra Pereira (pesquisa iconográfica), Emerson de Lima (tratamento de imagens)
Direitos autorais: Fernanda Carvalho (coord.), Emília Yamada, Erika Ramires e Carolyne Ribeiro (analistas adm.)
Licenciamento de conteúdos de terceiros: Erika Ramires e Tempo Composto Ltda.
Ilustrações: Alberto De Stefano, Artur Fujita, Cecília Iwashita, Ericson Guilherme Luciano, Estúdio Mil, Hélio Senatore, Ilustra Cartoon, Luis Ricardo Montanari, Paulo Cesar Pereira, Tiago Donizete Leme e Wilson Jorge Filho
Cartografia: Mouses Sagiorato, Sonia Vaz e Vespúcio Cartografia
Design: Luis Vassallo (proj. gráfico, capa e Manual do Professor)
Foto de capa: Jonathan Knowles/DigitalVision/Getty Images
Pré-impressão: Alessandro de Oliveira Queiroz, Pamela Pardini Nicastro, Débora Fernandes de Menezes, Fernanda de Oliveira e Valmir da Silva Santos

Alameda Santos, 960, 4º andar, setor 3
Cerqueira César – São Paulo – SP – CEP 01418-002
Tel.: 4003-3061
www.edocente.com.br
saceditorasaraiva@somoseducacao.com.br

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP)

Iezzi, Gelson
Matemática e realidade : 6º ano / Gelson Iezzi, Osvaldo Dolce e Antonio Machado. -- 10. ed. -- São Paulo : Saraiva Educação S.A., 2022.
(Matemática e realidade)

Bibliografia
Suplementado pelo manual do professor
ISBN 978-65-5766-247-2 (aluno)
ISBN 978-65-5766-248-9 (professor)

1. Matemática (Ensino fundamental - Anos finais) I. Título II. Dolce, Osvaldo III. Machado, Antonio

22-2416 CDD 372.7

Angélica Ilacqua - CRB-8/7057

2022
Código da obra CL 820852
CAE 802093 (AL) / 802094 (PR)
10ª edição
1ª impressão
De acordo com a BNCC.

Impressão e acabamento

APRESENTAÇÃO

Caro professor,

Esta coleção tem o objetivo de servir de suporte para suas aulas de Matemática. Neste Manual do Professor você encontra informações que o auxiliam no trabalho com as propostas didáticas da coleção durante o ano letivo.

Acreditamos que o ensino de Matemática é fundamental para a formação de cidadãos críticos e conscientes de seu papel na sociedade, uma vez que possibilita o desenvolvimento do raciocínio lógico, da autonomia e das habilidades de interpretação, argumentação e análise em diversas situações cotidianas. Além disso, propicia aos estudantes fazer conjecturas, tomar decisões e compreender melhor a realidade na qual estão inseridos, tornando-os aptos a intervir no meio, quando necessário.

Segundo esse cenário, concebemos esta coleção, que contempla os requisitos da Base Nacional Comum Curricular (BNCC) em situações contextualizadas e que consideram a interação da Matemática com outras áreas do conhecimento e com os Temas Contemporâneos Transversais (TCTs).

Além dos pressupostos metodológicos da coleção, apresentamos neste Manual orientações específicas que potencializarão o desempenho docente em sala de aula. Você encontrará sugestões de atividades complementares, artigos científicos, teses e diversas fontes de estudos. Disponibilizamos também indicações de recursos externos ao Livro do Estudante, como *sites*, simuladores, visitações, obras paradidáticas, entre outras.

O trabalho docente é composto da necessidade do constante estudo de temas que permeiam a educação no Brasil e no mundo. Em nosso país, alguns desses temas têm impactado diretamente as práticas docentes há alguns anos. É essencial que você se atualize e expanda seu campo conceitual acerca de inovações e tendências pedagógicas para acompanhar as mudanças com olhar crítico e reflexivo sobre sua profissão. Neste Manual, abordamos alguns desses temas visando suscitar reflexões, adaptações e ressignificações de práticas e saberes docentes.

Esperamos que todos esses elementos contribuam com sua prática docente e sejam o ponto de partida para a construção de um processo de ensino e aprendizagem significativo.

Os autores.

Sumário

Orientações gerais

A estrutura deste Manual do Professor

As ***Orientações gerais*** do Manual descrevem a coleção e apresentam a estrutura do Livro do Estudante, com indicações dos objetivos e funções das seções e dos boxes variados que o compõem.

Você conhecerá a relação de conteúdos abordados ao longo dos quatro volumes destinados aos Anos Finais do Ensino Fundamental, com detalhamento das habilidades exploradas.

Refletimos ainda, neste tópico, sobre os pressupostos metodológicos desta coleção, sugerimos processos avaliativos, referências complementares, sugestões de leitura e abordamos outros aspectos teóricos que embasaram a construção da obra e contribuem para sua formação continuada.

As ***Orientações específicas*** de cada volume deste Manual trazem propostas de cronograma bimestral, trimestral e semestral correlacionando-os aos conteúdos trabalhados no Livro do Estudante, de modo que você tenha uma visão geral dos temas para o planejamento do ano letivo.

Ainda nas *Orientações específicas*, são apresentados os objetivos pedagógicos e as justificativas de cada Unidade, além das competências gerais e competências específicas de Matemática para o Ensino Fundamental, das habilidades e dos Temas Contemporâneos Transversais contemplados na Unidade. Constam também informações gerais sobre os principais aspectos abordados ao longo dos capítulos.

Desse modo, o conjunto de informações das *Orientações específicas* deste Manual é muito útil e deve ser considerado no planejamento escolar e das aulas, junto às características particulares da turma e da comunidade escolar.

Em seguida, na seção ***Resoluções***, você encontra as resoluções completas de todas as atividades do Livro do Estudante. Caso os estudantes apresentem resoluções diferentes das propostas nessa seção, analise e valorize as estratégias utilizadas e oriente-os, se necessário.

Orientações específicas

Sugestões de cronogramas para o volume

Este volume é composto de 24 capítulos, organizados em 9 Unidades, abordando todas as habilidades da BNCC previstas para o 6º ano do Ensino Fundamental.

Para colaborar com o planejamento de seu trabalho ao utilizar este volume, apresentamos sugestões de distribuição dos conteúdos em cronogramas bimestral, trimestral e semestral. No entanto, você pode organizar os capítulos e as Unidades seguindo critérios de seleção dos temas de acordo com as necessidades da turma e levando em consideração a carga horária, a grade curricular e o projeto pedagógico da escola.

Para elaboração dessas sugestões de cronograma, foram consideradas 40 semanas letivas, conforme previsto pela Lei Federal nº 13.415 de 2017.

Sugestões de organização				Unidades	Capítulos
1º semestre	1º trimestre	1º bimestre	Semanas 1 e 2	Unidade 1: Sistemas de numeração e operações com números naturais	Capítulo 1: Números e sistemas de numeração
			Semanas 3 e 4		Capítulo 2: Adição e subtração
			Semana 5	Unidade 2: Noções iniciais de Geometria	Capítulo 3: Noções fundamentais de Geometria
			Semanas 6 e 7		Capítulo 4: Semirreta, segmento de reta e ângulo
			Semanas 8 e 9	Unidade 3: Mais operações com números naturais	Capítulo 5: Multiplicação
			Semana 10		Capítulo 6: Divisão
		2º bimestre	Semanas 11 e 12		Capítulo 7: Potenciação
			Semana 13		Capítulo 8: Introdução à Álgebra
	2º trimestre		Semanas 14 e 15	Unidade 4: Múltiplos e divisores	Capítulo 9: Divisibilidade
			Semana 16		Capítulo 10: Números primos e fatoração
			Semana 17		Capítulo 11: Múltiplos e divisores de um número natural
			Semanas 18 e 19	Unidade 5: Frações	Capítulo 12: O que é fração?
			Semana 20		Capítulo 13: Frações equivalentes e comparação de frações
2º semestre		3º bimestre	Semanas 21, 22 e 23		Capítulo 14: Operações com frações
			Semanas 24 e 25	Unidade 6: Números decimais	Capítulo 15: Fração decimal e número decimal
			Semanas 26, 27 e 28		Capítulo 16: Operações com números decimais
	3º trimestre		Semana 29	Unidade 7: Comprimento, perímetro e área	Capítulo 17: Comprimento
			Semana 30		Capítulo 18: Curvas, poligonais, polígonos e perímetro
		4º bimestre	Semana 31 e 32		Capítulo 19: Área, ampliação e redução
			Semana 33	Unidade 8: Massa, volume, capacidade, tempo e temperatura	Capítulo 20: Massa
			Semanas 34 e 35		Capítulo 21: Volume e capacidade
			Semana 36		Capítulo 22: Tempo e temperatura
			Semanas 37 e 38	Unidade 9: Noções de Estatística e Probabilidade	Capítulo 23: Noções de Estatística
			Semanas 39 e 40		Capítulo 24: Possibilidades e Probabilidade

LVII

Reprodução da página LVII, volume 6 do Manual do Professor.

Por fim, o **Manual do Professor em U** traz, página a página, as ***Orientações didáticas***, com comentários específicos sobre os conteúdos trabalhados em cada página do Livro do Estudante. Há apontamentos sobre práticas pedagógicas que você pode desenvolver com a turma; textos de aprofundamento teórico para você, professor; leituras complementares para os estudantes; diferentes estratégias para a resolução de exercícios propostos; temas para investigação; tarefas de exploração e pesquisa, entre outros. As sugestões de *sites*, leituras complementares, atividades extras e visitações que enriquecem o conteúdo explorado nas páginas são apresentadas nos boxes ***Proposta para o professor*** e ***Proposta para o estudante***.

Orientações didáticas

A origem dos números

Na BNCC

Capítulo 1

Números e sistemas de numeração

A origem dos números

Como escrevemos os números

Região do rio Indo

Orientações didáticas

Como escrevemos os números

Proposta para o professor

Proposta para o estudante

Reprodução das páginas 10 e 11, volume 6 do Manual do Professor.

No início das seções e de alguns tópicos, o boxe ***Na BNCC*** descreve como as habilidades e os Temas Contemporâneos Transversais estão distribuídos na obra. Mostramos, ainda, de que modo mobilizamos, nesta coleção, as competências gerais e as competências específicas de Matemática para o Ensino Fundamental.

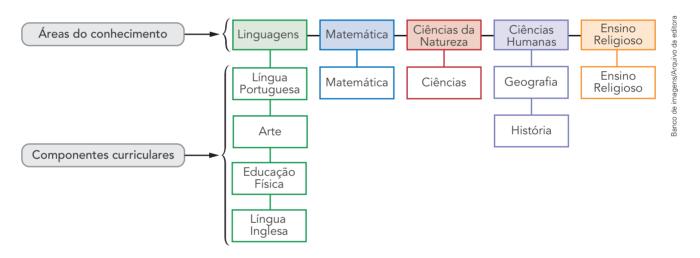
A Base Nacional Comum Curricular (BNCC)

A Base Nacional Comum Curricular (BNCC) é um documento orientador para a criação dos currículos escolares e das propostas na Educação Básica. Fornece elementos para que os sistemas educacionais públicos e particulares fiquem alinhados às diretrizes curriculares no que se refere a conhecimentos essenciais, competências e habilidades a serem desenvolvidos em cada etapa da Educação Básica. Esse documento indica:

- as competências gerais que os estudantes devem desenvolver em todas as áreas do conhecimento;
- as competências específicas de cada área de conhecimento e respectivos componentes curriculares;
- os conteúdos mínimos que os estudantes devem aprender, os objetos de conhecimento e as habilidades a serem desenvolvidos em cada etapa da Educação Básica;
- a progressão e o sequenciamento dos conteúdos e habilidades mínimos de cada componente curricular para todos os anos da Educação Básica.

A BNCC e o currículo

A BNCC é uma referência obrigatória, mas não é o currículo. Ela estabelece os objetivos que se espera alcançar, enquanto o currículo define como alcançar os objetivos. As redes de ensino têm autonomia para elaborar ou adequar os currículos respeitando a realidade local e os projetos pedagógicos.

Os conteúdos da BNCC para o Ensino Fundamental – Anos Iniciais (1º ao 5º ano) e Anos Finais (6º ao 9º ano) – são sugeridos com base em diferentes componentes curriculares, organizados em cinco áreas do conhecimento, conforme apresentado a seguir.

A educação integral

A educação integral, como definida na BNCC, é uma proposta de formação ampla e visa promover o desenvolvimento cognitivo, físico, social, emocional e cultural dos estudantes. Desse modo, as diretrizes da Base estão respaldadas no compromisso com a compreensão das singularidades e diversidades dos sujeitos, pois entende-se que a juventude não é simplesmente um período entre a infância e a fase adulta, mas uma etapa do desenvolvimento humano com características biológicas, psicológicas, sociais e culturais próprias.

A proposta da BNCC é promover uma educação voltada ao desenvolvimento pleno e plural de ideias, ao convívio social republicano, à Cultura de Paz e à saúde mental dos estudantes, preparando-os para o exercício da empatia, da cooperação e da argumentação.

A convivência escolar e a Cultura de Paz

O trabalho com a BNCC pressupõe articulações entre os envolvidos no processo educativo: **estudantes**, **professores** e **equipe gestora**, de modo a garantir as condições básicas de vida e a criação de mecanismos que favoreçam a atuação e o protagonismo da comunidade escolar na construção da democracia e na garantia e efetivação de direitos e justiça social.

Nesse sentido, para assegurar a boa convivência no ambiente escolar e a Cultura de Paz, é preciso adotar uma postura na qual a educação seja um fator essencial e contribua para o combate à violência, à intimidação sistemática (*bullying*) e às ações excludentes e preconceituosas.

O texto a seguir reflete o que se espera ao propor um ambiente escolar para promoção da Cultura de Paz.

> A educação se dá para além do ambiente escolar, sendo composta pelo tempo e contexto em que as aprendizagens acontecem, em espaços formais e não formais de educação e a partir da interação de diferentes sujeitos sociais. Dessa forma, é preciso respeitar, ouvir e valorizar a diversidade de participantes que constroem esse espaço, na perspectiva de atuação conjunta dos agentes da rede de proteção na intenção de restabelecer "os valores e a segurança necessários para um ambiente educacional saudável, no qual a justiça, a igualdade, o respeito, a solidariedade e a consideração entre as pessoas prevalecem" [...].
>
> Ao se propor um ambiente escolar para a promoção da Cultura de Paz e de convivências respeitosas, possibilita-se que a escola cumpra a sua função fundamental: promover aprendizagens as quais devem estar em consonância com as demandas pessoais e coletivas, de forma a fortalecer os/as estudantes como sujeitos de direitos que pensam, criticam, refletem, agem coletivamente, para entender, compreender e experimentar o mundo, desenvolver-se [...].
>
> Assim, a educação para a Cultura da Paz propõe mudanças inspiradas em valores como justiça social, diversidade, respeito e solidariedade, aliadas às ações fundamentadas na educação, saúde, cultura, esporte, participação cidadã e melhoria da qualidade de vida no território de responsabilidade compartilhada entre educação e diversos setores da sociedade [...].
>
> [...] A Educação em Direitos Humanos deve ser permanente, continuada e global, atenta à mudança cultural, à interdisciplinaridade, com base nos eixos transversais do currículo, deve ocorrer com a colaboração de educadores/as, educandos/as e diferentes agentes da rede de proteção. Deve igualmente abarcar questões concernentes "aos campos da educação formal, à escola, aos procedimentos pedagógicos, às agendas e instrumentos que possibilitem uma ação pedagógica conscientizadora e libertadora, voltada para o respeito e valorização da diversidade, aos conceitos de sustentabilidade e de formação da cidadania ativa" [...].
>
> Assim, as orientações e ações voltadas para a promoção da cidadania e garantia dos Direitos Humanos e Cultura de Paz pautam-se na compreensão das diversas formas de violências, violações de Direitos Humanos e suas ocorrências no campo dos direitos civis, políticos, econômicos, sociais, culturais e ambientais. (DISTRITO FEDERAL, 2020, p. 11-13)

A perspectiva de enfrentamento e prevenção à violência contra as crianças e os jovens do Ensino Fundamental é um dos grandes desafios da escola, dos familiares e responsáveis e de toda sociedade.

© Kobra, Eduardo/AUTVIS, Brasil, 2022.

Em março de 2019, a escola estadual Raul Brasil, em Suzano (SP), foi palco de uma das maiores tragédias em unidades de ensino do país, que resultou em mortos e feridos. Essa tragédia mostrou a necessidade de ações que promovam a Cultura de Paz no ambiente escolar. Em outubro do mesmo ano, o artista brasileiro Eduardo Kobra (1975-) criou um painel para revitalizar o pátio da escola: a representação de um abraço carinhoso entre um professor e um estudante que carrega o símbolo da paz na mochila. Foto de 2020.

Acreditamos que as instituições de educação devem reconhecer a extensão e o impacto gerado pela prática de violência entre membros da unidade escolar e desenvolver ações para que uma Cultura de Paz e aceitação da diversidade seja construída de modo participativo e democrático.

Proposta para o professor

No documento *Convivência escolar e Cultura de Paz*, promovido pelo governo do Distrito Federal, constam algumas ações que auxiliam na manutenção da Cultura de Paz no ambiente escolar. Sugerimos a leitura dessas sugestões e o compartilhamento delas com toda a equipe da escola. Isso os auxiliará no desenvolvimento de ações e na tomada de decisões que privilegiem a boa convivência no ambiente escolar.

DISTRITO FEDERAL. Secretaria de Estado de Educação. *Convivência escolar e Cultura de Paz*. Brasília, DF, 2020. p. 66-67. Disponível em: https://www.educacao.df.gov.br/wp-conteudo/uploads/2018/02/Caderno-Conviv%C3%AAncia-Escolar-e-Cultura-de-Paz.pdf. Acesso em: 9 jun. 2022.

Os impactos da pandemia para os estudantes do Ensino Fundamental

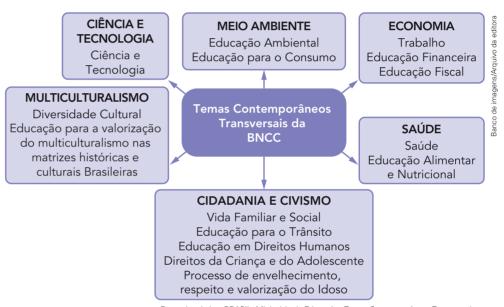
A pandemia do novo agente do coronavírus, que teve origem em 2019, na China, trouxe muitas consequências para nossa sociedade, afetando, inclusive, a área da educação, já que o modelo presencial de ensino teve de ser substituído para o modelo remoto rapidamente e com pouco planejamento, ocasionando uma mudança significativa no ambiente escolar e na maneira como as crianças e os jovens se relacionavam.

Muito se fala sobre a saúde mental dos jovens e das crianças por causa desse isolamento tão duro imposto prematuramente a todos durante mais de um ano. A suspensão das atividades presenciais evidenciou as desigualdades e seu impacto na educação, uma vez que o tipo de apoio escolar e as condições do ambiente doméstico variaram bastante em relação a questões como acesso à internet e preparo e disponibilidade das famílias, e tudo isso influenciou a aprendizagem dos estudantes.

Diante desse contexto, professores e equipe gestora estão mais atentos aos estudantes do Ensino Fundamental, porque trazem consigo experiências pessoais e acadêmicas únicas. Sugerimos o uso de avaliações diagnósticas (apresentadas em momento oportuno neste Manual) e planos de ensino personalizados, além do foco nos aspectos socioemocionais do trabalho, visando garantir a ressocialização desses estudantes.

Os Temas Contemporâneos Transversais

Na perspectiva da BNCC e desta coleção, diversos aspectos podem ser contemplados a partir dos Temas Contemporâneos Transversais (TCTs) que exploram, sobretudo, questões da realidade social brasileira e do mundo, integrando-as às demais áreas do conhecimento.

Assim, o desenvolvimento dos TCTs possibilita a integração entre os diferentes componentes curriculares e faz conexão com situações vivenciadas pelos estudantes em suas realidades, o que contribui para trazer contexto e contemporaneidade aos objetos de conhecimento descritos na BNCC.

Fonte dos dados: BRASIL. Ministério da Educação. *Temas Contemporâneos Transversais na BNCC*: propostas de Práticas de Implementação. Brasília, DF: MEC, 2019. Disponível em: http://basenacionalcomum.mec.gov.br/images/implementacao/guia_pratico_temas_contemporaneos.pdf. Acesso em: 2 jun. 2022.

As competências gerais da BNCC

A BNCC foi estruturada para promover desenvolvimento amplo do sujeito, apoiada nos princípios da educação integral e de acordo com a compreensão das singularidades e diversidades dos sujeitos em diferentes dimensões formativas.

> A Educação Básica deve visar à formação e ao desenvolvimento humano global, o que implica compreender a complexidade e a não linearidade desse desenvolvimento, rompendo com visões reducionistas que privilegiam ou a dimensão intelectual (cognitiva) ou a dimensão afetiva. (BRASIL, 2017, p. 14)

No texto introdutório da BNCC, a proposta formativa da educação integral é feita para todas as etapas da Educação Básica e tem como alicerce o trabalho com as **10 competências gerais** para a Educação Básica.

De acordo com a BNCC, competência é a mobilização e a articulação de conhecimentos, habilidades, atitudes e valores para resolução de situações cotidianas relacionadas a meio ambiente, princípios éticos, cidadania, mundo do trabalho, entre outras questões de urgência social.

> Por meio da indicação clara do que os alunos devem "saber" (considerando a constituição de conhecimentos, habilidades, atitudes e valores) e, sobretudo, do que devem "saber fazer" (considerando a mobilização desses conhecimentos, habilidades, atitudes e valores para resolver demandas complexas da vida cotidiana, do pleno exercício da cidadania e do mundo do trabalho), a explicitação das competências oferece referências para o fortalecimento de ações que assegurem as aprendizagens essenciais definidas na BNCC. (BRASIL, 2017, p. 13)

A seguir, estão listadas as dez competências gerais definidas pela BNCC.

Competências gerais da Educação Básica

1. Valorizar e utilizar os conhecimentos historicamente construídos sobre o mundo físico, social, cultural e digital para entender e explicar a realidade, continuar aprendendo e colaborar para a construção de uma sociedade justa, democrática e inclusiva.
2. Exercitar a curiosidade intelectual e recorrer à abordagem própria das ciências, incluindo a investigação, a reflexão, a análise crítica, a imaginação e a criatividade, para investigar causas, elaborar e testar hipóteses, formular e resolver problemas e criar soluções (inclusive tecnológicas) com base nos conhecimentos das diferentes áreas.
3. Valorizar e fruir as diversas manifestações artísticas e culturais, das locais às mundiais, e também participar de práticas diversificadas da produção artístico-cultural.
4. Utilizar diferentes linguagens – verbal (oral ou visual-motora, como Libras, e escrita), corporal, visual, sonora e digital –, bem como conhecimentos das linguagens artística, matemática e científica, para se expressar e partilhar informações, experiências, ideias e sentimentos em diferentes contextos e produzir sentidos que levem ao entendimento mútuo.
5. Compreender, utilizar e criar tecnologias digitais de informação e comunicação de forma crítica, significativa, reflexiva e ética nas diversas práticas sociais (incluindo as escolares) para se comunicar, acessar e disseminar informações, produzir conhecimentos, resolver problemas e exercer protagonismo e autoria na vida pessoal e coletiva.
6. Valorizar a diversidade de saberes e vivências culturais e apropriar-se de conhecimentos e experiências que lhe possibilitem entender as relações próprias do mundo do trabalho e fazer escolhas alinhadas ao exercício da cidadania e ao seu projeto de vida, com liberdade, autonomia, consciência crítica e responsabilidade.
7. Argumentar com base em fatos, dados e informações confiáveis, para formular, negociar e defender ideias, pontos de vista e decisões comuns que respeitem e promovam os direitos humanos, a consciência socioambiental e o consumo responsável em âmbito local, regional e global, com posicionamento ético em relação ao cuidado de si mesmo, dos outros e do planeta.
8. Conhecer-se, apreciar-se e cuidar de sua saúde física e emocional, compreendendo-se na diversidade humana e reconhecendo suas emoções e as dos outros, com autocrítica e capacidade para lidar com elas.
9. Exercitar a empatia, o diálogo, a resolução de conflitos e a cooperação, fazendo-se respeitar e promovendo o respeito ao outro e aos direitos humanos, com acolhimento e valorização da diversidade de indivíduos e de grupos sociais, seus saberes, identidades, culturas e potencialidades, sem preconceitos de qualquer natureza.
10. Agir pessoal e coletivamente com autonomia, responsabilidade, flexibilidade, resiliência e determinação, tomando decisões com base em princípios éticos, democráticos, inclusivos, sustentáveis e solidários. (BRASIL, 2017, p. 9-10)

As competências gerais da BNCC nesta coleção

Nesta coleção, utilizaremos a sigla **CG** para nos referir às competências gerais da BNCC para a Educação Básica. Desse modo, a primeira competência será nomeada como **CG01**, a segunda como **CG02**, e assim sucessivamente.

A **CG01** faz referência ao **conhecimento** e visa à valorização e ao uso dos conhecimentos historicamente construídos sobre o mundo físico, social, cultural e digital para os estudantes entenderem e explicarem a realidade em que vivem.

Essa competência é mobilizada na coleção nos momentos em que se propõe ao estudante que reconheça e coloque em prática conhecimentos historicamente construídos, como nas seções que apresentam um apanhado histórico acerca do desenvolvimento de conceitos matemáticos e da aplicabilidade deles na atualidade e na resolução de problemas.

Enfatizamos que essa competência destaca a importância do processo de construção de conhecimento e a estreita relação com a estruturação

Faber14/Shutterstock

de uma sociedade justa, democrática e inclusiva. Sempre que trabalhar essa competência em sala de aula, ressalte-a como fundamental para o desenvolvimento da autonomia e da capacidade de entender o mundo, explicá-lo e intervir na realidade.

robuart/Shutterstock

A **CG02** se relaciona ao **pensamento científico**, que deve ser exercitado. Ao mobilizar essa competência, os estudantes desenvolvem a curiosidade intelectual recorrendo à abordagem própria das ciências, incluindo investigação, reflexão, análise crítica, imaginação e criatividade para investigar causas, elaborar e testar hipóteses, formular e resolver problemas, além de criar soluções (inclusive tecnológicas) com base nas diferentes áreas do conhecimento. O desenvolvimento dessa competência também dá aos estudantes a oportunidade de analisar um problema e propor soluções alternativas.

A **CG03** é a de **repertório cultural**, que mobiliza a valorização das diversas manifestações artísticas e culturais, das locais às mundiais, e a participação em práticas diversificadas da produção artístico-cultural. Essa competência instiga os estudantes a explorarem o conhecimento com base em valores expressos por meio da arte e da cultura, discute o subjetivo e unifica as diferentes sociedades, o que faz com que não percam sua identidade cultural na sala de aula.

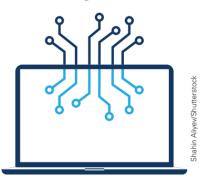
Visando essa competência, nos quatro volumes da coleção há oportunidades para que os estudantes conheçam obras de arte, acervos de museus, peças de esculturas, gêneros e movimentos musicais, entre outras situações que contribuem para a formação integral deles.

Lightspring/Shutterstock

A **comunicação** é explorada ao mobilizar a **CG04**, que aponta para a necessidade de utilizar diferentes linguagens – verbal (oral ou visual-motora, como Libras, e escrita), corporal, visual, sonora e digital –, além de conhecimentos das linguagens artística, matemática e científica, para expressão e partilhamento de informações, experiências, ideias e sentimentos em diferentes contextos e também para produzir sentidos que levem ao entendimento mútuo.

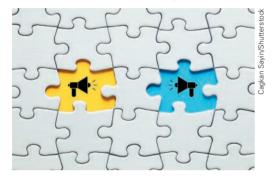
GoodStudio/Shutterstock

Tratando das competências éticas que devem estar presentes no uso das diversas **tecnologias de informação**, a **CG05** propõe a compreensão, utilização e criação de tecnologias digitais de informação e comunicação de modo crítico, significativo, reflexivo e ético nas diversas práticas sociais (incluindo as escolares) para os estudantes se comunicarem, acessarem e disseminarem informações, produzirem conhecimentos, resolverem problemas e exercerem protagonismo e autoria na vida pessoal e coletiva, compreendendo como participar desses processos de maneira significativa e reflexiva.

Shahin Aliyev/Shutterstock

A abordagem da dimensão que favorece a educação integral para fazer escolhas e seguir as aspirações, ora no campo dos estudos, ora no campo do trabalho, **trabalho e projeto de vida** é contemplada na BNCC por meio da **CG06**, que mostra que os estudantes devem valorizar a diversidade de saberes e vivências culturais e apropriar-se de conhecimentos e experiências que lhes possibilitem entender as relações próprias do mundo do trabalho e fazer escolhas alinhadas ao exercício da cidadania e ao próprio projeto de vida, com liberdade, autonomia, consciência crítica e responsabilidade.

MarcoVector/Shutterstock

Com o objetivo de capacitar os estudantes a desenvolver argumentos com base em dados, fatos e informações confiáveis, diferenciando-os de *fake news* e saber avaliar e compreender se os argumentos que assimilam em contraponto são análogos, a BNCC dedica exclusivamente a **CG07**, da **argumentação**. Deve ser desenvolvida nos estudantes a habilidade de argumentar com base em fatos, dados e informações confiáveis para que formulem, negociem e defendam ideias, pontos de vista e tomem decisões que respeitem e promovam os direitos humanos, a consciência socioambiental e o consumo responsável em âmbito local, regional e global, com posicionamento ético em relação ao cuidado de si mesmo, dos outros e do planeta.

Cagkan Sayin/Shutterstock

Segundo o conhecimento e a apreciação dos **cuidados com a saúde mental e o autocuidado**, lidando com questões diversas e sua relação com as emoções e as mudanças no corpo, que são características dessa fase do crescimento, a **CG08** propõe que essas facetas devem ser trabalhadas com os estudantes. Por meio dessa competência, buscamos levar cada estudante a se conhecer, apreciar a si mesmo e cuidar da saúde física e emocional, compreender-se na diversidade humana e reconhecer as próprias emoções e as dos outros com autocrítica e capacidade para lidar com elas, tratando da conexão do "eu".

grmarc/Shutterstock

A **CG09** trata de **empatia e cooperação**, abrangendo valores imprescindíveis para viver com o outro. Os estudantes devem exercitar a empatia, o diálogo, a resolução de conflitos e a cooperação entre os pares e com professores, a comunidade e a sociedade, fazendo-se respeitar e promovendo o respeito ao outro e aos direitos humanos com acolhimento e valorização da diversidade de indivíduos e de grupos sociais, seus saberes, identidades, culturas e potencialidades, sem preconceitos de qualquer natureza.

Segundo Mattos[1], essa competência se divide em duas dimensões: empatia e diálogo. O desenvolvimento da empatia pressupõe "a valorização e o reconhecimento de grupos e contextos culturalmente diversos. Esta subdimensão também pressupõe o combate ao preconceito e engajamento de outros com a diversidade na valorização da alteridade. Ou seja, compreensão da emoção dos outros e do impacto de seu comportamento nos demais". Já a dimensão do diálogo compreende-se pela interação com o outro "na construção, negociação e respeito a regras de convivência (ética), na promoção de entendimento e melhoria do ambiente", bem como na "capacidade de se trabalhar em equipe, tomar decisões e agir em projetos de forma colaborativa", visando também à resolução de conflitos.

A coleção enfatiza em diversos momentos o trabalho com essa competência, sobretudo nas aberturas de Unidade e nas diferentes propostas de atividades. Um exemplo é ao propor a análise de textos que exploram questões relacionadas à valorização social e à inclusão de pessoas com deficiência em contextos esportivos, o que serve como instrumento de inclusão social, valorização e reconhecimento de atletas com necessidades especiais no esporte, sendo esses princípios necessários à construção da cidadania e ao convívio social. A competência também é mobilizada quando propomos aos estudantes o trabalho em duplas para favorecer o desenvolvimento do diálogo, a cooperação e a empatia.

Viktoria Kurpas/Shutterstock

E, por fim, a **CG10** é a chave para que os estudantes sejam incentivados a agir de modo responsável e cidadão, ou seja, atuar pessoal e coletivamente com autonomia, responsabilidade, flexibilidade, resiliência e determinação, tomando decisões com base em princípios éticos, democráticos, inclusivos, sustentáveis e solidários.

Visual Generation/Shutterstock

1 MATTOS, Pablo. *Empatia e cooperação*: competência geral 9 da BNCC. [Rio de Janeiro]: Futura, 2020. (Curso *on-line*). Disponível em: https://www.futura.org.br/cursos/empatia-e-cooperacao-competencia-geral-9-da-bncc. Acesso em: 3 jun. 2022.

As competências gerais e as culturas juvenis

Para melhor entender o conceito de culturas juvenis, é preciso assimilar que as maneiras de ser jovem são inúmeras e dependem de gênero, raça, cor, etnia, classe social, território, religião, geração, entre outros; do mesmo modo, há diferentes maneiras de ser estudante de acordo com as mesmas variáveis.

Diante desse contexto, cabe à escola proporcionar aos jovens a possibilidade de experimentar diferentes modos de vivenciar a juventude considerando, para tanto, as chamadas **culturas juvenis**. Entendemos como culturas juvenis as articulações que os jovens estabelecem com base na produção cultural de massa, no estilo de vida e nas práticas sociais em grupo ou em rede e que se expandem pelo espaço urbano.

Quando a escola dá oportunidade aos jovens de dizerem o que pensam e sentem e os envolve em atividades nas quais se sintam valorizados, é aberto um canal que proporciona novos modos de aprendizagem, sem cobranças prévias de qualificações, capacitismo ou juízos de valor.

Um exemplo é a exploração de atividades culturais envolvendo *rap*, grafite ou o próprio *funk*, que muitas vezes são subvalorizadas por fazerem parte da cultura dos jovens das camadas populares que já são marginalizados por sua origem socioeconômica. Ao permitir que os jovens se expressem por meio dessas manifestações artísticas, se assim desejarem, a escola oportuniza a expressão de sentimentos, que sejam reconhecidos, ganhem visibilidade e se autoafirmem. Oportunidades como essas e outras são abordadas no decorrer desta coleção e mobilizam também a **CG03**, ao explorar o repertório cultural e destacar o protagonismo dos produtores de diferentes artes.

Outro aspecto a ser considerado no trabalho com as culturas juvenis é o uso de tecnologias da informação, comunicação e entretenimento.

> O grande desafio de educadores, pesquisadores, é compreender de que forma as tecnologias da informação e comunicação podem funcionar como meio de auxílio para o desenvolvimento do ensino.
>
> Sabendo que os jovens são produtores de informação e não simplesmente passivos consumidores, é preciso criar estratégias de uso das redes sociais que servem como interatividade e aprendizagem de grupos, pois os relacionamentos e as trocas de experiência acontecem através destas redes.
>
> [...]
>
> O processo de aprendizado com a utilização das tecnologias da informação e comunicação é de colaboração, onde é possível o que temos de conhecimento contribuir com o aprendizado do outro.
>
> Aprender colaborativamente significa desenvolver habilidades como: analisar, refletir, selecionar, atribuir significado, devolver a informação de acordo com a sua interpretação e contribuir numa discussão para o aprendizado do outro.
>
> Essa característica de sociabilidade deve ser aproveitada para a estimulação dos novos conhecimentos. Diante das tecnologias da informação e comunicação é possível descortinar-se um mundo ainda mais ávido em busca da construção de conhecimentos que não somente serão escolares, mas também, outros tipos de conhecimento.
>
> Os meios de comunicação e informação são imprescindíveis para ocorrer à interação e se articulam para contribuir cada vez mais com as possibilidades de acesso, convergência de meios tecnológicos e de mídias, que permitem o acesso ao conhecimento de qualquer lugar e parte do mundo modificando substancialmente as várias formas de pensar, comunicar e educar. (MILANI, 2014, p. 123-124)

A escola não pode ignorar o espaço que a comunicação e as tecnologias ocupam na vida dos jovens na atualidade. No entanto, é preciso orientá-los no uso desses novos conteúdos e oferecer diferentes tipos de letramento para que eles possam elaborar com a escola e além da escola. Utilizamos aqui o conceito de letramento como prática social e leitura do mundo, mais do que como alfabetização, conforme proposto por Angela Kleiman (1995)[2].

Na coleção, oportunizamos aos estudantes o uso das tecnologias como meio de disseminação e produção de conhecimento, auxiliando-os a desenvolver boas práticas e consciência crítica em relação a elas, mobilizando com mais ênfase a **CG05**.

A Matemática na BNCC

A área de Matemática na BNCC para Ensino Fundamental abrange cinco Unidades temáticas: *Números*, *Álgebra*, *Geometria*, *Grandezas e medidas* e *Probabilidade e Estatística*.

Em cada Unidade temática há **objetos de conhecimento** (conteúdos, conceitos e processos) e **habilidades** (aprendizagens essenciais que devem ser asseguradas aos estudantes) relacionados. Ao explorar os objetos de conhecimento e as habilidades, propicia-se o desenvolvimento das competências específicas da área.

2 KLEIMAN, A. Modelos de letramento e as práticas de alfabetização na escola. *In*: KLEIMAN, A. (org.). *Os significados do letramento*: uma nova perspectiva sobre a prática social da escrita. Campinas: Mercado de Letras, 1995.

As competências específicas de Matemática da BNCC para o Ensino Fundamental

A aprendizagem de Matemática na Educação Básica vai além da quantificação de fenômenos determinísticos ou aleatórios e das técnicas de cálculos com fenômenos e grandezas. Nessa perspectiva, em articulação com as dez competências gerais, o ensino da Matemática deve garantir aos estudantes o desenvolvimento das competências específicas para o Ensino Fundamental apresentadas a seguir.

Competências específicas de Matemática para o Ensino Fundamental

1. Reconhecer que a Matemática é uma ciência humana, fruto das necessidades e preocupações de diferentes culturas, em diferentes momentos históricos, e é uma ciência viva, que contribui para solucionar problemas científicos e tecnológicos e para alicerçar descobertas e construções, inclusive com impactos no mundo do trabalho.
2. Desenvolver o raciocínio lógico, o espírito de investigação e a capacidade de produzir argumentos convincentes, recorrendo aos conhecimentos matemáticos para compreender e atuar no mundo.
3. Compreender as relações entre conceitos e procedimentos dos diferentes campos da Matemática (Aritmética, Álgebra, Geometria, Estatística e Probabilidade) e de outras áreas do conhecimento, sentindo segurança quanto à própria capacidade de construir e aplicar conhecimentos matemáticos, desenvolvendo a autoestima e a perseverança na busca de soluções.
4. Fazer observações sistemáticas de aspectos quantitativos e qualitativos presentes nas práticas sociais e culturais, de modo a investigar, organizar, representar e comunicar informações relevantes, para interpretá-las e avaliá-las crítica e eticamente, produzindo argumentos convincentes.
5. Utilizar processos e ferramentas matemáticas, inclusive tecnologias digitais disponíveis, para modelar e resolver problemas cotidianos, sociais e de outras áreas de conhecimento, validando estratégias e resultados.
6. Enfrentar situações-problema em múltiplos contextos, incluindo-se situações imaginadas, não diretamente relacionadas com o aspecto prático-utilitário, expressar suas respostas e sintetizar conclusões, utilizando diferentes registros e linguagens (gráficos, tabelas, esquemas, além de texto escrito na língua materna e outras linguagens para descrever algoritmos, como fluxogramas, e dados).
7. Desenvolver e/ou discutir projetos que abordem, sobretudo, questões de urgência social, com base em princípios éticos, democráticos, sustentáveis e solidários, valorizando a diversidade de opiniões de indivíduos e de grupos sociais, sem preconceitos de qualquer natureza.
8. Interagir com seus pares de forma cooperativa, trabalhando coletivamente no planejamento e desenvolvimento de pesquisas para responder a questionamentos e na busca de soluções para problemas, de modo a identificar aspectos consensuais ou não na discussão de uma determinada questão, respeitando o modo de pensar dos colegas e aprendendo com eles. (BRASIL, 2017, p. 267)

As competências específicas de Matemática da BNCC nesta coleção

Esta coleção privilegia o desenvolvimento da autonomia dos estudantes ao propor que façam observações empíricas do mundo real e as representem de diversas maneiras, seja por meio de tabelas, figuras, esquemas, entre outras, e as associem a uma atividade matemática, fazendo induções e conjecturas, mobilizando assim as oito competências específicas da Matemática.

Utilizaremos a sigla **CEMAT** para nos referir às competências específicas de Matemática da BNCC para o Ensino Fundamental. Desse modo, a primeira competência está nomeada como **CEMAT01**, a segunda como **CEMAT02**, e assim sucessivamente.

A **CEMAT01** aponta que os estudantes reconheçam que a Matemática é uma ciência humana, fruto das necessidades e preocupações de diferentes culturas, em diferentes momentos históricos, e é uma ciência viva, que contribui para solucionar problemas científicos e tecnológicos e alicerçar descobertas e construções, inclusive com impactos no mundo do trabalho. Assim, essa competência é explorada na coleção de modo que os estudantes são levados a compreender a construção dos conceitos matemáticos do início aos dias atuais.

Os estudantes devem, como parte da vida em sociedade, ser incentivados no ambiente escolar a desenvolver o raciocínio lógico, o espírito de investigação e a capacidade de produzir argumentos convincentes, recorrendo aos conhecimentos matemáticos para compreender e atuar no mundo, o que está relacionado ao que propõe a **CEMAT02**. No trabalho com tal competência, ao manipular objetos, eles desenvolvem conceitos abstratos para relacionar os objetos a conhecimentos matemáticos.

Já de acordo com a **CEMAT03**, embora a área de Matemática esteja dividida em 5 Unidades temáticas, não significa que devam ser exploradas isoladamente, mas articuladas sempre que houver a possibilidade. Nesta coleção, essa competência é explorada nas relações entre conceitos e procedimentos dos diferentes campos da Matemática e de outras áreas do conhecimento. Espera-se que os estudantes desenvolvam segurança quanto à própria capacidade de construir e aplicar conhecimentos matemáticos e desenvolvam autoestima e perspectiva na busca de soluções.

O contexto social em que cada estudante está inserido contribui para que ele entenda o próprio papel na sociedade e saiba se comunicar matematicamente em situações do cotidiano, com uma postura crítica. A **CEMAT04** propõe aos estudantes a elaboração de observações sistemáticas de aspectos quantitativos e qualitativos presentes nas práticas sociais e culturais, de modo que venham a investigar, organizar, representar e comunicar informações relevantes para interpretá-las e avaliá-las crítica e eticamente, produzindo argumentos convincentes.

As tecnologias digitais são fortes aliadas no ensino da Matemática no mundo contemporâneo, uma vez que contribuem para o desenvolvimento de habilidades como comparação, verificação, seleção e criação de concepções. Esta coleção propõe explorar a **CEMAT05** na utilização de processos e ferramentas matemáticas, inclusive tecnologias digitais disponíveis, para modelar e resolver problemas cotidianos, sociais e de outras áreas do conhecimento, validando estratégias e resultados.

A **CEMAT06** indica que os estudantes devem enfrentar situações-problema em múltiplos contextos, incluindo imaginários, não diretamente relacionados com o aspecto prático-utilitário; devem ainda expressar suas respostas e sintetizar conclusões utilizando diferentes registros e linguagens: gráficos, tabelas, esquemas, além de texto escrito. Mobilizando essa competência no decorrer das Unidades desta coleção, é importante que esse trabalho seja bem orientado para que de fato haja um elo entre os componentes curriculares envolvidos e se apresente aos estudantes a função de cada texto utilizado nas aulas de Matemática.

A **CEMAT07** traz a importância de desenvolver projetos que permitam aos estudantes relacionar saberes matemáticos com outras áreas de conhecimento, além de lhes proporcionar aprendizado por meio de pesquisas de outras culturas, valorizando a diversidade de opiniões. Nesta coleção, propomos o trabalho com situações e atividades que abordam questões de urgência social, voltadas ao desenvolvimento da democracia e atreladas à valorização da diversidade de opiniões de indivíduos e de grupos sociais, sem preconceitos de qualquer natureza.

A interação entre os estudantes é abordada em diversas oportunidades nesta coleção, mobilizando com maior ênfase a **CEMAT08**, que tem o objetivo de proporcionar a interação entre pares de maneira cooperativa. Enfatizamos que, ao explorar a competência, seja incentivado o respeito ao modo de pensar dos colegas.

Ao longo deste Manual, você compreenderá como explorar as competências gerais e as competências específicas de Matemática da BNCC. No tópico a seguir, apresentamos alguns exemplos de trabalho com as competências em boxes e seções do Livro do Estudante. Outras situações também são esclarecidas, sobretudo nas *Orientações didáticas*, em relação ao trabalho com cada página do Livro do Estudante dos volumes da coleção.

Habilidades de Matemática da BNCC para os Anos Finais do Ensino Fundamental

As habilidades são as aptidões a serem desenvolvidas ao longo de cada etapa de ensino e que contribuem para o desenvolvimento das competências gerais e das competências específicas da BNCC. Esse documento indica que, para o desenvolvimento das habilidades de Matemática previstas para os Anos Finais do Ensino Fundamental, é necessário considerar as experiências prévias dos estudantes, propiciar situações de vivências do cotidiano e de contextos significativos, utilizar diferentes recursos didáticos, favorecer o desenvolvimento do raciocínio e da argumentação matemática, entre outros.

Destacamos a seguir alguns trechos da BNCC que indicam como desenvolver as habilidades de Matemática nos Anos Finais do Ensino Fundamental.

> É imprescindível levar em conta as experiências e os conhecimentos matemáticos já vivenciados pelos alunos, criando situações nas quais possam fazer observações sistemáticas de aspectos quantitativos e qualitativos da realidade, estabelecendo inter-relações entre eles e desenvolvendo ideias mais complexas. Essas situações precisam articular múltiplos aspectos dos diferentes conteúdos, visando ao desenvolvimento das ideias fundamentais da Matemática, como equivalência, ordem, proporcionalidade, variação e interdependência.
>
> [...] Nessa fase, precisa ser destacada a importância da comunicação em linguagem matemática com o uso da linguagem simbólica, da representação e da argumentação.
>
> [...]
>
> Cumpre também considerar que, para a aprendizagem de certo conceito ou procedimento, é fundamental haver um contexto significativo para os alunos, não necessariamente do cotidiano, mas também de outras áreas do conhecimento e da própria história da Matemática.
>
> [...]
>
> Além disso, nessa fase final do Ensino Fundamental, é importante iniciar os alunos, gradativamente, na compreensão, análise e avaliação da argumentação matemática. Isso envolve a leitura de textos matemáticos e o desenvolvimento do senso crítico em relação à argumentação neles utilizada. (BRASIL, 2017, p. 298-299)

As habilidades de Matemática da BNCC na coleção

Os quadros a seguir indicam cada Unidade temática e os respectivos objetos de conhecimento e habilidades previstos para cada volume dos Anos Finais do Ensino Fundamental, de acordo com a BNCC (BRASIL, 2017, p. 301-319).

Nesta coleção, as cinco unidades temáticas da BNCC são apresentadas de modo correlacionado, favorecendo o desenvolvimento das habilidades a serem exploradas ao longo dos Anos Finais do Ensino Fundamental.

Em cada volume, uma mesma habilidade pode ser trabalhada em diversos capítulos para que seja desenvolvida em sua totalidade. No boxe *Na BNCC*, junto às *Orientações didáticas* neste Manual, indicamos as habilidades trabalhadas com maior ênfase nos capítulos, tópicos e seções do Livro do Estudante, entendendo também que outras habilidades podem ser favorecidas simultaneamente de modo transversal.

6º ano do Ensino Fundamental

Unidade temática *Números*	
Objetos de conhecimento	**Habilidades**
Sistema de numeração decimal: características, leitura, escrita e comparação de números naturais e de números racionais representados na forma decimal	**(EF06MA01)** Comparar, ordenar, ler e escrever números naturais e números racionais cuja representação decimal é finita, fazendo uso da reta numérica. **(EF06MA02)** Reconhecer o sistema de numeração decimal, como o que prevaleceu no mundo ocidental, e destacar semelhanças e diferenças com outros sistemas, de modo a sistematizar suas principais características (base, valor posicional e função do zero), utilizando, inclusive, a composição e decomposição de números naturais e números racionais em sua representação decimal.
Operações (adição, subtração, multiplicação, divisão e potenciação) com números naturais Divisão euclidiana	**(EF06MA03)** Resolver e elaborar problemas que envolvam cálculos (mentais ou escritos, exatos ou aproximados) com números naturais, por meio de estratégias variadas, com compreensão dos processos neles envolvidos com e sem uso de calculadora.
Fluxograma para determinar a paridade de um número natural Múltiplos e divisores de um número natural Números primos e compostos	**(EF06MA04)** Construir algoritmo em linguagem natural e representá-lo por fluxograma que indique a resolução de um problema simples (por exemplo, se um número natural qualquer é par). **(EF06MA05)** Classificar números naturais em primos e compostos, estabelecer relações entre números, expressas pelos termos "é múltiplo de", "é divisor de", "é fator de", e estabelecer, por meio de investigações, critérios de divisibilidade por 2, 3, 4, 5, 6, 8, 9, 10, 100 e 1000. **(EF06MA06)** Resolver e elaborar problemas que envolvam as ideias de múltiplo e de divisor.
Frações: significados (parte/todo, quociente), equivalência, comparação, adição e subtração; cálculo da fração de um número natural; adição e subtração de frações	**(EF06MA07)** Compreender, comparar e ordenar frações associadas às ideias de partes de inteiros e resultado de divisão, identificando frações equivalentes. **(EF06MA08)** Reconhecer que os números racionais positivos podem ser expressos nas formas fracionária e decimal, estabelecer relações entre essas representações, passando de uma representação para outra, e relacioná-los a pontos na reta numérica. **(EF06MA09)** Resolver e elaborar problemas que envolvam o cálculo da fração de uma quantidade e cujo resultado seja um número natural, com e sem uso de calculadora. **(EF06MA10)** Resolver e elaborar problemas que envolvam adição ou subtração com números racionais positivos na representação fracionária.
Operações (adição, subtração, multiplicação, divisão e potenciação) com números racionais	**(EF06MA11)** Resolver e elaborar problemas com números racionais positivos na representação decimal, envolvendo as quatro operações fundamentais e a potenciação, por meio de estratégias diversas, utilizando estimativas e arredondamentos para verificar a razoabilidade de respostas, com e sem uso de calculadora.
Aproximação de números para múltiplos de potências de 10	**(EF06MA12)** Fazer estimativas de quantidades e aproximar números para múltiplos da potência de 10 mais próxima.
Cálculo de porcentagens por meio de estratégias diversas, sem fazer uso da "regra de três"	**(EF06MA13)** Resolver e elaborar problemas que envolvam porcentagens, com base na ideia de proporcionalidade, sem fazer uso da "regra de três", utilizando estratégias pessoais, cálculo mental e calculadora, em contextos de educação financeira, entre outros.

Unidade temática *Álgebra*	
Objetos de conhecimento	**Habilidades**
Propriedades da igualdade	**(EF06MA14)** Reconhecer que a relação de igualdade matemática não se altera ao adicionar, subtrair, multiplicar ou dividir os seus dois membros por um mesmo número e utilizar essa noção para determinar valores desconhecidos na resolução de problemas.
Problemas que tratam da partição de um todo em duas partes desiguais, envolvendo razões entre as partes e entre uma das partes e o todo	**(EF06MA15)** Resolver e elaborar problemas que envolvam a partilha de uma quantidade em duas partes desiguais, envolvendo relações aditivas e multiplicativas, bem como a razão entre as partes e entre uma das partes e o todo.

Unidade temática *Geometria*	
Objetos de conhecimento	**Habilidades**
Plano cartesiano: associação dos vértices de um polígono a pares ordenados	**(EF06MA16)** Associar pares ordenados de números a pontos do plano cartesiano do 1º quadrante, em situações como a localização dos vértices de um polígono.
Prismas e pirâmides: planificações e relações entre seus elementos (vértices, faces e arestas)	**(EF06MA17)** Quantificar e estabelecer relações entre o número de vértices, faces e arestas de prismas e pirâmides, em função do seu polígono da base, para resolver problemas e desenvolver a percepção espacial.
Polígonos: classificações quanto ao número de vértices, às medidas de lados e ângulos e ao paralelismo e perpendicularismo dos lados	**(EF06MA18)** Reconhecer, nomear e comparar polígonos, considerando lados, vértices e ângulos, e classificá-los em regulares e não regulares, tanto em suas representações no plano como em faces de poliedros. **(EF06MA19)** Identificar características dos triângulos e classificá-los em relação às medidas dos lados e dos ângulos. **(EF06MA20)** Identificar características dos quadriláteros, classificá-los em relação a lados e a ângulos e reconhecer a inclusão e a intersecção de classes entre eles.
Construção de figuras semelhantes: ampliação e redução de figuras planas em malhas quadriculadas	**(EF06MA21)** Construir figuras planas semelhantes em situações de ampliação e de redução, com o uso de malhas quadriculadas, plano cartesiano ou tecnologias digitais.
Construção de retas paralelas e perpendiculares, fazendo uso de réguas, esquadros e *softwares*	**(EF06MA22)** Utilizar instrumentos, como réguas e esquadros, ou *softwares* para representações de retas paralelas e perpendiculares e construção de quadriláteros, entre outros. **(EF06MA23)** Construir algoritmo para resolver situações passo a passo (como na construção de dobraduras ou na indicação de deslocamento de um objeto no plano segundo pontos de referência e distâncias fornecidas etc.).

Unidade temática *Grandezas e medidas*	
Objetos de conhecimento	**Habilidades**
Problemas sobre medidas envolvendo grandezas como comprimento, massa, tempo, temperatura, área, capacidade e volume	**(EF06MA24)** Resolver e elaborar problemas que envolvam as grandezas comprimento, massa, tempo, temperatura, área (triângulos e retângulos), capacidade e volume (sólidos formados por blocos retangulares), sem uso de fórmulas, inseridos, sempre que possível, em contextos oriundos de situações reais e/ou relacionadas às outras áreas do conhecimento.
Ângulos: noção, usos e medida	**(EF06MA25)** Reconhecer a abertura do ângulo como grandeza associada às figuras geométricas. **(EF06MA26)** Resolver problemas que envolvam a noção de ângulo em diferentes contextos e em situações reais, como ângulo de visão. **(EF06MA27)** Determinar medidas da abertura de ângulos por meio de transferidor e/ou tecnologias digitais.
Plantas baixas e vistas aéreas	**(EF06MA28)** Interpretar, descrever e desenhar plantas baixas simples de residências e vistas aéreas.
Perímetro de um quadrado como grandeza proporcional à medida do lado	**(EF06MA29)** Analisar e descrever mudanças que ocorrem no perímetro e na área de um quadrado ao se ampliarem ou reduzirem, igualmente, as medidas de seus lados, para compreender que o perímetro é proporcional à medida do lado, o que não ocorre com a área.

Unidade temática *Probabilidade e Estatística*	
Objetos de conhecimento	**Habilidades**
Cálculo de probabilidade como a razão entre o número de resultados favoráveis e o total de resultados possíveis em um espaço amostral equiprovável Cálculo de probabilidade por meio de muitas repetições de um experimento (frequências de ocorrências e probabilidade frequentista)	**(EF06MA30)** Calcular a probabilidade de um evento aleatório, expressando-a por número racional (forma fracionária, decimal e percentual) e comparar esse número com a probabilidade obtida por meio de experimentos sucessivos.
Leitura e interpretação de tabelas e gráficos (de colunas ou barras simples ou múltiplas) referentes a variáveis categóricas e variáveis numéricas	**(EF06MA31)** Identificar as variáveis e suas frequências e os elementos constitutivos (título, eixos, legendas, fontes e datas) em diferentes tipos de gráfico. **(EF06MA32)** Interpretar e resolver situações que envolvam dados de pesquisas sobre contextos ambientais, sustentabilidade, trânsito, consumo responsável, entre outros, apresentadas pela mídia em tabelas e em diferentes tipos de gráficos e redigir textos escritos com o objetivo de sintetizar conclusões.
Coleta de dados, organização e registro Construção de diferentes tipos de gráficos para representá-los e interpretação das informações	**(EF06MA33)** Planejar e coletar dados de pesquisa referente a práticas sociais escolhidas pelos alunos e fazer uso de planilhas eletrônicas para registro, representação e interpretação das informações, em tabelas, vários tipos de gráficos e texto.
Diferentes tipos de representação de informações: gráficos e fluxogramas	**(EF06MA34)** Interpretar e desenvolver fluxogramas simples, identificando as relações entre os objetos representados (por exemplo, posição de cidades considerando as estradas que as unem, hierarquia dos funcionários de uma empresa etc.).

7º ano do Ensino Fundamental

Unidade temática *Números*	
Objetos de conhecimento	**Habilidades**
Múltiplos e divisores de um número natural	**(EF07MA01)** Resolver e elaborar problemas com números naturais, envolvendo as noções de divisor e de múltiplo, podendo incluir máximo divisor comum ou mínimo múltiplo comum, por meio de estratégias diversas, sem a aplicação de algoritmos.
Cálculo de porcentagens e de acréscimos e decréscimos simples	**(EF07MA02)** Resolver e elaborar problemas que envolvam porcentagens, como os que lidam com acréscimos e decréscimos simples, utilizando estratégias pessoais, cálculo mental e calculadora, no contexto de educação financeira, entre outros.
Números inteiros: usos, história, ordenação, associação com pontos da reta numérica e operações	**(EF07MA03)** Comparar e ordenar números inteiros em diferentes contextos, incluindo o histórico, associá-los a pontos da reta numérica e utilizá-los em situações que envolvam adição e subtração. **(EF07MA04)** Resolver e elaborar problemas que envolvam operações com números inteiros.
Fração e seus significados: como parte de inteiros, resultado da divisão, razão e operador	**(EF07MA05)** Resolver um mesmo problema utilizando diferentes algoritmos. **(EF07MA06)** Reconhecer que as resoluções de um grupo de problemas que têm a mesma estrutura podem ser obtidas utilizando os mesmos procedimentos. **(EF07MA07)** Representar por meio de um fluxograma os passos utilizados para resolver um grupo de problemas. **(EF07MA08)** Comparar e ordenar frações associadas às ideias de partes de inteiros, resultado da divisão, razão e operador. **(EF07MA09)** Utilizar, na resolução de problemas, a associação entre razão e fração, como a fração 2/3 para expressar a razão de duas partes de uma grandeza para três partes da mesma ou três partes de outra grandeza.
Números racionais na representação fracionária e na decimal: usos, ordenação e associação com pontos da reta numérica e operações	**(EF07MA10)** Comparar e ordenar números racionais em diferentes contextos e associá-los a pontos da reta numérica. **(EF07MA11)** Compreender e utilizar a multiplicação e a divisão de números racionais, a relação entre elas e suas propriedades operatórias. **(EF07MA12)** Resolver e elaborar problemas que envolvam as operações com números racionais.

Unidade temática *Álgebra*	
Objetos de conhecimento	**Habilidades**
Linguagem algébrica: variável e incógnita	**(EF07MA13)** Compreender a ideia de variável, representada por letra ou símbolo, para expressar relação entre duas grandezas, diferenciando-a da ideia de incógnita. **(EF07MA14)** Classificar sequências em recursivas e não recursivas, reconhecendo que o conceito de recursão está presente não apenas na matemática, mas também nas artes e na literatura. **(EF07MA15)** Utilizar a simbologia algébrica para expressar regularidades encontradas em sequências numéricas.
Equivalência de expressões algébricas: identificação da regularidade de uma sequência numérica	**(EF07MA16)** Reconhecer se duas expressões algébricas obtidas para descrever a regularidade de uma mesma sequência numérica são ou não equivalentes.
Problemas envolvendo grandezas diretamente proporcionais e grandezas inversamente proporcionais	**(EF07MA17)** Resolver e elaborar problemas que envolvam variação de proporcionalidade direta e de proporcionalidade inversa entre duas grandezas, utilizando sentença algébrica para expressar a relação entre elas.
Equações polinomiais do 1º grau	**(EF07MA18)** Resolver e elaborar problemas que possam ser representados por equações polinomiais de 1º grau, redutíveis à forma $ax + b = c$, fazendo uso das propriedades da igualdade.

Unidade temática *Geometria*	
Objetos de conhecimento	**Habilidades**
Transformações geométricas de polígonos no plano cartesiano: multiplicação das coordenadas por um número inteiro e obtenção de simétricos em relação aos eixos e à origem	**(EF07MA19)** Realizar transformações de polígonos representados no plano cartesiano, decorrentes da multiplicação das coordenadas de seus vértices por um número inteiro. **(EF07MA20)** Reconhecer e representar, no plano cartesiano, o simétrico de figuras em relação aos eixos e à origem.
Simetrias de translação, rotação e reflexão	**(EF07MA21)** Reconhecer e construir figuras obtidas por simetrias de translação, rotação e reflexão, usando instrumentos de desenho ou *softwares* de geometria dinâmica e vincular esse estudo a representações planas de obras de arte, elementos arquitetônicos, entre outros.
A circunferência como lugar geométrico	**(EF07MA22)** Construir circunferências utilizando compasso, reconhecê-las como lugar geométrico e utilizá-las para fazer composições artísticas e resolver problemas que envolvam objetos equidistantes.
Relações entre os ângulos formados por retas paralelas intersectadas por uma transversal	**(EF07MA23)** Verificar relações entre os ângulos formados por retas paralelas cortadas por uma transversal, com e sem uso de *softwares* de geometria dinâmica.
Triângulos: construção, condição de existência e soma das medidas dos ângulos internos	**(EF07MA24)** Construir triângulos usando régua e compasso, reconhecer a condição de existência do triângulo quanto à medida dos lados e verificar que a soma das medidas dos ângulos internos de um triângulo é 180°. **(EF07MA25)** Reconhecer a rigidez geométrica dos triângulos e suas aplicações, como na construção de estruturas arquitetônicas (telhados, estruturas metálicas e outras) ou nas artes plásticas. **(EF07MA26)** Descrever, por escrito e por meio de um fluxograma, um algoritmo para a construção de um triângulo qualquer, conhecidas as medidas dos três lados.
Polígonos regulares: quadrado e triângulo equilátero	**(EF07MA27)** Calcular medidas de ângulos internos de polígonos regulares, sem o uso de fórmulas, e estabelecer relações entre ângulos internos e externos de polígonos, preferencialmente vinculadas à construção de mosaicos e de ladrilhamentos. **(EF07MA28)** Descrever, por escrito e por meio de um fluxograma, um algoritmo para a construção de um polígono regular (como quadrado e triângulo equilátero), conhecida a medida de seu lado.

Unidade temática *Grandezas e medidas*	
Objetos de conhecimento	**Habilidades**
Problemas envolvendo medições	**(EF07MA29)** Resolver e elaborar problemas que envolvam medidas de grandezas inseridos em contextos oriundos de situações cotidianas ou de outras áreas do conhecimento, reconhecendo que toda medida empírica é aproximada.
Cálculo de volume de blocos retangulares, utilizando unidades de medida convencionais mais usuais	**(EF07MA30)** Resolver e elaborar problemas de cálculo de medida do volume de blocos retangulares, envolvendo as unidades usuais (metro cúbico, decímetro cúbico e centímetro cúbico).
Equivalência de área de figuras planas: cálculo de áreas de figuras que podem ser decompostas por outras, cujas áreas podem ser facilmente determinadas como triângulos e quadriláteros	**(EF07MA31)** Estabelecer expressões de cálculo de área de triângulos e de quadriláteros. **(EF07MA32)** Resolver e elaborar problemas de cálculo de medida de área de figuras planas que podem ser decompostas por quadrados, retângulos e/ou triângulos, utilizando a equivalência entre áreas.
Medida do comprimento da circunferência	**(EF07MA33)** Estabelecer o número π como a razão entre a medida de uma circunferência e seu diâmetro, para compreender e resolver problemas, inclusive os de natureza histórica.

Unidade temática *Probabilidade e Estatística*	
Objetos de conhecimento	**Habilidades**
Experimentos aleatórios: espaço amostral e estimativa de probabilidade por meio de frequência de ocorrências	**(EF07MA34)** Planejar e realizar experimentos aleatórios ou simulações que envolvem cálculo de probabilidades ou estimativas por meio de frequência de ocorrências.
Estatística: média e amplitude de um conjunto de dados	**(EF07MA35)** Compreender, em contextos significativos, o significado de média estatística como indicador da tendência de uma pesquisa, calcular seu valor e relacioná-lo, intuitivamente, com a amplitude do conjunto de dados.
Pesquisa amostral e pesquisa censitária Planejamento de pesquisa, coleta e organização dos dados, construção de tabelas e gráficos e interpretação das informações	**(EF07MA36)** Planejar e realizar pesquisa envolvendo tema da realidade social, identificando a necessidade de ser censitária ou de usar amostra, e interpretar os dados para comunicá-los por meio de relatório escrito, tabelas e gráficos, com o apoio de planilhas eletrônicas.
Gráficos de setores: interpretação, pertinência e construção para representar conjunto de dados	**(EF07MA37)** Interpretar e analisar dados apresentados em gráfico de setores divulgados pela mídia e compreender quando é possível ou conveniente sua utilização.

8º ano do Ensino Fundamental

Unidade temática *Números*	
Objetos de conhecimento	**Habilidades**
Notação científica	**(EF08MA01)** Efetuar cálculos com potências de expoentes inteiros e aplicar esse conhecimento na representação de números em notação científica.
Potenciação e radiciação	**(EF08MA02)** Resolver e elaborar problemas usando a relação entre potenciação e radiciação para representar uma raiz como potência de expoente fracionário.
O princípio multiplicativo da contagem	**(EF08MA03)** Resolver e elaborar problemas de contagem cuja resolução envolva a aplicação do princípio multiplicativo.
Porcentagens	**(EF08MA04)** Resolver e elaborar problemas envolvendo cálculo de porcentagens, incluindo o uso de tecnologias digitais.
Dízimas periódicas: fração geratriz	**(EF08MA05)** Reconhecer e utilizar procedimentos para a obtenção de uma fração geratriz para uma dízima periódica.

Unidade temática *Álgebra*	
Objetos de conhecimento	**Habilidades**
Valor numérico de expressões algébricas	**(EF08MA06)** Resolver e elaborar problemas que envolvam cálculo do valor numérico de expressões algébricas, utilizando as propriedades das operações.
Associação de uma equação linear de 1º grau a uma reta no plano cartesiano	**(EF08MA07)** Associar uma equação linear de 1º grau com duas incógnitas a uma reta no plano cartesiano.

Unidade temática *Álgebra*	
Objetos de conhecimento	**Habilidades**
Sistema de equações polinomiais de 1º grau: resolução algébrica e representação no plano cartesiano	**(EF08MA08)** Resolver e elaborar problemas relacionados ao seu contexto próximo, que possam ser representados por sistemas de equações de 1º grau com duas incógnitas e interpretá-los, utilizando, inclusive, o plano cartesiano como recurso.
Equação polinomial de 2º grau do tipo $ax^2 = b$	**(EF08MA09)** Resolver e elaborar, com e sem uso de tecnologias, problemas que possam ser representados por equações polinomiais de 2º grau do tipo $ax^2 = b$.
Sequências recursivas e não recursivas	**(EF08MA10)** Identificar a regularidade de uma sequência numérica ou figural não recursiva e construir um algoritmo por meio de um fluxograma que permita indicar os números ou as figuras seguintes. **(EF08MA11)** Identificar a regularidade de uma sequência numérica recursiva e construir um algoritmo por meio de um fluxograma que permita indicar os números seguintes.
Variação de grandezas: diretamente proporcionais, inversamente proporcionais ou não proporcionais	**(EF08MA12)** Identificar a natureza da variação de duas grandezas diretamente, inversamente proporcionais ou não proporcionais, expressando a relação existente por meio de sentença algébrica e representá-la no plano cartesiano. **(EF08MA13)** Resolver e elaborar problemas que envolvam grandezas diretamente ou inversamente proporcionais, por meio de estratégias variadas.

Unidade temática *Geometria*	
Objetos de conhecimento	**Habilidades**
Congruência de triângulos e demonstrações de propriedades de quadriláteros	**(EF08MA14)** Demonstrar propriedades de quadriláteros por meio da identificação da congruência de triângulos.
Construções geométricas: ângulos de 90°, 60°, 45° e 30° e polígonos regulares	**(EF08MA15)** Construir, utilizando instrumentos de desenho ou *softwares* de geometria dinâmica, mediatriz, bissetriz, ângulos de 90°, 60°, 45° e 30° e polígonos regulares. **(EF08MA16)** Descrever, por escrito e por meio de um fluxograma, um algoritmo para a construção de um hexágono regular de qualquer área, a partir da medida do ângulo central e da utilização de esquadros e compasso.
Mediatriz e bissetriz como lugares geométricos: construção e problemas	**(EF08MA17)** Aplicar os conceitos de mediatriz e bissetriz como lugares geométricos na resolução de problemas.
Transformações geométricas: simetrias de translação, reflexão e rotação	**(EF08MA18)** Reconhecer e construir figuras obtidas por composições de transformações geométricas (translação, reflexão e rotação), com o uso de instrumentos de desenho ou de *softwares* de geometria dinâmica.

Unidade temática *Grandezas e medidas*	
Objetos de conhecimento	**Habilidades**
Área de figuras planas Área do círculo e comprimento de sua circunferência	**(EF08MA19)** Resolver e elaborar problemas que envolvam medidas de área de figuras geométricas, utilizando expressões de cálculo de área (quadriláteros, triângulos e círculos), em situações como determinar medida de terrenos.
Volume de bloco retangular Medidas de capacidade	**(EF08MA20)** Reconhecer a relação entre um litro e um decímetro cúbico e a relação entre litro e metro cúbico, para resolver problemas de cálculo de capacidade de recipientes. **(EF08MA21)** Resolver e elaborar problemas que envolvam o cálculo do volume de recipiente cujo formato é o de um bloco retangular.

Unidade temática *Probabilidade e Estatística*	
Objetos de conhecimento	**Habilidades**
Princípio multiplicativo da contagem Soma das probabilidades de todos os elementos de um espaço amostral	**(EF08MA22)** Calcular a probabilidade de eventos, com base na construção do espaço amostral, utilizando o princípio multiplicativo, e reconhecer que a soma das probabilidades de todos os elementos do espaço amostral é igual a 1.

Unidade temática *Probabilidade e Estatística*	
Objetos de conhecimento	**Habilidades**
Gráficos de barras, colunas, linhas ou setores e seus elementos constitutivos e adequação para determinado conjunto de dados	**(EF08MA23)** Avaliar a adequação de diferentes tipos de gráficos para representar um conjunto de dados de uma pesquisa.
Organização dos dados de uma variável contínua em classes	**(EF08MA24)** Classificar as frequências de uma variável contínua de uma pesquisa em classes, de modo que resumam os dados de maneira adequada para a tomada de decisões.
Medidas de tendência central e de dispersão	**(EF08MA25)** Obter os valores de medidas de tendência central de uma pesquisa estatística (média, moda e mediana) com a compreensão de seus significados e relacioná-los com a dispersão de dados, indicada pela amplitude.
Pesquisas censitária ou amostral Planejamento e execução de pesquisa amostral	**(EF08MA26)** Selecionar razões, de diferentes naturezas (física, ética ou econômica), que justificam a realização de pesquisas amostrais e não censitárias, e reconhecer que a seleção da amostra pode ser feita de diferentes maneiras (amostra casual simples, sistemática e estratificada). **(EF08MA27)** Planejar e executar pesquisa amostral, selecionando uma técnica de amostragem adequada, e escrever relatório que contenha os gráficos apropriados para representar os conjuntos de dados, destacando aspectos como as medidas de tendência central, a amplitude e as conclusões.

9º ano do Ensino Fundamental

Unidade temática *Números*	
Objetos de conhecimento	**Habilidades**
Necessidade dos números reais para medir qualquer segmento de reta Números irracionais: reconhecimento e localização de alguns na reta numérica	**(EF09MA01)** Reconhecer que, uma vez fixada uma unidade de comprimento, existem segmentos de reta cujo comprimento não é expresso por número racional (como as medidas de diagonais de um polígono e alturas de um triângulo, quando se toma a medida de cada lado como unidade). **(EF09MA02)** Reconhecer um número irracional como um número real cuja representação decimal é infinita e não periódica, e estimar a localização de alguns deles na reta numérica.
Potências com expoentes negativos e fracionários	**(EF09MA03)** Efetuar cálculos com números reais, inclusive potências com expoentes fracionários.
Números reais: notação científica e problemas	**(EF09MA04)** Resolver e elaborar problemas com números reais, inclusive em notação científica, envolvendo diferentes operações.
Porcentagens: problemas que envolvem cálculo de percentuais sucessivos	**(EF09MA05)** Resolver e elaborar problemas que envolvam porcentagens, com a ideia de aplicação de percentuais sucessivos e a determinação das taxas percentuais, preferencialmente com o uso de tecnologias digitais, no contexto da educação financeira.

Unidade temática *Álgebra*	
Objetos de conhecimento	**Habilidades**
Funções: representações numérica, algébrica e gráfica	**(EF09MA06)** Compreender as funções como relações de dependência unívoca entre duas variáveis e suas representações numérica, algébrica e gráfica e utilizar esse conceito para analisar situações que envolvam relações funcionais entre duas variáveis.
Razão entre grandezas de espécies diferentes	**(EF09MA07)** Resolver problemas que envolvam a razão entre duas grandezas de espécies diferentes, como velocidade e densidade demográfica.
Grandezas diretamente proporcionais e grandezas inversamente proporcionais	**(EF09MA08)** Resolver e elaborar problemas que envolvam relações de proporcionalidade direta e inversa entre duas ou mais grandezas, inclusive escalas, divisão em partes proporcionais e taxa de variação, em contextos socioculturais, ambientais e de outras áreas.
Expressões algébricas: fatoração e produtos notáveis Resolução de equações polinomiais do 2º grau por meio de fatorações	**(EF09MA09)** Compreender os processos de fatoração de expressões algébricas, com base em suas relações com os produtos notáveis, para resolver e elaborar problemas que possam ser representados por equações polinomiais do 2º grau.

Unidade temática *Geometria*	
Objetos de conhecimento	**Habilidades**
Demonstrações de relações entre os ângulos formados por retas paralelas intersectadas por uma transversal	**(EF09MA10)** Demonstrar relações simples entre os ângulos formados por retas paralelas cortadas por uma transversal.
Relações entre arcos e ângulos na circunferência de um círculo	**(EF09MA11)** Resolver problemas por meio do estabelecimento de relações entre arcos, ângulos centrais e ângulos inscritos na circunferência, fazendo uso, inclusive, de *softwares* de geometria dinâmica.
Semelhança de triângulos	**(EF09MA12)** Reconhecer as condições necessárias e suficientes para que dois triângulos sejam semelhantes.
Relações métricas no triângulo retângulo Teorema de Pitágoras: verificações experimentais e demonstração Retas paralelas cortadas por transversais: teoremas de proporcionalidade e verificações experimentais	**(EF09MA13)** Demonstrar relações métricas do triângulo retângulo, entre elas o teorema de Pitágoras, utilizando, inclusive, a semelhança de triângulos. **(EF09MA14)** Resolver e elaborar problemas de aplicação do teorema de Pitágoras ou das relações de proporcionalidade envolvendo retas paralelas cortadas por secantes.
Polígonos regulares	**(EF09MA15)** Descrever, por escrito e por meio de um fluxograma, um algoritmo para a construção de um polígono regular cuja medida do lado é conhecida, utilizando régua e compasso, como também *softwares*.
Distância entre pontos no plano cartesiano	**(EF09MA16)** Determinar o ponto médio de um segmento de reta e a distância entre dois pontos quaisquer, dadas as coordenadas desses pontos no plano cartesiano, sem o uso de fórmulas, e utilizar esse conhecimento para calcular, por exemplo, medidas de perímetros e áreas de figuras planas construídas no plano.
Vistas ortogonais de figuras espaciais	**(EF09MA17)** Reconhecer vistas ortogonais de figuras espaciais e aplicar esse conhecimento para desenhar objetos em perspectiva.

Unidade temática *Grandezas e medidas*	
Objetos de conhecimento	**Habilidades**
Unidades de medida para medir distâncias muito grandes e muito pequenas Unidades de medida utilizadas na informática	**(EF09MA18)** Reconhecer e empregar unidades usadas para expressar medidas muito grandes ou muito pequenas, tais como distância entre planetas e sistemas solares, tamanho de vírus ou de células, capacidade de armazenamento de computadores, entre outros.
Volume de prismas e cilindros	**(EF09MA19)** Resolver e elaborar problemas que envolvam medidas de volumes de prismas e de cilindros retos, inclusive com uso de expressões de cálculo, em situações cotidianas.

Unidade temática *Probabilidade e Estatística*	
Objetos de conhecimento	**Habilidades**
Análise de probabilidade de eventos aleatórios: eventos dependentes e independentes	**(EF09MA20)** Reconhecer, em experimentos aleatórios, eventos independentes e dependentes e calcular a probabilidade de sua ocorrência, nos dois casos.
Análise de gráficos divulgados pela mídia: elementos que podem induzir a erros de leitura ou de interpretação	**(EF09MA21)** Analisar e identificar, em gráficos divulgados pela mídia, os elementos que podem induzir, às vezes propositadamente, erros de leitura, como escalas inapropriadas, legendas não explicitadas corretamente, omissão de informações importantes (fontes e datas), entre outros.
Leitura, interpretação e representação de dados de pesquisa expressos em tabelas de dupla entrada, gráficos de colunas simples e agrupadas, gráficos de barras e de setores e gráficos pictóricos	**(EF09MA22)** Escolher e construir o gráfico mais adequado (colunas, setores, linhas), com ou sem uso de planilhas eletrônicas, para apresentar um determinado conjunto de dados, destacando aspectos como as medidas de tendência central.
Planejamento e execução de pesquisa amostral e apresentação de relatório	**(EF09MA23)** Planejar e executar pesquisa amostral envolvendo tema da realidade social e comunicar os resultados por meio de relatório contendo avaliação de medidas de tendência central e da amplitude, tabelas e gráficos adequados, construídos com o apoio de planilhas eletrônicas.

A estrutura do Livro do Estudante

A coleção é composta de quatro volumes para os Anos Finais do Ensino Fundamental, organizados em Unidades e capítulos. Os conteúdos são introduzidos tomando como base situações-problema ou textos contextualizados, seguidos pela formalização dos conceitos e boxes e/ou seções que complementam a teoria apresentada e têm como objetivos:

- contribuir para a inserção dos estudantes na sociedade em que vivem, proporcionando a eles conhecimentos básicos de teoria e prática de matemática;
- incentivar a curiosidade, o interesse e a criatividade dos estudantes para que explorem novas ideias e descubram caminhos para a aplicação dos conceitos adquiridos, auxiliando-os na resolução de problemas;
- desenvolver o senso crítico por meio da leitura e da interpretação matemática de fatos e dados publicados;
- desenvolver hábitos de estudo, rigor, precisão, ordem, clareza, concisão, iniciativa, raciocínio, perseverança, responsabilidade, cooperação, crítica, discussão e uso correto da linguagem;
- desenvolver a capacidade de classificar, seriar, relacionar, reunir, representar, analisar, sintetizar, conceituar, deduzir, provar e julgar;
- possibilitar o reconhecimento da inter-relação entre os vários campos da Matemática e desta com outras áreas do conhecimento;
- desenvolver o uso do pensamento e a capacidade de elaborar hipóteses, descobrir soluções, estabelecer relações e tirar conclusões;
- proporcionar atividades lúdicas e desafiadoras, incentivando o gosto pela Matemática e o desenvolvimento do raciocínio.

Cada Unidade do Livro do Estudante apresenta-se subdividida em capítulos distribuídos visando facilitar a aprendizagem. Se considerar oportuno, você pode inverter a ordem dos conteúdos, desde que a reorganização tenha sequência lógica e considere o nível de complexidade de cada um deles. Você pode, por exemplo, solicitar aos estudantes que façam uma atividade proposta em um boxe ou uma seção para avaliação de conhecimentos prévios ou como incentivo para estudos posteriores.

O texto da obra foi elaborado em linguagem acessível, que "conversa" com o leitor, em interação contínua, para possibilitar aos estudantes que compreendam as definições e as propriedades centrais da Matemática em nível elementar. Os conceitos são explorados com base em exemplos concretos, eventualmente por meio do boxe *Participe*, que os encoraja a pensar, investigar, explorar, conjecturar e aprender. Procuramos deduzir as propriedades em linguagem coloquial e enunciá-las posteriormente, levando os estudantes, gradativamente, à compreensão e ao uso do formalismo matemático.

As atividades e os problemas propostos visam conduzi-los à compreensão de conceitos e propriedades, sem, contudo, negligenciar o desenvolvimento das técnicas de cálculo. Estas, à medida que são abordadas, são aplicadas na resolução de problemas.

Diversos estudos na área da Educação Matemática sugerem que um caminho para a aprendizagem é propor diferentes atividades que estimulem os estudantes a buscar estratégias pessoais de resolução. Pensando nisso, esta coleção apresenta diferentes situações-problema com o objetivo de incentivar os estudantes a resolvê-las usando estratégias pessoais.

Esta coleção também pode ser utilizada para incentivar o gosto pela leitura. Para isso, os estudantes devem explorar as informações das seções *Na História* e *Na Mídia*, que promovem a leitura individual (silenciosa) ou coletiva (em voz alta) na sala de aula. A competência leitora deve ser desenvolvida em todos os componentes curriculares e particularmente na Matemática, pois é suporte essencial para a compreensão de textos e enunciados de problemas, além de propiciar a ampliação do repertório oral para comunicação e argumentação.

Indicamos, a seguir, como as Unidades do Livro do Estudante estão organizadas e detalhamos as funções das seções e dos boxes que compõem os volumes desta coleção.

Abertura de Unidade

A abertura da Unidade ocupa uma dupla de páginas com uma ou mais imagens e textos relacionados aos conteúdos que serão abordados e, na maioria das vezes, remete aos TCTs e aos temas interdisciplinares que despertam a curiosidade dos estudantes, são assuntos para debates e têm atividades que contribuem para a formação integral deles por promover o desenvolvimento das habilidades de interpretação e argumentação. O tema da abertura e os conteúdos matemáticos da Unidade são relacionados por atividades contextualizadas na própria abertura e em outros momentos ao longo dos capítulos correspondentes.

Apresentamos também, na abertura, os objetivos pedagógicos de cada Unidade. São descrições concisas que mostram o que os estudantes devem saber e compreender ao longo do trabalho com os conteúdos dos capítulos.

Nas *Orientações didáticas* deste Manual há indicações de como conduzir o trabalho com as aberturas; no entanto, os temas propostos possibilitam diversas abordagens envolvendo professores de outros componentes curriculares, a família e a comunidade escolar. Explore as aberturas de acordo com as características da turma.

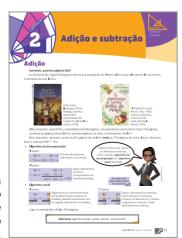
Na abertura reproduzida a seguir, por exemplo, é possível mobilizar com mais ênfase a **CG01**, a **CG07** e a **CEMAT07** propondo aos estudantes que analisem imagens e um texto que promove positivamente a imagem da mulher. Possibilita ainda o desenvolvimento do TCT *Educação em Direitos*

Humanos ao incentivar uma discussão acerca da necessidade de participação plena e efetiva das mulheres e igualdade de oportunidades em todos os níveis, bem como o TCT *Saúde*, ao explorar a importância da prática de atividades físicas. O contexto da abertura da Unidade facilita o trabalho interdisciplinar com os componentes curriculares **Educação Física**, **Ciências** e **História**.

Reprodução da abertura da Unidade 3, páginas 92 e 93, volume 7 do Livro do Estudante.

Capítulos

Cada capítulo contém a fundamentação teórica necessária para a compreensão de conceitos e propriedades e foi organizado de modo a facilitar a identificação das informações apresentadas. Os capítulos são introduzidos por situações-problema e textos que visam motivar o interesse dos estudantes pelo conteúdo que será exposto. Dois ou mais capítulos estão reunidos em uma mesma Unidade, divididos em assuntos seguidos por blocos de atividades.

Por apresentarem contextos distintos, os capítulos exploram diversas competências e habilidades da BNCC e, muitas vezes, ampliam o trabalho ao envolver propostas interdisciplinares e TCTs, conforme exemplificamos a seguir. Próximo ao título de cada capítulo constam as principais habilidades mobilizadas e que se relacionam aos objetivos pedagógicos listados na abertura da respectiva Unidade.

Reprodução da página 21 do capítulo 2, volume 6 do Livro do Estudante.

O trabalho nesse capítulo favorece o desenvolvimento da habilidade **EF06MA03** ao propor a resolução e elaboração de problemas envolvendo a adição em diferentes contextos e também a habilidade **EF06MA12** ao proporcionar oportunidades para o cálculo de estimativas e aproximações. A **CG09** e a **CG10** são mobilizadas com maior ênfase com a proposta de leitura de livros paradidáticos que abordam temas complexos, como ética nas relações sociais, *bullying*, respeito ao outro e valorização da diversidade de indivíduos. Ao explorar esses temas também é possível desenvolver os TCTs *Saúde* e *Vida Familiar e Social*.

O contexto do problema apresentado no início desse capítulo convida à interdisciplinaridade com o componente curricular **Língua Portuguesa** e possibilita a abordagem de questões relacionadas a ética nas relações sociais, resolução de conflitos, saúde emocional dos estudantes, respeito ao outro, acolhimento e valorização da diversidade de indivíduos.

Atividades

As atividades são variadas e apresentadas sequencialmente em cada capítulo, em gradação de dificuldade, para que os estudantes apliquem os conteúdos estudados. Ao longo das seções também são propostas atividades mais desafiadoras, bem como para resolução e elaboração de problemas.

Muitas atividades são contextualizadas e exploram situações do cotidiano dos estudantes. Elas os incentivam a utilizar diferentes estratégias de resolução, registro e materiais como instrumentos de medição, instrumentos de construção geométrica, calculadora e outros materiais manipulativos que os auxiliam a compreender conceitos e adquirir novos conhecimentos. Acompanhe um exemplo a seguir.

Reprodução da seção *Atividades*, página 202, volume 6 do Livro do Estudante.

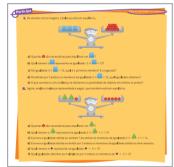
Nesse exemplo da seção, os estudantes podem resolver problemas usando porcentagens e cálculo mental. Sugerimos que formem duplas para que debatam as situações apresentadas mobilizando com maior ênfase a **CG09** e a **CEMAT08**, além de explorar questões relacionadas ao consumo responsável, que favorece o desenvolvimento da habilidade de argumentação. Há ainda uma atividade que visa exercitar a metodologia de prática de pesquisa (cuja função será explicada oportunamente neste Manual).

Sugerimos encaminhar algumas atividades como tarefa de casa para que os estudantes possam revisar os conteúdos trabalhados em sala de aula e se habituem com uma rotina sistemática de estudos. Ao estudarem sozinhos, eles têm a oportunidade de praticar leitura e interpretação de textos, além de desenvolver habilidades de uso de estratégias pessoais nas resoluções.

As respostas de todas as atividades estão no final do Livro do Estudante, neste exemplar do professor. Elas também aparecem próximas aos exercícios, em outra cor. Além disso, ressaltamos que na seção *Resoluções* deste Manual são encontradas as resoluções completas e comentadas das atividades propostas.

Participe

Esse boxe traz propostas de atividades que incentivam os estudantes a agir de modo reflexivo privilegiando exploração, levantamento de hipóteses, identificação de padrões, elaboração de conjecturas, resoluções por meio de estratégias pessoais e compartilhamento de ideias. Podem ainda fazer uma breve retomada de conceitos apresentados em anos anteriores ou, ainda, reforçar conceitos que estão sendo aprendidos e estabelecer conexões com o conteúdo que está por vir.

Encoraje os estudantes a encontrar soluções para as questões apresentadas criando estratégias próprias de resolução, peça que justifiquem suas escolhas, discutam com os colegas as estratégias adotadas e validem as respostas desenvolvendo, assim, autonomia no processo de aprendizagem dos conteúdos matemáticos que serão formalizados na sequência.

Reprodução de boxe *Participe*, página 110, volume 6 do Livro do Estudante.

Na História

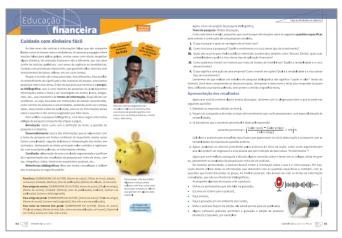
Esta seção explora as descobertas científicas e históricas dos conteúdos matemáticos ligados a assuntos tratados na Unidade. É útil especialmente para levar os estudantes a perceber que o conhecimento vem sendo construído ao longo dos séculos, por diferentes pessoas, contínua e colaborativamente, portanto, não é algo acabado, pode ser reformulado de acordo com as novas descobertas, o que exige das pessoas envolvidas nos estudos muita dedicação e empenho. É uma boa oportunidade para perceberem que a Matemática é uma descoberta humana fruto de diferentes pessoas, épocas e civilizações, mobilizando, sobretudo, a **CEMAT01**.

Nesse exemplo da seção, mobilizam-se com mais ênfase a **CG01** e a **CEMAT01** ao mostrar a Matemática como fruto das necessidades e preocupações de diferentes culturas, em diferentes momentos históricos.

Reprodução de seção *Na História*, página 22, volume 9 do Livro do Estudante.

Educação financeira

Se a principal função da escola é preparar para a vida, é essencial ensinar alguns princípios do planejamento financeiro, e a Matemática é a ciência por excelência para esse propósito. Nesta seção, procuramos apresentar situações próximas da realidade dos estudantes. Embora trabalhemos alguns conceitos de macroeconomia, a Educação financeira aqui não foi pensada como uma seção teórica, e sim um espaço para que cada estudante reflita sobre a realidade e utilize a Matemática como instrumento para melhorar a qualidade de vida – sua e da família. As atividades sobre consumo, por exemplo, têm o objetivo de ajudar os estudantes a analisar esse assunto com viés mais crítico. No fechamento da seção, é proposto um trabalho em grupo para auxiliá-los a compartilhar informações e estratégias, desenvolver senso crítico e espírito comunitário. Além de respeitar os pré-requisitos necessários para as atividades propostas nesta seção, a distribuição dos temas ao longo dos volumes da coleção considerou a maturidade dos estudantes.

Na seção mostrada como exemplo, além do trabalho com a temática, a proposta envolve o desenvolvimento de práticas de pesquisa, uso da internet e produção de um *podcast* com dicas de como poupar, favorecendo o desenvolvimento do TCT *Educação Financeira*, da comunicação e o uso de tecnologias variadas.

Reprodução de seção *Educação financeira*, páginas 84 e 85, volume 9 do Livro do Estudante.

Prática de pesquisa

O ícone *Prática de pesquisa* indica momentos de trabalho com pesquisas relacionadas às atividades, a fatos históricos (como na seção *Na História*) e a situações da vida real (como na seção *Educação financeira*), por meio de atividades individuais ou coletivas elaboradas com esse fim. A questão da pesquisa estruturada é enfatizada na BNCC, sobretudo nos Anos Finais do Ensino Fundamental. Por meio das práticas de pesquisa, procuramos oportunizar situações em que os estudantes vivenciem as etapas de investigação e coleta, organização e tratamento de dados, até chegar a um resultado que deva ser representado e comunicado ao público de interesse. Neste Manual, dedicamos um tópico exclusivo para falar sobre práticas de pesquisa na seção *Abordagens teórico-metodológicas em Matemática*.

Na mídia

Por meio de textos de notícias e artigos publicados em jornais, revistas ou *sites*, nesta seção os estudantes são convidados a analisar criticamente a realidade comparando os dados e as situações apresentadas. Ela leva à ampliação dos conhecimentos gerais e possibilita a discussão sobre os TCTs de diversas áreas (educação, saúde, meio ambiente, entre outros). Portanto, constitui boa oportunidade para promover a construção da cidadania e o olhar crítico sobre a sociedade.

Na mídia

Faça as atividades no caderno.

Menino de 12 anos descobre regra de divisibilidade por 7

O jovem nigeriano Chika Ofili, de 12 anos, descobriu [em 2019] uma fórmula matemática que facilita o estudo da divisão. A descoberta permite mostrar rapidamente se um número [...] é divisível por sete. Para isso, basta pegar o último dígito de qualquer número, multiplicar por 5 e adicionar à parte restante, assim terá um novo número obtido. Se esse novo número é divisível por 7, o número original é divisível por 7.

[...]

A professora Miss Mary Ellis, também chefe do departamento de matemática da *Westminster Under School*, escola de Londres, em que Chika estuda, disse em um artigo no jornal educacional que o aluno descobriu a fórmula após um trabalho passado para as férias.

No trabalho, Chika teve que estudar o livro *First steps for problem solvers*, em tradução livre, Primeiros passos para resolvedores de problemas, publicado pela United Kingdom Mathematics Trust (UKMT). No livro, são apresentados testes de divisibilidade usados para solucionar rapidamente números divisíveis por 2, 3, 4, 5, 6, 8 e 9, mas o algarismo 7 não havia teste simples, assim Chika desenvolveu sua ideia.

[...]

Graças à descoberta, Chika Ofili ganhou o prêmio *TruLittle Hero Awards*, na cerimônia organizada pela Cause4Children Limited, que tem o objetivo de reconhecer, comemorar e recompensar realizações notáveis de crianças e jovens notáveis com menos de 17 anos no Reino Unido.

[...]

PESTANA, Lucas. Menino de 12 anos descobre fórmula matemática que ajuda o estudo da divisão. *Correio Braziliense*, 19 nov. 2019. Disponível em: https://www.correiobraziliense.com.br/app/noticia/mundo/2019/11/19/interna_mundo,807535/menino-de-12-anos-descobre-formula-matematica-que-ajuda-o-estudo-da-di.shtm. Acesso em: 2 dez. 2021.

Westminster Under School, Londres/Arquivo da escola

Estudante Chika Ofili em 2019.

Capítulo 9 | Divisibilidade 127

Reprodução de seção *Na mídia*, página 127, volume 6 do Livro do Estudante.

No exemplo apresentado, além de desenvolver habilidades específicas do 6º ano, a seção mobiliza com maior ênfase a **CG02** e a **CEMAT06** ao propor a resolução de situações-problema utilizando algoritmos e fluxogramas, além de contribuir para o desenvolvimento das habilidades de argumentação matemática e do pensamento computacional.

Matemática e tecnologias

As tecnologias fazem parte da vida de todos nós, e os jovens lidam com esses recursos na maior parte do tempo utilizando diversos aplicativos para comunicação, entretenimento, armazenagem de documentos, entre outros. A ambientação com as tecnologias deve adentrar as salas de aula e fazer parte do ensino e da aprendizagem em Matemática. Diante desse cenário, essa seção sugere a você e aos estudantes a exploração do uso de *softwares* e aplicativos para resolver e modelar problemas de Matemática e simular variações de parâmetros, tornando a aprendizagem mais dinâmica e interativa.

Matemática e tecnologias

Faça as atividades no caderno.

Construindo gráfico com apoio de planilha eletrônica

Utilizando um *software* de planilha eletrônica, o Calc, é possível construirmos gráficos partindo de uma tabela.

No exemplo a seguir, apresentamos em uma tabela o preço médio da gasolina comum em algumas cidades do estado de São Paulo no período de 27/03/2022 a 02/04/2022.

Média do preço da gasolina comum em algumas cidades do estado de São Paulo

Cidade	Preço médio da gasolina comum (em R$)
Araçatuba	6,81
Barueri	7,32
Rio Claro	6,63
Tupã	7,24

Fonte dos dados: BRASIL. *Agência Nacional do Petróleo, Gás Natural e Biocombustíveis*. Disponível em: https://preco.anp.gov.br/include/Resumo_Por_Estado_Index.asp. Acesso em: 5 abr. 2022.

Para construirmos um gráfico, primeiro devemos reproduzir a tabela em uma planilha eletrônica, como foi feito na seção *Matemática e tecnologias* no capítulo 12 desta Unidade.

Captura de tela do LibreOffice Calc indicando os dados da tabela.

Para construir o gráfico, siga estes passos:

1º) Selecione todas as células preenchidas nas colunas A e B. Clique com o botão esquerdo do *mouse* na primeira célula da coluna A e arraste até a última célula da coluna B.

Captura de tela do LibreOffice Calc indicando a seleção dos dados preenchidos na tabela. (1º passo)

Capítulo 13 | Pesquisa estatística e representações gráficas 171

Faça as atividades no caderno.

2º) Clique na função "Inserir", na barra superior, e depois em "Gráfico...".

3º) Selecione o gráfico "Coluna" e clique em "Finalizar".

Captura de tela do LibreOffice Calc indicando a seleção da função "Gráfico". (2º passo)

Captura de tela do LibreOffice Calc indicando a seleção do tipo de gráfico. (3º passo)

Ao final desse processo, você vai obter:

Captura de tela do LibreOffice Calc indicando a construção do gráfico.

- Agora, faça os mesmos procedimentos anteriores para construir um gráfico com as informações que você obteve na pesquisa feita na seção *Educação financeira* deste capítulo, utilizando apenas a descrição da despesa e o valor de cada uma delas. Resposta pessoal.

172 Unidade 5 | Estatística e Probabilidade

Reprodução da seção *Matemática e tecnologias*, páginas 171 e 172, volume 7 do Livro do Estudante.

Na seção exemplificada, explora-se a utilização de *software* específico para a construção de tabelas e gráficos, mobilizando com maior ênfase a **CG05** e a **CEMAT05**.

Na olimpíada

Neste boxe são reproduzidas questões da Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas (Obmep). Apesar do nome da prova, estudantes de instituições de Ensino Fundamental e Ensino Médio particulares também participam. O evento já é tradicional em nosso país e ocorre desde 2005. A abordagem das questões de avaliação pode propiciar aos estudantes a vivência de situações novas e desafiadoras que os levem a pensar e desenvolver estratégias pessoais de resolução.

Na olimpíada

Outro planeta. Oba!

(Obmep) No planeta Pemob as semanas têm 5 dias: Aba, Eba, Iba, Oba e Uba, nessa ordem. Os anos são divididos em 6 meses com 27 dias cada um. Se o primeiro dia de um certo ano foi Eba, qual foi o último dia desse ano?

a) Aba
b) Eba
c) Iba
d) Oba
e) Uba

Reprodução do boxe *Na olímpiada*, página 135, volume 6 do Livro do Estudante.

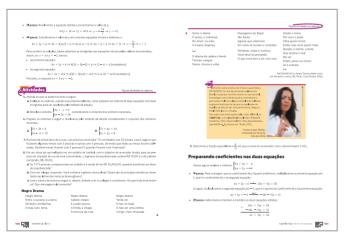
Boxes de sugestão

Os boxes de sugestão trazem dicas de *sites*, visitações, livros paradidáticos, vídeos, *podcasts*, entre outros que podem enriquecer o trabalho em sala de aula e mobilizar competências gerais e competências específicas da BNCC, além de variados TCTs.

O livro *74 dias para o fim*, de Angélica Lopes (Belo Horizonte: Lê, 2015), narra, em primeira pessoa, a violência psicológica e física sofrida por Valdir, um estudante de 16 anos do último ano do Ensino Médio. Trata-se de um trabalho que apresenta aos jovens as temáticas da cultura digital nos conflitos da adolescência, de modo a sensibilizar o leitor para os fatos vividos pelo personagem. A narrativa aborda questões diversas relacionadas, sobretudo, ao *bullying* no contexto escolar e nas redes sociais. Valdir rememora esses acontecimentos anos mais tarde, ao tentar compreender o que motivou um grupo de colegas de sala de aula a elegê-lo objeto de injúria, além das inúmeras agressões físicas sofridas por ele. O texto aborda de maneira sensível os conflitos e sentimentos vivenciados por Valdir nos últimos 74 dias que faltam para sua formatura no Ensino Médio. Esse relato coloca em evidência as relações sociais, afetivas e emocionais no espaço escolar e o modo como a escola lida com o *bullying* entre os estudantes. Os atos de *bullying*, muitas vezes vistos como mera brincadeira, ofendem a honra, a dignidade e a identidade daquele que os sofre, colocando-o diante de situações diversas de conflitos que podem ocorrer tanto no espaço físico escolar quanto no ciberespaço. Os colegas de Valdir se valem de tecnologias, como as redes sociais, *e-mails*, blogues e mensagens via celular, para praticar o *cyberbullying*.

Reprodução do boxe de sugestão, página 68, volume 9 do Livro do Estudante.

No exemplo apresentado, sugerimos a leitura de um livro paradidático que mobiliza com maior ênfase a **CG09** e os TCTs *Vida Familiar e Social* e *Saúde*, pela abordagem de um tema tão sensível como *bullying*.

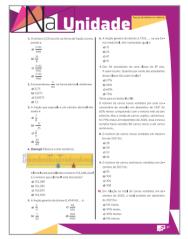
Nesse outro exemplo, apresentamos uma proposta de trabalho envolvendo o *rap*, que permite aos estudantes vivenciar e debater a letra de uma canção desse gênero abordando temas importantes como a pobreza e o preconceito racial. Mobiliza, ainda, a **CG03** ao explorar o repertório cultural e destaca o protagonismo de Dina Di como precursora do movimento *rapper* feminino.

Reprodução das páginas 150 e 151, volume 8 do Livro do Estudante.

Na Unidade

A seção de encerramento, *Na Unidade*, traz atividades sobre os principais conteúdos abordados e que se relacionam com os objetivos pedagógicos apresentados na abertura da Unidade. Essas atividades podem ser utilizadas como ferramentas de avaliação.

Nesta seção também podem ser encontradas atividades de outras avaliações oficiais, como o Saresp e mesmo questões de vestibulares adequadas à faixa etária dos estudantes. A intenção aqui não é trazer questões de mais complexidade, e sim oportunizar situações de verificação de aprendizagem em relação aos objetivos propostos em cada Unidade.

Sugerimos que as atividades sejam realizadas individualmente e que você acompanhe os estudantes durante a execução. É interessante também que seja feito o registro dos avanços e das dificuldades para, ao final, propor novas atividades para remediação coletiva ou individual de defasagens, conforme cada caso.

No exemplo apresentado, as atividades **1** a **4** exploram e permitem avaliar o objetivo pedagógico "retomar e aprofundar o estudo dos números naturais, números inteiros e números racionais"; as atividades **5** e **6** abordam o objetivo "utilizar métodos para obter uma fração geratriz para uma dízima periódica"; enquanto as atividades **7** a **10** trabalham o objetivo "resolver e elaborar problemas utilizando cálculo de porcentagens".

Reprodução de seção *Na Unidade*, página 27, volume 8 do Livro do Estudante.

Os conteúdos nos volumes do Livro do Estudante

Os quadros a seguir indicam os conteúdos explorados em cada capítulo nos quatro volumes do Livro do Estudante e as habilidades da BNCC favorecidas com mais ênfase.

O livro do 6º ano

Unidades	Capítulos	Conteúdos	Na BNCC (habilidades)
Unidade 1: Sistemas de numeração e operações com números naturais	Capítulo 1: Números e sistemas de numeração	A origem dos números Os números naturais	EF06MA01 EF06MA02
	Capítulo 2: Adição e subtração	Adição Subtração	EF06MA03 EF06MA12
Unidade 2: Noções iniciais de Geometria	Capítulo 3: Noções fundamentais de Geometria	Um pouco de história Objetos reais e figuras geométricas Ponto, reta e plano: as formas geométricas mais simples	EF06MA16 EF06MA17 EF06MA23
	Capítulo 4: Semirreta, segmento de reta e ângulo	Semirreta Segmento de reta Ângulo Medida de abertura de um ângulo Construção de ângulos Classificação de ângulos Ângulos formados por retas	EF06MA22 EF06MA23 EF06MA25 EF06MA26 EF06MA27
Unidade 3: Mais operações com números naturais	Capítulo 5: Multiplicação	Multiplicação Expressões aritméticas	EF06MA03 EF06MA12
	Capítulo 6: Divisão	Divisão Expressões numéricas com as 4 operações Divisão com resto	EF06MA03 EF06MA32
	Capítulo 7: Potenciação	Potência Potências e sistemas de numeração	EF06MA02 EF06MA03 EF06MA12
	Capítulo 8: Introdução à Álgebra	Calcular o número desconhecido em uma igualdade Problemas sobre partições	EF06MA03 EF06MA14 EF06MA15
Unidade 4: Múltiplos e divisores	Capítulo 9: Divisibilidade	Noção de divisibilidade Critérios de divisibilidade	EF06MA03 EF06MA04 EF06MA05 EF06MA34
	Capítulo 10: Números primos e fatoração	O que é número primo? Decomposição de um número em produto Fatoração de um número	EF06MA05
	Capítulo 11: Múltiplos e divisores de um número natural	Os múltiplos de um número Os divisores de um número	EF06MA05 EF06MA06
Unidade 5: Frações	Capítulo 12: O que é fração?	Fração da unidade Frações de um conjunto Frações de uma quantidade Leitura de fração Tipos de fração	EF06MA01 EF06MA07 EF06MA08 EF06MA09 EF06MA15
	Capítulo 13: Frações equivalentes e comparação de frações	Conceito de frações equivalentes Simplificação de fração Comparação de frações	EF06MA04 EF06MA07 EF06MA34
	Capítulo 14: Operações com frações	Adição e subtração de frações Multiplicação Divisão	EF06MA01 EF06MA07 EF06MA09 EF06MA10

Unidades	Capítulos	Conteúdos	Na BNCC (habilidades)
Unidade 6: Números decimais	Capítulo 15: Fração decimal e número decimal	Fração decimal Número decimal Taxa percentual Propriedades dos números decimais Comparando números decimais	EF06MA01 EF06MA02 EF06MA07 EF06MA08 EF06MA13
	Capítulo 16: Operações com números decimais	Adição e subtração com números decimais Multiplicação com números decimais Potenciação com número decimal na base Divisão envolvendo números decimais	EF06MA01 EF06MA08 EF06MA11 EF06MA13
Unidade 7: Comprimento, perímetro e área	Capítulo 17: Comprimento	Medindo comprimentos Unidades de medida padronizadas de comprimento	EF06MA11 EF06MA24
	Capítulo 18: Curvas, poligonais, polígonos e perímetro	Curvas Poligonais Polígonos Triângulos Quadriláteros Medindo perímetros Polígonos regulares	EF06MA18 EF06MA19 EF06MA20 EF06MA22 EF06MA24 EF06MA28
	Capítulo 19: Área, ampliação e redução	Medindo áreas Unidades de medida padronizada de área Medida de área de alguns polígonos Ampliação e redução de figuras planas	EF06MA21 EF06MA24 EF06MA29
Unidade 8: Massa, volume, capacidade, tempo e temperatura	Capítulo 20: Massa	Medindo massas Unidades de medida padronizadas de massa	EF06MA11 EF06MA13 EF06MA24
	Capítulo 21: Volume e capacidade	Medindo volumes Unidades de medida padronizadas de volume Medida de volume do bloco retangular Medida de volume do cubo Medindo capacidades	EF06MA11 EF06MA13 EF06MA24
	Capítulo 22: Tempo e temperatura	Medidas de tempo Operações com medidas de tempo Medidas de temperatura	EF06MA03 EF06MA11 EF06MA24
Unidade 9: Noções e Estatística e Probabilidade	Capítulo 23: Noções de Estatística	Revendo porcentagens Etapas de uma pesquisa estatística	EF06MA13 EF06MA31 EF06MA32 EF06MA33
	Capítulo 24: Possibilidades e Probabilidade	Problemas de contagem Cálculo de probabilidade	EF06MA13 EF06MA30 EF06MA34

O livro do 7º ano

Unidades	Capítulos	Conteúdos	Na BNCC (habilidades)
Unidade 1: mmc, mdc, frações e porcentagem	Capítulo 1: Múltiplos e divisores de um número natural	Números naturais Sequência numérica A sequência dos múltiplos de um número natural Os divisores de um número natural Como descobrir o mínimo múltiplo comum Como descobrir o máximo divisor comum	EF07MA01 EF07MA07
	Capítulo 2: Operações com frações e decimais	Recordando frações Transformação de número decimal em fração e de fração em número decimal Adição e subtração de frações decimais Multiplicação e divisão de frações e decimais Fração como quociente	EF07MA05 EF07MA06 EF07MA07 EF07MA08 EF07MA11 EF07MA12
	Capítulo 3: Cálculo de porcentagens	Porcentagem Fração como operador Recordando o cálculo mental Uma porcentagem especial: aumentos e reduções	EF07MA02 EF07MA06
Unidade 2: Números inteiros e operações	Capítulo 4: Números positivos e números negativos	Medida de temperatura Números negativos e números positivos Mais sobre números negativos	EF07MA03
	Capítulo 5: Números inteiros	O que é um número inteiro? Valor absoluto Números opostos ou simétricos	EF07MA03
	Capítulo 6: Adição e subtração de números inteiros	Adição de números inteiros Propriedades da adição Subtração de números inteiros	EF07MA03 EF07MA04
	Capítulo 7: Multiplicação, divisão e potenciação de números inteiros	Multiplicação de números inteiros positivos Multiplicação de números inteiros de sinais contrários Multiplicação de números inteiros negativos Propriedades da multiplicação Divisão de números inteiros Potenciação de números inteiros	EF07MA03 EF07MA04
Unidade 3: Ângulos e retas	Capítulo 8: Ângulo	O que é um ângulo? Ângulos congruentes Medida de um ângulo Adição de medidas dos ângulos Subtração de medidas dos ângulos Multiplicação de medidas dos ângulos por um número natural Divisão de medidas dos ângulos por um número natural Ângulos adjacentes Bissetriz de um ângulo Classificação de ângulos Ângulos complementares Ângulos suplementares	–[3]
	Capítulo 9: Retas e ângulos	Posições relativas de duas retas Ângulos de duas retas concorrentes Ângulos de duas retas com uma transversal	EF07MA23

3 Apesar de não ser explorada, neste capítulo, nenhuma habilidade específica do 7º ano do Ensino Fundamental, entendemos que o conteúdo proposto é um importante pré-requisito para a continuidade dos estudos em *Geometria*, sobretudo para o capítulo **9**.

Unidades	Capítulos	Conteúdos	Na BNCC (habilidades)
Unidade 4: Números racionais	Capítulo 10: Os números racionais	Razão Vamos conhecer os números racionais Os números racionais e a reta numérica Comparação de números racionais	EF07MA02 EF07MA08 EF07MA09 EF07MA10
	Capítulo 11: Operações com racionais	Adição Subtração Adição algébrica Multiplicação Divisão Potenciação Potências de base 10 Quadrados perfeitos Raiz quadrada	EF07MA09 EF07MA11 EF07MA12
Unidade 5: Estatística e Probabilidade	Capítulo 12: Média e amplitude de um conjunto de dados	Média aritmética Amplitude	EF07MA12 EF07MA35
	Capítulo 13: Pesquisa estatística e representações gráficas	Pesquisa estatística Construção de gráfico Comparando dois tipos de gráfico	EF07MA02 EF07MA12 EF07MA36 EF07MA37
	Capítulo 14: Frequência relativa e Probabilidade	Experimento aleatório Frequência Probabilidade	EF07MA34
Unidade 6: Noções de Álgebra	Capítulo 15: Noções iniciais de Álgebra	Expressões contendo letras Sucessões numéricas e expressões algébricas O que são monômios? O que são polinômios? Expressões algébricas equivalentes Sequências	EF07MA13 EF07MA14 EF07MA15 EF07MA16
	Capítulo 16: Equações	O que são equações? Raiz de uma equação	EF07MA11 EF07MA13 EF07MA18
	Capítulo 17: Resolução de problemas	Empregando equações	EF07MA18
Unidade 7: Distâncias, circunferências e polígonos	Capítulo 18: Distância e circunferências	Distância entre dois pontos Distância entre um ponto e uma reta O traçado da paralela Distância entre duas retas paralelas Circunferência Construção de uma circunferência O número π	EF07MA12 EF07MA22 EF07MA29 EF07MA33
	Capítulo 19: Polígonos	Recordando triângulos Desigualdade triangular Propriedade da soma das medidas dos ângulos internos de um triângulo Rigidez geométrica do triângulo Propriedade do ângulo externo de um triângulo Polígonos Construindo polígonos regulares	EF07MA07 EF07MA24 EF07MA25 EF07MA26 EF07MA27 EF07MA28
Unidade 8: Área, volume e transformações no plano	Capítulo 20: Área e volume	Recordando áreas Calculando a medida de área de polígonos Volume do paralelepípedo	EF07MA30 EF07MA31 EF07MA32
	Capítulo 21: Transformações geométricas no plano	Sistema de coordenadas Simetrias Reflexões Translações Rotações	EF07MA19 EF07MA20 EF07MA21

Unidades	Capítulos	Conteúdos	Na BNCC (habilidades)
Unidade 9: Aritmética aplicada	Capítulo 22: Razões e proporções	Razões Comparando sequências de números Números diretamente proporcionais Proporção Números inversamente proporcionais Divisão proporcional	EF07MA09 EF07MA15 EF07MA17
	Capítulo 23: Grandezas proporcionais	Correspondências entre grandezas Grandezas diretamente proporcionais Grandezas inversamente proporcionais Regra de três simples Escrevendo sentenças algébricas Porcentagem e regra de três	EF07MA13 EF07MA17 EF07MA29

O livro do 8º ano

Unidades	Capítulos	Conteúdos	Na BNCC (habilidades)
Unidade 1: Números	Capítulo 1: Números naturais, inteiros e racionais	Números Números naturais Números inteiros Números racionais	EF08MA05
	Capítulo 2: Porcentagens	Taxa percentual Fração e porcentagem	EF08MA04
Unidade 2: Potenciação e radiciação	Capítulo 3: Potenciação	Potências Potências de 10 e notação científica Propriedades das potências	EF08MA01 EF08MA03 EF08MA04
	Capítulo 4: Radiciação	Raiz quadrada Raiz quadrada como potência Equações quadráticas simples	EF08MA02 EF08MA09
Unidade 3: Triângulos	Capítulo 5: Congruência de triângulos	A ideia de congruência de triângulos Conceito matemático de congruência de triângulos Casos de congruência	EF08MA14
	Capítulo 6: Pontos notáveis do triângulo e propriedades	Ponto médio de um segmento de reta Bissetriz de um ângulo Bissetrizes e incentro Propriedades dos triângulos isósceles Propriedades dos triângulos equiláteros	EF08MA15 EF08MA17
Unidade 4: Cálculo algébrico	Capítulo 7: Expressões algébricas	Expressões matemáticas que contêm letras Sequências numéricas Valor numérico Diagonal de um polígono Polinômios	EF08MA06 EF08MA10 EF08MA11
	Capítulo 8: Operações com polinômios	Adição de polinômios Subtração de polinômios Multiplicação de polinômios Divisão de polinômios	—[4]
Unidade 5: Quadriláteros	Capítulo 9: Quadriláteros: noções gerais	Reconhecendo quadriláteros Perímetro Quadrilátero convexo e quadrilátero côncavo Soma das medidas dos ângulos de um quadrilátero Quadriláteros notáveis	EF08MA14

4 Ainda que neste capítulo não seja explorada nenhuma habilidade específica do 8º ano, consideramos que o conteúdo proposto é importante para a continuidade dos estudos no campo da *Álgebra*.

Unidades	Capítulos	Conteúdos	Na BNCC (habilidades)
Unidade 5: Quadriláteros	Capítulo 10: Propriedades dos quadriláteros notáveis	Quadriláteros Paralelogramos Retângulos Losangos Quadrados Trapézios isósceles Base média do triângulo Base média nos trapézios	EF08MA14
Unidade 6: Álgebra	Capítulo 11: Equações	Um pouco de história Resolução de problemas Equações impossíveis e equações indeterminadas Equações do 1º grau	EF08MA06
	Capítulo 12: Sistema de equações	Problemas com 2 incógnitas Método da adição Método da substituição Método da comparação Interpretação geométrica Sistemas impossíveis e sistemas indeterminados	EF08MA07 EF08MA08
Unidade 7: Circunferência e transformações geométricas	Capítulo 13: Circunferência e círculo	Distância entre dois pontos Circunferência e círculo Posições relativas entre ponto e circunferência Distância de um ponto a uma reta Posições relativas entre reta e circunferência Posições relativas de duas circunferências Arcos de circunferência Semicircunferência Ângulo central Arcos congruentes Medida angular de um arco Construção de polígonos regulares	EF08MA15 EF08MA16 EF08MA17
	Capítulo 14: Transformações geométricas	Recordando transformações Construção geométrica da reflexão Construção geométrica da translação Construção geométrica da rotação	EF08MA18
Unidade 8: Área, volume e variação de grandezas	Capítulo 15: Área e volume	Área Medida de área do retângulo Medida de área do paralelogramo Medida de área do triângulo Medida de área do losango Medida de área do trapézio Medida de área de um polígono regular Medida de área do círculo Volume e capacidade	EF08MA19 EF08MA20 EF08MA21
	Capítulo 16: Proporcionalidade	Variação de grandezas Grandezas diretamente proporcionais Grandezas inversamente proporcionais Grandezas não proporcionais	EF08MA12 EF08MA13
Unidade 9: Estatística e Probabilidade	Capítulo 17:Medidas estatísticas	Média aritmética Média ponderada Média geométrica Cálculo da média em uma tabela de frequências Medidas de tendência central Medidas de dispersão	EF08MA04 EF08MA25
	Capítulo 18: Pesquisas e gráficos	Pesquisa estatística Classificação de variáveis quantitativas Distribuição de frequências por classes	EF08MA23 EF08MA24 EF08MA26 EF08MA27
	Capítulo 19: Contagem e Probabilidade	Princípio fundamental da contagem Probabilidade: de quanto é a chance?	EF08MA03 EF08MA22

O livro do 9º ano

Unidades	Capítulos	Conteúdos	Na BNCC (habilidades)
Unidade 1: Números e operações com raízes	Capítulo 1: Números reais	Os números reais Reta numérica Números irracionais Representação dos conjuntos numéricos Arredondamentos	EF09MA01 EF09MA02 EF09MA03
	Capítulo 2: Potências e raízes	Potência de expoente inteiro Raiz quadrada Raiz cúbica Quarta potência e raiz quarta Raiz *n*-ésima Equação binomial $x^n = a$, com n inteiro positivo Potência de expoente racional Transformando raízes em potências Adição e subtração com raízes Multiplicação e divisão com raízes Potenciação e radiciação	EF09MA01 EF09MA02 EF09MA03 EF09MA04 EF09MA18
Unidade 2: Cálculo algébrico	Capítulo 3: Produtos notáveis	Quadrado da soma de dois termos Quadrado da diferença de dois termos Produto da soma pela diferença de dois termos Identidades Racionalização de denominadores	EF09MA03 EF09MA04
	Capítulo 4: Fatoração de polinômios	Fração algébrica e simplificação Fatoração Quadrados perfeitos Trinômio quadrado perfeito	EF09MA09
Unidade 3: Equações	Capítulo 5: Resolução de equações por meio de fatoração	Produto igual a zero Fatoração e resolução de equações Trinômio do 2º grau	EF09MA03 EF09MA04 EF09MA09
	Capítulo 6: Equações do 2º grau	O que são equações do 2º grau? Completando quadrados A fórmula de Bhaskara Soma e produto das raízes	EF09MA03 EF09MA04 EF09MA09
Unidade 4: Proporcionalidade e Matemática financeira	Capítulo 7: Relações entre grandezas	Razão e proporção Divisão proporcional Grandezas diretamente proporcionais Grandezas inversamente proporcionais Grandezas não proporcionais Comparando mais de 2 grandezas Regra de três composta	EF09MA07 EF09MA08
	Capítulo 8: Porcentuais sucessivos	Taxa de juro e montante Cálculo com porcentuais sucessivos	EF09MA05

Unidades	Capítulos	Conteúdos	Na BNCC (habilidades)
Unidade 5: Semelhança e aplicações	Capítulo 9: Teorema de Tales	Comparação de grandezas Razão de segmento de reta Feixe de retas paralelas Teorema de Tales Ângulos formados por duas retas paralelas e uma transversal	EF09MA10 EF09MA14
	Capítulo 10: Semelhança de triângulos	Semelhança Semelhança de triângulos Teorema de semelhança de triângulos I Teorema de semelhança de triângulos II Casos de semelhança	EF09MA12
	Capítulo 11: Relações métricas no triângulo retângulo	O triângulo retângulo Aplicações notáveis do teorema de Pitágoras	EF09MA13 EF09MA14
Unidade 6: Estatística e Probabilidade	Capítulo 12: Noções de Estatística	Estatística Variáveis discretas Variáveis contínuas Histograma Classificação das variáveis Amostra Gráfico de linha Outros tipos de gráfico Média, mediana e moda Dispersão de dados: amplitude	EF09MA05 EF09MA21 EF09MA22 EF09MA23
	Capítulo 13: Contagem e Probabilidade	Princípios da contagem Probabilidade Noções de probabilidade condicional e de independência	EF09MA20
Unidade 7: Áreas e polígonos	Capítulo 14:Diagonais e áreas	Equivalência de figuras Segmento de retas notáveis e cálculos de medidas de área	EF09MA13
	Capítulo 15: Polígonos regulares	Polígonos simples e polígonos não simples Polígonos convexos e polígonos côncavos Polígono regular Lado e apótema de polígonos regulares Construção de polígonos regulares	EF09MA15
Unidade 8: Círculo, cilindro e vistas	Capítulo 16: Círculo e cilindro	A circunferência Comprimento de um arco Ângulo inscrito na circunferência Volume de um prisma e de um cilindro	EF09MA11 EF09MA19
	Capítulo 17: Projeções ortogonais, vistas e perspectivas	Projeção ortogonal Vistas ortogonais e perspectivas	EF09MA17
Unidade 9: Funções	Capítulo 18: Sistema cartesiano ortogonal	Sistema cartesiano	EF09MA16
	Capítulo 19: Funções e suas representações	Noção de função Gráfico de uma função Função afim Função crescente e função decrescente Proporcionalidade Proporcionalidade inversa	EF09MA06

Abordagens teórico-metodológicas em Matemática

A BNCC preconiza que o ensino de Matemática deve se pautar no contexto do qual os estudantes fazem parte e, sobretudo, no protagonismo de cada um deles no processo de ensino e aprendizagem. Para que isso realmente ocorra em sala de aula, é essencial que as práticas pedagógicas possibilitem a participação e a ação dos estudantes. Conforme Lorenzato (2008), na Matemática é necessário que o discente manipule, experimente e compreenda o motivo das relações incluídas na abordagem de um conteúdo.

Com base nesse contexto, é importante ressaltar que a aula tradicional não deve ser descartada, pois também possibilita um tipo de aprendizagem que contempla especificidades de determinados conteúdos e para certos públicos. Entretanto, outras práticas pedagógicas podem e devem ser utilizadas trazendo diferentes tipos de significações para os estudantes.

A BNCC sugere que sejam exploradas a resolução de problemas, o raciocínio logico-matemático, a modelagem matemática, o pensamento computacional e as investigações em sala de aula. Essas práticas, bem como todo o conteúdo que compõe a BNCC, são resultado de pesquisas em educação, Educação Matemática, letramento matemático, estudos sobre culturas, mercado de trabalho, desenvolvimento tecnológico, entre outros temas.

Discorreremos, neste Manual, sobre abordagens teórico-metodológicas e práticas pedagógicas a respeito de argumentação, História da Matemática e Etnomatemática, metodologias ativas, pensamento computacional, resolução e elaboração de problemas, modelagem matemática, raciocínio lógico-matemático, práticas de pesquisa, bem como uso dos recursos apoiados nas Tecnologias da Informação e Comunicação.

A BNCC destaca que os processos matemáticos de resolução de problemas, investigação, desenvolvimento de projetos e modelagem podem ser citados como modos privilegiados da atividade matemática, motivo pelo qual são, ao mesmo tempo, objeto e estratégia de aprendizagem ao longo de todo o Ensino Fundamental. Esses processos de aprendizagem são potencialmente ricos para o desenvolvimento de competências fundamentais ao letramento matemático (raciocínio, representação, comunicação e argumentação) e do pensamento computacional.

Argumentação

A **argumentação** e a **comunicação de ideias** em Matemática, assim como a investigação científica, são práticas que perpassam todas as outras áreas do conhecimento.

A BNCC destaca na **CG07** a capacidade de argumentação como uma das dez competências gerais propostas para a Educação Básica.

A leitura e os tipos de argumentação como ferramentas para o desenvolvimento de raciocínio

O processo de **leitura inferencial** favorece a organização das relações de significado dentro do texto e determina os significados que o leitor é capaz de estabelecer considerando todas as possibilidades de interpretação que um texto pode oferecer. A produção de sentidos de um texto está conectada ao contexto e à interação entre o autor e o leitor.

O hábito de leitura pode interferir positivamente nas habilidades dos estudantes para entender e interpretar questões do dia a dia, principalmente na Matemática (ROCK; SABIÃO, 2018).

Kato (1990) considera que, ao oferecer aos estudantes atividades de leitura orientada, pelo estímulo compreensivo e motivador e com situações-problema, favorecemos o desenvolvimento de estratégias cognitivas e metacognitivas. No trabalho em sala de aula, é possível ver quão desafiador é o ensino-aprendizagem e a produção de textos argumentativos. Para que os estudantes construam o próprio conhecimento, cabe propor atividades contextualizadas e que favoreçam o desenvolvimento da criticidade e do protagonismo cidadão.

De acordo com Vinhal (2019), ao produzir um texto argumentativo, seja em Matemática ou em outra área de conhecimento, os estudantes podem utilizar alguns tipos de **raciocínio-lógico**: o **indutivo** (parte de fatos particulares para uma conclusão geral), o **dedutivo** (parte do enunciado geral para provar um fato particular), a **analogia** (provas de acordo com semelhanças entre os casos) e a **dedução** (parte de uma regra para obter a conclusão). Saraiva (2019) cita também a **abdução** (conclusões com base em premissas).

Em Matemática, ao incentivar e trabalhar com orientações e roteiros de estudo e pesquisa, mobilizamos as habilidades de leitura, escrita, oralidade e escuta reflexiva dos estudantes, ampliando as estruturas que compõem o letramento matemático nos sujeitos e permitindo, também, o desenvolvimento desses tipos de raciocínio-lógico.

Os estudantes, ao falarem e ouvirem os pares em sala de aula, aprendem e ressignificam saberes. Comunicar-se durante as aulas de Matemática é um processo complexo, pois o indivíduo precisa se apoiar em duas linguagens para tanto: a materna, para comunicação universal, e a linguagem matemática, com símbolos e características próprias.

Nesta coleção, incentivamos o processo de leitura inferencial e o desenvolvimento do raciocínio argumentativo em diversas oportunidades, sobretudo nas aberturas de Unidades – nas quais os estudantes devem ler um texto, interpretá-lo e tirar as próprias conclusões – com atividades envolvendo a elaboração e a resolução de problemas e ao solicitar que argumentem de que maneira chegaram às respostas encontradas.

A argumentação e as falácias

A velocidade com que as informações circulam na atualidade é impressionante. Todos nós, e principalmente os jovens, têm acesso às informações de maneira quase instantânea pela comunicação em rede, o que nos coloca diante de um grande desafio: Como distinguir a verdade de uma falácia no meio desse emaranhado de informações?

Falácia é um tipo de raciocínio equivocado que, apesar de simular a verdade, é logicamente incoerente. Os argumentos falaciosos são particularmente perigosos, uma vez que, geralmente, estão amparados no senso comum, fazendo com que se tornem bastante persuasivos.

A expressão *fake news* tem feito parte do vocabulário da população e passou a ser usada com mais frequência sobretudo durante a pandemia de covid-19, período no qual muitas informações circularam num contexto com poucas informações dos órgãos competentes sobre o assunto. O número de notícias falsas era tão grande que levou algumas instituições a criarem materiais específicos com dicas para verificar a veracidade das informações.

A escola exerce um papel importante no trabalho contra a circulação de desinformações. Para tanto, professores de todas as áreas de conhecimento devem assumir o papel de formadores de cidadãos com senso crítico e capazes de identificar uma notícia ou texto falso ou malicioso.

Nesta coleção, apresentamos algumas oportunidades de exploração desse tema, sempre com orientações para que os estudantes possam se certificar da autenticidade das informações.

Governo do Estado de São Paulo/Instituto Butantan

Reprodução de fôlder orientativo de combate às *fake news* elaborado pelo Instituto Butantan, São Paulo (SP), durante a pandemia de covid-19.

Investigação científica e raciocínio lógico

Saber pensar matematicamente é relacionar situações de contextos diferentes para descobrir novas estratégias e soluções e interpretá-las utilizando, para tanto, diversos tipos de raciocínios argumentativos como ferramenta.

A investigação em Matemática apresenta-se como uma metodologia que:

> tem por objetivo oferecer oportunidade para os alunos vivenciarem uma experiência semelhante ao do investigador matemático e, assim, motivá-los a estudarem Matemática, por meio do desafio de descobrir relações matemáticas apresentadas em situações matemáticas específicas. Desta forma, levar o aluno a ter uma visão do que é fazer Matemática, bem como sentir prazer no fazer Matemática. (MAGALHÃES, 2016)

Nesta coleção, apresentamos algumas possibilidades para você introduzir, na sala de aula, atividades que potencializem o desenvolvimento desses modos de raciocinar, sobretudo a dedução, a indução e a abdução.

Dedução

Dedução é o modo de inferência mais simples e se caracteriza pela inferência que mostra de que maneira, seguindo determinada regra geral, se estabelece um caso particular.

> No método dedutivo consideramos a forma mais certa para nós, ou seja, caminhos verdadeiros, concluintes e resultados. Exemplo: "Hoje está calor e o asfalto está quente". Esse método é comum para testar hipóteses já existentes, dada por axiomas, para comprovar teorias, nomeada de teoremas. (LASCANE, 2019, p. 122)

Indução

Na indução, ao contrário da dedução, parte-se da premissa menor e busca-se a generalização. A verificação da teoria é feita por experimentação. Enquanto processo lógico-analítico, a indução é passível de ser experimentada e, consequentemente, comprovada.

Por trás do raciocínio indutivo está um passo essencial: a "atitude indutiva" à qual é submetido o pesquisador. Ter uma atitude indutiva requer saber observar detalhes em sua experiência e formular hipóteses que podem ou não ser verdadeiras.

Abdução

Na abdução se dá o processo de formação de hipóteses explicativas que ajudam na compreensão de certos fenômenos. Consideramos ponto de partida do raciocínio indutivo.

> Na Matemática, como nas ciências em geral, a abdução é um processo de procura por princípios, explicações ou hipóteses. Ao contrário da dedução, que parte das hipóteses para verificar que as conclusões são verdadeiras, a abdução parte de uma suposta verdade para encontrar algumas hipóteses das quais ela possa ser deduzida. A criação de hipóteses favoráveis nos leva a investigar a situação e assim podemos descobrir coisas novas. (KOVALSKI, 2016, p. 21)

Prática de pesquisa

A prática de pesquisa pode ser incentivada e adotada na abordagem de todos os conteúdos matemáticos. O ato de investigar caminha com os jovens desde a infância. Todo jovem é curioso e tende a explorar e buscar mais informações sobre algo que lhe chama atenção. Nessa perspectiva, é importante que o ensino de Matemática também busque possibilidades para despertar o interesse dos indivíduos. A sala de aula pode proporcionar curiosidade, descoberta e surpresa, desde que as práticas pedagógicas contemplem a participação efetiva deles no processo de aprender.

A prática de pesquisa também serve de aporte interessante por envolver saberes prévios, questionamentos, levantamento e teste de hipóteses, verificações de resultados, elaboração de modelos matemáticos, entre outros.

Pesquisar significa informar-se a respeito de algo, investigar, examinar minuciosamente determinado tema ou problema. É uma ação em busca de conhecimento. Isso quer dizer que não significa apenas a busca simples de algum tema na internet, como muitos estudantes podem pensar.

Andrew Krasovitckii/Shutterstock

É importante os estudantes compreenderem que a pesquisa é resultado de uma ação iniciada pela curiosidade ou inquietação de uma ou mais pessoas acerca de determinado assunto ou problema. Uma pesquisa é uma investigação.

Nesta coleção, o tipo de pesquisa proposto é o que chamamos de **pesquisa bibliográfica**, cujas propostas se tornam mais complexas à medida que os estudantes avançam nos Anos Finais do Ensino Fundamental. Esse tipo de pesquisa consiste na coleta de informações sobre o tema em textos, livros, artigos, *sites*, entre outros: **as fontes de informação**.

Sempre que explorar o trabalho com as fontes de informação, retome com os estudantes a necessidade de avaliar as fontes utilizadas. Consulte o tópico "A argumentação e as falácias" deste Manual para exemplificar e debater com os estudantes o que são falácias e como evitá-las.

Nas propostas desta coleção indicadas com o selo *Prática de pesquisa*, procuramos enfatizar as etapas de uma pesquisa bibliográfica: introdução, desenvolvimento, conclusão e referências. Ao compreender a função de cada etapa da pesquisa bibliográfica, os estudantes têm a oportunidade de vivenciar o método científico, que será ampliado no Ensino Médio.

ankudi/Shutterstock

No volume 7 da coleção, por exemplo, requer-se dos estudantes que respondam à seguinte questão de pesquisa: "Por que a volta completa de uma circunferência foi dividida em 360°?". Ao pesquisarem a informação, eles mobilizam a **CG01**, a **CG02**, a **CEMAT01** e a **CEMAT02**, exercitando a curiosidade intelectual e recorrendo à abordagem própria das ciências no trabalho de investigação.

Na História

Prática de pesquisa

Pesquisa e história do ângulo de 1 volta

Provavelmente, você já aprendeu que **pesquisar** significa investigar, examinar minuciosamente determinado tema ou encontrar respostas para um problema. Para fazer uma **pesquisa bibliográfica**, buscamos fontes de informação, como livros, artigos, *sites*, etc. Mas, como nem todas as fontes de informação que podemos consultar são confiáveis, precisamos estar atentos às escolhas. Anote algumas dicas de perguntas que você pode fazer a si mesmo durante uma pesquisa.

Uma fonte de informação confiável é aquela que traz conteúdos fundamentados em estudos aprofundados, com explicações que não são duvidosas.

Onde essa informação foi encontrada?
Informações encontradas na internet facilitam o trabalho de pesquisa, mas o conteúdo pode ser modificado a qualquer momento, o que não ocorre com livros e artigos de instituições de estudo reconhecidas, de centros de pesquisa e de universidades.

O autor ou a instituição tem conhecimento sobre o tema?
Verifique se o autor está apenas expressando a opinião dele sobre o assunto ou se está repetindo algo que outro autor escreveu. Se possível, busque a fonte original, do autor citado nas pesquisas feitas, que é o especialista da área.

Onde mais essa informação pode ser encontrada?
Não acredite na primeira fonte consultada, pois existem as chamadas *fake news* (notícias falsas). Busque outras fontes para comparar os textos que trazem a informação procurada. A data da publicação também é muito importante para a informação ser a mais atualizada possível.

Uma pesquisa bibliográfica comumente é apresentada como um texto e deve seguir uma metodologia de pesquisa, que é um passo a passo de como executá-la dentro das etapas: **introdução**, **desenvolvimento**, **conclusão** e **referências bibliográficas.** Acompanhe:

Definição do tema e do objetivo → **Busca das informações** → **Leitura e registro das informações** → **Apresentação das informações**

É o tema da pesquisa ou a pergunta que precisa ser respondida (questão da pesquisa) e a justificativa do objetivo da pesquisa. Faz parte da etapa de **introdução**.

É o levantamento inicial das informações que se relacionam com o tema de pesquisa, em fontes confiáveis. Faz parte da etapa de **desenvolvimento**.

É a leitura e o registro por escrito das informações que são importantes para responder à pergunta da pesquisa. Você deve ler as informações pesquisadas, destacar as ideias principais do texto, compreender, interpretar e registrar da maneira como entendeu, com as próprias palavras; isso pode ser organizado em tópicos. Faz parte da etapa de **desenvolvimento**.

É a exposição do trabalho de pesquisa, que pode ser feito de diversas maneiras: texto, cartaz, vídeo, *podcast*, infográfico, história em quadrinhos, etc. Você deve incluir na apresentação as referências bibliográficas, que são as fontes consultadas e utilizadas. Faz parte das etapas de **conclusão** e referências **bibliográficas**.

NotionPic/Shutterstock

234 Unidade 7 | Distâncias, circunferências e polígonos

Faça as atividades no caderno.

Mas tem um jeito de citar as fontes, como anotei no papiro!

Para livro: [SOBRENOME DO AUTOR], [Nome do autor]. [*Título do livro*]. [edição, se houver]. [Cidade]: [Editora], [ano da publicação]. ([nome da coleção, se houver]).
Para artigo de revista: [SOBRENOME DO AUTOR], [nome do autor]. [Título do artigo]. [*Nome da revista*], [Cidade]: [Editora], [ano da publicação]. [volume], [número da publicação], [número da(s) página(s)].
Para artigo de jornal: [SOBRENOME DO AUTOR], [Nome do autor]. [Título do artigo]. [*Nome do jornal*], [número da(s) página(s)], [dia mês e ano da publicação].
Para texto da internet (em geral): [SOBRENOME DO AUTOR], [Nome do autor]. [Título do artigo]. [*nome do site*], [dia, mês e ano da publicação, se houver]. Disponível em: URL. Acesso em: [dia, mês e ano].

NotionPic/Shutterstock AlyonaZhitnaya/Shutterstock

Agora que você conhece as etapas de uma pesquisa bibliográfica, que tal elaborar uma?

Definição do tema e do objetivo

Tema da pesquisa: História do ângulo de 1 volta.

Questão da pesquisa: Por que a volta completa de uma circunferência foi dividida em 360°?

Na **introdução**, escreva um texto curto informando o tema da pesquisa e o objetivo, que é conhecer o motivo de a circunferência ter sido dividida em 360°.

Busca das informações

O tema definido faz parte da História da Matemática, então, você pode localizar e selecionar as informações sobre a origem da circunferência em textos de livros, em artigos de revistas e na internet; nesta última, digite palavras-chave como "história ângulo uma volta" ou "história circunferência graus".

Confira novamente as dicas sobre a busca de informações em fontes confiáveis de consulta e anote as informações que você pesquisou.

As questões a seguir servem de guia para auxiliá-lo a escrever esse passo do **desenvolvimento** da pesquisa, mas elas não devem aparecer no texto.

- Quando surgiu a ideia de circunferência?
- Quem ou qual civilização apresentou essas ideias?
- Qual era o contexto vivido por esse povo?
- Por que a circunferência foi dividida em graus?
- Por que 360?

Seguem algumas referências bibliográficas que podem contribuir com sua pesquisa:

- GUELLI, Oscar. *Contando a história da matemática*: dando corda na trigonometria. São Paulo: Ática, 2008.
- SILVA, Circe M. S.; ARAÚJO, Cláudia A. C. Conhecendo e usando a história da matemática. *Educação e Matemática*, Vitória: Ufes, jan./fev., 2001. n. 61. Disponível em: https://em.apm.pt/index.php/em/article/view/964/1013. Acesso em: 4 maio 2022.
- VIANA, Giovana K. A. M.; TOFFOLI, Sônia F. L.; SODRÉ, Ulysses. Geometria. *Matemática Essencial*. Londrina: UEL, 29 jul. 2020. Disponível em: http://www.uel.br/projetos/matessencial/basico/fundamental/angulos.html. Acesso em 20 abr. 2022.

Leitura e registro das informações

Leia os textos selecionados e defina os trechos mais significativos. Destaque (com caneta marca-texto ou anotando partes desses trechos como tópicos) as informações relacionadas com o tema da pesquisa e reescreva com as próprias palavras explicando o que entendeu.

Apresentação dos resultados

Na **conclusão**, você pode responder à questão de pesquisa, copiando e completando a frase:

A circunferência foi dividida em 360 graus porque .

Por fim, escolha como a conclusão da sua pesquisa será apresentada e convide os colegas a conhecer seu trabalho!

Capítulo 18 | Distâncias e circunferências 235

Reprodução da seção *Na História* do Livro do Estudante, páginas 234 e 235, volume 7, com destaque para o ícone *Prática de pesquisa*.

Proposta para o professor

O texto sugerido a seguir, em linguagem bastante acessível, mostra que os *podcasts* são ferramentas importantes no processo de ensino-aprendizagem. São um rico recurso que pode ser utilizado na divulgação dos resultados de projetos de pesquisa.

KARLA, Ana. Como transformar o *podcast* em recurso pedagógico na sala de aula? *Instituto Singularidades*, São Paulo, 2019. Disponível em: https://blog.institutosingularidades.edu.br/como-transformar-o-podcast-em-recurso-pedagogico-na-sala-de-aula/. Acesso em: 19 jun. 2022.

Metodologias ativas

Uma das tendências pedagógicas em voga atualmente é conhecida como "metodologias ativas". Nesse tipo de metodologia, o conhecimento não se origina exclusivamente da escola, do professor. Ele é proveniente também do que o estudante sabe sobre determinado assunto. Segundo o professor José Moran (2015), da Universidade de São Paulo (USP), as metodologias ativas podem ser um ponto de partida de avanço para processos mais profundos de reflexão, integração cognitiva, generalização e reelaboração de novas práticas. Ele afirma que estudantes se tornam mais proativos quando se envolvem em atividades que mobilizam ações desafiadoras e quando podem argumentar, testar hipóteses e experimentar novas situações.

No artigo "Mudando a educação com metodologias ativas", Moran traz apontamentos importantes que ajudam a compreender o que são as metodologias ativas e quais são o impacto do uso delas na aprendizagem dos estudantes. Sintetizamos a seguir os principais itens abordados no artigo.

1º) As relações de ensino e aprendizagem são processos interligados que constituem relação simbiótica, profunda, constante entre o que chamamos mundo físico e mundo digital. Não são dois mundos ou espaços, mas um espaço estendido, uma sala de aula ampliada, que se mescla. Nesse sentido, a educação formal é cada vez mais *blended*, misturada, híbrida, porque não acontece só no espaço físico da sala de aula, mas nos múltiplos espaços do cotidiano, que inclui os digitais.

2º) O professor deve compreender que as tecnologias também são modos de comunicação com os estudantes, sujeitos nascidos em uma era de pleno desenvolvimento tecnológico. A interligação entre sala de aula e ambientes virtuais é fundamental para abrir a escola para o mundo e trazer o mundo para dentro da escola.

3º) Desafios são importantes, por isso, junto com outras atividades, quando bem planejados, acompanhados e mediados podem mobilizar as competências desejadas, sejam intelectuais, emocionais, pessoais ou comunicacionais. Exigem pesquisas, avaliação de situações, observação de pontos de vista diferentes, assumir alguns riscos, aprender pela descoberta e caminhar do simples para o complexo. Nas etapas de formação na Educação Básica, os estudantes precisam de acompanhamento de profissionais mais experientes para ajudá-los a conscientizar-se de alguns processos, estabelecer conexões não percebidas, superar etapas mais rapidamente e confrontá-los com novas possibilidades.

4º) Uma proposta interessante é a prática de jogos colaborativos, visto que a geração atual é acostumada a jogar e a se comunicar, muitas vezes, na linguagem própria dos *games*. Assim, ao utilizá-los é possível gerar além de um ambiente de competição, um ambiente colaborativo, de estratégia, com etapas e habilidades bem definidas.

5º) O professor tem papel importante no trabalho com as metodologias ativas, pois é o articulador de etapas, processos, resultados, lacunas e necessidades, seguindo percursos dos estudantes individualmente ou em grupos, pois é ele quem conduz o desenvolvimento da aula ou de um projeto.

6º) O trabalho com projetos é uma boa oportunidade de inserir metodologias ativas de aprendizagem na escola, sempre atentando-se que o aprendizado ocorre com base em problemas e situações reais. Nesse sentido, trabalhar com projetos de vida pode ser um bom início para conquistar e aproximar os estudantes, além de fazê-los sentir-se responsáveis pela própria aprendizagem. Os projetos das escolas Summit da Califórnia (Summit Schools) são inspiradores e é interessante pensarmos em sua implantação nas unidades escolares brasileiras.

Proposta para o professor

A Summit Public Schools da Califórnia é uma rede de escolas que mescla educação baseada em projetos, ensino híbrido (tecnologias, currículo e personalização) e o projeto de vida de cada estudante. No vídeo sugerido aqui (em inglês com legenda em português), a diretora da rede de escolas Diane Tavenner explica como funciona na prática.

PROJETO de vida como articulador da escola (Summit School): transformar 2013. [São Paulo]: Fundação Lemann, 2014. 1 vídeo (21 min 40 s). Publicado pelo canal Fundação Lemann. Disponível em: https://youtu.be/FIF7jNZwFcw. Acesso em: 19 jun. 2022.

Caso tenha interesse por esse tema, acesse o artigo que foi sintetizado neste Manual: MORAN, José. Mudando a educação com metodologias ativas. *In*: SOUZA, Carlos Alberto; MORALES, Ofelia Elisa Torres (org.). *Convergências midiáticas, educação e Cidadania*: aproximações jovens. v. II. Ponta Grossa: Foca Foto-PROEX/UEPG, 2015. (Coleção Mídias Contemporâneas). Disponível em: http://www2.eca.usp.br/moran/wp-content/uploads/2013/12/mudando_moran.pdf. Acesso em: 3 jun. 2022.

Um exemplo de aplicação: sala de aula invertida

Ainda segundo José Moran, ao trabalhar com a sala de aula invertida, geralmente é possível destacar três momentos pedagógicos.

1º momento: Após a definição do tema ou conteúdo a ser trabalhado, é preciso oferecer aos estudantes material para pesquisa, como apostilas e indicações de *sites* e de outros materiais disponíveis na internet, para que estudem antes da aula presencial.

Pode-se ainda apresentar-lhes um roteiro de estudos ou questionário para auxiliar na investigação e verificar seus saberes prévios sobre o tema. Por fim, é necessário sanar dúvidas e reforçar com a turma os pontos que achar necessário.

2º momento: Nessa etapa, os estudantes, preferencialmente em grupos, desenvolvem projetos e atividades enquanto seguem sua organização e orientação. Esse momento é rico e deve ser explorado pelo docente, pois quando reunidos em pares e apoiando-se em linguagem própria juvenil para acessar os saberes prévios, argumentar e comunicar ideias, os conteúdos são apreendidos e ressignificados.

3º momento: Já na terceira e última parte, você deve auxiliar os estudantes motivando-os e fazendo com que se sintam agentes do processo de formação. Incentive todos a compartilharem ideias, apoiando-se, mais uma vez, na comunicação e na argumentação matemática para formalizarem resultados e discussões teóricas.

Proposta para o professor

O professor José Moran tem vasta produção que versa sobre inovação em sala de aula. Este texto pode ser um bom início para estudo.

MORAN, José. Novos modelos de sala de aula. *Revista Educatrix*, São Paulo: Moderna, n. 7, 2014. Disponível em: https://pt.calameo.com/read/0028993271fb4d724b1cb. Acesso em: 3 jun. 2022.

Um exemplo interessante de uso da metodologia de sala de aula invertida (e que pode ser aplicado em diversos momentos desta coleção, em particular nos capítulos de Geometria espacial) é uma aula prática com conteúdos visuais e manuais para a construção de modelos de sólidos geométricos e exploração dos principais conceitos, podendo apoiar-se no roteiro a seguir.

1º momento: Apresentação de materiais, vídeos e *sites* que tratem do tema. Elabore um roteiro de pesquisa e investigação sobre sólidos geométricos e apresente-o à turma.

2º momento: Organização da turma em trios e distribuição de tarefas para a construção de modelos dos sólidos geométricos (pode ser um tipo de sólido por grupo), seguido da exploração dos modelos de sólidos geométricos e investigação de suas propriedades e características. Fomente a discussão e o registro dela em um relatório ou painel para ser comunicado à turma em formato de minisseminário.

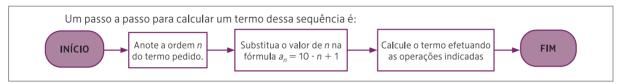
3º momento: Apresentação dos produtos finais (modelos dos sólidos geométricos montados e painéis/relatórios) à turma e defesa das ideias.

Perceba que, nesse exemplo de aula prática de construção de modelos de sólidos geométricos, são mobilizadas habilidades que envolvem argumentação e comunicação de ideias, assim como as práticas de investigação, sempre com sua mediação.

Pensamento computacional

Podemos compreender o pensamento computacional como uma competência associada à resolução de problemas, apoiando-se, para tanto, na computação.

Utilizar recursos do pensamento computacional em sala de aula não significa necessariamente fazer programas de computador ou outro tipo de *software*. Esse conceito significa o desenvolvimento de uma representação de raciocínio lógico e por etapas, compreendendo a presença de padrões, a elaboração de passos, testes e validações de resultados, além da generalização pela abstração. Portanto, o uso dos algoritmos, de fluxogramas, de esquemas ou mesmo de roteiros com etapas passo a passo a serem cumpridas pode ser compreendido como pensamento computacional. E esses são importantes recursos que podem auxiliar os estudantes a identificar relações entre os objetos representados, como na organização das etapas de uma tarefa, representação de árvore de possibilidades, entre outras situações.

Ao propor com frequência o uso desses recursos, é possível incentivar o raciocínio analítico dos estudantes, chamando a atenção para a aprendizagem de programação e de robótica.

Reprodução de passo a passo de fluxograma para cálculo do termo de uma sequência numérica, página 92, volume 8 do Livro do Estudante.

É importante destacar que as pesquisas, os estudos e as aplicações envolvendo o pensamento computacional na educação já existem há quase 20 anos e, de acordo com a BNCC, esse tipo de raciocínio pode ser mobilizado em todas as etapas da Educação Básica.

A estadunidense Jeannette M. Wing é engenheira, pesquisadora e cientista computacional, além de professora de Ciência da Computação na Universidade de Columbia (EUA). Ela é a principal defensora do pensamento computacional aplicado em várias áreas do conhecimento. O ensaio "Pensamento computacional" foi publicado há mais de 15 anos e considera-se que ajudou a estabelecer a centralidade da Ciência da Computação na resolução de problemas em todas as áreas do conhecimento. (Fonte dos dados: COLUMBIA UNIVERSITY Data Science Institute. *Jeannette M. Wing*. Nova York: DSI, [20--]. Disponível em: https://datascience.columbia.edu/people/jeannette-m-wing/. Acesso em: 3 jun. 2022.)

Jeannette M. Wing. Foto de 2009.

Reprodução/Nadja Meister/TU Wien Informatics

Ao longo desta coleção, você encontra indicações de atividades que exploram o uso do pensamento computacional, como no excerto a seguir. Para concluir esta atividade, o estudante deve cumprir etapas e regras. O pensamento computacional é mobilizado na organização da sequência lógica e na validação dos resultados obtidos ao longo do processo.

21. O algoritmo apresentado a seguir pode ser utilizado para saber se um número natural é divisível por 3. Leia-o e depois faça o que se pede.

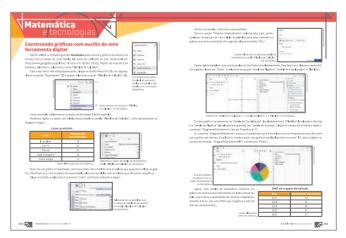
1ª) Adicionar os algarismos do número.
2ª) Decidir se a soma calculada é ou não é divisível por 3.
3ª) Concluir se o número é divisível por 3.

Represente esse algoritmo no caderno por meio de um fluxograma.

Reprodução de atividade que envolve pensamento computacional, página 124, volume 6 do Livro do Estudante.

Recursos apoiados nas tecnologias

Em um mundo globalizado e em constante desenvolvimento científico e tecnológico, é importante que a escola se integre a práticas que propiciem aos estudantes vivenciar essa realidade com aplicação ao ensino. Para tanto, é preciso que você tenha acesso a equipamentos e informações e realize atividades com eles tendo como suporte recursos tecnológicos para auxiliá-lo na sala de aula.

Nesta coleção, sugerimos explorar com os estudantes recursos tecnológicos em diversas oportunidades, como ao propor a utilização do GeoGebra e de planilhas eletrônicas na seção *Matemática e tecnologias*, presente em todos os volumes.

Reprodução de seção *Matemática e tecnologias*, páginas 254 e 255, volume 8 do Livro do Estudante.

O GeoGebra é um *software* gratuito e multiplataforma de Geometria dinâmica para todos os níveis de ensino, que combina Geometria, Álgebra, tabelas, gráficos, Estatística e cálculo em uma única aplicação. Para acessá-lo *on-line*, visite: https://www.geogebra.org/ (acesso em: 3 jun. 2022). Ele também pode ser baixado em *smartphones*, na loja oficial de aplicativos do sistema operacional, ou em computadores.

Com o GeoGebra, é possível fazer, por exemplo:

- construções geométricas de ângulos medindo 90°, 60°, 45° e 30° e de polígonos regulares;
- transformações geométricas (simetrias de translação, reflexão e rotação);
- cálculos da medida de área de figuras planas.

Há diversos aplicativos de planilhas eletrônicas para computador e *smartphone* ou *on-line*. O uso e as funcionalidades dessas planilhas são similares e muitas estão disponíveis em português.

Com as planilhas eletrônicas, sugerimos propor aos estudantes:

- cálculos usando as fórmulas disponíveis;
- construção de tabelas e gráficos, a partir de exemplos;
- simulações de orçamentos.

A calculadora é um recurso bastante utilizado em situações cotidianas por boa parte das pessoas; no entanto, muitas não sabem se beneficiar de todos os recursos que ela disponibiliza. Além disso, a calculadora é uma ferramenta eficiente para correção de erros, averiguação de respostas e teste de hipóteses, e é possível utilizá-la como instrumento de autoavaliação ou investigação.

Nesta coleção oportunizamos situações de uso da calculadora, seja para verificação de cálculos ou de natureza investigativa. Acompanhe a seguir um exemplo em que apresentamos a calculadora e propomos sua utilização em uma situação do cotidiano.

Faça as atividades no caderno.

Matemática e tecnologias

Vamos usar a calculadora

Um instrumento que facilita, e muito, o trabalho de operar com números naturais é a calculadora. Vamos conhecer algumas teclas de uma calculadora comum.

Calculadora comum.

Agora que já sabemos quais são as principais teclas de uma calculadora, vamos começar a utilizá-la para efetuar uma adição. Acompanhe como calcular 15 + 37.

Primeiro, ligue a calculadora utilizando a tecla ON/C; em seguida, digite os algarismos 1 e 5 (nessa ordem). Vai aparecer o número 15 na tela: 15

Agora, pressione a tecla + e, em seguida, os algarismos 3 e 7. Você pode observar que o número 15 foi substituído na tela pelo número 37: 37

Finalmente, pressione a tecla =. Vai aparecer o resultado 52 na tela: 52

Ao seguirmos esses passos, efetuamos a operação 15 + 37 = 52.

Agora é a sua vez! Efetue a adição 45 + 138 e anote no caderno o resultado para comparar com o dos colegas.

Mudando a operação, efetue a subtração 1365 − 1267, utilizando a tecla −. Não se esqueça de anotar o resultado no caderno.

Uma das aplicações possíveis da calculadora no cotidiano é a utilização durante as compras em um supermercado, pois temos de adquirir diversos produtos com valores diferentes e em muitas quantidades. Acompanhe e resolva as atividades.

1. Se o litro de leite custa R$ 4,00, quanto custam 6 litros de leite?
   Para resolver esse problema, podemos fazer adições sucessivas do valor de 1 litro (R$ 4,00), ou seja, digitar: 4 + 4 + 4 + 4 + 4 + 4 =. Anote no caderno o resultado obtido.
2. Se você usar 1 nota de R$ 200,00 para pagar uma conta de R$ 174,00, quanto vai receber de troco?
   Para responder a essa pergunta, devemos calcular 200 − 174. Efetue essa operação na calculadora e anote o resultado no caderno.
3. Você deseja comprar alguns produtos para o preparo de um almoço em família.
   a) Utilizando uma calculadora, indique no caderno qual será o valor gasto para comprar 2 pacotes de macarrão, 3 latas de molho de tomate, 1 vidro de palmito, 1 vidro de azeitona e 1 garrafa de azeite, de acordo com os preços apresentados no supermercado *A*.

Capítulo 2 | Adição e subtração 35

Faça as atividades no caderno.

Para ajudá-lo na organização das informações, copie a tabela a seguir no caderno e complete-a com os valores que estão faltando.

Gastos no Supermercado *A*

Produto	Quantidade	Valor unitário (em reais)	Valor total (em reais)
Macarrão			
Molho de tomate			
Palmito			
Azeitona			
Azeite			
Total da compra			

Dados elaborados para fins didáticos.

b) Você acha que é possível economizar com essa compra, de alguma maneira, sem deixar de comprar nenhum item?

c) De acordo com o Procon da Paraíba, antes de comprar qualquer produto, uma boa atitude é fazer uma pesquisa de preços.
Então, junte-se com 2 colegas e pesquisem os valores desses produtos em panfletos, *sites* ou supermercados da região (com a supervisão de um adulto), em pelo menos 3 estabelecimentos. Em seguida, respondam no caderno: Se vocês comprarem todos os produtos no mesmo local, gastarão o mesmo valor final? Há uma maneira de economizar considerando os preços desses 3 estabelecimentos?

Procon é a sigla do órgão de Proteção e Defesa do Consumidor que defende os consumidores e fiscaliza as práticas no mercado de consumo, verificando as possíveis irregularidades e promovendo ações de educação para o consumo.
No *site* do Procon da Paraíba há uma série de dicas de economia doméstica. Visite: GOVERNO DO ESTADO DA PARAÍBA. *Procon-PB oferece dicas para a economia doméstica do consumidor paraibano*. Disponível em: https://procon.pb.gov.br/noticias/procon-pb-oferece-dicas-para-a-economia-domestica-do-consumidor-paraibano. Acesso em: 18 fev. 2022.

36 Unidade 1 | Sistemas de numeração e operações com números naturais

Reprodução de seção *Matemática e tecnologias*, páginas 35 e 36, volume 6 do Livro do Estudante.

Há ainda a possibilidade de aproveitamento de outras tecnologias em sala de aula, como o computador para aquisição de dados usando *softwares* apropriados, simuladores, recursos multimídia e interativos (textos, vídeos, imagens, etc.) e pesquisas na internet. Damos algumas sugestões na coleção, no entanto você pode recorrer a outras ferramentas, de acordo com a realidade escolar.

Proposta para o professor

Além das tecnologias citadas, é possível usar, ainda, aplicativos de localização espacial como suporte para as aulas. O artigo indicado a seguir explora o trabalho com esse tipo de aplicativo.

BAIRRAL, Marcelo A.; MAIA, Rafael C. O. O uso do Google Earth em aulas de Matemática. *Linhas Críticas*, Brasília, DF: Universidade de Brasília, v. 19, n. 39, p. 373-390, maio-agosto 2013. Disponível em: https://periodicos.unb.br/index.php/linhascriticas/article/view/4145/3800. Acesso em: 3 jun. 2022.

Resolução e elaboração de problemas

Na área de Matemática, a BNCC ressalta que os professores devem incentivar os estudantes apresentando problemas da vida real que sejam usados como ponto de partida para situações didáticas em que se desenvolvam a criatividade, o pensamento crítico e a colaboração. Sua responsabilidade não é apenas ensinar a calcular, mas levá-los a compreender que, além das operações, existem outras relações numéricas.

Por meio da elaboração e resolução de problemas nas aulas de Matemática, os jovens aprendem a justificar, explicar como e por que chegaram a uma resposta, mostrar seu raciocínio aos colegas e professores. Elaborar e resolver problemas exige um ambiente de comunicação e escuta, além de cooperação e argumentação. É importante destacar que os estudantes devem perceber que resolver problemas não está relacionado somente às aulas de Matemática, mas é uma habilidade mobilizada ao longo de toda a vida, em diversas situações do cotidiano.

O precursor das ideias acerca da resolução de problemas foi o matemático e professor húngaro George Polya (1887-1985), que estabeleceu passos a serem seguidos na resolução de um problema, descritos a seguir, sinteticamente, de acordo com Polya (1978).

- **Compreender o problema**: o que se pede; quais são os dados.
- **Elaborar um plano**: estratégias para resolver o problema; como organizar os dados.
- **Executar o plano**: executar as estratégias; fazer os cálculos.
- **Fazer a verificação ou o retrospecto**: verificar se a solução está correta; se há outras maneiras de resolver o problema.

De acordo com Dante (1989), podemos alcançar os objetivos a seguir ao trabalhar com a resolução de problemas.

- Pensar produtivamente sobre uma atividade.
- Desenvolver o raciocínio do estudante.
- Contribuir para que o estudante se envolva com aplicações da Matemática.
- Tornar as aulas de Matemática mais desafiadoras e interessantes.

Além dos objetivos citados, a resolução e a elaboração de problemas contribuem para investigação, levantamento e teste de hipóteses, elaboração de argumentos e de ideias matemáticas e para o compartilhamento de diferentes saberes.

Ao longo desta coleção há diversas e variadas possibilidades de se trabalhar com resolução de problemas e temas da realidade ou em contextos didáticos. Aproveite a oportunidade e crie um ambiente de investigação e construção de saberes com os estudantes.

Participe Faça as atividades no caderno.

I. Leonardo é dono de um sítio e cercou uma região retangular cujas dimensões medem 25 m por 20 m para plantar hortaliças.

a) Que operação você deve fazer para calcular a medida de área dessa região?

b) Qual é a medida de área dessa região?

Plantação de hortaliças no sítio de Leonardo.

II. Joaquim, amigo de Leonardo, também cercou uma região do terreno para plantar hortaliças. Verifique a imagem a seguir, da vista de cima da plantação.

a) O que diferencia uma região da outra?

b) Você acha possível calcular a medida de área da região cercada por Joaquim usando o mesmo procedimento utilizado para calcular a medida de área da região cercada por Leonardo? Justifique sua resposta.

Plantação de hortaliças no sítio de Joaquim.

Ilustrações: Estúdio Mil/Arquivo da editora

Reprodução do boxe *Participe*, página 258, volume 7 do Livro do Estudante.

Modelagem matemática

A modelagem matemática é mais uma tendência pedagógica que pode envolver e despertar o interesse dos estudantes pela Matemática. Assim como a resolução de problemas, essa proposta possibilita a você criar um ambiente de investigação, levantamento e testes de hipótese, argumentação e comunicação em sala de aula.

Usando a modelagem matemática é possível propiciar oportunidades de identificação e análise de situações-problema reais, fazendo os estudantes se interessarem mais pelo conteúdo explorado. Isso é mais bem compreendido com a explanação de estudos como o dos pesquisadores brasileiros Nelson Hein e Maria Salett Biembengut, publicado na obra *Modelagem matemática no ensino* (2000). Segundo esses pesquisadores:

1º) A modelagem é um processo que envolve a obtenção de um modelo e, para isso, além de conhecer o conteúdo matemático, é preciso também ter criatividade para interpretar o contexto.

2º) A elaboração de um modelo matemático depende do conhecimento sobre o conteúdo em questão.

3º) A modelagem pode ser considerada até uma arte, ao formular, resolver e elaborar expressões que servem não apenas para solução em particular, mas que possam ser generalizadas.

É importante saber que a modelagem matemática possibilita várias situações de interdisciplinaridade e transversalidade. Apresentamos a seguir um exemplo da coleção, no volume 7, em que os estudantes têm a oportunidade de determinar o valor aproximado de π experimentalmente.

Participe Faça as atividades no caderno.

Vamos determinar experimentalmente o valor aproximado de π. Para isso, vamos precisar de objetos redondos, como moedas, anéis, rodas, fundo de copos, jarras ou garrafas, transferidor circular e outros que conseguir. Também serão necessárias linha de costura ou barbante, tesoura com pontas arredondadas, régua ou fita métrica.

Procedimento:

1ª) Posicione cada objeto redondo sobre uma folha de papel e contorne a base de cada um deles, de modo a obter circunferências.

2ª) Meça o diâmetro, em centímetros, de cada circunferência obtida.

3ª) Registre, no caderno, as medidas de cada diâmetro em um quadro como o apresentado a seguir.

4ª) Coloque a linha ou o barbante em torno dos objetos, formando circunferências.

5ª) Corte a linha ou o barbante do tamanho do contorno de cada objeto e meça o comprimento do fio com a régua ou fita métrica.

6ª) Na coluna correta do quadro, anote a medida desse comprimento, em centímetros, para cada objeto.

7ª) Para completar o quadro, com uma calculadora, divida a medida de comprimento do fio pela medida do diâmetro do respectivo objeto.

Objeto	Medida do diâmetro d (em cm)	Medida c da linha ou do barbante (em cm)	Razão $\frac{c}{d}$
Moeda			
Lata de milho			
⋮			

- Compare as razões obtidas. Qual é a conclusão que você pode tirar do experimento realizado?

Reprodução do boxe *Participe*, página 231, volume 7 do Livro do Estudante.

Outras possibilidades de trabalho interessantes são as abordagens de temas que exploram o TCT *Educação Financeira*, por exemplo, pela investigação de modelos usados para calcular a tarifa da conta de energia elétrica ou de telefonia celular.

Proposta para o professor

No artigo intitulado "Um estudo sobre o uso da modelagem matemática como estratégia de ensino e aprendizagem" você conhecerá uma experiência de modelagem matemática aplicada ao ensino e baseada na análise de como ocorre o crescimento de um formigueiro da saúva-limão. Essa experiência pode servir de inspiração para uma prática interdisciplinar com Ciências. Vale a pena a leitura desse artigo publicado na *Revista Boletim de Educação Matemática* (Bolema), da Unesp.

ALMEIDA, Lourdes M. W.; DIAS, Michele R. Um estudo sobre o uso da modelagem matemática como estratégia de ensino e aprendizagem. *Bolema*, Rio Claro: Unesp, v. 17, n. 22, p. 19-35, 2004. Disponível em: https://www.periodicos.rc.biblioteca.unesp.br/index.php/bolema/article/view/10529. Acesso em: 3 jun. 2022.

História da Matemática e Etnomatemática

A BNCC ressalta a importância do trabalho com os diferentes saberes e culturas e com a produção do conhecimento produzido pela humanidade ao longo do tempo e do espaço. Para tanto, há duas tendências metodológicas, também destacadas nesse documento oficial, que podem servir de aporte para esse trabalho: a História da Matemática e a Etnomatemática.

Em relação à História da Matemática, a BNCC traz vários destaques. Reproduzimos a seguir um exemplo.

> A Geometria não pode ficar reduzida a mera aplicação de fórmulas de cálculo de área e de volume nem a aplicações numéricas imediatas de teoremas sobre relações de proporcionalidade em situações relativas a feixes de retas paralelas cortadas por retas secantes ou do teorema de Pitágoras. A equivalência de áreas, por exemplo, já praticada há milhares de anos pelos mesopotâmios e gregos antigos sem utilizar fórmulas, permite transformar qualquer região poligonal plana em um quadrado com mesma área (é o que os gregos chamavam "fazer a quadratura de uma figura"). Isso permite, inclusive, resolver geometricamente problemas que podem ser traduzidos por uma equação do 2º grau. (BRASIL, 2017, p. 272-273)

O livro *História nas aulas de Matemática: fundamentos e sugestões didáticas para professores*, escrito pelos professores brasileiros Iran Abreu Mendes (Universidade Federal da Paraíba) e Miguel Chaquiam (Universidade Federal do Rio Grande do Norte), traz um panorama explicitador e incentivador da abordagem de conteúdos a partir da História da Matemática. A seguir, alguns pontos essenciais abordados por eles (MENDES; CHAQUIAM, 2016).

1. Ao explorar a história da Matemática, é necessário compreender que, na verdade, trata-se de histórias no plural, pois estão conectadas, integradas ou mesmo tecidas em meio a outras histórias das mais diversas qualidades. São histórias sobre a produção de ideias matemáticas e as materializações em múltiplas linguagens representativas e, talvez, também seja dessa multiplicidade que surge a característica plural dessas histórias. Esquecer ou desprezar essa pluralidade é empobrecer qualquer abordagem dita ou concebida como transversal, integrada ou até mesmo contextualizada para a Matemática que se ensina.
2. As histórias consideradas importantes para o desenvolvimento da aprendizagem matemática dos estudantes em sala de aula são aquelas que têm a vocação de explicar a organização conceitual das matemáticas produzidas no tempo e no espaço.
3. Uma das justificativas mais comum sobre a indicação do uso didático ou pedagógico das informações históricas nas atividades de ensino de Matemática é que ela amplia a compreensão dos estudantes acerca das dimensões conceituais dessa área, representando uma contribuição didática para o trabalho do professor e fortalecendo as competências formativas para o exercício de ensino.
4. O uso da história nas aulas de Matemática amplia a visão sobre os aspectos formativos, informativos e utilitários, conduzindo os estudantes ao acervo cultural dessa ciência com a finalidade de desenvolver o interesse pelo assunto e estimular a preservação da memória intelectual humana.
5. É necessário que o professor redirecione o uso das histórias e promova um exercício de investigação mais ampliado, possibilitando que se crie um cenário no qual as histórias do desenvolvimento conceitual sejam agregadas às informações existentes. É preciso explicar que o conhecimento a ser aprendido contribuirá para a ampliação das estratégias de pensamento e, consequentemente, ajudará os estudantes na produção de conhecimento. Outro fator importante é a possibilidade de extrair das informações históricas aspectos epistemológicos que favoreçam a explicação de porquês matemáticos; por exemplo: como determinados teoremas foram provados, entre outros. É fundamental que o professor tente se colocar no lugar do criador desses conceitos para que incorpore, da melhor maneira possível, as justificativas e as argumentações, de modo que a solução seja compreendida e aceita pelos estudantes. Além disso, esse posicionamento dá a possibilidade de diálogos criativos que subsidiem novos elementos agregadores à reformulação das teorias matemáticas que foram complementadas ao longo do desenvolvimento histórico da Matemática.
6. Podem ser desenvolvidos alguns projetos de investigação sobre as histórias dos seguintes tópicos matemáticos: números de Fibonacci; problema das quatro cores; fractais; razão áurea; retângulo de ouro; números imaginários; números complexos; números irracionais;

fórmula de Euler; Matemática e arquitetura; Matemática e arte islâmica; Matemática e música; barras de Napier; triângulo de Pascal; Trigonometria e polígonos regulares; sólidos de Platão; simetria em diversas culturas; transformações geométricas no plano; desenvolvimento das ideias sobre funções; entre outros.

Ao se apoiar nas concepções do uso da história da Matemática em sala de aula, você deve adotar uma postura de escuta reflexiva e conduzir as discussões a partir dos questionamentos que os estudantes farão sobre as informações e histórias às quais terão acesso. É importante fomentar discussões sobre os diferentes contextos nos quais os conceitos surgirem e levantar os possíveis saberes que os estudantes trazem sobre eles. O uso de literatura pode ser um caminho bastante interessante para isso.

No exemplo apresentado, é dado um breve histórico de como foram inseridas, na sociedade brasileira, as relações do sistema métrico de medidas e toda dificuldade da época. As questões de interpretação do texto culminam com o apontamento das diferentes maneiras de expressar medidas em outras culturas, como Estados Unidos, por exemplo (unidades jarda, pé e milha), e em quais contextos culturais os estudantes já se depararam com tais unidades. A jarda, por exemplo, é comum no contexto dos jogos da *National Football League* (NFL, a liga de futebol americano), algo em voga com os jovens. Outras unidades comentadas são perceptíveis em jogos eletrônicos.

Na História

O sistema métrico decimal

Palavras como **arrátel** e **côvado**, que soam estranhas para nós hoje em dia, foram tão familiares a nossos antepassados como, guardadas as proporções, as palavras "quilograma" e "centímetro" atualmente. Arrátel e côvado designavam, respectivamente, uma unidade de medida de massa e uma unidade de medida de comprimento do sistema de pesos e medidas brasileiro que vigorava antes da adoção do **sistema métrico decimal**. Esse sistema antigo tinha diversos problemas e não era consistente por vários motivos, entre os quais o fato de não adotar a escala decimal.

No mundo daquela época – antes do século XVIII – havia uma diversidade muito grande de unidades de medida, o que dificultava o comércio entre as nações. Porém já se pensava na possibilidade de um sistema único, universal, decimal. Não foi fácil conseguir essa uniformização, mas, no século XVIII, a Academia de Ciências da França nomeou uma comissão de grandes cientistas – como os matemáticos francês Laplace (1749-1827), italiano Joseph Louis Lagrange (1736-1813) e francês Gaspard Monge (1746-1818) – para fazer um projeto com essa finalidade.

Dos trabalhos dessa comissão, encerrados em 1799, nasceu o sistema métrico decimal, atualmente praticamente universalizado. O metro – a unidade-padrão de medida de comprimento – foi definido como a décima milionésima parte da distância do equador ao polo norte. (Hoje é possível definir o metro de uma maneira mais precisa.)

O sistema métrico decimal só começou a se tornar realidade em 1837, quando seu uso passou a ser obrigatório na França.

Reprodução/Museu Carnavalet, Paris, França.

Gravura francesa do século XVIII, de J. P. Delion, representando o uso de unidades de medida. Encontra-se no Museu Carnavalet, em Paris, França.

No Brasil, ele foi introduzido por uma lei em 26 de junho de 1862. Essa lei era bastante prudente, pois estabelecia um prazo de 10 anos para que cessasse por completo o uso das antigas unidades de medida. Nesse meio-tempo, a mudança foi gradualmente organizada, com a vinda dos novos padrões da França e a inclusão do ensino do sistema métrico decimal nas escolas. A partir de 1º de julho de 1873, o uso do sistema antigo implicaria multas e até prisão.

Capítulo 22 | Tempo e temperatura 287

Faça as atividades no caderno.

Ocorreu então, no Brasil, um fato que entrou para a história. Talvez porque a vigência do novo sistema de medidas tivesse coincidido com um aumento de impostos, algumas províncias do Nordeste tentaram resistir à adoção e desencadearam uma insurreição, que ficou conhecida como Revolta do Quebra-Quilos.

Acervo Images/Alamy/Fotoarena

Cartaz da Revolta do Quebra-Quilos.

Atualmente pode nos parecer absurdo que uma mudança como essa, tão importante para o comércio internacional, pudesse ter acarretado tantas discussões e desentendimentos. Mas, mesmo que não houvesse outros motivos, a tradição enraizada é uma barreira difícil de transpor. Por exemplo, nos Estados Unidos, a maior economia do mundo, o sistema métrico decimal ainda não substituiu o sistema inglês de pesos e medidas, tradicional do país. Esse sistema inclui unidades como o pé e a milha (unidades de medida de comprimento) e a libra (de massa), e ainda está em pleno uso.

Fonte dos dados: MAGALHÃES JÚNIOR, Raimundo. *O império em chinelos*. Rio de Janeiro: Civilização Brasileira, 1957; SMITH, David E. *History of Mathematics*. New York: Dover, 1953. v. 2.

1. No caderno, escreva com algarismos "um décimo milionésimo", valor de referência na constituição da unidade de medida metro no século XVIII.
2. O texto fala em "províncias" do Nordeste. Como passaram a se chamar as províncias no Brasil, com o regime republicano?
3. Responda às perguntas.
   a) Qual era o regime político do Brasil em 1873?
   b) Quem era o mandatário supremo?
   c) Qual era o papel do chefe do Gabinete nesse regime?
4. Temos que 1 libra equivale a 453,6 g. Qual é a medida de massa aproximada, em libras, de uma pessoa com 72 kg?
5. Em inglês, como são chamadas as unidades de medida pé e libra? Pesquise para descobrir.

As imagens não estão representadas em proporção.

ThelmaElaine/Shutterstock

Placas que indicam medida de velocidade máxima (35 milhas por hora, ou 35 M.P.H., correspondem a aproximadamente 56 quilômetros por hora) e medida de distância (3 milhas, ou 3 MI., correspondem a aproximadamente 4,8 quilômetros).

288 Unidade 8 | Massa, volume, capacidade, tempo e temperatura

Reprodução de seção *Na História*, páginas 287 e 288, volume 6 do Livro do Estudante.

O trabalho com essa seção mobiliza com mais ênfase a **CG01** e a **CEMAT01** ao promover a valorização e utilização dos conhecimentos historicamente construídos para compreender a realidade, assim como o reconhecimento da Matemática como uma ciência humana, fruto das necessidades e preocupações de diferentes culturas, em diferentes momentos históricos.

Proposta para o professor

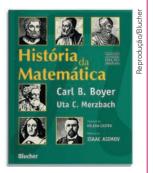
O livro indicado a seguir é o primeiro escrito por uma mulher brasileira sobre a História da Matemática. A linguagem é acessível e apresenta diversas reflexões sobre conceitos já arraigados que podem e devem ser questionados. É interessante destacar alguns trechos ou histórias para promover um debate com os estudantes.

ROQUE, Tatiana. *História da Matemática*: uma visão crítica, desfazendo mitos e lendas. 1. ed. São Paulo: Zahar, 2012.

Reprodução/Zahar

Indicamos a seguir outra sugestão a respeito da História da Matemática que serve de referência para estudos e consultas. A obra traz a história dos conceitos, biografias de diferentes matemáticos e contribuições das principais civilizações para a criação da Matemática como concebida atualmente.

BOYER, Carl B.; MERZBACH, Uta C. *História da Matemática*. São Paulo: Edgard Blücher, 2012.

Reprodução/Blucher

Sugerimos, ainda, o livro do pesquisador grego Georges Ifrah, que faz um "passeio" pela História da Matemática, acompanhando a evolução do raciocínio de nossos ancestrais desde a Pré-História, passando por civilizações como a dos egípcios, babilônios, fenícios, gregos, romanos, hebreus, maias, chineses, hindus e árabes.

IFRAH, Georges. *Os números*: a história de uma grande invenção. Rio de Janeiro: Globo, 1992.

Há mais de duas décadas, o termo Etnomatemática saiu dos meios acadêmicos e adentrou os documentos oficiais, currículos, programas de ensino e materiais didáticos das escolas. O célebre professor Ubiratan D'Ambrosio (1932-2021) foi o precursor e principal cientista brasileiro a se dedicar ao tema. Em razão de suas ideias e produções acadêmicas, que contemplam todos os níveis de ensino da Matemática, ele tornou-se um profissional reconhecido, respeitado e referenciado mundialmente.

Reprodução/Antonio Scarpinetti/SEC/Unicamp

Ubiratan D'Ambrosio. Foto de 2007.

Na obra *Etnomatemática: elo entre as tradições e a modernidade*, o professor Ubiratan esclarece como nasceu a palavra Etnomatemática:

> Para compor a palavra Etnomatemática utilizei as raízes *tica*, *matema* e *etno* para significar que há várias maneiras, técnicas, habilidades (*ticas*) de explicar, de entender, de lidar e de conviver com (*matema*) distintos contextos naturais e socioeconômicos da realidade (*etnos*). (D'AMBROSIO, 2011, p. 70)

Nessa mesma obra, ele define o conceito: Etnomatemática é a Matemática praticada por grupos culturais, como comunidades urbanas e comunidades rurais, grupos de trabalhadores, classes profissionais, crianças de uma faixa etária específica, sociedades indígenas e tantos outros grupos que se identificam por objetivos e tradições comuns.

A Etnomatemática tem o objetivo de preservar e estudar as particularidades de cada indivíduo e as culturas e os conhecimentos matemáticos adquiridos, pois compreende que o ser humano se desenvolve continuamente e, por isso, ressignifica as técnicas e adota novas, compondo a própria maneira de explicar a realidade. Tais conhecimentos são transmitidos pela interação e a comunicação em ambientes distintos, nos quais os sujeitos circulam, incluindo a escola, o trabalho, a comunidade ou o bairro em que residem, entre outros.

É importante lembrar que, assim como a História da Matemática, a Etnomatemática se apoia nos contextos culturais, mas não apenas neles: também envolve a localização temporal e o espaço no qual o indivíduo circula.

Apoiar-se nos pressupostos da Etnomatemática é um caminho promissor para trabalhar com o contexto dos estudantes, pois considera e valoriza os saberes que trazem, constituídos pelas vivências deles. Há várias possibilidades de mobilizar tais saberes ao longo das aulas de Matemática, por exemplo: ao discutir o orçamento doméstico de uma família, é possível identificar práticas culturais para lidar com o consumo e com o alimento.

No exemplo a seguir, do volume 9 da coleção, os estudantes são levados a entender o conceito de inflação e de que maneira ela pode afetar as relações de consumo. Além disso, são convidados a compartilhar, em grupos, informações de como driblar a alta dos preços usando um material de divulgação – o que potencializa o processo de aprendizagem e o espírito de cooperação entre pares.

Educação financeira

Faça as atividades no caderno.

Inflação

Inflação: Veja cinco dicas de educação financeira para jovens driblarem a alta dos preços no orçamento

Investigação das despesas e revisão dos hábitos de consumo ajudam na organização das finanças

Os jovens entre 20 e 30 anos experimentam pela primeira vez o cenário de inflação alta, prolongada e dispersa entre os preços de vários produtos e serviços do cotidiano, dos transportes aos alimentos. [...]

Veja a seguir as principais dicas dos economistas para quem está começando a vida adulta em meio à inflação elevada:

1. Investigue despesas e elimine os gargalos

O primeiro passo recomendado por especialistas é identificar para onde vai o dinheiro. Vale usar a tecnologia e registrar gastos num *app* de finanças para acompanhar a evolução dos gastos. "É preciso saber quanto se gasta com cada coisa para identificar os gargalos e eliminá-los rapidamente. Às vezes a pessoa paga muita coisa no cartão de crédito ou no débito automático e não presta atenção na fatura. [...]"

2. Estabeleça suas prioridades

Depois de investigar seu orçamento, reveja seus hábitos de consumo e estabeleça prioridades para a alocação do seu dinheiro. "Coloque em ordem aquilo que é importante: alimentação, moradia, transporte e lazer. Para quem tem filhos, inclua a educação deles logo depois de alimentação e moradia." [...]

3. Pesquise em diferentes estabelecimentos

Pesquisar preços é a chave para o consumidor, principalmente em tempos de remarcações. "Não fica pensando que cinco reais a mais no preço do arroz é pouco porque é o somatório desse pouco que impacta no fim do mês. E se precisar comprar um remédio ou outro item que não estava previsto, nunca compre no primeiro lugar que encontrou." [...]

4. Invista em qualificação

Mesmo com o poder de compra reduzido, economistas reforçam que o investimento em educação é fundamental para o jovem aumentar a sua produtividade, conseguir melhores posições no mercado e aumentar sua renda. "É bom ficar de olho nas oportunidades de emprego que estão despontando no mercado e ver que tipo de curso é preciso fazer para se colocar melhor. A qualificação deve ser uma prioridade mesmo com a renda mais curta, porque é uma forma de o jovem crescer mais rapidamente." [...]

5. Planeje o seu futuro

É preciso deixar de lado a mentalidade imediatista e pensar no longo prazo. Economistas explicam que é importante que os jovens invistam parte do que ganham de olho no futuro, inclusive para complementar a aposentadoria. "Não deixe seu dinheiro parado, mesmo que seja pouco. [...]"

NALIN, Carolina. Inflação: Veja cinco dicas de educação financeira para jovens driblarem a alta dos preços no orçamento. *O Globo* [s. l.], 17 abr. 2022. Disponível em: https://oglobo.globo.com/economia/macroeconomia/inflacao-veja-cinco-dicas-de-educacao-financeira-para-jovens-driblarem-alta-dos-precos-no-orcamento-25477776. Acesso em: 18 abr. 2022.

A alta dos preços dos alimentos contribui para o aumento da inflação.

1. Após a leitura do texto, junte-se a um colega e responda no caderno.
   a) Você se lembra o que pesquisou sobre inflação e como medi-la? Explique com suas palavras.
   b) Quais são as consequências da inflação?
2. Você já ouviu falar sobre deflação? Pesquise o significado do termo e, depois, com os colegas e o professor, respondam: A deflação pode ser um problema para a economia? Por quê?
3. Com base nos dados do texto, elabore, em grupo com mais 4 estudantes, um material de divulgação que possa ser disponibilizado em sua comunidade escolar com as dicas para driblar a alta dos preços; para tanto podem ser elaborados cartazes, *posts* em redes sociais, vídeos em *softwares* gratuitos, entre outros.

100 Unidade 4 | Cálculo algébrico

Reprodução da seção *Educação financeira*, página 100, volume 8 do Livro do Estudante.

Outra proposta interessante é, ao trabalhar em comunidades rurais, suscitar discussões sobre como se faz a medição de terras e das respectivas áreas. Mobilizar saberes matemáticos não escolares dos estudantes é uma ótima solução para o aprofundamento de temas, pois incentiva e instiga o interesse deles pela Matemática.

Proposta para o professor

No *site* Mentalidades Matemáticas é possível saber mais sobre a Etnomatemática na visão de D'Ambrosio:

AS LIÇÕES DE UBIRATAN D'AMBROSIO. *Mentalidades Matemáticas.* Cotia, 17 maio 2021. Disponível em: https://mentalidadesmatematicas.org.br/as-eternas-licoes-de-ubiratan-dambrosio/.

Sugerimos também o vídeo no qual o professor descreve como as bases da Etnomatemática foram sendo estruturadas:

UBIRATAN D'AMBROSIO: ETNOMATEMÁTICA. São Paulo, 1 jun. 2020. 1 vídeo (12 min 10 s). Publicado pelo canal History of Science. Disponível em: https://youtu.be/kUCNDK7DeKs. Acesso em: 3 jun. 2022.

Avaliações em Matemática

Conceituamos avaliação não como uma etapa isolada, mas como parte do processo educativo, no qual você, professor, os estudantes, outros profissionais da escola e os pais ou responsáveis legais dos estudantes participem ativamente.

Uma das possibilidades que podem contemplar esse conglomerado de sujeitos no processo avaliativo é adotar práticas que realmente incluam a todos na dinâmica, ofertando, por exemplo, autoavaliações, avaliações realizadas pelos estudantes sobre a instituição de ensino, organização da turma em grupos de conversa com responsáveis sobre questões relacionadas à aprendizagem direta e indireta, entre outras. Nesse tipo de processo avaliativo, os estudantes podem assumir um compromisso maior com a própria aprendizagem – como preza a educação integral – e compreender que não basta apenas a obtenção de notas, conceitos ou média para aprovação. Com sua mediação, eles devem entender que são partes ativas do processo e devem refletir sobre os avanços individuais ou a necessidade de aprofundamento nos estudos. Com essa perspectiva, as avaliações podem constituir instrumentos de diagnóstico e de acompanhamento contínuo do processo educativo.

Os vários tipos de avaliações fornecem dados sobre o desempenho dos estudantes. Cada um deles tem características e objetivos pedagógicos distintos, por isso é importante conhecer e aplicar o tipo adequado de avaliação em cada momento do processo educacional. Citaremos aqui alguns exemplos para que você os utilize em momento oportuno: **avaliação diagnóstica**, **avaliação de processo** ou **avaliação formativa**, **avaliação comparativa** e **avaliação somativa**.

Cabe destacar também que as avaliações devem servir de diagnóstico e acompanhamento contínuo do processo de ensino e aprendizagem, para o levantamento de pontos de orientação que deem continuidade ao trabalho escolar e incentivem o aprimoramento dos conhecimentos.

É preciso considerar que a pandemia de covid-19 obrigou os professores a buscar novos caminhos para promover a avaliação dos conteúdos que foram ensinados durante o ensino remoto, cujos reflexos continuam repercutindo mesmo em um contexto pós-pandêmico. As maneiras de ensinar e demonstrar a aquisição de conhecimento mudaram, portanto, os meios de avaliar também sofreram adaptações condizentes com essa nova realidade.

Nesse contexto, o processo avaliativo deve ser considerado fonte de informações e de reflexão para o professor e o estudante, que devem juntos trilhar caminhos para a reorganização da prática e de posturas frente ao processo de ensino e aprendizagem. As avaliações devem ser conhecidas pelo estudante que foi avaliado, assim como os resultados do que alcançou, contribuindo para que sejam um instrumento de medição da evolução no processo de aquisição de conhecimentos.

É importante compreendermos que o processo de avaliação não é um ato persecutório aos educadores, mas indicador e balizador de atitudes para possíveis mudanças e ressignificações de práticas de aprendizagem na escola e, mais especificamente, na sala de aula de Matemática. Quando implantamos um ambiente de reflexão, conseguimos atingir um planejamento colaborativo, desenvolver a capacidade de aceitar críticas e reordenar o processo, quando for o caso, e, com base nas avaliações, tomar decisões mais acertadas juntos e em prol da comunidade escolar.

Independentemente do tipo de avaliação escolhido, ele deve servir como instrumento de redimensionamento do trabalho desenvolvido. Registre suas observações nos trabalhos, nas provas e atividades dos estudantes para auxiliá-los a perceber por que ainda não alcançaram os objetivos de aprendizagem para o tema tratado e, se já o atingiram, faça um comentário como incentivo.

De acordo com os resultados das avaliações e após as reflexões acerca das metodologias usadas em sala de aula, é possível construir e planejar os caminhos para a recuperação de conteúdos com eficácia real. É também necessário identificar o que precisa ser mudado dali em diante, para favorecer o cumprimento dos objetivos previstos e assumidos pelo coletivo da escola.

Nesta coleção, como citamos, a seção *Na Unidade* traz atividades sobre os principais conteúdos abordados na Unidade e podem ser utilizadas como ferramentas de avaliação. Sugerimos que os estudantes resolvam as atividades individualmente e você os acompanhe durante a execução registrando avanços e dificuldades para, ao final, propor novas atividades de remediação coletiva ou individual de defasagens, conforme cada caso. Nas *Orientações didáticas* deste Manual, apresentamos direcionamentos para o trabalho com as atividades da seção, com algumas sugestões de remediação. No entanto, podem surgir outras dificuldades diferentes das listadas nessas orientações, por isso é importante o monitoramento individual e contínuo dos estudantes.

Na Unidade

Faça as atividades no caderno.

1. Um jogo de futebol teve uma arrecadação de R$ 2.376.541,00. Nesse número, o algarismo da ordem das dezenas de milhar é:
a) 3. b) 4. c) 6. d) 7.

2. (Enem) O medidor de energia elétrica de uma residência, conhecido por "relógio de luz", é constituído de quatro pequenos relógios, cujos sentidos de rotação estão indicados conforme a figura:

MILHAR CENTENA DEZENA UNIDADE

Disponível em: http://www.enersul.com.br. Acesso em: 26 abr. 2010.

A medida é expressa em kWh. O número obtido na leitura é composto por 4 algarismos. Cada posição do número é formada pelo último algarismo ultrapassado pelo ponteiro.
O número obtido pela leitura em kWh, na imagem, é:
a) 2 614. b) 3 624. c) 2 715. d) 3 725.

3. Sílvia, Raul e Setsuko terminaram um trabalho escrito, redigido em muitas páginas. As páginas foram numeradas de I a XXIV, todas com símbolos romanos. Quantas vezes eles empregaram o símbolo **V** nas paginações?
a) 5 vezes. b) 7 vezes. c) 9 vezes. d) 11 vezes.

4. (Enem) O quadro apresenta a ordem de colocação dos seis primeiros países em um dia de disputa nas Olimpíadas. A ordenação é feita de acordo com as quantidades de medalhas de ouro, prata e bronze, respectivamente.

País	Ouro	Prata	Bronze	Total
1º China	9	5	3	17
2º EUA	5	7	4	16
3º França	3	1	3	7
4º Argentina	3	2	2	7
5º Itália	2	6	2	10
6º Brasil	2	5	3	10

Se as medalhas obtidas por Brasil e Argentina fossem reunidas para formar um único país hipotético, qual a posição ocupada por esse país?
a) 1º b) 2º c) 3º d) 4º e) 5º

5. (Obmep) Joãozinho subtraiu o menor número de três algarismos diferentes do maior número de três algarismos diferentes. Que resultado ele obteve?
a) 882 b) 883 c) 885 d) 886 e) 888

6. Um produtor colocou no caminhão certa quantidade de caixas de frutas para distribuir nos mercados da cidade. Ele entregou 24 caixas de frutas no mercado *A* e 24 caixas no mercado *B*, ficando com 121 caixas de frutas para distribuir entre outros estabelecimentos.
a) Qual era a quantidade inicial de caixas de frutas que havia no caminhão?
b) Nos dias seguintes, o produtor entregou 25 e 31 caixas no mercado *A*, e 20 e 38 caixas no mercado *B*. Qual mercado recebeu mais caixas ao longo dos 3 dias? Quantas a mais?

7. Das alternativas dadas, qual é a melhor aproximação do resultado da adição 99 + 999?
a) 100 b) 110 c) 1100 d) 10 100

8. Um número diminuído de 24 unidades resulta em 121. Se for acrescido de 24 unidades resultará em:
a) 97. b) 101. c) 145. d) 169.

9. (Obmep) Em uma mesa há nove cartões numerados de 1 a 9. Ana e Beto pegaram três cartões cada um. A soma dos números dos cartões de Ana é 7 e a soma dos números dos cartões de Beto é 23.
Qual é a diferença entre o maior e o menor dos números dos três cartões deixados sobre a mesa?
a) 3 b) 4 c) 5 d) 6 e) 7

10. (PUCC-SP) A soma dos algarismos que compõem a idade de Pedro é 8. Invertendo-se a posição de tais algarismos, obtém-se a idade de seu filho João, que é 36 anos mais novo que ele. A soma das idades de Pedro e João, em anos, é:
a) 82. b) 88. c) 94. d) 96.

37

Reprodução de seção *Na Unidade*, página 37, volume 6 do Livro do Estudante.

Avaliação diagnóstica

Na avaliação diagnóstica, busca-se identificar os conhecimentos prévios dos estudantes e verificar as habilidades ou dificuldades de aprendizagem.

Sugerimos que esse tipo de avaliação seja realizado no início do ano letivo e ao iniciar o trabalho com determinado conteúdo. O objetivo é conhecer melhor os estudantes para identificar e compreender suas necessidades e adaptar as aulas de acordo com a realidade da turma.

Os boxes *Participe* desta coleção podem, de modo geral, ser utilizados como instrumento de avaliação diagnóstica. Além disso, você pode propor aos estudantes que façam testes escritos ou orais, simulados, elaborem pequenos trabalhos ou respondam a um questionário.

Avaliação de processo ou formativa

Na avaliação de processo, o objetivo é averiguar o progresso e as dificuldades de aprendizagem dos estudantes em determinado período. Nesse tipo de avaliação, visa-se aferir o desempenho escolar ao longo do processo de ensino-aprendizagem em um prazo definido, de maneira contínua e sistemática.

Esse modelo pretende acompanhar a evolução da aquisição de conhecimento dos estudantes e dispensa a atribuição de notas. Ele permite que você avalie o desempenho individual dos estudantes e adéque sua prática docente às necessidade de cada educando.

O foco desse tipo de avaliação é a formação; pretende-se verificar se os estudantes alcançaram os objetivos pedagógicos, desenvolveram as competências e habilidades pretendidas. Sugerimos o uso de recursos como produções diversas, atividades em sala de aula, autoavaliação, elaborações audiovisuais, estudos de caso, entre outras.

Avaliação comparativa

Na avaliação comparativa, objetiva-se qualificar o ensino e constituir uma oportunidade de reflexão acerca do que foi aprendido e do que precisa ser ensinado. Sugerimos usar trabalhos simples durante ou ao término das aulas, elaboração de resumos, observação de desempenho, atividades para casa, autoavaliação e avaliação entre pares.

Aqui destaca-se o papel da autoavaliação, que deve ser feita por ambos os envolvidos na aprendizagem em sala de aula: o professor e o estudante. Por meio dela, você é levado a refletir sobre sua prática, reformulá-la e buscar formação específica para melhorá-la visando cada realidade escolar coletiva e particular.

Avaliação somativa

A avaliação somativa, em geral, é aplicada no final de um processo educacional – definido como ano, semestre, trimestre, bimestre ou ciclo. A principal característica no processo de aprendizagem é a assimilação dos conteúdos pelos estudantes pela associação com notas ou conceitos, e tem caráter classificatório. Nesse tipo de avaliação, em geral, utilizam-se exames avaliativos, de múltipla escolha ou dissertativos.

Enfatizamos que as avaliações escolares devem acontecer de maneira contínua e fazer parte de um ciclo avaliativo. Os resultados são essenciais para fundamentar decisões e possibilitar a atuação estratégica dos educadores. O objetivo principal de um ciclo avaliativo não deve ser a classificação, mas a possibilidade de replanejamento e a proposição de uso de novos recursos para transmitir o conteúdo aos estudantes com base em outras abordagens metodológicas de transmissão de conhecimentos.

Avaliações externas

As **avaliações externas de desempenho**, também conhecidas como **avaliações em larga escala**, visam aferir a qualidade do ensino e servem como instrumento de monitoramento e para elaboração de políticas públicas.

No Ensino Fundamental temos o Sistema de Avaliação da Educação Básica (Saeb), que é um conjunto de avaliações externas em larga escala com o qual o Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira (Inep) elabora um diagnóstico da Educação Básica brasileira e de fatores que podem interferir no desempenho do estudante.

> Por meio de testes e questionários, aplicados a cada dois anos na rede pública e em uma amostra da rede privada, o Saeb reflete os níveis de aprendizagem demonstrados pelos estudantes avaliados, explicando esses resultados a partir de uma série de informações contextuais.
>
> O Saeb permite que as escolas e as redes municipais e estaduais de ensino avaliem a qualidade da educação oferecida aos estudantes. O resultado da avaliação é um indicativo da qualidade do ensino brasileiro e oferece subsídios para a elaboração, o monitoramento e o aprimoramento de políticas educacionais com base em evidências.
>
> As médias de desempenho dos estudantes, apuradas no Saeb, juntamente com as taxas de aprovação, reprovação e abandono, apuradas no Censo Escolar, compõem o Índice de Desenvolvimento da Educação Básica (Ideb).
>
> Realizado desde 1990, o Saeb passou por uma série de aprimoramentos teórico-metodológicos ao longo das edições. A edição de 2019 marca o início de um período de transição entre as matrizes de referência utilizadas desde 2001 e as novas matrizes elaboradas em conformidade com a Base Nacional Comum Curricular (BNCC).

BRASIL. Ministério da Educação. *Sistema de Avaliação da Educação Básica* (Saeb). Brasília, DF: Inep, [20--]. Disponível em: https://www.gov.br/inep/pt-br/areas-de-atuacao/avaliacao-e-exames-educacionais/saeb. Acesso em: 13 jun. 2022.

O Programa Internacional de Avaliação de Estudantes (Pisa) tradução de *Programme for International Student Assessment*, é um estudo comparativo internacional realizado a cada três anos pela Organização para a Cooperação e Desenvolvimento Econômico (OCDE). O Pisa para Escolas é específico para estudantes de 15 anos e 3 meses a 16 anos e 2 meses, independentemente do ano escolar em que estejam, desde que matriculados a partir do 7º ano do Ensino Fundamental. Nos países mais desenvolvidos, em que não há repetência ou ela é apenas residual, os estudantes elegíveis para o Pisa para Escolas devem estar cursando o equivalente no Brasil ao início do Ensino Médio.

> Os resultados do Pisa permitem que cada país avalie os conhecimentos e as habilidades de seus estudantes em comparação com os de outros países, aprenda com as políticas e práticas aplicadas em outros lugares e formule suas políticas e programas educacionais visando à melhora da qualidade e da equidade dos resultados de aprendizagem.
>
> O Inep é o órgão responsável pelo planejamento e a operacionalização da avaliação no país, o que envolve representar o Brasil perante a OCDE, coordenar a tradução dos instrumentos de avaliação, coordenar a aplicação desses instrumentos nas escolas amostradas e a coleta das respostas dos participantes, coordenar a codificação dessas respostas, analisar os resultados e elaborar o relatório nacional.
>
> O Pisa avalia três domínios – leitura, matemática e ciências – em todas as edições ou ciclos. A cada edição é avaliado um domínio principal, o que significa que os estudantes respondem a um maior número de itens no teste dessa área do conhecimento e que os questionários se concentram na coleta de informações relacionadas à aprendizagem nesse domínio. A pesquisa também avalia domínios chamados inovadores, como resolução de problemas, letramento financeiro e competência global.
>
> Desde sua primeira edição, em 2000, o número de países e economias participantes tem aumentado a cada ciclo. Em 2018, 79 países participaram do Pisa, sendo 37 deles membros da OCDE e 42 países/economias parceiras. O Brasil participa do Pisa desde o início da pesquisa.
>
> BRASIL. Ministério da Educação. *Programa Internacional de Avaliação de Estudantes* (Pisa). Disponível em: https://www.gov.br/inep/pt-br/areas-de-atuacao/avaliacao-e-exames-educacionais/pisa. Acesso em: 13 jun. 2022.

Formação continuada

O professor de Matemática precisa estar sempre em busca de aprimorar o que sabe sobre essa ciência e área do conhecimento, além de obter informações sobre os mecanismos de aprendizagem. Para coordenar um curso de Matemática é preciso conhecer não apenas o programa curricular, mas de informações sobre a história das descobertas matemáticas, curiosidades, leituras recomendadas, brincadeiras e jogos lógico-matemáticos, bons livros paradidáticos para incentivar o interesse, etc. Pensando nisso, tomamos a liberdade de sugerir livros, revistas e *sites* que podem contribuir para o aprimoramento da formação dos colegas que trabalham como professores de Matemática no Ensino Fundamental. (Todos os *sites* foram acessados em 3 jun. 2022.).

Aprofundamento em Matemática

1. *Coleção Matemática: aprendendo e ensinando*, de vários autores (São Paulo: Atual/Mir, 1995).

Essa coleção é composta de traduções de uma coleção russa publicada pela editora Mir e complementada por obras de autores nacionais. Cada volume aborda um tema de Matemática, em linguagem acessível. Os volumes a seguir podem ser úteis para a formação voltada ao Ensino Fundamental: *Sistemas de numeração*; *A demonstração em Geometria*; *Curvas notáveis*; *Figuras equivalentes e equicompostas*; *Método de indução matemática*; *Erros nas demonstrações geométricas*; *Equações algébricas de grau qualquer*; *Atividades em Geometria*; *Construindo gráficos*.

2. *A Matemática do Ensino Médio*, v. 1, de Elon Lages Lima e outros (Rio de Janeiro: SBM, 2016).

Essa obra apresenta noções de conjuntos, um estudo das diferentes categorias numéricas e a ideia geral das funções.

3. *Estatística básica*, de Wilton de O. Bussab e Pedro A. Morettin (São Paulo: Saraiva, 2017).

A obra aborda a análise de dados unidimensionais e bidimensionais, com atenção especial para métodos gráficos, conceitos básicos de Probabilidade e variáveis aleatórias, tópicos principais da interferência estatística, além de alguns temas especiais, como regressão linear simples.

4. *Probabilidade e Estatística*, v. 1, de William Mendenhall (Rio de Janeiro: Campus, 1985).

No capítulo 1, o autor procura identificar a natureza da Estatística, os objetivos e o modo que exerce importante função nas ciências, na indústria e particularmente em nossa vida diária. Os exercícios são classificados por assunto: meio ambiente, engenharia/tecnologia, economia/negócios, política, agricultura, educação, etc.

Ensino-aprendizagem em Matemática

1. *A arte de resolver problemas*, de George Polya (Rio de Janeiro: Interciência, 1978).

Analisa métodos criativos de resolução de problemas, revela as quatro etapas básicas para solução de qualquer problema e sugere modos de trabalhar os problemas em sala de aula.

Reprodução/Interciência

2. *Didática da resolução de problemas de Matemática*, de Luiz Roberto Dante (São Paulo: Ática, 1999).

A obra mostra os objetivos da resolução de problemas, os vários tipos de problemas, as etapas da resolução e o encaminhamento da solução de um problema em sala de aula. Sugere, ainda, maneiras de propor enunciados e como conduzir os problemas em sala de aula. Os exemplos têm em vista especialmente o Ensino Fundamental.

3. *Anuários do Conselho Nacional de Professores de Matemática dos EUA*, NCTM (São Paulo: Atual, 1995).

A coleção é formada por traduções de livros-anuários do Conselho Nacional de Professores de Matemática (a sigla em inglês é NCTM) dos Estados Unidos. Cada livro aborda um tema sob a ótica do ensino-aprendizagem da Matemática, à luz da experiência de professores estadunidenses. Sugerimos os seguintes volumes para o aprofundamento dos estudos dedicados à prática no Ensino Fundamental: *Aprendendo e ensinando Geometria*; *Aplicações da Matemática escolar*; *As ideias da Álgebra*; *A resolução de problemas na Matemática escolar*.

4. *Ensino de Matemática: pontos e contrapontos*, de Nílson José Machado, Ubiratan D'Ambrosio e Valéria Amorim Arantes (org.) (São Paulo: Summus, 2014).

Nesse livro, os autores tratam de diferentes aspectos do ensino da Matemática e analisam questões históricas, epistemológicas, sociais e políticas.

Reprodução/Summus

5. *O raciocínio na criança*, de Jean Piaget (São Paulo: Record, 1967).

Piaget – importante pensador do século XX e defensor da abordagem interdisciplinar para a investigação epistemológica – discorre sobre o desenvolvimento do raciocínio na criança a partir da lógica. Mostra também como o raciocínio da criança, a princípio egocêntrico, à medida que a socialização se instaura, vai, de etapa em etapa, adquirindo a lógica do pensamento adulto.

6. *As seis etapas do processo de aprendizagem em Matemática*, de Zoltán Pál Dienes (São Paulo: EPU, 1986).

Nessa obra, o autor descreve estudos detalhados sobre as etapas de aprendizagem das crianças ao longo do desenvolvimento cognitivo. É uma obra interessante para o professor que deseja compreender o que o célebre cientista conceitua sobre a aquisição da aprendizagem.

7. *Da realidade à ação*: reflexões sobre educação e Matemática, de Ubiratan D'Ambrosio (São Paulo: Summus, 1986).

Nesse importante livro da Educação Matemática, Ubiratan D'Ambrosio chama a atenção dos leitores para a importância da educação e da Matemática como modos de emancipação e de crítica social.

8. *Matemática e língua materna*, de Nilson José Machado (São Paulo: Cortez, 2011).

O professor Nilson conduz o leitor por um importante caminho: o de interligar as relações da língua materna com a aprendizagem da Matemática. Discorre sobre a importância da leitura e da literatura nas aulas de Matemática como método para ampliação dos conceitos pelos estudantes que estão em processo de formação da competência leitora.

9. *Etnomatemática* – Elo entre as tradições e a modernidade, de Ubiratan D'Ambrosio (Belo Horizonte: Autêntica, 2016), Coleção Tendências em Educação Matemática.

   Livro clássico da Educação Matemática, no qual o professor Ubiratan apresenta as ideias centrais da Etnomatemática.

Reprodução/Autêntica

10. *Na vida dez*, *na escola zero*, de David Carraher e outros (São Paulo: Cortez, 2011).

    Livro que é referencial teórico com diversos estudos e pesquisas que abordam o uso de práticas não escolares para a formação e a compreensão de conteúdos matemáticos.

11. *O que a Matemática tem a ver com isso? Como professores e pais podem transformar a aprendizagem da Matemática e inspirar sucesso*, de Jô Boaler (Porto Alegre: Penso, 2019).

    Apresenta reflexões atuais e incentiva a escola e os pais a oferecerem práticas desafiadoras e atividades realmente interessantes aos jovens para que aprendam Matemática de maneira curiosa e real.

12. *Por que e para que aprender Matemática?* de Veleida Anahí da Silva (São Paulo, Cortez, 2009).

    Essa obra contribui para estudos sobre o olhar atribuído socialmente à Matemática e como esse fato está relacionado ao sucesso ou fracasso na aprendizagem dessa ciência.

13. *Matemática no Ensino Fundamental: formação de professores e aplicação em sala de aula*, de John A. Van de Walle (Porto Alegre: Artmed, 2009).

    Manual descritivo e detalhado com diversas atividades para serem aplicadas no Ensino Fundamental. Traz reflexões e discussões de conceitos para o professor de Matemática.

Revistas e *sites*

Revistas

1. *Revista do Professor de Matemática* (São Paulo: SBM).

   Revista quadrimestral com artigos variados e interessantes para o professor de Matemática. São abordados temas controversos, problemas desafiadores, comentários sobre livros, questões de olimpíadas, experiências pedagógicas inovadoras, etc. Para mais informações sobre a publicação, acesse: http://rpm.org.br.

2. *Nova Escola* (São Paulo: Associação Nova Escola).

   A revista é destinada a professores e gestores e aborda temas como gestão da sala de aula, mudanças de políticas educacionais e muitos outros. Encontra-se disponível nas formas impressa e digital. Para mais informações, acesse: https://novaescola.org.br.

3. *Educação Matemática em Revista* (São Paulo: Sbem).

   Periódico semestral que apresenta temas de interesse dos professores de Matemática. Informações sobre a revista podem ser encontradas em: www.sbembrasil.org.br.

Sites

1. www.bussolaescolar.com.br

   Com *links* para todas as disciplinas escolares, traz uma seção de jogos variados. Clicando em "Matemática", há temas classificados em Ensino Fundamental, Ensino Médio, Geometria e História da Matemática.

2. www.cabri.com (em inglês)

   Cabri-geometre é um *software* educacional desenvolvido especialmente para o ensino de Geometria. No *site* é possível encontrar versões demo para baixar e testar, além dos manuais para utilização.

3. www.geogebra.org (em inglês)

   Disponibiliza o *software* GeoGebra, especialmente desenvolvido para o ensino de Álgebra e Geometria.

4. www.gregosetroianos.mat.br

   Apresenta informações matemáticas diversificadas em linguagem acessível com gráficos animados, artigos, exercícios resolvidos e uma seção sobre erros mais comuns em Matemática.

5. www.matematica.br

   Desenvolvido por professores do Instituto de Matemática e Estatística da Universidade de São Paulo (IME-USP), o *site* traz informações classificadas por temas matemáticos, informações históricas e indicações de programas e cursos.

6. www.obm.org.br

   Traz todas as provas realizadas nas edições da Olimpíada Brasileira de Matemática (OBM), com os exercícios resolvidos.

7. www.obmep.org.br

   Você encontra todas as provas das edições da Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas (Obmep), com as questões resolvidas. Além disso, publica bancos de atividades com questões aplicadas em olimpíadas nacionais e internacionais.

8. www.somatematica.com.br

   Portal com dicas, curiosidades e material de apoio, incluindo jogos, indicações de livros, DVDs e outros materiais. Conta com uma comunidade virtual, um fórum e um espaço para contato entre professores e estudantes.

9. www2.mat.ufrgs.br/edumatec

   Além de artigos e orientações sobre o uso de tecnologias, o *site* disponibiliza *softwares* especialmente desenvolvidos para o ensino de Matemática.

10. https://mentalidadesmatematicas.org.br/

    O Mentalidades Matemáticas é uma cocriação do Instituto Sidarta e do Centro de Pesquisas YouCubed, da Universidade de Stanford, cujo objetivo é discorrer sobre os desafios atuais de equidade e letramento matemático.

Uso de tecnologias no ensino

Livros

1. *Escritos sobre tecnologia educacional e educação profissional*, de Jarbas Novelino Barato (São Paulo: Senac, 2002).

   O autor analisa questões que considera fundamentais da educação atual, como o uso do computador nos espaços educacionais, a sociedade do conhecimento, os novos meios de comunicação, a natureza do saber técnico, o ensino de técnicas e competências no âmbito da educação profissional e a avaliação do "saber fazer" dos trabalhadores.

2. *A árvore do saber-aprender*, de Hélène Trocmé-Fabre (São Paulo: Triom, 2004).

   Essa obra pode conduzir a uma reflexão filosófica sobre a modernidade por abordar questões vitais transdisciplinares. Apresenta uma história e uma modelização para a criação do conhecimento e de saberes.

Reprodução/Triom

3. *Integração das tecnologias na educação*, organizado por Maria Elizabeth Bianconcini Almeida e José Manuel Moran (Brasília, DF: Ministério da Educação/Seed, 2005; disponível em: http://portal.mec.gov.br/seed/arquivos/pdf/iniciaissf.pdf; acesso em: 21 jun. 2022).

   Esse material, de acesso livre, é um fascículo com artigos sobre o uso das tecnologias na Educação Básica. Traz ainda discussões sobre o trabalho com projetos e o uso de mídias na escola.

4. *Novas tecnologias e mediação pedagógica*, de José Manuel Moran, Marcos Tarciso Masetto e Marilda Aparecida Behrens (São Paulo: Papirus, 2017).

   Os autores apresentam discussões importantes sobre o papel do professor no uso de tecnologias na educação, com a perspectiva de construir novas propostas.

Reprodução/Papirus

5. *A educação que desejamos: novos desafios e como chegar lá*, de José Manuel Moran (São Paulo: Papirus, 2011).

   A obra trata das mudanças que as tecnologias trazem para a educação presencial e à distância, em todos os níveis de ensino, abordando o papel de professores e gestores ao desempenhar ações nesse cenário de inovação.

6. *Redes de aprendizagem: um guia para ensino e aprendizagem on-line*, de Linda Harasim, Murray Turoff, Lucio Teles e Starr Roxanne Hiltz (São Paulo: Senac, 2005).

O livro discorre sobre o uso das tecnologias de informação e comunicação mediadas por computador – correio eletrônico, *bulletin boards system*, sistemas de conferência por computador e a própria internet – e como podem ser utilizadas no Ensino Fundamental, no Ensino Médio, na universidade e na educação de adultos.

Sites

1. http://portaldoprofessor.mec.gov.br

Disponibiliza recursos como vídeos, imagens e animações para auxiliar o professor em sala de aula.

2. http://tecedu.pro.br/

Revista eletrônica semestral com artigos e relatos de professores sobre o uso de tecnologias na aula.

3. http://webeduc.mec.gov.br/codigo_aberto

Oferece *softwares* para uso gratuito em diversas disciplinas como ferramenta de apoio ao processo de ensino e aprendizagem.

4. http://www2.eca.usp.br/moran/

Disponibiliza textos sobre educação e tecnologias aplicadas ao contexto educacional.

5. https://aedmoodle.ufpa.br/pluginfile.php/292702/mod_resource/content/1/Manual%20de%20Ferramentas%20Web%2020%20p%C2%AA%20Profs.pdf

Esse manual, disponível no *site* do Ministério da Educação de Portugal, apresenta explicações sobre ferramentas disponíveis na web 2.0 e orientações de como utilizá-las no contexto educacional.

6. https://www.youcubed.org/pt-br/

A plataforma YouCubed disponibiliza atividades, jogos, aplicativos e videoaulas que podem ser acessados *on-line* e gratuitamente. Foi criada pelo grupo de pesquisa da pesquisadora Jô Boaler, da Universidade de Stanford.

7. TV Escola. Oficina de produção de vídeos. *TV Escola*. Disponível em: https://midiasstoragesec.blob.core.windows.net/001/2017/02/dicas_producao_videos.pdf.

O material, em formato de oficina, tem o objetivo de motivar estudantes e professores a produzir vídeos.

Referências bibliográficas comentadas

ALMEIDA, Lourdes M. W.; DIAS, Michele R. Um estudo sobre o uso da modelagem matemática como estratégia de ensino e aprendizagem. *Bolema*, Rio Claro, v. 17, n. 22, p. 19-35, 2004. Disponível em: https://www.periodicos.rc.biblioteca.unesp.br/index.php/bolema/article/view/10529. Acesso em: 3 jun. 2022.

> O trabalho aborda a modelagem matemática – conceito explanado neste Manual e desenvolvido na coleção – como alternativa pedagógica em cursos regulares. Descreve, em particular, uma atividade de modelagem matemática cujo problema investigado é o crescimento de uma colônia de formigas.

BAGNO, Marcos. *Pesquisa na escola*: o que é, como se faz. São Paulo: Edições Loyola, 2007.

> Por meio de uma abordagem reflexiva que inspirou o trabalho com o tema nesta coleção, o autor apresenta sugestões para prática de pesquisa em sala de aula como fonte de aquisição de conhecimento.

BIEMBENGUT, Maria S.; HEIN, Nelson. *Modelagem matemática no ensino*. São Paulo: Contexto, 2000.

> Nesse livro, a modelagem matemática é levada para o dia a dia da sala de aula, com apresentação de várias possibilidades de trabalho que podem ser aplicadas com apoio dos volumes desta coleção.

BRASIL. Ministério da Educação. *Base Nacional Comum Curricular*: versão final. Brasília, DF: MEC, 2017. Disponível em: http://basenacionalcomum.mec.gov.br/images/BNCC_EI_EF_110518_versaofinal_site.pdf. Acesso em: 3 jun. 2022.

> Documento de caráter normativo que define o conjunto orgânico e progressivo de aprendizagens essenciais que todos os estudantes devem desenvolver ao longo das etapas e modalidades da Educação Básica. As concepções desta coleção, dissertadas neste Manual, estão fundamentadas nas premissas desse documento, assim como as propostas de distribuição de competências, habilidades e objetos de conhecimento ao longo dos volumes.

BRASIL. Ministério da Educação. *Temas Contemporâneos Transversais na BNCC*: contexto histórico e pressupostos pedagógicos. Brasília, DF: Ministério da Educação, 2019. Disponível em: http://basenacionalcomum.mec.gov.br/images/implementacao/contextualizacao_temas_contemporaneos.pdf. Acesso em: 3 jun. 2022.

> Documento que explica o contexto histórico e os pressupostos pedagógicos utilizados na construção dos Temas Contemporâneos Transversais. Mostra que a proposição de trabalho com eles visa ao desenvolvimento de uma educação voltada para a cidadania, como explanado neste Manual e praticado nas propostas apresentadas nos volumes da coleção.

BRASIL. Ministério da Educação. *Temas Contemporâneos Transversais na BNCC*: Proposta de Práticas de Implementação. Brasília, DF: MEC, 2019. Disponível em: http://basenacionalcomum.mec.gov.br/images/implementacao/guia_pratico_temas_contemporaneos.pdf. Acesso em: 3 jun. 2022.

> Documento que traz os TCTs e explicita a ligação deles com os diferentes componentes curriculares, conforme preconizado pela BNCC e presente nas propostas desta coleção.

D'AMBROSIO, Ubiratan. *Etnomatemática*: elo entre as tradições e a modernidade. 4. ed. Belo Horizonte: Autêntica, 2011. (Coleção Tendências em Educação Matemática).

> O livro analisa o papel da Matemática na cultura ocidental e a noção de que Matemática é apenas uma maneira da Etno-Matemática. O autor faz um apanhado de diversos trabalhos dessa área, já desenvolvidos no país e no exterior, que usamos como referência para a elaboração de propostas desta coleção.

DANTE, Luiz R. *Didática da resolução de problemas de Matemática*. São Paulo: Ática, 1989.

> O autor explora a elaboração e a resolução de problemas em sala de aula e apresenta objetivos a serem alcançados nesse trabalho, conforme referenciado neste Manual.

DEMO, Pedro. *Educar pela pesquisa*. 4. ed. Campinas: Autores Associados, 2000.

> O artigo traz reflexões acerca das características necessárias para os professores no mundo contemporâneo e que foram consideradas na elaboração deste Manual.

DISTRITO FEDERAL. Secretaria de Estado de Educação. *Convivência escolar e Cultura de Paz*. Brasília, DF, 2020. Disponível em: https://www.educacao.df.gov.br/wp-conteudo/uploads/2018/02/Caderno-Conviv%C3%AAncia-Escolar-e-Cultura-de-Paz.pdf. Acesso em: 3 jun. 2022.

> Caderno orientador elaborado pela Secretaria de Estado de Educação do Distrito Federal cujo objetivo é mostrar ações para a materialização da Cultura de Paz e conscientização, prevenção e combate a todos os tipos de violência no ambiente escolar. Esse documento foi referencial para concepções explanadas neste Manual a respeito desse importante e urgente tema.

KATO, Mary A. *O aprendizado da leitura*. São Paulo: Martins Fontes, 1990.

A obra faz um apanhado de como ocorrem os mecanismos para o aprendizado da leitura. As reflexões, que foram referência para concepções desta coleção, revelam as preocupações centrais da autora sobre a leitura, seus processos e sua aquisição.

KLEIMAN, Angela B. Modelos de letramento e as práticas de alfabetização na escola. *In*: KLEIMAN, Angela B. (org.). *Os significados do letramento*: uma nova perspectiva sobre a prática social da escrita. Campinas: Mercado de Letras, 1995.

O objetivo dessa obra é informar fatos e mitos sobre o letramento. Os trabalhos apresentados, resultado de pesquisas realizadas no Brasil, percorrem diversas concepções do fenômeno do letramento e serviram de referência para a elaboração desta coleção.

KOVALSKI, Larissa. *O pensamento analógico na Matemática e suas implicações na modelagem matemática para o ensino*. 2016. Dissertação (Mestrado) – Universidade Federal do Paraná, Curitiba, 2016. Disponível em: https://acervodigital.ufpr.br/bitstream/handle/1884/56193/R%20-%20D%20-%20LARISSA%20KOVALSKI.pdf?sequence=1&isAllowed=y. Acesso em: 3 jun. 2022.

Esse trabalho insere-se na área de modelagem da Educação Matemática, voltado para a formação conceitual dos professores da disciplina. É uma pesquisa teórica de caráter qualitativo que foi referência para concepções pedagógicas desta coleção. Entendemos ser necessário, para a formação de um professor de Matemática, não apenas o desenvolvimento da parte lógica do pensamento matemático, ligada principalmente a demonstrações e utilização de técnicas dedutivas, mas o estudo dos modos de pensar e conceber a Matemática relacionados a outros tipos de raciocínio argumentativo, como indução, abdução e analogia.

KRULIK, Stephen; REYS, Robert E. (org.) *A resolução de problemas na Matemática escolar*. Trad. de Hygino H. Domingues e Olga Corbo. São Paulo: Atual, 1998.

Coletânea de 22 artigos do National Council of Teachers of Mathematics (NCTM) elaborados por especialistas em Educação Matemática. Com foco na resolução de problemas, há diversas orientações para ajudar professores tanto na sala de aula quanto na preparação de atividades adequadas aos estudantes do Ensino Fundamental. Foi uma fonte de consulta usada na elaboração de problemas desta coleção.

LASCANE, Mariana M.; HOMSY, Nathalia P. B.; MONTEIRO, Ana Fátima B. Construção do raciocínio lógico matemático. *Unisanta Humanitas*, Santos, v. 8, n. 2, p. 117-127, 2019. Disponível em: https://periodicos.unisanta.br/index.php/hum/article/view/2243. Acesso em: 3 jun. 2022.

A proposta desse trabalho é abordar a construção do raciocínio lógico e as maneiras de trabalhá-lo em sala de aula, e ele serviu de referencial para conceitos e propostas deste Manual.

LORENZATO, Sergio. *Para aprender Matemática*. Campinas: Autores Associados, 2008.

O livro é voltado tanto aos professores de Matemática como aos cursos de formação de professores para o Ensino Fundamental e o Ensino Médio de outras disciplinas. Aborda 25 princípios educacionais cuja aplicação favorece o ensino de qualidade. Apresenta diversos exemplos de situações reais, atividades já testadas em sala de aula e materiais didáticos facilmente reproduzíveis por estudantes e docentes.

MAGALHÃES, Ana Paula de A. S. *et al. A investigação matemática como estratégia de ensino e aprendizagem da Matemática. In*: ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 2016, São Paulo. *Anais* [...]. São Paulo: SBEM, 2016. Disponível em: http://www.sbembrasil.org.br/enem2016/anais/pdf/4873_3348_ID.pdf. Acesso em: 3 jun. 2022.

O artigo mostra a investigação matemática como estratégia de ensino para o desenvolvimento do pensamento matemático criativo, concepção presente nesta coleção. Propõe sugestões de atividades investigativas e como elas podem ser exploradas em sala de aula na Educação Básica.

MARCONI, Marina de A.; LAKATOS, Eva M. *Fundamentos de metodologia científica*. 9. ed. São Paulo: Atlas, 2021.

A obra traz conteúdos objetivos para auxiliar o desenvolvimento de trabalhos científicos, apresentando procedimentos e variados exemplos que foram consultados na elaboração das propostas desta coleção.

MATTOS, Pablo. *Empatia e cooperação*: competência geral 9 da BNCC. 2020. [Rio de Janeiro]: Futura, 2020. (Curso *on-line*). Disponível em: https://www.futura.org.br/cursos/empatia-e-cooperacao-competencia-geral-9-da-bncc. Acesso em: 3 jun. 2022.

Curso *on-line*, gratuito, para conhecer mais profundamente a competência geral 9 da BNCC e como tal competência deve cumprir seu papel de indução curricular. Traz ainda elementos que podem ser usados no desenvolvimento, planejamento e implementação de práticas pedagógicas úteis ao desenvolvimento da competência geral 9.

MENDES, Iran A.; Chaquiam, Miguel. *História nas aulas de Matemática*: fundamentos e sugestões didáticas para professores. Belém: SBHMat, 2016.

O livro propõe uma maneira de abordar a Matemática da Educação Básica pelo desenvolvimento histórico das ideias matemáticas em sala de aula, o que vai ao encontro da linha pedagógica de algumas seções desta coleção.

MILANI, Débora R. da C. Culturas juvenis, tecnologias da informação e comunicação e contemporaneidade. *Revista Labor*, v. 1, n. 11, p. 123-124, 2014. Disponível em: https://repositorio.ufc.br/bitstream/riufc/23452/1/2014_art_drcmilani.pdf. Acesso em: 3 jun. 2022.

O artigo analisa a contemporaneidade e possíveis impasses diante das culturas juvenis e considera, sobretudo, o uso das Tecnologias da Informação e Comunicação.

MORAN, José. Mudando a educação com metodologias ativas. *In*: SOUZA, Carlos Alberto; MORALES, Ofelia Elisa Torres (org.). *Convergências midiáticas, educação e cidadania*: aproximações jovens. v. II. (Coleção Mídias Contemporâneas). Ponta Grossa: Foca Foto-PROEX/UEPG, 2015. Disponível em: http://www2.eca.usp.br/moran/wp-content/uploads/2013/12/mudando_moran.pdf. Acesso em: 3 jun. 2022.

> Nesse texto, o autor explora o trabalho com metodologias ativas em diversos contextos, além de apresentar alguns modelos escolares inovadores.

NOVAES, Regina. Os jovens de hoje: contextos, diferenças e trajetórias. *In*: ALMEIDA, Maria Isabel M.; EUGENIO, Fernanda (org.). *Culturas jovens*: novos mapas do afeto. Rio de Janeiro: Jorge Zahar Editor, 2006.

> Na obra, retrata-se a multiplicidade dos jovens sem nenhum viés preconceituoso, o que também é um preceito defendido por esta coleção. O livro reúne artigos de cientistas sociais que se dedicam a entender os problemas enfrentados atualmente pelas juventudes urbanas no Brasil.

PAVANELO, Elisangela; LIMA, Renan. Sala de aula invertida: a análise de uma experiência na disciplina de Cálculo I. *Bolema*, Rio Claro, v. 31, n. 58, p. 739-759, 2017. Disponível em: https://www.scielo.br/j/bolema/a/czkXrB369jBLfrHYGLV4sbb/abstract/?lang=pt. Acesso em: 3 jun. 2022.

> O artigo apresenta os resultados de uma experiência utilizando o conceito de sala de aula invertida em uma disciplina do Ensino Superior. Aponta as potencialidades, alguns problemas enfrentados e a opinião dos estudantes em relação à metodologia. Apesar de ser uma experiência com estudantes de Ensino Superior, traz importantes reflexões sobre os aspectos metodológicos que foram considerados na elaboração deste Manual e são úteis aos professores da Educação Básica.

POLYA, George. *A arte de resolver problemas*: um novo aspecto do método matemático. Trad. Heitor Lisboa de Araújo. Rio de Janeiro: Interciência, 1978.

> O autor apresenta passos para resolução de problemas, além de outras reflexões sobre esse tema que serviram de referência para concepções desta coleção.

ROCK, Gislaine G. T.; SABIÃO, Roseline M. A importância da leitura e interpretação na Matemática. *Revista Científica Multidisciplinar Núcleo do Conhecimento*, São Paulo, ano 3, v. 1, p. 63-84, 2018. Disponível em: https://www.nucleodoconhecimento.com.br/educacao/interpretacao-na-matematica. Acesso em: 3 jun. 2022.

> O artigo apresenta a importância da leitura e da interpretação na Matemática, tendo como ponto primordial a leitura.

SALA DE AULA INVERTIDA. [*S. l.*], [*s. n.*], 2018. 1 vídeo (2 min 10 s). Publicado pelo canal José Moran. Disponível em: https://www.youtube.com/watch?v=fp2eItLz-8M. Acesso em: 3 jun. 2022.

> No vídeo, Moran apresenta uma proposta de trabalho com sala de aula invertida, tipo de metodologia ativa sugerido neste Manual.

SARAIVA, José A. B. Padrão tensivo dos argumentos indutivo, dedutivo e abdutivo. *Revista Estudos Semióticos*, São Paulo, v. 15, 2019. Disponível em: https://www.revistas.usp.br/esse/article/view/153769/172404. Acesso em: 3 jun. 2022.

> O artigo apresenta e descreve três tipos básicos de argumentação (dedutivo, indutivo e abdutivo) que estão incluídos nas propostas didáticas desta coleção.

VINHAL, Maria de Lourdes. *O gênero tira e a argumentação*: uma relação produtiva. 2019. Dissertação (Mestrado profissional) – Universidade Federal de Uberlândia: Programa de Pós-graduação em Letras (PROFLETRAS), Uberlândia, 2019. Disponível em: https://repositorio.ufu.br/bitstream/123456789/25355/3/G%C3%AAneroTiraArgumenta%C3%A7%C3%A3o.pdf. Acesso em: 3 jun. 2022.

> Esse trabalho desenvolve e aplica uma proposta didática em que os estudantes são levados a usar a capacidade argumentativa, o que favorece o desenvolvimento da criticidade e da percepção consciente e participativa do contexto social, econômico e político em que vivem.

WING, Jeannette M. Pensamento computacional: um conjunto de atitudes e habilidades que todos, não só cientistas da computação, ficaram ansiosos para aprender e usar. *Revista Brasileira de Ensino de Ciência e Tecnologia*, Curitiba, v. 9, n. 2, p. 1-10, maio/ago. 2016. Disponível em: https://periodicos.utfpr.edu.br/rbect/article/view/4711/pdf. Acesso em: 3 jun. 2022.

> Trata-se da tradução do trabalho intitulado "Computational Thinking", da autora estadunidense Jeannette Wing, que foi referência para as concepções de pensamento computacional desta coleção.

Orientações específicas

Sugestões de cronogramas para o volume

Este volume é composto de 24 capítulos, organizados em 9 Unidades, abordando todas as habilidades da BNCC previstas para o 6º ano do Ensino Fundamental.

Para colaborar com o planejamento de seu trabalho ao utilizar este volume, apresentamos sugestões de distribuição dos conteúdos em cronogramas bimestral, trimestral e semestral. No entanto, você pode organizar os capítulos e as Unidades seguindo critérios de seleção dos temas de acordo com as necessidades da turma e levando em consideração a carga horária, a grade curricular e o projeto pedagógico da escola.

Para elaboração dessas sugestões de cronograma, foram consideradas 40 semanas letivas, conforme previsto pela Lei Federal nº 13.415 de 2017.

<table>
<tr><th colspan="4">Sugestões de organização</th><th>Unidades</th><th>Capítulos</th></tr>
<tr><td rowspan="13">1º semestre</td><td rowspan="8">1º trimestre</td><td rowspan="6">1º bimestre</td><td>Semanas 1 e 2</td><td rowspan="2">Unidade 1: Sistemas de numeração e operações com números naturais</td><td>Capítulo 1: Números e sistemas de numeração</td></tr>
<tr><td>Semanas 3 e 4</td><td>Capítulo 2: Adição e subtração</td></tr>
<tr><td>Semana 5</td><td rowspan="2">Unidade 2: Noções iniciais de Geometria</td><td>Capítulo 3: Noções fundamentais de Geometria</td></tr>
<tr><td>Semanas 6 e 7</td><td>Capítulo 4: Semirreta, segmento de reta e ângulo</td></tr>
<tr><td>Semanas 8 e 9</td><td rowspan="4">Unidade 3: Mais operações com números naturais</td><td>Capítulo 5: Multiplicação</td></tr>
<tr><td>Semana 10</td><td>Capítulo 6: Divisão</td></tr>
<tr><td rowspan="7">2º bimestre</td><td>Semanas 11 e 12</td><td>Capítulo 7: Potenciação</td></tr>
<tr><td>Semana 13</td><td>Capítulo 8: Introdução à Álgebra</td></tr>
<tr><td rowspan="8">2º trimestre</td><td>Semanas 14 e 15</td><td rowspan="3">Unidade 4: Múltiplos e divisores</td><td>Capítulo 9: Divisibilidade</td></tr>
<tr><td>Semana 16</td><td>Capítulo 10: Números primos e fatoração</td></tr>
<tr><td>Semana 17</td><td>Capítulo 11: Múltiplos e divisores de um número natural</td></tr>
<tr><td>Semanas 18 e 19</td><td rowspan="3">Unidade 5: Frações</td><td>Capítulo 12: O que é fração?</td></tr>
<tr><td>Semana 20</td><td>Capítulo 13: Frações equivalentes e comparação de frações</td></tr>
<tr><td rowspan="11">2º semestre</td><td rowspan="5">3º bimestre</td><td>Semanas 21, 22 e 23</td><td>Capítulo 14: Operações com frações</td></tr>
<tr><td>Semanas 24 e 25</td><td rowspan="2">Unidade 6: Números decimais</td><td>Capítulo 15: Fração decimal e número decimal</td></tr>
<tr><td>Semanas 26, 27 e 28</td><td>Capítulo 16: Operações com números decimais</td></tr>
<tr><td rowspan="8">3º trimestre</td><td>Semana 29</td><td rowspan="3">Unidade 7: Comprimento, perímetro e área</td><td>Capítulo 17: Comprimento</td></tr>
<tr><td>Semana 30</td><td>Capítulo 18: Curvas, poligonais, polígonos e perímetro</td></tr>
<tr><td rowspan="6">4º bimestre</td><td>Semana 31 e 32</td><td>Capítulo 19: Área, ampliação e redução</td></tr>
<tr><td>Semana 33</td><td rowspan="3">Unidade 8: Massa, volume, capacidade, tempo e temperatura</td><td>Capítulo 20: Massa</td></tr>
<tr><td>Semanas 34 e 35</td><td>Capítulo 21: Volume e capacidade</td></tr>
<tr><td>Semana 36</td><td>Capítulo 22: Tempo e temperatura</td></tr>
<tr><td>Semanas 37 e 38</td><td rowspan="2">Unidade 9: Noções de Estatística e Probabilidade</td><td>Capítulo 23: Noções de Estatística</td></tr>
<tr><td>Semanas 39 e 40</td><td>Capítulo 24: Possibilidades e Probabilidade</td></tr>
</table>

Unidade 1

Sistemas de numeração e operações com números naturais

Objetivos pedagógicos desta Unidade

- Ler e escrever números naturais.
- Compor e decompor números naturais.
- Comparar e ordenar números naturais.
- Conhecer e identificar características comuns e diferenças entre o sistema de numeração decimal e outros sistemas de numeração.
- Resolver e elaborar problemas que envolvem adição e subtração de números naturais utilizando estratégias diversas, incluindo o uso da calculadora.

Justificativas

Nesta Unidade, os objetivos envolvem ampliar a compreensão dos estudantes em relação aos números naturais, propondo, para tanto, a resolução de problemas que trabalham contagens, comparação e ordenação desses números, oportunizando a vivência com situações que relacionam a Matemática ao cotidiano.

Entendemos a importância do reconhecimento da Matemática como uma ciência humana, fruto das necessidades e preocupações de diferentes culturas, em diferentes momentos históricos. Sendo assim, trabalhar com os estudantes diversos sistemas de numeração para comparar a escrita de um mesmo número é fundamental para a compreensão e utilização do sistema de numeração indo-arábico, que prevaleceu no mundo ocidental, motivo pelo qual apresentamos também os sistemas de numeração maia e romano.

Neste momento, também damos continuidade ao trabalho da Unidade temática *Números*, ampliando o que foi abordado nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental e preparando os estudantes para o desenvolvimento de outras habilidades relacionadas a essa Unidade temática, que serão desenvolvidas ao longo dos Anos Finais do Ensino Fundamental. Eles vão entender que as propriedades da adição podem facilitar os procedimentos de cálculo e auxiliar na resolução de problemas, assim como nas estratégias de cálculo de subtração: algoritmo usual, algoritmo da decomposição e cálculos mentais.

Competências gerais trabalhadas nesta Unidade

- CG02
- CG04
- CG05
- CG06
- CG07
- CG09
- CG10

Competências específicas de Matemática trabalhadas nesta Unidade

- CEMAT01
- CEMAT02
- CEMAT04
- CEMAT05
- CEMAT06
- CEMAT07
- CEMAT08

Habilidades de Matemática trabalhadas nesta Unidade

Capítulo 1

- EF06MA01
- EF06MA02

Capítulo 2

- EF06MA03

Temas Contemporâneos Transversais trabalhados nesta Unidade

- *Ciência e Tecnologia*
- *Educação Ambiental*
- *Educação em Direitos Humanos*
- *Educação Financeira*
- *Educação Fiscal*
- *Educação para o Consumo*
- *Educação para o Trânsito*
- *Saúde*
- *Vida Familiar e Social*

Nesta Unidade

Nesta Unidade são apresentados aos estudantes os sistemas de numeração desenvolvidos pelas civilizações maia e romana, bem como o sistema de numeração decimal, que prevaleceu no mundo ocidental. Espera-se que eles compreendam que os sistemas de numeração se desenvolveram tendo em vista a necessidade de registrar quantidades em diferentes épocas e civilizações, ampliando e formalizando os conhecimentos do sistema de numeração decimal estudados nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental.

No trabalho com os números naturais, os estudantes são incentivados a ler, escrever, comparar e ordenar números com e sem suporte da reta numérica.

Verifique os conhecimentos e vivências prévios dos estudantes a respeito do sistema de numeração decimal e dos números naturais, bem como das operações de adição e subtração, visando planejar as aulas, em maior ou menor retomada, e aprofundar os conteúdos conforme esses levantamentos.

As operações de adição e subtração são introduzidas por meio de atividades contextualizadas, que abordam situações do cotidiano, facilitando a compreensão e utilização dessas operações. Também são propostas atividades que incentivam o cálculo mental, escrito, exato e aproximado. Acompanhe os estudantes na resolução dessas operações por diferentes estratégias e algoritmos e, se necessário, retome o passo a passo dos algoritmos para auxiliá-los em eventuais dúvidas e equívocos nos cálculos. Como maneira de ampliar os conteúdos estudados em anos anteriores do Ensino Fundamental, são apresentadas as propriedades dessas operações. Os estudantes também devem reconhecer que a subtração é a operação inversa da adição e utilizar a calculadora como ferramenta para resolução de alguns problemas.

Ao explorar a seção *Na Unidade*, registre as respostas, os acertos e os erros dos estudantes para construir um histórico avaliativo que permita acompanhar o desenvolvimento individual e coletivo, bem como o estudo das demais Unidades deste volume. De acordo com esse histórico, é possível mapear os obstáculos e remediá-los de maneira mais assertiva.

Unidade 2

Noções iniciais de Geometria

Objetivos pedagógicos desta Unidade

- Identificar ponto, reta, plano, semirreta, segmento de reta e ângulo.
- Resolver problemas envolvendo vértices, faces e arestas de prismas e pirâmides.
- Associar pares ordenados de números a pontos do plano cartesiano.
- Determinar a medida de abertura de ângulos utilizando transferidor e tecnologias digitais.
- Utilizar e elaborar algoritmos para resolver situações passo a passo.
- Classificar ângulos de acordo com as medidas de abertura.
- Resolver problemas que envolvem ângulos.
- Construir retas paralelas, retas perpendiculares, quadriláteros e ângulos utilizando instrumentos de desenho e tecnologias digitais.

Justificativas

A Unidade visa dar continuidade ao trabalho da Unidade temática *Geometria*, ampliando o que foi abordado nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental e preparando os estudantes para desenvolver outras habilidades relacionadas a essa Unidade temática, que serão desenvolvidas ao longo dos Anos Finais do Ensino Fundamental. Os estudantes têm contato com algumas noções intuitivas relacionadas à Geometria, como ponto, reta, plano, semirreta e segmento de reta.

Outros conceitos são apresentados de maneira formal, de modo a permitir que os estudantes façam uso deles na resolução de problemas envolvendo, por exemplo, medidas de abertura de ângulos e classificação de ângulos.

O trabalho com algoritmos passo a passo também é valorizado, visando ao desenvolvimento do raciocínio lógico dos estudantes.

Entendemos a importância do emprego de processos e ferramentas matemáticas para modelar e compreender o mundo, motivo pelo qual, nesta Unidade, os estudantes são incentivados a fazer construções geométricas utilizando instrumentos como régua e esquadro, bem como fazendo uso de *softwares* de Geometria dinâmica.

Competências gerais trabalhadas nesta Unidade

- CG01
- CG02
- CG03

Competências específicas de Matemática trabalhadas nesta Unidade

- CEMAT01
- CEMAT02
- CEMAT03
- CEMAT05
- CEMAT06

Habilidades de Matemática trabalhadas nesta Unidade

Capítulo 3

- EF06MA16
- EF06MA17
- EF06MA23

Capítulo 4

- EF06MA22
- EF06MA23
- EF06MA25
- EF06MA26
- EF06MA27

Tema Contemporâneo Transversal trabalhado nesta Unidade

- *Trabalho*

Nesta Unidade

A Unidade trata de temas relacionados à Unidade temática *Geometria*, articulados com os objetos de conhecimento e habilidades da BNCC.

O trabalho da Unidade inicia-se propondo aos estudantes que identifiquem e associem elementos do cotidiano às figuras geométricas de que eles se lembram. Posteriormente, eles deverão identificar e nomear entes primitivos: ponto, reta, plano e suas relações, além de resolver problemas envolvendo vértices, faces, arestas de prismas e pirâmides. Verifique os conhecimentos e vivências prévios dos estudantes a respeito desses conteúdos, visando planejar as aulas, em maior ou menor retomada e profundidade, de acordo com esses levantamentos.

Também é proposto que os estudantes interpretem, descrevam e representem a localização ou a movimentação de objetos no plano cartesiano (1º quadrante) utilizando coordenadas cartesianas.

O conceito de ângulo é apresentado em contextos do cotidiano dos estudantes, favorecendo sua compreensão e sua utilização nas mais diversas situações.

Os estudantes são incentivados a utilizar algumas ferramentas matemáticas, como réguas, esquadros e *softwares*, nas representações de retas paralelas e perpendiculares e de outros elementos geométricos. Providencie previamente o material necessário para o desenvolvimento das atividades. Caso não haja material suficiente para toda a turma, crie situações de trabalho em grupo ou faça o revezamento do material.

Ao explorar a seção *Na Unidade*, registre as respostas, os acertos e os erros dos estudantes para construir um histórico avaliativo que permita acompanhar o desenvolvimento individual e coletivo, bem como o estudo das demais Unidades deste volume. De acordo com esse histórico, é possível mapear os obstáculos e remediá-los de maneira mais assertiva.

Unidade 3

Mais operações com números naturais

Objetivos pedagógicos desta Unidade

- Resolver e elaborar problemas que envolvem multiplicação de números naturais.
- Resolver e elaborar problemas envolvendo divisão de números naturais.
- Conhecer o sistema de numeração binário.
- Escrever e calcular o valor de expressões aritméticas.
- Resolver e elaborar problemas que envolvem potenciação.
- Aplicar a propriedade da igualdade na resolução de problemas.

Justificativas

Os objetivos desta Unidade se relacionam a ampliar a compreensão dos estudantes em relação às operações de multiplicação e divisão de números naturais, além de apresentar a operação de potenciação, utilizando, principalmente, a resolução de problemas como meio para essa ampliação.

Entendemos que a abordagem por meio de resolução de problemas pode favorecer o desenvolvimento da habilidade de identificar oportunidades de utilização da Matemática em diversas situações do mundo real, aplicando conceitos, procedimentos e estratégias de resolução para obter soluções e interpretá-las de modo complexo e reflexivo.

Conhecer os números binários que são utilizados na informática configura mais uma oportunidade de perceber uma aplicação da Matemática no cotidiano, indicando que o conhecimento matemático é fundamental para compreender o mundo e atuar nele. Além disso, o trabalho com outras bases numéricas, como a base 2, pode ser um modo de incentivar o uso do raciocínio lógico, crítico e criativo.

O trabalho com a Unidade temática *Álgebra* é ampliado em relação ao que foi explorado no 5º ano do Ensino Fundamental e visa preparar os estudantes para o desenvolvimento de outras habilidades que serão trabalhadas ao longo deste ano e dos demais anos escolares.

Competências gerais trabalhadas nesta Unidade

- CG01
- CG02
- CG03
- CG04
- CG05
- CG07
- CG09
- CG10

Competências específicas de Matemática trabalhadas nesta Unidade

- CEMAT01
- CEMAT02
- CEMAT03
- CEMAT04

- CEMAT05
- CEMAT06
- CEMAT07
- CEMAT08

Habilidades de Matemática trabalhadas nesta Unidade

Capítulo 5

- EF06MA03
- EF06MA12

Capítulo 6

- EF06MA03
- EF06MA32

Capítulo 7

- EF06MA02
- EF06MA03
- EF06MA12

Capítulo 8

- EF06MA03
- EF06MA14
- EF06MA15

Temas Contemporâneos Transversais trabalhados nesta Unidade

- *Educação Alimentar e Nutricional*
- *Educação Ambiental*
- *Educação em Direitos Humanos*
- *Processo de envelhecimento, respeito e valorização do Idoso*
- *Saúde*
- *Trabalho*

Nesta Unidade

Aqui, tratamos de temas relativos às Unidades temáticas *Números* e *Álgebra*, da BNCC, que se correlacionam e se articulam com os objetivos pedagógicos a serem alcançados e norteiam as habilidades a serem desenvolvidas. São abordadas operações de multiplicação, divisão e potenciação com números naturais e é realizada uma introdução aos conceitos de Álgebra.

Retomamos e ampliamos também o trabalho com resolução de problemas envolvendo multiplicação e divisão e apresentamos uma nova operação: a potenciação, que será utilizada mais adiante, por exemplo, na fatoração de um número natural em fatores primos e na notação científica.

O trabalho de introdução à Álgebra retoma e amplia aquele indicado no 5º ano da BNCC, ao apresentar as propriedades da igualdade e a noção de equivalência na obtenção do valor desconhecido em uma igualdade, bem como em problemas que envolvam a partilha desigual.

No capítulo **5**, é explorada a operação de multiplicação de números naturais, de modo a ampliar o que foi indicado no 5º ano na resolução de problemas, explorando a multiplicação com os significados de adição de parcelas iguais e de configuração retangular.

A operação de divisão é retomada no capítulo **6**, e a ampliação é feita a partir do trabalho com outros significados da operação, como os de repartição equitativa e de medida (quantas vezes cabe).

No capítulo **7**, é apresentada outra operação com os números naturais: a potenciação, que será estendida, ainda neste ano, para o campo dos números racionais e, ao longo dos Anos Finais do Ensino Fundamental, para outros conjuntos numéricos. O estudo das potências também é relevante para o trabalho com múltiplos e divisores e a notação científica.

No último capítulo desta Unidade, será abordada a habilidade relacionada à Unidade temática *Álgebra*, que será desenvolvida até o término do Ensino Fundamental. Neste primeiro momento, são retomados e ampliados tópicos tratados no 5º ano que serão necessários para o estudo de resolução de problemas que envolvem equação polinomial do 1º grau, no 7º ano.

Ao explorar a seção *Na Unidade*, registre as respostas, os acertos e os erros dos estudantes para construir um histórico avaliativo que permita acompanhar o desenvolvimento individual e coletivo, bem como o estudo das demais Unidades deste volume. De acordo com esse histórico, é possível mapear os obstáculos e remediá-los de maneira mais assertiva.

Objetivos pedagógicos desta Unidade

- Conhecer alguns critérios de divisibilidade.
- Resolver e elaborar problemas que envolvem as ideias de múltiplo e divisor.
- Determinar múltiplos e divisores de números naturais.
- Decompor números naturais em fatores primos.
- Construir algoritmos em linguagem corrente e representá-los por meio de um fluxograma.
- Classificar números naturais em primos ou compostos.

Justificativas

Esta Unidade permite que os estudantes compreendam os conceitos de múltiplos e divisores por meio da resolução de

problemas que possibilitem reconhecer os múltiplos e os divisores naturais de um número, estabelecer relações entre números, compreender os critérios de divisibilidade, entender o conceito de número primo e aplicá-lo na decomposição de números naturais e classificar os números naturais em primos ou compostos.

Entendemos a importância do reconhecimento da Matemática como uma ciência humana, fruto das necessidades e preocupações de diferentes culturas, em diversos momentos históricos. Sendo assim, apresentamos aos estudantes, nesta Unidade, o processo histórico que levou ao desenvolvimento do conceito de números primos.

Além disso, neste momento, é dada continuidade ao trabalho da Unidade temática *Números*, ampliando o que foi abordado nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental e nas Unidades anteriores do 6º ano e preparando os estudantes para desenvolverem outras habilidades relacionadas a essa Unidade temática, que serão desenvolvidas ao longo dos Anos Finais do Ensino Fundamental. A proposta é permitir que os estudantes entendam que, assim como os fluxogramas, os algoritmos contribuem para a resolução de problemas de maneira mais eficiente, permitindo a realização de algumas generalizações, além de colaborar para o desenvolvimento do pensamento computacional.

Competências gerais trabalhadas nesta Unidade

- CG01
- CG02
- CG04
- CG05
- CG07
- CG09

Competências específicas de Matemática trabalhadas nesta Unidade

- CEMAT01
- CEMAT02
- CEMAT05
- CEMAT06
- CEMAT08

Habilidades de Matemática trabalhadas nesta Unidade

Capítulo 9

- EF06MA03
- EF06MA04
- EF06MA05
- EF06MA34

Capítulo 10

- EF06MA05

Capítulo 11

- EF06MA05
- EF06MA06

Temas Contemporâneos Transversais trabalhados nesta Unidade

- *Ciência e Tecnologia*
- *Diversidade Cultural*
- *Educação Alimentar e Nutricional*
- *Educação para o Consumo*
- *Saúde*
- *Trabalho*
- *Vida Social e Familiar*

Nesta Unidade

A Unidade apresenta aos estudantes os múltiplos e divisores de um número natural, proporcionando, assim, a ampliação dos conhecimentos adquiridos no estudo da multiplicação e da divisão. Esses conceitos são introduzidos por meio da exploração de situações-problema.

As questões reflexivas propostas na abertura da Unidade permitem o trabalho com leitura inferencial e propiciam o desenvolvimento da capacidade de argumentação dos estudantes, uma vez que, para fundamentar seu raciocínio, precisarão utilizar as informações científicas apresentadas no texto, bem como lançar mão de seus conhecimentos pessoais.

O capítulo **9** se refere à divisibilidade, permitindo a retomada do algoritmo da divisão. Com base no quociente e no resto de uma divisão, é possível retomar o fato de uma divisão poder ser exata ou não exata, permitindo discutir o conceito de divisibilidade. Acreditamos que você possa conduzir os estudantes a deduzir e reconhecer os principais critérios de divisibilidade, aplicando-os na resolução de problemas cotidianos, como os apresentados no Livro do Estudante. Ainda no capítulo **9**, propõe-se que construam algoritmos que podem ser representados por fluxogramas.

No capítulo **10**, é explorado o conceito de números primos e números compostos.

O capítulo **11** apresenta os múltiplos e os divisores de um número natural, e a determinação do m.m.c. (mínimo múltiplo comum) e do m.d.c. (máximo divisor comum), oportunidades em que são indicadas estratégias para obtenção desses elementos, assim como a aplicação desses conceitos na resolução de problemas.

Ao explorar a seção *Na Unidade*, registre as respostas, os acertos e os erros dos estudantes para construir um histórico avaliativo que permita acompanhar o desenvolvimento

individual e coletivo, bem como o estudo das demais Unidades deste volume. De acordo com esse histórico, é possível mapear os obstáculos e remediá-los de maneira mais assertiva.

Unidade 5
Frações

Objetivos pedagógicos desta Unidade

- Construir alguns significados para fração.
- Ler e escrever frações.
- Comparar e ordenar frações.
- Identificar frações equivalentes.
- Resolver e elaborar problemas que envolvem frações de uma quantidade.
- Resolver e elaborar problemas que envolvem adição, subtração, multiplicação e divisão de frações.

Justificativas

Os objetivos desta Unidade se relacionam à retomada e ampliação de conceitos e ao trabalho com resolução de problemas envolvendo frações desenvolvidos no 5º ano do Ensino Fundamental. Para alcançar esse objetivo, em um primeiro momento, retomamos elementos que julgamos pertinentes: ler e escrever frações e construir significados para um número representado na forma fracionária.

Entendemos que a abordagem por meio de resolução de problemas pode desenvolver a capacidade de identificar oportunidades para a utilização da Matemática em outros contextos cotidianos, aplicando procedimentos e resultados para encontrar soluções e interpretá-las de acordo com a situação considerada, sobretudo ao explorar números racionais representados por frações, que aparecem em diversas situações do dia a dia.

Procuramos, nesta Unidade, desenvolver o trabalho com frações em conformidade com a BNCC, especialmente pelo fato de a representação fracionária dos números racionais fazer parte de um conjunto de ideias fundamentais da Matemática. Por esse motivo, o entendimento sobre a representação fracionária de números é necessário para promover o reconhecimento de quantidades, de modo que seja possível comparar e ordenar frações.

Além disso, para dar sentido às operações (adição, subtração, multiplicação e divisão) com números na forma fracionária, utilizamos representações geométricas com vista a atribuir significado de que faz sentido adicionar frações que têm denominadores iguais, e, quando os denominadores são diferentes, é necessário utilizar um par de frações equivalentes com o mesmo denominador. Também é dada ênfase no registro geométrico para as operações de multiplicação e divisão, a fim de que não seja oferecido um algoritmo sem significado aos estudantes.

O trabalho desta Unidade retoma e amplia as estratégias de resolução de problemas que envolvam a partilha em partes desiguais, indicados em habilidades da Unidade temática *Álgebra*, na BNCC.

Competências gerais trabalhadas nesta Unidade

- CG01
- CG02
- CG04
- CG05
- CG06
- CG07
- CG08
- CG10

Competências específicas de Matemática trabalhadas nesta Unidade

- CEMAT01
- CEMAT02
- CEMAT03
- CEMAT04
- CEMAT05
- CEMAT06
- CEMAT07

Habilidades de Matemática trabalhadas nesta Unidade

Capítulo 12

- EF06MA01
- EF06MA07
- EF06MA08
- EF06MA09
- EF06MA15

Capítulo 13

- EF06MA04
- EF06MA07
- EF06MA34

Capítulo 14

- EF06MA01
- EF06MA07
- EF06MA09
- EF06MA10

Temas Contemporâneos Transversais trabalhados nesta Unidade

- *Diversidade Cultural*
- *Educação Alimentar e Nutricional*
- *Educação Ambiental*
- *Educação Financeira*
- *Educação para o Consumo*
- *Saúde*

Nesta Unidade

Nesta Unidade, tratamos de temas relativos às unidades temáticas *Números* e *Álgebra*, da BNCC, que se articulam com os objetivos pedagógicos a serem alcançados e norteiam as habilidades a serem desenvolvidas.

Retomamos e ampliamos conceitos e o trabalho com resolução de problemas envolvendo frações desenvolvidos no 5º ano, como ocorre em fração de fração e divisão de frações.

O trabalho na Unidade temática *Álgebra* retoma e amplia as estratégias de resolução de problemas que envolvem a partilha em partes desiguais. Além disso, são propostos problemas utilizando números racionais, algo esperado na BNCC. Nesta Unidade, são tratados tópicos que estão inseridos na Unidade temática *Números*, que tem como finalidade o desenvolvimento do pensamento numérico e propor, por meio de situações significativas, ampliações dos campos numéricos. No estudo desses campos numéricos, devem ser enfatizados registros, usos, significados e operações.

No capítulo **12**, tratamos do conceito de fração e seus significados, ampliando o trabalho feito com números racionais, representados por frações no 5º ano. Os temas desenvolvidos são: leitura, escrita, representação e termos de uma fração e seus significados, como a relação parte-todo e quociente; tipos de fração e número misto; fração de uma quantidade; partilha em partes desiguais cujas relações envolvidas são dadas por frações; e problemas envolvendo frações.

Exploramos frações equivalentes e comparação de frações no capítulo **13**. Além disso, procuramos estender o que foi feito no 5º ano com o objetivo de preparar o estudante para o que será estudado no 7º ano. No capítulo, são apresentados os tópicos: simplificação de frações e base para o cálculo da multiplicação de frações – que será tratado no próximo capítulo desta Unidade e em anos posteriores, além de ser um tema fundamental para o cálculo algébrico a ser estudado, por exemplo, no 8º ano.

No capítulo **14**, reiteramos e ampliamos o trabalho com frações apresentado o estudo das operações de adição, subtração, multiplicação e divisão envolvendo frações – o conjunto universo dos números racionais não negativos serve de base para a ampliação desse tópico nos demais anos do Ensino Fundamental, em especial no 7º ano. Os temas desenvolvidos são: adição e subtração com frações de denominadores iguais e de denominadores diferentes; expressões numéricas envolvendo frações; multiplicação de número natural com fração, fração de fração e multiplicação entre 2 frações; o conceito de inverso de uma fração não nula; divisão entre um número natural e uma fração, entre uma fração e um número natural e entre 2 frações; e resolução de problemas envolvendo operações com frações.

Ao explorar a seção *Na Unidade*, registre as respostas, os acertos e os erros dos estudantes para construir um histórico avaliativo que permita acompanhar o desenvolvimento individual e coletivo, bem como o estudo das demais Unidades deste volume. De acordo com esse histórico, é possível mapear os obstáculos e remediá-los de maneira mais assertiva.

Objetivos pedagógicos desta Unidade

- Ler, escrever, comparar e ordenar números decimais.
- Transformar um número decimal em fração decimal e vice-versa.
- Resolver e elaborar problemas que envolvem números decimais.
- Resolver e elaborar problemas que envolvem porcentagem.

Justificativas

Nesta Unidade, tratamos de temas relativos à Unidade temática *Números*, que se articulam com os objetivos pedagógicos a serem alcançados e norteiam as habilidades a serem desenvolvidas. São abordados temas relacionados aos números racionais expressos na forma decimal: leitura, escrita, e representação, estendendo as características do sistema de numeração decimal; ordenação e comparação; representações como fração decimal e porcentual e a relação entre essas representações e a decimal; representações decimais equivalentes; operações envolvendo números racionais na forma decimal: adição, subtração, multiplicação, potenciação com base decimal e divisão; decimal exato e dízima periódica; e problemas com números racionais expressos nas formas estudadas.

Assim como indicado no Livro do Estudante, vamos simplificar a linguagem usada para "número racional expresso na forma decimal", usando a expressão "número decimal". Retomamos e ampliamos conceitos e o trabalho com resolução de problemas envolvendo números decimais desenvolvidos no 5º ano, como é o caso da potenciação e do conceito de dízima

periódica, que embasam a continuidade do estudo dos campos numéricos nos Anos Finais do Ensino Fundamental.

Procuramos desenvolver o trabalho com números decimais nesta Unidade em consonância com o que preconiza a BNCC.

Competências gerais trabalhadas nesta Unidade

- CG01
- CG02
- CG04
- CG05
- CG06
- CG07
- CG08
- CG09
- CG10

Competências específicas de Matemática trabalhadas nesta Unidade

- CEMAT01
- CEMAT02
- CEMAT03
- CEMAT04
- CEMAT05
- CEMAT07
- CEMAT08

Habilidades de Matemática trabalhadas nesta Unidade

Capítulo 15

- EF06MA01
- EF06MA02
- EF06MA07
- EF06MA08
- EF06MA13

Capítulo 16

- EF06MA01
- EF06MA08
- EF06MA11
- EF06MA13

Temas Contemporâneos Transversais trabalhados nesta Unidade

- *Educação Alimentar e Nutricional*
- *Educação Ambiental*
- *Diversidade Cultural*
- *Educação em Direitos Humanos*
- *Educação Financeira*
- *Educação Fiscal*
- *Educação para o Consumo*
- *Educação para valorização do multiculturalismo nas matrizes históricas e culturais Brasileiras*
- *Trabalho*

Nesta Unidade

A Unidade apresenta aos estudantes uma ampliação do trabalho com o sistema de numeração decimal com ênfase na transformação de um número decimal em fração decimal e vice-versa e na resolução e elaboração de problemas envolvendo números decimais e porcentagens.

Verifique os conhecimentos e as vivências prévias dos estudantes a respeito do sistema de numeração decimal e das representações de um número nas formas decimal e fracionária, conteúdos do capítulo **15**, bem como das operações de adição, subtração, multiplicação, divisão e potenciação com números decimais, conteúdos do capítulo **16**, visando planejar as aulas em maior ou menor retomada e profundidade, de acordo com esses levantamentos.

São propostas atividades que incentivam o cálculo mental, escrito, exato e aproximado.

Ao explorar a seção *Na Unidade*, registre as respostas, os acertos e os erros dos estudantes para construir um histórico avaliativo que permita acompanhar o desenvolvimento individual e coletivo, bem como o estudo das demais Unidades deste volume. De acordo com esse histórico, é possível mapear os obstáculos e remediá-los de maneira mais assertiva.

Unidade 7

Comprimento, perímetro e área

Objetivos pedagógicos desta Unidade

- Resolver problemas que envolvem medidas de comprimento, perímetro e área.
- Reconhecer e classificar curvas.
- Reconhecer, nomear e comparar polígonos.
- Identificar características dos triângulos e classificá-los.
- Identificar características dos quadriláteros e classificá-los.
- Construir ampliações e reduções de figuras geométricas planas.

Justificativas

Nesta Unidade, retomamos e ampliamos conceitos da Unidade temática *Grandezas e medidas* articulados à

Geometria (comprimentos, áreas, polígonos), já trabalhados nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental.

Destacamos que, nesta Unidade, inicia-se o trabalho com medidas de comprimento, estimulando a compreensão das diferentes maneiras de medir por meio da história das unidades de medidas. Na sequência, são exibidas a maneira de medir uma curva e as unidades de medida de comprimento, seus múltiplos e submúltiplos.

Entendemos que uma abordagem por meio de resolução de problemas pode desenvolver a capacidade de identificar oportunidades para a utilização da Matemática em outros contextos, aplicando procedimentos e resultados a fim de obter soluções e interpretá-las segundo o contexto considerado, além de possibilitar aos estudantes a resolução de problemas cotidianos e a leitura de mundo complexa e reflexiva, ainda mais em relação aos conceitos de medidas de área e de comprimento que aparecem em diversas situações do dia a dia.

Procuramos, nesta Unidade, desenvolver o trabalho com a classificação de polígonos, triângulos e quadriláteros em conformidade com a BNCC, possibilitando ao estudante diferenciar cada uma dessas figuras e identificar objetos do cotidiano que podem ser representados por essas figuras, por exemplo, um revestimento cerâmico que pode ser representado como um quadrado ou um retângulo, dependendo das dimensões.

Competências gerais trabalhadas nesta Unidade

- CG02
- CG03
- CG04
- CG06

Competências específicas de Matemática trabalhadas nesta Unidade

- CEMAT02
- CEMAT03
- CEMAT05
- CEMAT07

Habilidades de Matemática trabalhadas nesta Unidade

Capítulo 17

- EF06MA11
- EF06MA24

Capítulo 18

- EF06MA18
- EF06MA19
- EF06MA20
- EF06MA22
- EF06MA24
- EF06MA28

Capítulo 19

- EF06MA21
- EF06MA24
- EF06MA29

Temas Contemporâneos Transversais trabalhados nesta Unidade

- *Diversidade Cultural*
- *Educação Ambiental*
- *Educação para valorização do multiculturalismo nas matrizes históricas e culturais Brasileiras*
- *Saúde*
- *Vida Familiar e Social*

Nesta Unidade

Durante o capítulo **17**, são trabalhados os conteúdos de comprimento e suas unidades de medida. Inicia-se com a compreensão das diferentes maneiras de medir por meio de um breve histórico das unidades de medidas, como o cúbito, a polegada, o palmo e o pé.

Na sequência, são apresentadas a maneira de medir uma curva e as unidades de medição de comprimento, seus múltiplos e submúltiplos; por isso é importante retomar os conhecimentos prévios sobre as unidades de medida e como aferi-las com a régua. A identificação de características próprias para a medição – como o uso de múltiplos do metro para distâncias geográficas ou dos submúltiplos para espaços menores – é abordada a fim de levar o estudante à percepção espacial e, consequentemente, das unidades de medida de comprimento utilizadas para tais aferições.

Nesse capítulo, é realçada a dimensão linear do comprimento; por isso reforçar os conceitos de Geometria trabalhados em etapas anteriores é importante para a compreensão dos conceitos desse tema e a construção dos conceitos futuros dentro da própria Unidade, como a aferição das medidas de comprimento de curvas, a definição de polígonos nomeando e comparando-os e a percepção de medidas de área.

Diante da corriqueira percepção no dia a dia e da necessidade de novos desdobramentos de estudos, triângulos e quadriláteros ganham destaque, no capítulo **18**, para estudo especial até mesmo para a classificação das figuras de 3 lados de acordo com a medida dos lados e dos ângulos, bem como para a distinção dos quadriláteros entre losango, quadrado, retângulo, paralelogramo e trapézio.

A Unidade é encerrada com o capítulo **19** por meio da apresentação do conceito de área partindo da compreensão de superfície do tangram para se chegar à ideia de padronização da medida de área como metro quadrado, seus múltiplos e submúltiplos, além de todo o raciocínio para se efetuar a mudança de unidades – agora, para as medidas de área.

O cálculo das medidas de área de alguns polígonos também recebe destaque especial. Também são exploradas as estratégias para redução e ampliação de figuras planas, situações em que a malha quadriculada terá fundamental serventia nas atividades com os estudantes.

Ao explorar a seção *Na Unidade*, registre as respostas, os acertos e os erros dos estudantes para construir um histórico avaliativo que permita acompanhar o desenvolvimento individual e coletivo, bem como o estudo das demais Unidades deste volume. De acordo com esse histórico, é possível mapear os obstáculos e remediá-los de maneira mais assertiva.

Massa, volume, capacidade, tempo e temperatura

Objetivos pedagógicos desta Unidade

- Resolver e elaborar problemas que envolvem medidas de massa, volume, capacidade, tempo e temperatura em diferentes situações.
- Reconhecer as unidades de medida mais usuais para as grandezas trabalhadas.
- Estabelecer relações entre as grandezas trabalhadas.
- Determinar a medida de volume de alguns sólidos geométricos.
- Efetuar operações que envolvem medidas de uma mesma grandeza expressas em mais de uma unidade.

Justificativas

Os objetivos desta Unidade estão relacionados à retomada e à ampliação das unidades de medida mais usuais para massa, volume, capacidade, tempo e temperatura, já trabalhadas nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental, sobretudo em relação às operações e conversões entre unidades de medida.

A estrutura dos capítulos desta Unidade pode ser resumida da seguinte maneira: apresentação das unidades de medida a serem trabalhadas; apresentação dos múltiplos e submúltiplos de cada uma delas; compreensão da conversão entre esses múltiplos e submúltiplos; modos de realização das operações de adição, subtração, multiplicação e divisão envolvendo essas unidades; por fim, a proposição de situações-problema para apresentar possibilidades de utilização das unidades de medida por parte dos estudantes.

Consideramos que a utilização da resolução de problemas como uma metodologia de ensino possibilita o desenvolvimento da capacidade de identificação de oportunidades de utilização da Matemática em outros contextos, aplicando procedimentos e resultados para a obtenção de soluções, bem como a interpretação dos resultados, conforme o contexto.

Além da resolução de problemas, entendemos que uma competência atual é a formulação de problemas por parte dos estudantes, o que pode ser de grande utilidade a eles, pois auxilia no entendimento da linguagem dos enunciados matemáticos que aparecem nos livros didáticos e em avaliações e, ao mesmo tempo, estabelece relações com os conteúdos matemáticos.

Competências gerais trabalhadas nesta Unidade

- CG01
- CG02
- CG07

Competências específicas de Matemática trabalhadas nesta Unidade

- CEMAT01
- CEMAT02
- CEMAT06
- CEMAT07
- CEMAT08

Habilidades de Matemática trabalhadas nesta Unidade

Capítulo 20

- EF06MA11
- EF06MA13
- EF06MA24

Capítulo 21

- EF06MA11
- EF06MA13
- EF06MA24

Capítulo 22

- EF06MA03
- EF06MA11
- EF06MA24

Temas Contemporâneos Transversais trabalhados nesta Unidade

- *Educação Ambiental*
- *Educação para o Consumo*
- *Trabalho*

Nesta Unidade

Destaca-se nesta Unidade a importância da compreensão de variadas unidades de medida de grandezas e a sua eventual conversão em seus múltiplos e submúltiplos.

Na primeira parte desta Unidade, no capítulo **21**, são trabalhadas as unidades de medida de massa presentes no cotidiano, como na aferição da massa de um ser humano ou na medição da quantidade de legumes comprados em uma quitanda. Além disso, são apresentadas outras unidades de medida de massa, por exemplo, a arroba. É importante sempre relacioná-las com as unidades de medida convencionais, em grama, seus múltiplos e submúltiplos, para que seja possível compreender e comparar determinada medida com unidades de medidas usuais.

Depois de terem sido trabalhadas, na Unidade anterior, as medidas de comprimento e de área, nesta Unidade são apresentadas as medidas de volume tanto estruturadas com base no sistema métrico quanto pela unidade litro, seus múltiplos e submúltiplos. A relação entre as medidas cúbicas e as medidas de litro também é trabalhada no capítulo **22**.

Finalmente, no último capítulo desta Unidade, são apresentadas outras grandezas que precisam ser medidas, como o tempo e a temperatura. Trabalhando o tempo desde os segundos, o capítulo **23** apresenta uma boa oportunidade de os estudantes retomarem conceitos como o das unidades medida de tempo com base 60 até a percepção do conceito de amplitude térmica por meio da oscilação de medições de temperatura.

Por serem conteúdos de ampla contextualização cotidiana, é fundamental destacar, no decorrer de toda a Unidade e de acordo com o tema em cada capítulo, a importância da compreensão e do emprego de uma nomenclatura correta e adequada para cada situação proposta.

Ao explorar a seção *Na Unidade*, registre as respostas, os acertos e os erros dos estudantes para construir um histórico avaliativo que permita acompanhar o desenvolvimento individual e coletivo, bem como o estudo das demais Unidades deste volume. De acordo com esse histórico, é possível mapear os obstáculos e remediá-los de maneira mais assertiva.

Unidade 9

Noções de Estatística e Probabilidade

Objetivos pedagógicos desta Unidade

- Resolver problemas que envolvem porcentagens.
- Ler e interpretar informações em tabelas e gráficos.
- Interpretar e resolver situações que envolvem dados de pesquisas.
- Construir gráfico usando planilha eletrônica.
- Calcular a probabilidade de um evento aleatório.

Justificativas

Nesta Unidade, retomamos e ampliamos conceitos de Probabilidade e Estatística, apresentados nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental, em especial o tratamento da incerteza de um experimento e o tratamento de dados.

Com relação aos conceitos da Unidade temática *Probabilidade e Estatística*, entendemos que seja necessário promover uma abordagem que auxilie no desenvolvimento de habilidades para interpretar, avaliar e comunicar informações estatísticas. Por isso, nesta Unidade, são trabalhadas etapas para o desenvolvimento de uma pesquisa, que incluem a coleta de dados e a comunicação dos resultados obtidos na pesquisa, por meio de gráficos e outros tipos de representação. Também serão apresentadas atividades nas quais os estudantes têm que ler e interpretar tabelas e gráficos, sejam aqueles desenvolvidos para fins didáticos, sejam aqueles que envolvam dados de pesquisas, com base em informações obtidas por institutos de pesquisas, como o IBGE.

Para auxiliar na habilidade de interpretação de dados, retomamos o conceito de probabilidade, que comumente é utilizado para apresentar resultados de uma pesquisa ou de dados estatísticos. Além disso, devido à importância da comunicação dos resultados de uma pesquisa, apresentamos um modo de construir gráficos de barras utilizando um *software* de planilhas eletrônicas.

Com relação à ideia de probabilidade, ampliamos uma das finalidades dos Anos Iniciais do Ensino Fundamental: a compreensão de que nem todos os fenômenos são determinísticos, ou seja, há eventos certos, eventos impossíveis e eventos prováveis. A noção de probabilidade, portanto, entra para quantificar a noção de evento provável e a compreensão desse número para a tomada de decisões.

Competências gerais trabalhadas nesta Unidade

- CG02
- CG03
- CG04
- CG05
- CG07
- CG09
- CG10

Competências específicas de Matemática trabalhadas nesta Unidade

- CEMAT02
- CEMAT03

- CEMAT04
- CEMAT05
- CEMAT06
- CEMAT08

Habilidades de Matemática trabalhadas nesta Unidade

Capítulo 23

- EF06MA13
- EF06MA31
- EF06MA32
- EF06MA33

Capítulo 24

- EF06MA13
- EF06MA30
- EF06MA34

Temas Contemporâneos Transversais trabalhados nesta Unidade

- *Diversidade cultural*
- *Direitos da Criança e do Adolescente*
- *Educação Alimentar e Nutricional*
- *Educação Ambiental*
- *Educação em Direitos Humanos*
- *Educação Financeira*
- *Educação para o Consumo*
- *Educação para valorização do multiculturalismo nas matrizes históricas e culturais Brasileiras*
- *Saúde*

Nesta Unidade

Nesta Unidade é dada continuidade ao trabalho realizado com a Unidade temática *Probabilidade e Estatística*, sendo o foco o tratamento de dados e a incerteza por meio da abordagem de conceitos, fatos e procedimentos presentes em muitas situações do dia a dia, das ciências e das tecnologias.

No capítulo **23**, é feita uma retomada do conceito de porcentagem, que está presente na apresentação de dados estatísticos, por meio da frequência relativa de uma distribuição de dados e a sua compreensão. A relação parte e todo está presente, com vistas a facilitar a compreensão do conceito de porcentagem. Em seguida, são apresentadas etapas que podem ser utilizadas para o desenvolvimento de uma pesquisa estatística, destacando-se: planejamento, coleta, organização e apresentação dos dados. Com relação à utilização de tecnologia, apresenta-se de que forma é possível utilizar um *software* de planilhas eletrônicas para auxiliar no tratamento e na organização dos dados, além de possibilitar a elaboração de gráficos variados.

No capítulo **24**, procura-se trabalhar e ampliar conteúdos de probabilidades. Inicia-se com situações que envolvem o princípio fundamental da contagem. Além disso, destacamos a importância de se utilizar, quando for possível, a representação em árvore de possibilidades de uma dada situação e relacioná-la ao desenvolvimento das multiplicações das opções possíveis em um problema de contagem. Ainda neste capítulo são apresentadas estratégias iniciais para a compreensão e desenvolvimento do conceito de probabilidade, aplicando-as em contextos reais.

Ao explorar a seção *Na Unidade*, registre as respostas, os acertos e os erros dos estudantes para construir um histórico avaliativo que permita acompanhar o desenvolvimento individual e coletivo, bem como o estudo das demais Unidades deste volume. De acordo com esse histórico, é possível mapear os obstáculos e remediá-los de maneira mais assertiva.

Resoluções

Unidade 1

Abertura (p. 9)

Respostas pessoais. Espera-se que os estudantes concluam que mesmo em meio a tantas transformações ocorridas ao longo do último século, a sociedade ainda espera que as mulheres tenham o papel fundamental de cuidar de pessoas e se responsabilizar por afazeres domésticos. Segundo o IBGE, as mulheres ocupam cerca de 11 horas e meia a mais do que os homens para realizar essas tarefas.

Capítulo 1

Atividades

1.

Quantidade agrupada	Representação	Leitura
seis dezenas e três unidades	63	sessenta e três
quatro dezenas	40	quarenta
duas centenas e uma dezena	210	duzentos e dez
sete centenas e oito unidades	708	setecentos e oito
quatro milhares e uma centena	4 100	quatro mil e cem
nove dezenas de milhares	90 000	noventa mil
seis centenas de milhares	600 000	seiscentos mil
um milhão, oito milhares e nove centenas	1 008 900	um milhão, oito mil e novecentos

2. **a)** Cinquenta e sete.
b) Trezentos e noventa e um.
c) Quatrocentos e quatro.
d) Dois mil, novecentos e treze.
e) Cinquenta mil, seiscentos e dezessete.
f) Cento e um mil e dez.

3. **a)** $99 = 90 + 9$
99 representa 9 dezenas e 9 unidades.
b) $428 = 400 + 20 + 8$
428 representa 4 centenas, 2 dezenas e 8 unidades.
c) $110 = 100 + 10 + 0$
110 representa 1 centena, 1 dezena e 0 unidade.

4. 2 020: dois mil e vinte.
211 766 882: duzentos e onze milhões, setecentos e sessenta e seis mil, oitocentos e oitenta e dois.

5. **a)** 54 **c)** 560 **e)** 1 500 **g)** 25 015
b) 117 **d)** 305 **f)** 8 710 **h)** 900 909

6. **a)** 6
b) 9
c) Algarismo 4: centenas de milhar; algarismo 2: unidades de milhar; algarismo 8: unidades de milhão.
d) Ausência de centenas simples na representação decimal desse número.

7. **a)** Unidades simples; 5.
b) Unidades de milhar; 5 000.
c) Dezenas de milhar; 50 000.
d) Centenas de milhar; 500 000.

8. **a)** Centenas; 300.
b) Centenas de milhar; 300 000.
c) Unidades de milhão; 3 000 000.
d) Dezenas de milhão; 30 000 000.

9. 56: LVI. 88: LXXXVIII. 110: CX. 999: CMXCIX. 1 119: MCXIX.

10. **a)** 1 927 **b)** 1 895 **c)** 1 783 **d)** 1 790

11. Exemplos de resposta: O sistema de numeração decimal e o sistema de numeração romano têm base 10. Os sistemas de numeração maia e romano representam os números por conjuntos do mesmo símbolo (pontinhos e traços horizontais no maia, e letras no romano). Os sistemas de numeração decimal e maia têm símbolos para representar o número 0, enquanto o romano não tem. Os símbolos usados para representar os números em cada um desses sistemas são diferentes.

12. **a)** 10 **b)** 15

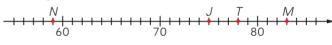
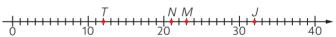
13. **a)** Quatro; 50, 52, 54, 56.
b) 48; par.
c) 58; par.

14. **a)** 10 000 **b)** 100 009 **c)** 999 998 **d)** 99 999

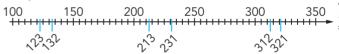
15. **a)** Araraquara. **b)** Campinas.

16. **a)** XVI **b)** XIV **c)** LXII **d)** LXIV

17. **a)** Errado. **c)** Certo. **e)** Errado.
b) Certo. **d)** Errado. **f)** Certo.

18. **a)** Figurinhas coladas:

Figurinhas repetidas:

b) Marco Antônio. **d)** 59, 75, 78, 83.
c) Talita. **e)** 32, 23, 21, 12.

19. **a)**

Ilustrações: Banco de imagens/Arquivo da editora

b) Azul; amarelo; verde.

20. A primeira mulher astronauta foi Valentina V. Tereshkova. Em 16/6/1963, tripulando a nave Vostok VI, ela realizou um voo de 48 órbitas em torno da Terra.

21. **a)** 45 **b)** 45

22. 124, 132, 134, 142, 214, 234, 312, 314, 324, 342, 412 e 432.
a) 124
b) 432
c) 12 números.

Na olimpíada (p. 19)

A lista de Maria

Os números podem começar por 2, por 1 ou por 5.

O algarismo das unidades pode ser 2, ou 0, ou 1, ou 5.

São eles:

22, 20, 21, 25;

12, 10, 11, 15;

52, 50, 51, 55.

Portanto, são 12 números. Logo, alternativa **d**.

Na mídia

1.

O quadro de medalhas

Colocação	País	Ouro	Prata	Bronze	Total
11º	Canadá	7	6	11	24
12º	Brasil	7	6	8	21
13º	Nova Zelândia	7	6	7	20
14º	Cuba	7	3	5	15
15º	Hungria	6	7	7	20
16º	Coreia do Sul	6	4	10	20
17º	Polônia	4	5	5	14
18º	República Tcheca	4	4	3	11
19º	Quênia	4	4	2	10
20º	Noruega	4	2	2	8

Fonte dos dados: OLIMPÍADA TODO DIA. Disponível em: https://www.olimpiadatododia.com.br/toquio-2020/jogos-olimpicos/quadro-de-medalhas/. Acesso em: 5 dez. 2021.

2. Entre os países citados não houve empate.

3. França (Paris) 2024 e Estados Unidos da América (Los Angeles) 2028.

4. Resposta pessoal. Espera-se que os estudantes percebam que o esporte pode transformar a vida de qualquer pessoa. Além disso, segundo o Estatuto da Pessoa com Deficiência, a pessoa com deficiência tem direito ao esporte em igualdade de oportunidades com as demais pessoas.

5. As informações dependem do ano vigente e podem ser consultadas no *site* oficial do Comitê Olímpico Internacional (disponível em: https://olympics.com/pt/, acesso em: 18 jun. 2022).

Capítulo 2

Participe (p. 22)

I. a) Adição: 46 + 45.
b) 91
c) Adição: 19 + 45.
d) 64
e) Adições; exemplos de resposta: 91 + 19 ou 64 + 46.
f) 110 anos.

II. a) 4 950 + 3 280 = 8 230. A renda familiar deles é de 8 230 reais.
b) 8 230 + 1 460 = 9 690. A renda familiar deles é de 9 690 reais.

Atividades

1. a) 3 216 + 1 965 + 706 + 940 = 6 827. A livraria vendeu 6 827 exemplares.
b) 3 216 + 706 = 3 922. Foram vendidos 3 922 livros de Monteiro Lobato.
c) 1 965 + 940 = 2 905. Foram vendidos 2 905 livros de Mirna Pinsky.
d) R$ 20,00 + R$ 18,00 = R$ 38,00
e) R$ 26,00 + R$ 16,00 = R$ 42,00
f) R$ 20,00 + R$ 26,00 + R$ 16,00 + R$ 18,00 = R$ 80,00

2. a) 26 + 19 = 45. Logo, Sônia tem 45 anos.
b) Ele gastou: R$ 1.048,00 + R$ 1.499,00 + R$ 710,00 + + R$ 1.080,00 = R$ 4.337,00.
c) Ele tinha: R$ 4.337,00 + R$ 789,00 = R$ 5.126,00.

3. Nice tem 30 anos. Fernanda é 5 anos mais velha, portanto tem 35 anos. Fernanda é 12 anos mais nova que Neusa. Então, Neusa tem 12 anos a mais do que Fernanda: 35 + 12 = 47.
Juntas, elas têm 112 anos, pois 47 + 35 + 30 = 112.

4. a) Lendo a primeira linha da tabela, concluímos que o total de estudantes do 6º ano é: 109 + 132 + 165 + 110 = 516.
b) Lendo a terceira linha da tabela, concluímos que o total de jovens do 8º ano é: 71 + 84 + 53 + 29 = 237.
c) Lendo a última coluna da direita, concluímos que o total de estudantes da Turma **B** do período da tarde é: 110 + 61 + 29 + 14 = 214.
d) No período da manhã, temos que o total de estudantes da Turma **A** é: 109 + 82 + 71 + 55 = 317.
No período da tarde, temos que o total de estudantes da Turma **A** é: 165 + 94 + 53 + 25 = 337.
Então, há mais estudantes da Turma **A** no período da tarde.
e) Lendo a última linha da tabela, temos que o total de estudantes da Turma **B** do 9º ano é: 62 + 14 = 76.
O total de estudantes da Turma **B** é 76.

5. a) 818 + 753 = 1 571. Ocorreram 1 571 acidentes não graves.
279 + 239 = 518. Ocorreram 518 acidentes graves.
1 571 + 518 = 2 089. Ocorreram 2 089 acidentes.
b) 129 + 115 = 244. Morreram 244 pessoas em acidentes.
250 + 214 = 464. Ficaram gravemente feridas 464 pessoas.
c) No ano de 2020 ocorreram mais acidentes.
Houve uma redução no número de acidentes nas rodovias da Bahia de 2020 para 2021.
d) Exemplo de resposta: Por parte dos usuários: manutenção dos veículos em dia, atitudes responsáveis por parte de condutores e passageiros. Por parte dos órgãos responsáveis: manutenção das vias, sinalização e iluminação adequadas, fiscalização, etc.

6. Exemplo de respostas:
- Em qual período (quarto) do jogo a soma das pontuações dos dois times foi maior? Resposta: 3º quarto.
- Ao terminar o 1º tempo, no fim do 2º quarto, quanto estava o jogo? Resposta: Flamengo 42 × Bauru 47.
- Qual era o placar ao fim do 3º quarto? Resposta: Flamengo 67 × Bauru 69.
- Qual foi o resultado da partida? Resposta: Flamengo 91 × Bauru 86.

7. Os resultados são iguais.

a) $\begin{array}{r} 272 \\ +339 \\ \hline 611 \end{array}$ **b)** $\begin{array}{r} 339 \\ +272 \\ \hline 611 \end{array}$

8. a) $\begin{array}{r} 3725 \\ 18432 \\ +\ 6005 \\ \hline 28162 \end{array}$ **b)** $\begin{array}{r} 18432 \\ 6005 \\ +\ 3725 \\ \hline 28162 \end{array}$ $\begin{array}{r} 6005 \\ 3725 \\ +18432 \\ \hline 28162 \end{array}$

Justificativa: Nas três operações são as mesmas parcelas em ordens diferentes. A ordem das parcelas não altera o resultado da adição.

9. a) $(131 + 47) + 84 = 178 + 84 \Rightarrow 178 + 84 = 262 \Rightarrow$ $\Rightarrow (131 + 47) + 84 = 262$
b) $131 + (47 + 84) = 131 + 131 \Rightarrow 131 + (47 + 84) = 262$
Justificativa: Nas três contas são as mesmas parcelas em ordens diferentes. A ordem das parcelas não altera o resultado da adição.

10. a) 1 990 + 0 = 1 990 **b)** 0 + 1 990 = 1 990

11. a) $64 + 128 + 0 = 192 + 0 \Rightarrow 192 + 0 = 192$
b) $128 + 0 + 64 = 128 + 64 \Rightarrow 128 + 64 = 192$

12. a) 32 + 77 = 109 **c)** 28 + 43 = 71
b) 81 + 16 = 97 **d)** 65 + 47 = 112

13. Resposta pessoal.

14. Resposta pessoal.

15. a) R$ 164,00 está entre R$ 100,00 e R$ 200,00, mais perto de R$ 200,00.
b) R$ 138,00 está entre R$ 100,00 e R$ 200,00, mais perto de R$ 100,00.
c) R$ 419,00 está entre R$ 400,00 e R$ 500,00, mais perto de R$ 400,00.
d) R$ 489,00 está entre R$ 400,00 e R$ 500,00, mais perto de R$ 500,00.

16. a) Preço estimado: R$ 200,00 + R$ 400,00 = R$ 600,00.
Preço exato: R$ 164,00 + R$ 419,00 = R$ 583,00.
b) Preço estimado: R$ 100,00 + R$ 400,00 = R$ 500,00.
Preço exato: R$ 138,00 + R$ 419,00 = R$ 557,00.
c) Preço estimado: R$ 200,00 + R$ 500,00 = R$ 700,00.
Preço exato: R$ 164,00 + R$ 489,00 = R$ 653,00.
d) Preço estimado: R$ 100,00 + R$ 500,00 = R$ 600,00.
Preço exato: R$ 138,00 + R$ 489,00 = R$ 627,00.

17. a) Natal (RN): 880 480 está entre 800 000 e 900 000, mais perto de 900 000.
Cuiabá (MT): 623 614 está entre 600 000 e 700 000, mais perto de 600 000.
Porto Velho (RO): 539 354 está entre 500 000 e 600 000, mais perto de 500 000.
Rio Branco (AC): 413 418 está entre 400 000 e 500 000, mais perto de 400 000.
b) João Pessoa e Natal: 800 000 habitantes + 900 000 habitantes = = 1 700 000 habitantes.

18. Exemplos de resposta:
- Quantas centenas de milhares de habitantes havia em cada estado da região Sul do Brasil em 2021, aproximadamente? Resposta: Rio Grande do Sul: 114; Santa Catarina: 73; Paraná: 115.
- Quantos milhões de habitantes, aproximadamente, havia na região Sul do país em 2021? Resposta: 30 milhões.

Participe (p. 29)

a) É o preço para pagamento no ato da compra.
b) A
c) B
d) 629 − 539 = 90. Custa 90 reais a mais.
e) É uma compra para pagar em mais de uma vez. Paga-se em parcelas, ou prestações, geralmente por um preço maior do que o preço à vista.
f) 1 629 − 1 200 = 429; 1 539 − 1 200 = 339. Ela não tem a quantia suficiente, faltam 429 reais para conseguir comprar o celular *A* e 339 reais para comprar o celular *B*.

19. a)
$$\begin{array}{r} 72224 \\ -\ 6458 \\ \hline 65766 \end{array}$$
b)
$$\begin{array}{r} 701 \\ -638 \\ \hline 63 \end{array}$$
c)
$$\begin{array}{r} 131003 \\ -\ 88043 \\ \hline 42960 \end{array}$$
d)
$$\begin{array}{r} 1138 \\ -\ 909 \\ \hline 229 \end{array}$$

20. a) 500 − 17 = 483. Sobraram 483 folhas.
b) Luciana gastou: R$ 75,00 − R$ 48,00 = R$ 27,00.
c) Faltam: R$ 28.325,00 − R$ 19.650,00 = R$ 8.675,00.
d) 106 − 89 = 17. Laís tinha 17 moedas a mais que Enzo.

21. a) 2 628 − 1 863 = 765. Compareceram 765 pessoas não adultas.
b) 3 250 − 2 628 = 622. Ficaram vazios 622 lugares.
c) 3 250 − 1 384 = 1 866. Compareceram 1 866 pessoas.

22. a) 2 030 − 1 987 = 43. Ele completará 43 anos.
b) Resposta pessoal.

23. a)
$$\begin{array}{r} 1111 \\ -\ 777 \\ \hline 334 \end{array}$$
A diferença é 334.
b)
$$\begin{array}{r} \text{minuendo} \\ -\quad 152 \\ \hline 89 \end{array}$$
O minuendo é: 152 + 89 = 241.
c)
$$\begin{array}{r} 2007 \\ -\ \text{subtraendo} \\ \hline 939 \end{array}$$
O subtraendo é: 2 007 − 939 = 1 068.

24. a) 2 555 − 1 985 = 570. Nesse ano, as mulheres recebiam R$ 570,00 a menos do que os homens.

Participe (p. 30)

38 anos; resposta pessoal.

25. a) 23 **b)** 46 **c)** 15 **d)** 44

26. 100 − 67 = 33. O troco é de R$ 33,00.

27. a) Quem levou menos tempo, ou seja, Alexandre.
b) Como meia hora equivale a 30 minutos, ele chegou 15 minutos antes: 45 − 30 = 15.

28. Eu tinha R$ 380,00. Emprestei R$ 120,00 + R$ 112,00 = = R$ 232,00 e sobraram R$ 380,00 − R$ 232,00 = R$ 148,00.
Como Júlia já me pagou R$ 55,00, fiquei com R$ 148,00 + R$ 55,00 = = R$ 203,00.

29. a) Comece pela segunda linha, depois resolva a primeira coluna, em seguida a primeira linha, a segunda coluna e, por fim, a terceira coluna. (Pode ser feito em outra ordem também.)

20	70	10
60	15	25
20	15	65

b) O quadro tem 5 números pares e 4 ímpares, logo, tem mais números pares.

30. a) 33 603 + 28 556 + 32 883 = 95 042. Aproximadamente 96 000 carros.
b) 6 900 − (2 660 + 2 250) = 1 990. Aproximadamente 2 000 carros.
c) Popular: 33 603 + 28 556 + 32 883 = 95 042.
Médio: 10 022 + 6 738 + 13 451 = 30 211.
Luxo: 2 660 + 2 250 + 6 900 = 11 810.
Utilitário: 6 303 + 5 891 + 8 022 = 20 216.
O carro popular foi o mais vendido nos 3 anos.
95 042 − 11 810 = 83 232. Aproximadamente 84 000 carros.
d) Em 2019: 33 603 + 10 022 + 2 660 + 6 303 = 52 588
Em 2020: 28 556 + 6 738 + 2 250 + 5 891 = 43 435
Em 2021: 32 883 + 13 451 + 6 900 + 8 022 = 61 256
61 256 − 43 435 = 17 821
No ano de 2021 foram vendidos mais carros. Aproximadamente 18 000 carros a mais que em 2020.

31. a) Ela gastou R$ 84,00 + R$ 28,00 + R$ 97,00 = R$ 209,00.
b) Sobraram R$ 360,00 − R$ 209,00 = R$ 97,00.

32. a) Resposta pessoal.
b) Resposta pessoal.

Na olimpíada (p. 32)

A maior diferença

A maior diferença possível é obtida com o maior número da lista de Ana (987) e o menor da lista de Beto (102): 987 − 102 = 885. Logo, alternativa **e**.

As sementes da abóbora

Palpites: 234, 260 e 274.

Erros para mais ou para menos: 17, 31 e 9.

A diferença entre o palpite maior e o menor é: 274 − 234 = 40.

Como 31 + 9 = 40, o palpite maior e o menor são os que apresentam os erros 31 e 9, um para mais e outro para menos. Então, o número de sementes está compreendido entre 234 e 274, e o palpite 260 está errado por 17. Temos:

260 + 17 = 277 (é maior do que 274);

260 − 17 = 243 (está entre 234 e 274).

O número de sementes é 243. Separando em montinhos de 10, formam 24 montinhos e sobram 3 sementes. Logo, alternativa **b**.

Educação financeira

I. Exemplos de resposta: Necessário, fundamental, imprescindível, indispensável, obrigatório.
II. Exemplos de resposta: Desnecessário, dispensável, excessivo, demasiado, excedente.
III. O que é essencial ou supérfluo depende da opinião de cada um.
IV. A resposta depende da pesquisa realizada.
V. A resposta depende da pesquisa realizada.

1. Respostas pessoais.
2. Respostas pessoais.
3. Respostas pessoais. Espera-se que os estudantes percebam que o consumo consciente serve para que cada pessoa possa fazer o seu papel por um meio ambiente e uma sociedade melhores, gerando mudanças. Para praticar o consumo consciente é necessário:
   - fazer um planejamento de compras, verificando o que realmente é essencial e supérfluo;
   - saber diferenciar desejo de necessidade;
   - reutilizar e reciclar o que é possível, reutilizando o que você tem, dando um novo propósito para aquele objeto ou destinando o que você não precisa mais para reciclagem, além de consumir produtos reciclados;
   - descartar seu lixo corretamente;
   - investir em produtos que sejam duráveis ou que sejam econômicos; melhorar hábitos ruins, como desperdiçar alimentos, tomar banhos demorados, etc.;
   - comprar de negócios locais;
   - não comprar produtos piratas ou contrabandeados;
   - avaliar os impactos do consumo: analisar os produtos que você consome. “De onde vêm e para onde vão os produtos que consumo?”. Avaliar se conseguiu economizar nas contas da casa, como a de luz ou água, se acumulou menos coisas, se você desperdiçou menos comida, entre outros.
4. Exemplos de resposta: Compreender o que são recursos naturais, perceber a disponibilidade e adotar medidas para preservá-los, mesmo que não sejam as medidas mais econômicas.
5. Exemplos de resposta: Optar por produtos duráveis no lugar de descartáveis, optar por produtos mais saudáveis, evitar comprar produtos em excesso, optar por fazer troca de materiais escolares com outros estudantes que não os usarão mais.
6. Exemplos de resposta: Introduzir a iluminação natural nas salas de aula, instalar painéis para captação de energia solar, ampliar as áreas verdes, utilizar sistema de reutilização de água da chuva, priorizar o uso de recursos digitais e não materiais, reaproveitar alimentos e produtos, fiscalizar as empresas que vendem produtos para a escola, incentivar trocas de materiais escolares, evitar desperdício de água, alimento, papel e energia, promover a coleta seletiva.
7. Exemplos de resposta: Substituir o uso de produtos descartáveis, evitar a compra de produtos em excesso, doar materiais escolares para a escola disponibilizar para outros estudantes, adotar a coleta seletiva, evitar o desperdício de água, alimento, papel e energia, reaproveitar alimentos e produtos, usar sistema de reutilização de água da chuva, instalar painéis para captação de energia solar, ampliar as áreas verdes.

Matemática e tecnologias

1. R$ 24,00
2. R$ 26,00
3. **a)**

Gastos no Supermercado *A*

Produto	Quantidade	Valor unitário (em reais)	Valor total (em reais)
Macarrão	2	4	8
Molho de tomate	3	3	9
Palmito	1	13	13
Azeitona	1	6	6
Azeite	1	19	19
Total da compra		**55**	

Dados elaborados para fins didáticos.

b) Resposta pessoal.
c) Sim; sim, comprando o produto que for mais barato no respectivo estabelecimento.

Na Unidade

1.

Milhões			Milhares			Unidades simples		
Centenas	Dezenas	Unidades	Centenas	Dezenas	Unidades	Centenas	Dezenas	Unidades
		2	3	7	6	4	5	1

Assim, o algarismo da ordem das dezenas de milhar é o 7. Portanto, alternativa **d**.

2. De acordo com o enunciado:
   - na ordem da unidade de milhar, o algarismo indicado no respectivo relógio é 2;
   - na ordem das centenas, o algarismo indicado no respectivo relógio é 6;
   - na ordem das dezenas, o algarismo indicado no respectivo relógio é 1;
   - na ordem das unidades, o algarismo indicado no respectivo relógio é 4.

   Dessa forma, o número aferido será 2 614. Portanto, alternativa **a**.
3. Como as páginas foram numeradas de I a XXIV, em símbolos romanos, vamos listar todos os números que utilizam o símbolo V na paginação.
   IV: 4; V: 5; VI: 6; VII: 7; VIII: 8; XIV: 14; XV: 15; XVI: 16; XVII: 17; XVIII: 18; XXIV: 24.
   Assim, o símbolo V foi utilizado 11 vezes. Portanto, alternativa **d**.
4. O total de medalhas da reunião entre Brasil e Argentina seria:

Tipo de medalha	Ouro	Prata	Bronze	**Total**
Brasil e Argentina	5	7	5	**17**

   Assim, o total de medalhas seria 17. Contudo, nos Jogos Olímpicos, o critério para o desempate quando dois países possuem a mesma quantidade de medalhas é o número de medalhas de ouro. Como, no caso, a China tem 9 medalhas de ouro e a reunião Brasil e Argentina possui 5 medalhas, a posição é 2º lugar. Portanto, alternativa **b**.
5. Como o maior número de três algarismos distintos é o 987 e o menor número de três algarismos distintos é o 102, a diferença entre esses dois números é $987 - 102 = 885$. Portanto, alternativa **c**.
6. **a)** $24 + 24 + 121 = 169$
   b) Mercado **A**: $24 + 25 + 31 = 80$.
   Mercado **B**: $24 + 20 + 38 = 82$.
   O mercado **B** recebeu mais caixas, sendo 2 caixas a mais.
7. Aproximando os valores da adição, temos: $100 + 1\,000 = 1\,100$. Portanto, alternativa **c**.
8. Conforme o enunciado, um número diminuído de 24 unidades resulta em 121. Assim, se adicionarmos 24 unidades ao 121, obtemos qual é o número que foi diminuído. Assim, $121 + 24 = 145$.
   Agora, ao adicionarmos 24 unidades ao número 145, obtemos $145 + 24 = 169$. Portanto, alternativa **d**.
9. A maior soma de três cartões, considerando os cartões dados, é $9 + 8 + 7 = 24$. Se a soma de Beto é 23, então, ele tem os cartões 9, 8 e 6. A menor soma de três cartões é $1 + 2 + 3 = 6$. Se a soma de Ana é 7, então, ela tem os cartões 1, 2 e 4. Logo, os cartões 3, 5 e 7, e a diferença entre o maior e o menor é $7 - 3 = 4$. Portanto, alternativa **b**.
10. As idades possíveis de Pedro são: 71, 62, 53, 44, 35, 26, 17. O único que invertendo dá um número inferior em 36 unidades é 62, pois $62 - 26 = 36$. Então, Pedro tem 62 anos e o João tem 26 anos. Assim: $62 + 26 = 88$. Portanto, alternativa **b**.

Unidade 2

Abertura (p. 39)

Resposta esperada: É possível identificar o cubo (na obra de arte) e regiões quadradas ou quadrados (nas faces e nos contornos das faces da obra).
Exemplo de resposta: A artista brasileira Lygia Clark (1920-1988).

Capítulo 3

Atividades

1. Paralelepípedo ou bloco retangular.
2. **a)** No encontro de 2 faces podemos reconhecer uma aresta do sólido geométrico. O vértice é um ponto formado pelo encontro de algumas das arestas.
   b) A figura azul.
3. **a)** A, B, C, D, E, F, G e H. **b)** 12 retas. **c)** 6 planos.
4. **a)** A, B, C e D. **b)** 6 retas. **c)** 4 planos.
5. **a)** Os pontos A, B, C e D são os vértices desse retângulo.
   b) 4 retas.
6.

Sólido geométrico	Quantidade de lados do polígono da base	Quantidade de vértices do sólido geométrico	Quantidade de arestas do sólido geométrico	Quantidade de faces do sólido geométrico
Bloco retangular	4	8	12	6
Prisma de base triangular	3	6	9	5
Prisma de base hexagonal	6	12	18	8
Pirâmide de base triangular	3	4	6	4
Pirâmide de base quadrada	4	5	8	5
Pirâmide de base hexagonal	6	7	12	7
Pirâmide de base octogonal	8	9	16	9

As afirmações **b** e **c** são verdadeiras.

7. a) Paralelepípedo ou bloco retangular ou prisma de base quadrada.

b) Quadrado. As quantidades são iguais, 4 vértices e 4 lados.

c) As quantidades são iguais, há 4 lados na base e 4 faces laterais no sólido geométrico.

d) Exemplo de resposta: Dobradura de cabeça de cachorro: pegue um papel em formato de quadrado; dobre-o ao meio, formando um triângulo; com esse triângulo com a base voltada para cima, dobre-o verticalmente ao meio, marque o vinco e desfaça a dobra; pegue as pontas da base do triângulo e dobre-as para baixo sem chegar até o vinco, formando as orelhas do cachorro (triângulos que passam dos lados do triângulo inicial); pegue a 3ª ponta do triângulo inicial e dobre-a um pouco para cima, formando a boca do cachorro (um triângulo com a base voltada para baixo); desenhe os olhos e o focinho para finalizar a dobradura.

8. a) Pirâmide de base quadrada.

b) 4 lados no polígono da base; 5 vértices, 8 arestas e 5 faces na pirâmide.

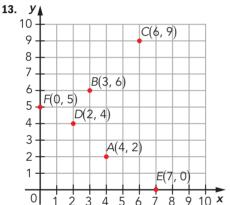
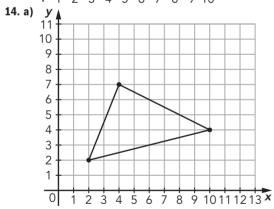
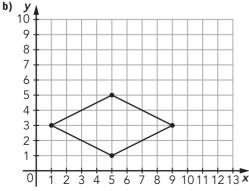
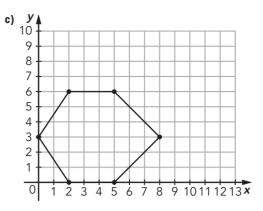
9. a) B3 e C3.

b) D12, E12, F12 e G12.

c) K5, K6, K7, K8 e K9.

d) E4, F5 e E6, L14, M13 e N14.

10. L2 ou N2 ou M1 ou M3.

11. $B(2, 6)$, $C(1, 2)$, $D(4, 1)$, $E(7, 4)$, $F(9, 7)$.

12. $A(2, 1)$, $B(5, 1)$, $C(7, 3)$, $D(5, 6)$, $E(2, 5)$, $F(0, 2)$.

13.

14. a)

b)

Ilustrações: Banco de imagens/Arquivo da editora

c)

Banco de imagens/Arquivo da editora

15. a) $(0, 7)$

b) Partindo do ponto $(4, 2)$, a formiga andou 3 unidades para a direita, 5 unidades para cima e 7 unidades para a esquerda.

16. Retas a, r, x e t.

17. a) Retas a, b, c e t. **b)** Retas r, s e t. **c)** Reta t.

18. a) Pontos C, B e D.

b) Pontos A e E.

c) Pontos A e B.

d) Ponto C.

19. 10 retas; $\overleftrightarrow{AB}$, $\overleftrightarrow{AC}$, $\overleftrightarrow{AD}$, $\overleftrightarrow{AE}$, $\overleftrightarrow{BC}$, $\overleftrightarrow{BD}$, $\overleftrightarrow{BE}$, $\overleftrightarrow{CD}$, $\overleftrightarrow{CE}$, $\overleftrightarrow{DE}$.

Capítulo 4

Participe (p. 52)

a) O posto de gasolina está localizado na rua Amélia Bueno.

O hospital está localizado na rua Rodolfo Maia.

A praça está localizada no cruzamento entre as ruas Amélia Bueno e Rodolfo Maia.

b) A praça.

c) Sim. Porque fica localizado exatamente no cruzamento dessas duas ruas.

Atividades

1. P Q t

a)

b)

Ilustrações: Banco de imagens/Arquivo da editora

c) É o segmento de reta $\overline{PQ}$.

2. a) Figura 2.

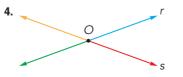
b) Figura 4.

c) Figura 1.

d) Figura 3.

3. a) Exemplo de resposta: $\overline{TR}$, $\overline{RS}$, $\overline{SV}$ e $\overline{ST}$.

b) É possível identificar 6 segmentos de reta: $\overline{TR}$, $\overline{TS}$, $\overline{TV}$, $\overline{RS}$, $\overline{RV}$ e $\overline{SV}$.

4.

Banco de imagens/Arquivo da editora

5. a) 2 semirretas: $\overrightarrow{BA}$ e $\overrightarrow{BC}$.
b) Ponto *A*.
c) 6 semirretas: $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{AC}$, $\overrightarrow{BA}$, $\overrightarrow{BC}$, $\overrightarrow{CA}$ e $\overrightarrow{CB}$.

6. a) 6 semirretas: $\overrightarrow{XY}$, $\overrightarrow{XZ}$, $\overrightarrow{YX}$, $\overrightarrow{YZ}$, $\overrightarrow{ZX}$ e $\overrightarrow{ZY}$.
b) $\overline{XY}$, $\overline{XZ}$ e $\overline{YZ}$.
c) $\overline{XZ}$ pontos *X* e *Z*.

Participe (p. 55)

a) Que ele chutou a bola no canto superior da trave.
b) Respostas pessoais.
c) Resposta pessoal.

7. a) Ponto *O*.
b) $A\hat{O}B$ (ou $B\hat{O}A$), $A\hat{O}C$ (ou $C\hat{O}A$) e $C\hat{O}B$ (ou $B\hat{O}C$).

8. a) $A\hat{B}C$ ou $C\hat{B}A$ e $C\hat{D}E$ ou $E\hat{D}C$.
b) *B* e *D*.
c) $\overrightarrow{BA}$, $\overrightarrow{BC}$, $\overrightarrow{DC}$ e $\overrightarrow{DE}$.

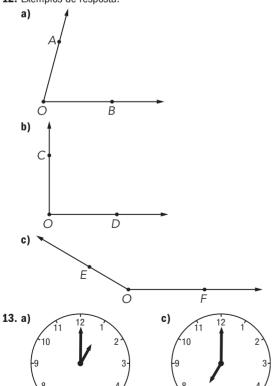
9. Karen.

Participe (p. 60)

a) Retângulo.
b) Sim.

10. a) $\text{med}(A\hat{O}B) = 20°$
b) $\text{med}(A\hat{O}C) = 50°$
c) $\text{med}(A\hat{O}D) = 85°$
d) $\text{med}(A\hat{O}E) = 100°$
e) $\text{med}(A\hat{O}F) = 140°$
f) $\text{med}(A\hat{O}G) = 165°$

11. 1º) Trace uma semirreta $\overrightarrow{OA}$.
2º) Coloque o centro do transferidor em *O* e o 0 (zero) sobre a semirreta $\overrightarrow{OA}$.
3º) Mantendo o transferidor fixo, procure nele a marca correspondente ao ângulo 45° e marque o ponto *B*.
4º) Retire o transferidor e, em seguida, trace a semirreta $\overrightarrow{OB}$.

12. Exemplos de resposta:

Ilustrações: Banco de imagens/Arquivo da editora

13. a)

O ângulo não é reto.

c)

O ângulo não é reto.

b)

O ângulo não é reto.

d)

O ângulo é reto.

Ilustrações: Banco de imagens/Arquivo da editora

Logo, alternativa **d**.

14. a) Independentemente da posição inicial do ponteiro dos minutos, após 15 minutos o ângulo formado pelas posições inicial e final desse ponteiro é um ângulo reto.
b) Tomando o número 6 como posição inicial do ponteiro dos segundos, após 15 segundos o ângulo formado pelas posições inicial e final desse ponteiro é um ângulo reto.
c) Após 3 horas, o ângulo formado pelas posições inicial e final do ponteiro das horas é um ângulo reto.

15. 1: agudo. 2: reto. 3: agudo. 4: obtuso.

16. Exemplo de resposta: Os ângulos medem 90°.

Participe (p. 63)

I. a) Sim.
b) Retas concorrentes.
c) Não.
d) Ruas Adelaide e Rodolfo Maia; ruas João Mesquita e Amélia Bueno.

II. Na figura **A** há 2 retas que se cruzam e, na figura **B**, as retas não se cruzam.

17. a)

	a	b	c	d	e
a		concorrentes	paralelas	concorrentes	concorrentes
b	concorrentes		concorrentes	paralelas	concorrentes
c	paralelas	concorrentes		concorrentes	concorrentes
d	concorrentes	paralelas	concorrentes		concorrentes
e	concorrentes	concorrentes	concorrentes	concorrentes	

b) São dois pares de retas paralelas: *a* e *c*, *b* e *d*.
São oito pares de retas concorrentes: *a* e *b*, *a* e *d*, *a* e *x*, *b* e *c*, *b* e *x*, *c* e *d*, *c* e *x*, *d* e *x*.
c) São 4 pares: *a* e *b*, *a* e *d*, *c* e *d*, *c* e *b*.

18. a) Exemplos de resposta: Ruas **A** e **B**; ruas **2** e **5**. Os estudantes podem citar qualquer par de ruas nomeadas com letras ou qualquer par de ruas nomeadas com números.
b) Exemplos de resposta: Ruas **A** e **1**; ruas **D** e **7**. Os estudantes podem citar qualquer par de ruas sendo uma nomeada com letra e a outra nomeada com número.
c) Exemplos de resposta: Ruas **A** e **1**; ruas **D** e **7**. Como todas as ruas concorrentes são também perpendiculares nessa planta, os estudantes podem citar qualquer par de ruas, sendo uma nomeada com letra e a outra nomeada com número.
d) Não há ruas oblíquas nesta planta.

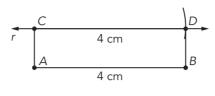
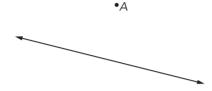
19. O carro sai de **X** e vai pela rua **1** até a rua **C** (terceira rua). Entra na rua **C** à direita e vai até a rua **3** (segunda rua). Entra na rua **3** à esquerda e vai até a rua **B** (primeira rua). Entra na rua **B** à direita e vai até a rua **10**, percorrendo 7 quarteirões. Entra à direita na rua **10** e vai até a rua **D** (segunda rua). Entra à direita em **D** e vai até a rua **8** (dois quarteirões).
a) O carro vai parar no cruzamento das ruas **D** e **8**.
b) No trajeto existem cinco ângulos retos: no cruzamento de **1** e **C**, no cruzamento de **3** e **C**, no cruzamento de **3** e **B**, no cruzamento de **10** e **B**, no cruzamento de **10** e **D**.
c) A resposta depende do trajeto escolhido.

20. a) Para essa construção, basta desenhar uma reta suporte e marcar dois pontos distantes 4 cm um do outro.

b) Dada a reta *r*, alinhamos o esquadro com a reta, como indicado, e apoiamos a régua no esquadro.
Mantendo a régua firme, deslocamos o esquadro à direita para traçar uma reta paralela à reta *r*.
Com o auxílio da régua ou do próprio esquadro, prolongamos o traçado da reta paralela e a nomeamos. Assim, obtemos a reta *s* paralela à reta *r* dada.

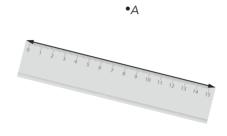
c) Este procedimento visa transportar o segmento inicial de 4 cm para a nova reta paralela.

d) 4 cm

e) Espera-se que as medidas sejam iguais.

21. a) Exemplo de resposta:

Ilustrações: Banco de imagens/Arquivo da editora

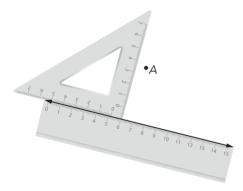
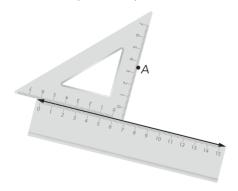
b) Exemplo de resposta:

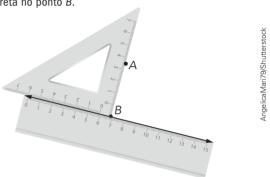
1º) Apoiamos a régua sobre a reta.

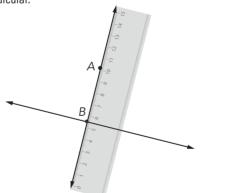
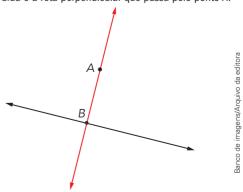
AngelicaMari79/Shutterstock

2º) Apoiamos o esquadro sobre a régua.

AngelicaMari79/Shutterstock

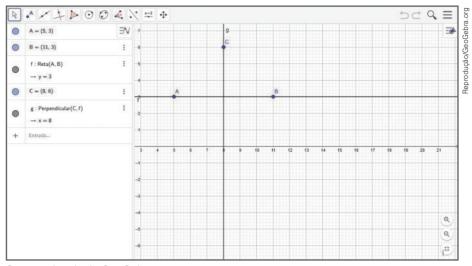
3º) Deslizamos o esquadro até o ponto *A*.

AngelicaMari79/Shutterstock

4º) Traçamos um segmento de reta perpendicular a *r* que intersecta a reta no ponto *B*.

AngelicaMari79/Shutterstock

5º) Apoiamos a régua sobre os pontos *A* e *B* e traçamos a reta perpendicular.

AngelicaMari79/Shutterstock

A reta construída é a reta perpendicular que passa pelo ponto *A*.

Banco de imagens/Arquivo da editora

Matemática e tecnologias

1. São chamados de ângulos retos. As medidas de abertura desses ângulos são iguais a 90°.
2. Os lados opostos do retângulo *ADCE* são congruentes e paralelos.
3. Exemplo de resposta, desenvolvida na versão *on-line* do GeoGebra, disponível em: https://www.geogebra.org/classic/yrjypmzt (acesso em: 2 jun. 2022).

Captura de tela do GeoGebra.

Na mídia

1. Resposta pessoal.
2. 105 anos.
3. Juscelino Kubitschek.
4. A resposta depende do ano em que a atividade for realizada.
5. Os estudantes podem identificar, por exemplo, elementos que lembram a forma de um paralelepípedo e parte de uma esfera.

Na Unidade

1. Entre as alternativas disponíveis, o elemento que tem a forma de um segmento de reta é a linha que divide o campo de futebol ao meio. Portanto, alternativa **c**.
2. Como um ângulo é a união de duas semirretas de mesma origem, entre as alternativas disponíveis, o elemento que tem a forma de um ângulo são os ponteiros de um relógio. Portanto, alternativa **a**.
3. Vamos analisar cada uma das afirmações feitas.
   A afirmação "Só existe uma semirreta de *r* com origem no ponto **A**" é falsa, pois, se *A* estiver entre *B* e *C*, então existirão duas semirretas: $\overrightarrow{AB}$ e $\overrightarrow{BA}$.
   A afirmação "Existem três semirretas de *r* com origem no ponto *B*" é falsa, pois é possível ter no máximo duas semirretas com origem em *B*.
   A afirmação "As semirretas $\overrightarrow{AB}$ e $\overrightarrow{BA}$ não têm ponto em comum" é falsa, pois, no caso em que *A* estiver entre *B* e *C*, existirá um ponto em comum, que no caso é a origem *A*. No caso em que *B* está entre *A* e *C*, existirão infinitos pontos em comum nas duas semirretas.
   A afirmação "Existem duas semirretas de *r* com origem no ponto *C*" é válida, pois em uma reta sempre é possível construir duas semirretas que possuem origem em um dos pontos da reta. Note que, nesse caso, essas semirretas não precisam incluir os pontos *A* e *B*.
   Portanto, alternativa **d**.
4. De acordo com a representação de Caio no plano cartesiano, os vértices são: $A(2, 1)$, $B(6, 1)$, $C(6, 4)$ e $D(2, 4)$. Portanto, alternativa **d**.
5. Retângulo. Portanto, alternativa **b**.
6. Contando as faces de cada sólido geométrico (pirâmide de base quadrada e prisma de base triangular), são encontradas 5 faces. Portanto, alternativa **c**.
7. **a)** 45°; ângulo agudo.
   b) 110°; ângulo obtuso.
   c) 135°; ângulo obtuso.
8. A rampa de 5° de inclinação.
9. As retas do quadro **II** são retas paralelas, logo, esta alternativa está incorreta de acordo com o desenho. Portanto, alternativa **c**.
10. Com a régua, trace a reta *m*. Marque um ponto *C* que não pertença à reta *m*. Apoie o lado menor do esquadro na régua, que deve estar completamente apoiada na reta *m*. Deslize o esquadro até o ponto *C* e trace a reta perpendicular à reta *m* e que passa por *C*. Marque o ponto *D*, que é intersecção das 2 retas, e prolongue a reta perpendicular traçada.
11.

Unidade 3

Abertura (p. 75)

Resposta pessoal. Na edição dos Jogos Paralímpicos de Tóquio-2021, o Brasil conquistou 72 medalhas no total, superando a quantidade de medalhas conquistadas nas anteriores. Fonte dos dados: GOV.br. *Jogos paralímpicos de Tóquio encerram com recorde de ouros para o Brasil*, Brasília, 6 set. 2021. Disponível em: https://www.gov.br/pt-br/noticias/cultura-artes-historia-e-esportes/2021/09/jogos-paralimpicos-de-toquio-encerram-com-recorde-de-ouros-para-o-brasil. Acesso em: 26 nov. 2021.

Capítulo 5

Participe (p. 76)

a) $4 + 4 + 4 + 4 + 4 = 20$
b) $5 \cdot 4 = 20$
c) 20 horas.

Participe (p. 77)

a)

$$\begin{array}{rl} 133 & \\ \times \quad 312 & \\ \hline 266 & \rightarrow \boxed{2 \times 133} \\ 1330 & \rightarrow \boxed{10 \times 133} \\ +39900 & \rightarrow \boxed{300 \times 133} \\ \hline 41496 & \end{array}$$

Resposta: 41 496

b) 2 unidades, 1 dezena e 3 centenas.
c) Resposta pessoal.

Atividades

1. $30 + 30 + 30 + 30 + 30 + 30 + 30 + 30 = 240$. Nessa escola há 240 estudantes.
2. $40 \cdot 20 = 800$. Esse estudante fica 800 horas na escola.
3. $4 \cdot 15 = 60$. Há 60 bolinhas.
4. $60 \cdot 120 = 7200$. Foram usadas 7 200 pastilhas.
5. a) $21 \cdot 3 = 63$; 63 pontos.
b) $8 \cdot 1 = 8$; 8 pontos.
c) $6 \cdot 0 = 0$; nenhum ponto.
d) $63 + 8 + 0 = 71$; 71 pontos.
6. $17 \cdot 3 + 8 \cdot 1 + 13 \cdot 0 = 51 + 8 + 0 = 59$; 59 pontos.
7. $16 \cdot 26 = 416$; 416 jogadores.
8. $20736 \cdot$ R\$ 48,00 = R\$ 995.328,00
9. 287 280; 163 200; 2 024 000; 5 639 025. Respostas pessoais.
10. Exemplos de resposta:
a) $1600 \cdot 100 = 160000$
b) $7000 \cdot 800 = 5600000$
11. a) $102 \cdot 1600 = 1632000$; $805 \cdot 7005 = 5639025$.
12. Exemplo de resposta: No sábado, um cinema vendeu 6 ingressos de R\$ 36,00 e no domingo vendeu 12 ingressos de R\$ 32,00. Qual foi a diferença entre os totais arrecadados nesses dias? Resposta: R\$ 168,00.
13. a)

$$\begin{array}{r} 666 \\ \times \quad 33 \\ \hline 1998 \\ +19980 \\ \hline 21978 \end{array}$$

b) $(666 \cdot 33) \cdot 1 = 21978 \cdot 1 = 21978$

14.

Número	Dobro	Triplo	Quádruplo
1	2	3	4
5	10	15	20
22	44	66	88
194	208	312	416
0	0	0	0
n	$2n$	$3n$	$4n$

15. A primeira parcela é 18; a segunda é $2 \cdot 18 = 36$; e a terceira é $3 \cdot 36 = 108$.
A soma é $18 + 36 + 108 = 162$.
16. Três pessoas receberam R\$ 100.264,00 cada, um total de:
$3 \cdot$ R\$ 100.264,00 = R\$ 300.792,00.
Duas pessoas receberam R\$ 74.466,00 cada, um total de:
$2 \cdot$ R\$ 74.466,00 = R\$ 148.932,00.
As outras 7 pessoas receberam R\$ 32.182,00 cada, um total de: $7 \cdot$ R\$ 32.182,00 = R\$ 225.274,00.
Então: R\$ 300.792,00 + R\$ 148.932,00 + R\$ 225.274,00 = = R\$ 674.998,00.
O total do prêmio foi de R\$ 674.998,00.
17. 40; 40.
18. a)

$$\begin{array}{r} 72 \\ \times \quad 15 \\ \hline 360 \\ + \quad 720 \\ \hline 1080 \end{array}$$

b)

$$\begin{array}{r} 15 \\ \times \quad 72 \\ \hline 30 \\ +1050 \\ \hline 1080 \end{array}$$

Os resultados são iguais.
19. a) $(14 \cdot 20) \cdot 50 = 280 \cdot 50 = 14000$
b) $14 \cdot (20 \cdot 50) = 14 \cdot 1000 = 14000$
c) $(14 \cdot 50) \cdot 20 = 700 \cdot 20 = 14000$
Os resultados são iguais.
20. a) Para calcular $175 + 44$, podemos pensar assim:
$175 = 170 + 5$ e $44 = 40 + 4$
$170 + 40 = 210$ e $5 + 4 = 9$
Então, $210 + 9 = 219$.
b) Para calcular $92 + 53$, podemos pensar assim:
$92 = 90 + 2$ e $53 = 50 + 3$
$90 + 50 = 140$ e $2 + 3 = 5$
Então, $140 + 5 = 145$.
c) Para calcular $168 + 94$, podemos pensar assim:
$168 = 160 + 8$ e $94 = 90 + 4$
$160 + 90 = 250$ e $8 + 4 = 12$
Então, $250 + 12 = 262$.
21. a) Para calcular $93 - 56$, podemos pensar assim:
de 56 para 60 faltam 4;
de 60 para 90 faltam 30;
de 90 para 93 faltam 3.
Então, de 56 para 93 faltam $4 + 30 + 3$; logo, $93 - 56 = 37$.
b) Para calcular $140 - 72$, podemos pensar assim:
de 72 para 80 faltam 8;
de 80 para 140 faltam 60.
Então, de 72 para 140 faltam $8 + 60$; logo, $140 - 72 = 68$.
c) Para calcular $2025 - 1998$, podemos pensar assim:
de 1998 para 2000 faltam 2;
de 2000 para 2020 faltam 20;
de 2020 para 2025 faltam 5.
Então, de 1998 para 2025 faltam $2 + 20 + 5$; logo, $2025 - 1998 = 27$.

22. a) Para calcular $12 \cdot 33$, podemos pensar:

$33 = 30 + 3$

$12 \cdot 30 = 360$ e $12 \cdot 3 = 36$

$360 + 36 = 396$

Logo, $12 \cdot 33 = 396$.

b) Para calcular $7 \cdot 42$, podemos pensar:

$42 = 40 + 2$

$7 \cdot 40 = 280$ e $7 \cdot 2 = 14$

$280 + 14 = 294$

Logo, $7 \cdot 42 = 294$.

c) Para calcular $5 \cdot 86$, podemos pensar:

$86 = 80 + 6$

$5 \cdot 80 = 400$ e $5 \cdot 6 = 30$

$400 + 30 = 430$

Logo, $5 \cdot 86 = 430$.

23. a) $15 \cdot 60 = 900$

b) $300 + 600 = 900$

c) Resposta pessoal.

24. a) $10\,050 - 980 = 9\,070$

b) Exemplo de resposta: $9\,000 \cdot 40 = 360\,000$

c) Exemplo de resposta:

Cadeiras especiais: $980 \cdot 100 = 98\,000$

Total: R$ 360.000,00 + R$ 98.000,00 = R$ 458.000,00

d) A arrecadação obtida com a venda dos ingressos comuns.

e) $9\,070 \cdot 40 + 980 \cdot 105 =$

$= (9\,000 + 70) \cdot 40 + 980 \cdot (100 + 5) =$

$= 360\,000 + 2\,800 + 98\,000 + 4\,900 = 465\,700$

Logo, R$ 465.700,00.

25. Exemplo de resposta: Do início ao fim do mês de abril, quantas horas se passam? Resposta: 720 horas.

26. $4 \cdot 7 + 2 \cdot 5 = 28 + 10 = 38$ ou $5 \cdot 6 + 4 \cdot 2 = 30 + 8 = 38$. Há outras formas de calcular.

27. a) 1ª prova: Guilherme: $24 - 5 + 9 = 19 + 9 = 28$; Gustavo: $22 - 12 + 6 = 10 + 6 = 16$.

2ª prova: Guilherme: $13 \cdot (5 - 2 \cdot 2) = 13 \cdot (5 - 4) =$ $= 13 \cdot 1 = 13$; Gustavo: $17 - 2 \cdot (3 + 5 - 8) =$ $= 17 - 2 \cdot (8 - 8) = 17 - 2 \cdot 0 = 17 - 0 = 17$.

b) Guilherme obteve mais pontos; 8 pontos a mais.

28. $C \cdot C$ termina em 5. Então, o algarismo C é 5.

A conta é:

$$\begin{array}{r} 25 \\ \times \quad 5 \\ \hline 125 \end{array}$$

Então, $A = 1$ e $B = 2$.

$(A + B) \cdot (C - B) = (1 + 2) \cdot (5 - 2) = 3 \cdot 3 = 9$

29. a) $10 \cdot 12 + 8 \cdot 12 + 6 + 75 + 9 \cdot 12 + 68 =$ $= 120 + 96 + 116 + 75 + 108 + 68 = 473$. Cássio está preparando 473 doces.

b) $17 \cdot 12 + 15 \cdot 12 + 6 + 18 \cdot 12 + 195 =$ $= 204 + 180 + 6 + 216 + 195 = 801$. Cássio está preparando 801 salgados.

30. Exemplo de resposta: Em um mercado, trabalham 12 auxiliares, 8 operadores de caixa e 2 gerentes. O salário de cada auxiliar é R$ 1.200,00, de cada operador de caixa é R$ 1.423,00 e dos gerentes, R$ 4.517,00 cada um. Qual é o total da despesa com salários desse mercado? Resposta: R$ 34.818,00.

Na olimpíada (p. 85)

Encha as salas

Para obter a quantidade mínima de salas, devemos começar preenchendo as salas maiores:

$55 \cdot 4 = 220$

$50 \cdot 7 = 350$

$40 \cdot 12 = 480$

$220 + 350 + 480 = 1\,050$

Preenchidas as salas maiores, o número de estudantes que sobram é:

$1\,641 - 1\,050 = 591$

Eles serão colocados em salas de 30 estudantes.

$$\begin{array}{r|l} 591 & 30 \\ \hline 291 & 19 \\ 21 & \end{array}$$

Ainda são necessárias 19 salas com 30 estudantes e mais uma com 21 estudantes. Ao todo, o número de salas é:

$4 + 7 + 12 + 19 + 1 = 43$. Logo, alternativa **b**.

Rodízio de filhos

Em cada noite, os pais abrem "2 vagas" no quarto deles para serem preenchidas por dois filhos. Como são 15 noites, ao todo serão: $15 \cdot 2$ vagas $=$ $= 30$ vagas.

Se cada filho vai ocupar "6 vagas", o número de filhos é 5, pois $30 \div 6 =$ $= 5$. Logo, alternativa **a**.

Os prédios vizinhos

O prédio A tem 12 janelas na frente e o prédio B tem 10 janelas na frente. Como eles têm o mesmo número de janelas, a quantidade de janelas de cada um é: $12 + 10 = 22$. Então, eles possuem, juntos, 44 janelas, pois $2 \cdot 22 = 44$. Logo, alternativa **c**.

Capítulo 6

Participe (p. 87)

I. a) Divisão: $720\,000 \div 6$.

b) $120\,000$

c) Fazendo a operação inversa, ou seja, multiplicando $12\,000$ por 6.

d) $120\,000$ quilogramas.

e) $720\,000 \div 12\,000 = 6$

II. a) Divisão: $120\,000 \div 24\,000$.

b) 5

c) Multiplicação: $5 \cdot 24\,000 = 120\,000$.

Atividades

1. a) $30 : 6 = 5$. Foram formados 5 grupos.

b) $48 : 6 = 8$. Couberam 8 questões a cada estudante.

2. a) $504 : 24 = 21$. Faltam 21 dias.

$21 : 7 = 3$. Faltam 3 semanas.

b) $900 : 45 = 20$. Serão necessárias 20 caixas.

c) Não é possível calcular, pois não foi informada a quantidade de caixas.

3. a) $432 : 12 = 36$. Regina vai gastar 36 L.

b) $432 : 8 = 54$. Serão necessários 54 L.

c) Como $\frac{36}{2} = \frac{54}{3} = 18$, o gasto é igual com qualquer um dos dois combustíveis.

4. R$ 481.110,00 : 203 = R$ 2.370,00

5. a) $240 : 30 = 8$. Há 8 meses.

b) $210 : 7 = 30$. Há 30 semanas.

c) $365 \cdot 24 = 8\,760$. Há $8\,760$ horas.

d) $6 \cdot 10 = 60$; $60 : 12 = 5$. Há 5 dúzias.

6. Para saber a duração de cada partida descontando o intervalo, fazemos: $27 - 3 = 24$, ou seja, 24 minutos. Para saber a duração de cada tempo, faz-se $24 : 2 = 12$, ou seja, 12 minutos. Cada partida dura 12 minutos.

7. dividendo ← $36 : 4 = 9$ → quociente

divisor

8. O valor das quatro prestações é: R$ 3.255,00 − R$ 995,00 = = R$ 2.260,00.
Cada uma das prestações tem valor de: R$ 2.260,00 : 4 = R$ 565,00.

9. Subtraindo-se da medida de massa da jarra com os 2 copos de água a medida de massa da jarra vazia, tem-se a medida de massa de 2 copos de água: 810 g − 450 g = 360 g.
Então: 360 g : 2 = 180 g (medida de massa de 1 copo de água).
Logo, a jarra com 5 copos de água pesa: 450 g + 5 · 180 g = = 450 g + 900 g = 1350 g.

10. Cada escrivaninha custa: R$ 825,00 : 3 = R$ 275,00.
Quatro escrivaninhas custam: 4 · R$ 275,00 = R$ 1.100,00.
Seis cadeiras custam: R$ 2.228,00 + R$ 1.100,00 = R$ 1.128,00.
Cada cadeira custa: R$ 1.128,00 : 6 = R$ 188,00.
O preço de 5 escrivaninhas e 10 cadeiras é:
5 · R$ 275,00 + 10 · R$ 188,00 = R$ 1.375,00 + R$ 1.880,00 = = R$ 3.255,00.

11. Exemplo de resposta: Uma volta no planeta Terra tem aproximadamente 40 000 quilômetros. Se um avião fizesse uma viagem de uma volta na Terra voando a 800 quilômetros por hora, quantas horas levaria? Resposta: 50 horas.

12. Exemplo de resposta: Uma fábrica vende botões embalados em caixas de 1 grosa (doze dúzias). Para atender a um pedido, foram produzidos 732 botões em uma semana e 854 na semana seguinte. De quantas caixas era esse pedido? Resposta: 11 caixas.

13. a) 2 + 12 + 8 − 7 − 8 = 22 − 7 − 8 = 15 − 8 = 7
b) (30 + 12) : (4 + 10) = 42 : 14 = 3
c) 113 − 56 : (3 − 2) = 113 − 56 : 1 = 113 − 56 = 57
d) 32 : [(8 + 8) · 2] = 32 : [16 · 2] = 32 : 32 = 1
Giovana está certa.

14. Exemplo de resposta: 40 : 20 + 10 · 5 = 52 e (40 + 20 · 10) : 5 = 48.

15. a) Sabendo que Paulo pagou R$ 30,00 por 5 dúzias de bananas, temos: R$ 30,00 : 5 = R$ 6,00. Então, cada dúzia de banana custou R$ 6,00.
b) Nice comprou 4 dúzias de bananas, então 4 · R$ 6,00 = R$ 24,00. Se o preço das bananas é R$ 24,00, e ela gastou R$ 39,00, então: R$ 39,00 − R$ 24,00 = R$ 15,00. Nice pagou R$ 15,00 pelas 3 dúzias de laranjas.
c) Nice comprou 3 dúzias de laranjas, então cada dúzia de laranjas custou: R$ 15,00 : 3 = R$ 5,00.
Fernanda comprou 4 dúzias de laranjas e 3 dúzias de bananas, então: 4 · R$ 5,00 + 3 · R$ 6,00 = R$ 20,00 + R$ 18,00 = R$ 38,00.
Fernanda gastou R$ 38,00 por 4 dúzias de laranjas e 3 dúzias de bananas.

16. a) (1380 − 28 · 30) : 15
b) 36

17. Exemplo de resposta: Quatro amigos foram a uma lanchonete e dividiram igualmente uma conta de 2 sucos e 8 salgadinhos. Cada suco custou R$ 10,00 e, cada salgadinho, R$ 6,00. Quanto gastou cada um dos amigos? Resposta: R$ 17,00.

18.
```
124 |6
 04  20
  1
```
Formam-se 20 equipes e sobram 4 estudantes.

19.
```
365 |7
 15  52
  1
```
365 dias = 52 semanas + 1 dia
No 5º aniversário, dia 16 de fevereiro de 2017, como 2012 e 2016 são anos bissextos, elas completam: 5 · (52 semanas + 1 dia) + 2 dias = = 260 semanas + 5 dias + 2 dias = 261 semanas.

20. Precisamos descobrir quantas semanas completas há em 1 000 dias e quantos dias sobram.
```
1000 |7
 30   142
  20
   6
```
Em 1 000 dias, há 142 semanas completas e sobram 6 dias. Contando-se a partir de um domingo, o milésimo dia (o sexto dia da semana) será uma sexta-feira.

21. a)
```
64267 |40
242    1606
  267
   27
```
Dá para preencher 1606 caixas.
b) Sobram 27 palitos.
c)
```
192801 |40
 328    4820
   80
    01
```
Em três dias, a produção é de 3 · 64 267 = 192 801, ou seja, 192 801 palitos, que preenchem 4 820 caixas e sobra 1 palito.

22. Em cada ônibus haverá 1 professor, então pode haver, no máximo, 29 estudantes. 183 : 29 tem quociente 6 e resto 9. Logo, para levar todos os estudantes, são necessários 7 ônibus.

23. a) Se o divisor é 45, o maior resto possível é 44. Então, o dividendo é: 103 · 45 + 44 = 4 635 + 44 = 4 679.
b) A divisão é impossível, pois o resto (7) não pode ser maior do que o divisor (5).

24. Certas: **a**, **b**, **c**, **d**, **e**. Errada: **f**.

25. a) 21 horas.
b) 2 dias e 5 horas.

Na mídia

1. a) b) e **c)** Respostas pessoais.

2. a) A pegada hídrica se refere à medida de volume total de água utilizado na fabricação de um produto ao longo de toda a cadeia produtiva.
b)

Alimento	Pegada hídrica (em L)
Leite	255
Batata	287
Laranja	560
Pepino	353
Banana	790
Milho	1 222
Queijo	3 178
Carne de frango	4 325
Manteiga	5 553
Carne de porco	5 988
Biodiesel (de soja)	11 397
Carne bovina	15 415
Chocolate	17 196

c) 61 660 L
d) Exemplo de resposta: Para fazer uma salada de frutas para um evento, um *chef* de cozinha usou 1 kg de banana, 500 g de maçã e 1 kg de pêssego. Qual foi o total de água gasto, em litro, somente na produção desses produtos? Resposta: 2 111 L.

Capítulo 7

Participe (p. 94)

I. **a)** $2 \cdot 2 = 4$. São 4 bolinhas cor-de-rosa.
b) $4 \cdot 2 = 8$. São 4 bolinhas verdes.
c) $8 \cdot 2 = 16$. São 16 bolinhas amarelas.
d) $16 \cdot 2 = 32$. São 32 bolinhas marrons.
e) $32 \cdot 2 = 64$. São 64 bolinhas roxas.

II. **a)** $3 \cdot 3 = 9$. Serão 9 bolinhas cor-de-rosa.
b) $9 \cdot 3 = 27$. Serão 27 bolinhas verdes.
c) $27 \cdot 3 = 81$. Serão 81 bolinhas amarelas.
d) $81 \cdot 3 = 243$. Serão 243 bolinhas marrons.

Atividades

1. **a)** Como cada um dos 4 irmãos tinha 4 carros, o número de carros era $4 \cdot 4 = 16$.
b) Como cada carro tem 4 rodas, o número de rodas é $4 \cdot 16 = 64$, ou seja, $4^3 = 64$.
c) Como cada roda tem 4 parafusos, o número de parafusos é $4^4 = 256$.

2. **a)** $4^3 = 4 \cdot 4 \cdot 4 = 64$
b) $1^4 = 1 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 1 = 1$
c) $2^5 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = 32$
d) $2^6 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = 64$

3. **a)** $7 \cdot 7 \cdot 7 = 7^3$
b) $8 \cdot 8 \cdot 8 \cdot 8 \cdot 8 = 8^5$
c) $12 \cdot 12 = 12^2$
d) $6 \cdot 6 \cdot 6 \cdot 6 \cdot 6 \cdot 6 \cdot 6 = 6^7$

4. **a)** $2^6 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = 64$
b) $0^9 = 0 \cdot 0 \cdot 0 \cdot 0 \cdot 0 \cdot 0 \cdot 0 \cdot 0 \cdot 0 = 0$
c) $10^5 = 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 = 100\,000$
d) $6^2 = 6 \cdot 6 = 36$

5. **a)** $10 \cdot 10 = 100$. Assim, 100 pessoas.
b) $10 \cdot 10 \cdot 10 = 10^3 = 1\,000$. Assim, 1 000 pessoas.
c) Na segunda-feira, eram 10 pessoas. Na terça-feira, eram $10 \cdot 10$. Na quarta-feira, eram $10 \cdot 10 \cdot 10$.
Então, no total eram: $10 + 10^2 + 10^3 = 1\,110$.

6. **a)** $3^2 = 3 \cdot 3 = 9$ e $2^3 = 2 \cdot 2 \cdot 2 = 8$. O maior é 3^2.
b) $4^2 = 4 \cdot 4 = 16$ e $2^4 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = 16$. São iguais.
c) $5^2 = 5 \cdot 5 = 25$ e $2^5 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = 32$. O maior é 2^5.
d) $0^3 = 0 \cdot 0 \cdot 0 = 0$ e $0^5 = 0 \cdot 0 \cdot 0 \cdot 0 \cdot 0 = 0$. São iguais.

7. **a)** $6 \cdot 6 = 6^2$ **b)** $8 \cdot 8 = 8^2$

8. Ao final de 5 dias, outras 62 pessoas teriam sido infectadas por uma única ($2 + 4 + 8 + 16 + 32 = 62$ ou $2^1 + 2^2 + 2^3 + 2^4 + 2^5 = 62$).

9. **a)** 2^2 **b)** 3^2 **c)** 4^2 **d)** 5^2

10. $2 \cdot 2 \cdot 2 = 2^3$

11. **a)** $5^3 = 5 \cdot 5 \cdot 5 = 125$; $5^2 = 5 \cdot 5 = 25$
b) $8^3 = 8 \cdot 8 \cdot 8 = 512$; $8^2 = 8 \cdot 8 = 64$
c) $10^3 = 10 \cdot 10 \cdot 10 = 1\,000$; $10^2 = 10 \cdot 10 = 100$
d) $15^3 = 15 \cdot 15 \cdot 15 = 3\,375$; $15^2 = 15 \cdot 15 = 225$

12. **I.** O cubo de 6 é $6^3 = 6 \cdot 6 \cdot 6 = 216$. (E)
II. A 4ª potência de 3 é $3^4 = 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 = 81$. (D)
III. A 5ª potência de 3 é $3^5 = 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 = 243$. (B)
IV. A 8ª potência de 2 é $2^8 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = 256$. (A)
V. O quadrado de 11 é $11^2 = 11 \cdot 11 = 121$. (C)

13. **a)** $2 \cdot 999$ **b)** 999^2 **c)** 999^3 **d)** $3 \cdot 999$ **e)** $2 \cdot n$ ou $2n$. **f)** n^2 **g)** n^3 **h)** $3 \cdot n$ ou $3n$.

14. **a)** $10^2 = 100$ (2 zeros)
b) $10^3 = 1\,000$ (3 zeros)
c) $10^4 = 10\,000$ (4 zeros)
d) $10^5 = 100\,000$ (5 zeros)
e) $10^6 = 1\,000\,000$ (6 zeros)
f) $10^7 = 10\,000\,000$ (7 zeros)

15. Exemplo de resposta: O valor da potência de base 10 é sempre o algarismo 1 seguido da quantidade de zeros indicada pelo expoente da potência. 12 zeros: 1 000 000 000 000 (lemos: 1 trilhão).

16. 40 milhões $= 4 \cdot 10^7$; explicação pessoal.

17. Exemplo de resposta: População brasileira, em 2021, é estimada em 200 milhões de pessoas; $2 \cdot 10^8$.

18. Exemplo de resposta: Em 2019, foram registrados cerca de 70 milhões de voos no mundo; $7 \cdot 10^7$.

19. **a)** 5^8
b) $5^9 = 5^8 \cdot 5 = 390\,625 \cdot 5 = 1\,953\,125$
c) $5^7 = 5^8 : 5 = 390\,625 : 5 = 78\,125$

20. **a)** $11^3 = 1\,331$
b) $11^4 = 14\,641$
c) $11^5 = 161\,051$

21. **a)** $10\,001^2 = 100\,020\,001$
b) $100\,001^2 = 10\,000\,200\,001$

22. **a)** (A) $5 \cdot 2^3 + 7^2 = 5 \cdot 8 + 49 = 40 + 49 = 89$ (Maurício)
(B) $5^2 \cdot 3 - 6^2 : 2 = 25 \cdot 3 - 36 : 2 = 75 - 18 = 57$ (Gabriela)
(C) $3^2 \cdot 2^4 + 1 = 9 \cdot 16 + 1 = 144 + 1 = 145$ (Alexandre)
(D) $2^4 - 3 \cdot 5 + 3^2 = 16 - 3 \cdot 5 + 9 = 16 - 15 + 9 = 1 + 9 = 10$ (André)
(E) $2 \cdot 4^2 + 8^2 : 2^4 = 2 \cdot 16 + 64 : 16 = 32 + 4 = 36$ (Luciana)
(F) $17 - 3 \cdot 2^2 + 2^5 = 17 - 3 \cdot 4 + 32 = 17 - 12 + 32 = 37$ (Priscila)
b) O primeiro a ser pego é Maurício, e Talita não será pega.

23. Raul: $5 \cdot 4 + 2^5 = 5 \cdot 4 + 32 = 20 + 32 = 52$
Marina: $2^5 - 2^4 + 3^2 = 32 - 16 + 9 = 16 + 9 = 25$
Lílian: $2^3 \cdot 10 - 2^2 \cdot 2^3 = 8 \cdot 10 - 4 \cdot 8 = 80 - 32 = 48$
Gabriel: $3^3 \cdot 4^2 = 27 \cdot 16 = 432$
Não conhecemos o dono da pipa que tem o número 81.

24. **a)** $(5 + 1)^2 - 5 \cdot 6 = 6^2 - 5 \cdot 6 = 36 - 5 \cdot 6 = 36 - 30 = 6$
b) $17 - (2 \cdot 2)^2 + (4 - 1)^3 = 17 - 4^2 + 3^3 = 17 - 16 + 27 = 1 + 27 = 28$
c) $(8 : 2)^3 + (8 - 2)^2 = 4^3 + 6^2 = 64 + 36 = 100$

25. **a)** $(3 + 2)^2 \cdot 4 - 100 = 5^2 \cdot 4 - 100 = 25 \cdot 4 - 100 = 100 - 100 = 0$ (Raquel)
$7 + (5 \cdot 2)^2 - (3^2 - 8)^5 = 7 + 10^2 - (9 - 8)^5 = 7 + 10^2 - 1^5 = 7 + 100 - 1 = 107 - 1 = 106$ (Ana)
$(5 + 2 \cdot 3)^2 - (17 - 2^4) = (5 + 6)^2 - (17 - 16) = 11^2 - 1 = 121 - 1 = 120$; ninguém retirou este livro.
$(3 + 2^2)^2 + 4 \cdot 5^2 = (3 + 4)^2 + 4 \cdot 5^2 = 7^2 + 4 \cdot 5^2 = 49 + 4 \cdot 25 = 49 + 100 = 149$ (Rogério)
$(2^4 : 4^2)^{10} + (3^2 - 2^3)^9 = (16 : 16)^{10} + (9 - 8)^9 = 1^{10} + 1^9 = 1 + 1 = 2$ (Tales)
$(17 - 2 \cdot 2^3)^3 \cdot (2^5 - 3^3)^2 = (17 - 2 \cdot 8)^3 \cdot (32 - 27)^2 = (17 - 16)^3 \cdot 5^2 = 1 \cdot 25 = 25$ (Luísa)
b) O livro não retirado foi *Caçadas de Pedrinho* e quem não retirou o livro foi o Rogério.

26. **a)** $3^6 \cdot 3^2 = 3^{6+2} = 3^8$
b) $2^5 \cdot 2^7 = 2^{5+7} = 2^{12}$
c) $2^3 \cdot 2^3 \cdot 2^4 = 2^{3+3+4} = 2^{10}$
d) $10^4 \cdot 10^3 \cdot 10^6 \cdot 10^7 = 10^{4+3+6+7} = 10^{20}$

27. **a)** **I.** Falsa: $2^4 \cdot 2^2 = 2^{4+2} = 2^6$.
II. Falsa: $2^2 \cdot 2^3 = 2^{2+3} = 2^5$.
III. Verdadeira: $2^{10} \cdot 2^2 \cdot 2^6 = 2^{10+2+6} = 2^{18}$.
b) Para simplificar produtos de potências de mesma base, conservamos a base e adicionamos os expoentes.

28. **a)** $3^7 : 3^2 = 3^{7-2} = 3^5$
b) $10^6 : 10^4 = 10^{6-4} = 10^2$
c) $7^5 : 7^3 = 7^{5-3} = 7^2$
d) $12^4 : 12^2 = 12^{4-2} = 12^2$

29. a) Para simplificar o quociente de potências de mesma base, não nula, conservamos a base e subtraímos os expoentes.

b) I. $10^7 : 10^2 = 10^{7-2} = 10^5$

II. $2^{12} : 2^7 = 2^{12-7} = 2^5$

III. $2^{19} : 2^{11} = 2^{19-11} = 2^8$

30. a) $(3^5)^2 = 3^5 \cdot 3^5 = 3^{5+5} = 3^{10}$ ou $(3^5)^2 = 3^{5 \cdot 2} = 3^{10}$

b) $(2^3)^4 = 2^3 \cdot 2^3 \cdot 2^3 \cdot 2^3 = 2^{3+3+3+3} = 2^{12}$ ou $(2^3)^4 = 2^{3 \cdot 4} = 2^{12}$

c) $(5^6)^3 = 5^6 \cdot 5^6 \cdot 5^6 = 5^{6+6+6} = 5^{18}$ ou $(5^6)^3 = 5^{6 \cdot 3} = 5^{18}$

d) $(2^5)^4 = 2^5 \cdot 2^5 \cdot 2^5 \cdot 2^5 = 2^{5+5+5+5} = 2^{20}$ ou $(2^5)^4 = 2^{5 \cdot 4} = 2^{20}$

31. a) I. $(8^3)^5 = 8^{15}$

II. $(25^4)^{10} = 25^{40}$

III. $(10^3)^2 = 10^6$

IV. $(7^3)^3 = 7^9$

b) Para simplificar potência de potência, conservamos a base e multiplicamos os expoentes.

32. a) $7^1 = 7$ **c)** $9^0 = 1$

b) $18^1 = 18$ **d)** $272^0 = 1$

33. a) Verdadeiro; $1 = 10^0$.

b) Verdadeiro; $17^0 = 34^0$.

34. a) $120^1 = 120$ e $1^{120} = 1$. O maior é 120^1.

b) $312^0 = 1$ e $0^{312} = 0$. O maior é 312^0.

35. a) $44^{2-2} = 44^0 = 1$ **b)** $308^{2:2} = 308^1 = 308$

36. a) $(8^0)^2 = 1^2 = 1$ **c)** $(3^3)^1 = 27^1 = 27$

b) $(4^{10})^0 = 4^{10 \cdot 0} = 4^0 = 1$ **d)** $(10^1)^4 = 10^4 = 10\,000$

37. a) $9^3 \cdot 9^4 \cdot 9^1 = 9^{3+4+1} = 9^8$

b) $3^{2+3} \cdot 4^{3+4} = 3^5 \cdot 4^7$

c) $5^{20-13} = 5^7$

d) $5^{17-2} = 5^{15}$

e) $3^{2 \cdot 3} \cdot 3^{3 \cdot 4} \cdot 3^5 = 3^6 \cdot 3^{12} \cdot 3^5 = 3^{6+12+5} = 3^{23}$

f) $10^8 : (10^2)^3 = 10^8 : 10^{2 \cdot 3} = 10^8 : 10^6 = 10^{8-6} = 10^2$

38. $1^0 + 1^1 + 2^0 + 2^1 + 2^2 = 1 + 1 + 1 + 2 + 4 = 9$

39. $9^5 = 9^{4+1} = 9^4 \cdot 9^1 = 6\,561 \cdot 9 = 59\,049$ e $9^6 = 9^{4+2} = 9^4 \cdot 9^2 =$ $= 6\,561 \cdot 81 = 531\,441$.

40. Luciana: $(2 \cdot 4^3 - 3^2 \cdot 3 \cdot 3^0 - 5^0) : 10^2 =$
$= (2 \cdot 64 - 9 \cdot 3 \cdot 1 - 1) : 100 = (128 - 27 - 1) : 100 =$
$= (101 - 1) : 100 = 100 : 100 = 1$.
Mariana: $\sqrt{4} \cdot (4^3 - 3^2) : (3^2 + 3^1 - 3^0) - 2^3 =$
$= 2 \cdot (64 - 9) : (9 + 3 - 1) - 8 = 2 \cdot 55 : (12 - 1) - 8 =$
$= 2 \cdot 55 : 11 - 8 = 110 : 11 - 8 = 10 - 8 = 2$.

41. a) $2 \cdot 5^1 - 3 \cdot 5^0 = 2 \cdot 5 - 3 \cdot 1 = 10 - 3 = 7$. Quem gostou da girafa foi Gabriela.
$3^2 - 3 \cdot 2^1 + 3^0 \cdot \sqrt{64} = 9 - 3 \cdot 2 + 1 \cdot 8 = 9 - 6 + 8 =$ $= 3 + 8 = 11$. Quem gostou do rinoceronte foi Luciana.
$2 \cdot [7^2 - (\sqrt{9} - 10^0)] = 2 \cdot [49 - (3 - 1)] = 2 \cdot [49 - 2] =$ $= 2 \cdot 47 = 94$. Quem gostou da onça foi Fabinho.
$2^0 + 2^1 + 2^2 + 2^3 = 1 + 2 + 4 + 8 = 15$. Quem gostou do elefante foi Priscila.
$2 \cdot 3^0 + 3 \cdot \sqrt{16} + 4 \cdot 5^2 = 2 \cdot 1 + 3 \cdot 4 + 4 \cdot 25 =$ $= 2 + 12 + 100 = 114$. Quem gostou do gorila foi Alexandre.
$16 : [3^0 + (5^0 - 2 \cdot 5^0)] = 16 : [1 + (25 - 2 \cdot 5)] =$
$= 16 : [1 + (25 - 10)] = 16 : [1 + 15] = 16 : 16 = 1$.
Quem gostou do leão foi Nicolau.

b) Não sabemos a preferência de Maurício.

42. a) $1\,000 + 900 + 50 + 8 = 1 \cdot 10^3 + 9 \cdot 10^2 + 5 \cdot 10^1 + 8 \cdot 10^0$

b) $30\,000 + 2\,000 + 60 + 5 = 3 \cdot 10^4 + 2 \cdot 10^3 + 6 \cdot 10^1 + 5 \cdot 10^0$

43. a) 6 789 **b)** 2 008 **c)** 25 001 **d)** 607 080

44. 1 001, 1 010, 1 100, $1 \cdot 10^3 + 1 \cdot 10^0$.

45. a) 99 999 **b)** 98 765 **c)** 10 000 **d)** 10 234

e) $1 \cdot 10^4 + 2 \cdot 10^2 + 3 \cdot 10^1 + 4 \cdot 10^0$

46. a) 612 algarismos.

b) $6 \cdot 10^2 + 1 \cdot 10^1 + 2 \cdot 10^0$

47. 111, 112, 121, 122, 211, 212, 221, 222; $2 \cdot 10^2 + 2 \cdot 10^1 + 2 \cdot 10^0$

48. a) $3 = 2 + 1 = 1 \cdot 21 + 1 \cdot 20$; 11 no sistema binário.

b) $4 = 2^2 = 1 \cdot 2^2 + 0 \cdot 2^1 + 0 \cdot 2^0$; 100 no sistema binário.

c) $5 = 4 + 1 = 2^2 + 2^0 = 1 \cdot 2^2 + 0 \cdot 2^1 + 1 \cdot 2^0$; 101 no sistema binário.

d) $6 = 4 + 2 = 22 + 2^1 = 1 \cdot 2^2 + 1 \cdot 2^1 + 0 \cdot 2^0$; 110 no sistema binário.

e) $13 = 8 + 4 + 1 = 2^3 + 2^2 + 2^0 =$
$= 1 \cdot 2^3 + 1 \cdot 2^2 + 0 \cdot 2^1 + 1 \cdot 2^0$; 1 101 no sistema binário.

f) $27 = 16 + 8 + 2 + 1 = 2^4 + 2^3 + 2^1 + 2^0 =$
$= 1 \cdot 2^4 + 1 \cdot 2^3 + 0 \cdot 2^2 + 1 \cdot 2^1 + 1 \cdot 2^0$; 11 011 no sistema binário.

49. a) 1 010: $1 \cdot 2^3 + 0 \cdot 2^2 + 1 \cdot 2^1 + 0 \cdot 2^0 =$
$= 1 \cdot 8 + 0 \cdot 4 + 1 \cdot 2 + 0 \cdot 1 = 8 + 0 + 2 + 0 = 10$

b) 11 010: $1 \cdot 2^4 + 1 \cdot 2^3 + 0 \cdot 2^2 + 1 \cdot 2^1 + 0 \cdot 2^0 =$
$= 1 \cdot 16 + 1 \cdot 8 + 0 \cdot 4 + 1 \cdot 2 + 0 = 16 + 8 + 2 = 26$

50. $3^0 = 1$; $3^1 = 3$; $3^2 = 9$; $3^3 = 27$; $3^4 = 81$.
$50 = 27 + 9 + 9 + 3 + 1 + 1$; $50 = 1 \cdot 3^3 + 2 \cdot 3^2 + 1 \cdot 3^1 + 2 \cdot 3^0$.

51. Exemplo de resposta: Semelhança: ambos os sistemas são posicionais. Diferença: no sistema de numeração decimal, a base é 10, logo há 10 algarismos (0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 e 9) e no sistema binário, a base é 2, logo há 2 algarismos (0 e 1).

Na História

1. Para essas tribos, todas as coleções de objetos ou seres com três ou mais elementos se confundiam quantitativamente.
2. Base 5.
3. Uma resposta plausível é que comumente o ser humano tem 5 dedos em cada mão (10 dedos nas duas mãos) e 5 dedos em cada pé (10 dedos nos dois pés); entre mãos e pés, 20 dedos. Possivelmente, os povos antepassados contavam usando como base os dedos, itens que são contáveis, próximos e conhecidos.
4. Além de símbolos para 1, 10, 100, 1 000, etc., foram introduzidos, com o tempo, símbolos para o 5 (V), 50 (L) e 500 (D). Além disso, a partir de algum momento, foi adotado um princípio subtrativo, por exemplo: IV: $5 - 1 = 4$ IX: $10 - 1 = 9$
5. No sistema decimal, os números são menores do que no sistema binário. Por exemplo, no sistema decimal: vinte e dois → 22; no sistema binário: vinte e dois → 10 110. Além disso, o número 10 tem mais divisores que o 2, o que facilita a escala de medidas de massa e medidas calcada na base decimal. Por outro lado, o código binário é especialmente favorável nos computadores, pois utiliza dois símbolos apenas, 0 e 1, representados pela ausência (0) ou presença (1) de um sinal elétrico.

Capítulo 8

Participe (p. 108)

1. a) Considerando ● = B e ■ = Q, temos $1 \cdot Q + 1 \cdot B = 4 \cdot B$.
Então: $1 \cdot Q = 3 \cdot B$.
São necessárias 3 bolinhas para equilibrar um quadrado.

b) ■ + 1 = 4 ⇒ ■ = 3

c) 1º membro = ■ + 1 ; 2º membro = 4.

d) ■ + 1 − 1 = 4 − 1 ⇒ ■ = 3

e) Considerando ● = B e ▲ = T, temos $2 \cdot T + 1 \cdot B =$ $= 1 \cdot T + 3 \cdot B$.
Então: $1 \cdot T = 2 \cdot B$.
São necessárias 2 bolinhas para equilibrar um triângulo.

f) ▲ + 1 + ▲ = ▲ + 3 ⇒ ▲ = 2

g) ▲ + 1 + ▲ = ▲ + 3 ⇒ ▲ + 1 + ▲ − ▲ = ▲ + 3 − ▲ ⇒
⇒ ▲ + 1 = 3

h) Ela continuará em equilíbrio.

i) Ela se desequilibrará.

Ilustrações: Ericson Guilherme Luciano/Arquivo da editora

Atividades

1. a) Primeiro membro: $4 + 3 \cdot 2$; valor: $4 + 3 \cdot 2 = 4 + 6 = 10$.
b) Segundo membro: $15 - 5$; valor: $15 - 5 = 10$.
c) Verdadeira.

2. a) Verdadeira.
b) Adicionar 5 ao segundo membro.
c) Subtrair 4 do segundo membro.

3. a) 5
b) A balança ficará desequilibrada.
c) Colocar uma ● no prato à direita.
d) 5
e) ■ = 5

4. a) 3
b) A balança ficará desequilibrada.
c) Retirar dois ▲ do prato à esquerda.
d) 3

5. a) 8
b) ◆ = 8

6. a) Aqui, inicia-se o emprego da operação inversa para determinar um número desconhecido. Pode-se pensar nos caminhos de ida e de volta. Ida: adicionamos ▲ a 2 194 e obtemos 4 000. Volta: subtraímos 2 194 de 4 000 e obtemos ▲. Então: ▲ $= 4\,000 - 2\,194 = 1\,806$.
b) Analogamente, temos:
Ida: adicionamos ▲ a 614 e obtemos 901.
Volta: subtraímos 614 de 901 e obtemos ▲.
Então: ▲ $= 901 - 614 = 287$

7. Se $A + 771 = 1\,000$, então: $A = 1\,000 - 771 = 229$.
Se $771 + C = 1\,000$, então: $C = 1\,000 - 771 = 229$.
Como $B + 229 = 1\,000$, então: $B = 1\,000 - 229 = 771$.

8. a) $x = 567 + 234 \Rightarrow x = 801$
b) $y = 1\,750 - 175 \Rightarrow y = 1\,575$

9. Use as operações inversas: adicionamos 30 a 90, subtraímos 20 e obtemos m. Então: $m = (30 + 90) - 20 = 120 - 20 \Rightarrow m = 100$.

10. Faça o caminho de volta, usando operações inversas. Ida: adicionamos ▲ a 55, subtraímos 66 e obtemos 33. Volta: adicionamos 33 a 66, subtraímos 55 e obtemos ▲. Então: ▲ $= (33 + 66) - 55 = 44$. O número é 44.

11. Para saber o número pensado, usamos as operações inversas. Adicionamos 25 ao 50 e obtemos 75. O número pensado é 75. Então: se adicionarmos 25 ao número pensado, obteremos 100, pois $25 + 75 = 100$. O resultado seria 100.

Participe (p. 110)

I. a) Considerando ● = B e ■ = C, temos $3 \cdot C = 12 \cdot B$.
Então: $C = 12 \cdot B : 3 \Rightarrow C = 4 \cdot B$.
São necessárias 4 bolinhas para equilibrar 1 cubo.
b) $3 \cdot$ ■ $= 12 \Rightarrow$ ■ $= 12 : 3 = 4$
c) Primeiro membro é $3 \cdot$ ■ e o segundo membro é 12.
d) $3 \cdot$ ■ $= 12 \Rightarrow 3 \cdot$ ■ $: 3 = 12 : 3 \Rightarrow$ ■ $= 4$
e) A balança continuará em equilíbrio.

II. a) Considerando ● = B e ▲ = T, temos $2 \cdot T + 1 \cdot B = 5 \cdot B$.
Então: $2 \cdot T = 4 \cdot B \Rightarrow T = 2 \cdot B$.
São necessárias 2 bolinhas para equilibrar um triângulo.
b) $2 \cdot$ ▲ $+ 1 = 5 \Rightarrow 2 \cdot$ ▲ $= 5 - 1 \Rightarrow$ ▲ $= 4 : 2 = 2$
c) $2 \cdot$ ▲ $+ 1 = 5 \Rightarrow 2 \cdot$ ▲ $+ 1 - 1 = 5 - 1 \Rightarrow 2 \cdot$ ▲ $= 4$
d) $2 \cdot$ ▲ $= 4 \Rightarrow 2 \cdot$ ▲ $: 2 = 4 : 2 \Rightarrow$ ▲ $= 2$
e) ◆ = 15
f) ◆ $: 5 = 3 \Rightarrow$ ◆ $: 5 \cdot 5 = 3 \cdot 5 \Rightarrow$ ◆ $= 15$

Ilustrações: Ericson Guilherme Luciano/Arquivo da editora

12. Cada cartão azul vale $(635 - 320) : 3 = 105$. Algebricamente, sendo x o valor do cartão azul: $320 + 3x = 635 \Rightarrow 3x = 635 - 320 \Rightarrow$ $\Rightarrow 3x = 315 \Rightarrow x = 315 : 3 \Rightarrow x = 105$.

13. Exemplo de explicação: Na segunda conta foi acrescentado um cartão azul, e a soma passou de 60 para 80. Então, o cartão azul vale $80 - 60 = 20$. Como o cartão vermelho mais o cartão azul totalizam 60, o cartão vermelho vale: $60 - 20 = 40$. Algebricamente, sendo x o valor do cartão azul e y o do vermelho: $y + x = 60$.
$y + x + x = 80 \Rightarrow 60 + x = 80 \Rightarrow x = 80 - 60 \Rightarrow x = 20$
Então: $y + 20 = 60 \Rightarrow y = 60 - 20 \Rightarrow y = 40$.

14. Na terceira linha vertical, temos: $4 \cdot c \cdot 3 = 60$, ou seja, $12 \cdot c = 60$ e $c = 60 : 12 = 5$. O quadro fica:

1	15	4
b	2	5
d	*e*	3

Na segunda linha horizontal, temos: $b \cdot 2 \cdot 5 = 60$, ou seja, $10b = 60$ e $b = 60 : 10 = 6$. Na segunda linha vertical, temos: $15 \cdot 2 \cdot e = 60$, ou seja, $30 \cdot e = 60$; portanto, $e = 60 : 30 = 2$. O quadro fica:

1	15	4
6	2	5
d	2	3

Na terceira linha horizontal, temos: $6 \cdot d = 60$, ou seja, $d = 60 : 6 = 10$. Finalmente, o quadro completo é:

1	15	4
6	2	5
10	2	3

15. $34 \cdot ? = 374$, então $? = 374 : 34 = 11$.
$? : 22 = 56$, então $? = 56 \cdot 22 = 1\,232$.
$900 : ? = 15$, então $? = 900 : 15 = 60$.
$6 \cdot ? \cdot 5 = 1\,560$, então $? = 1\,560 : (6 \cdot 5) = 52$.
$6 \cdot 15 - ? = 68$, então $? = (6 \cdot 15) - 68 = 22$.

16. $60 \cdot 15 - 60 : 15 = 900 - 4 = 896$
$? + 896 = 6\,015 \Rightarrow ? = 6\,015 - 896 \Rightarrow ? = 5\,119$
Logo, o número do cartão azul é 5 119, e o do cartão vermelho é 896.
Explicação pessoal.

17. a) Ida: multiplicamos ? por 5, subtraímos 30 e obtemos 55.
Volta: adicionamos 55 a 30, dividimos por 5 e obtemos ?, então: $(55 + 30) : 5 = 85 : 5 = 17$. O número é 17.
b) Ida: dividimos ? por 4, subtraímos 3 e obtemos 6.
Volta: adicionamos 6 a 3, multiplicamos por 4 e obtemos ?, então: $(6 + 3) \cdot 4 = 9 \cdot 4 = 36$. O número é 36.

18. Primeiro, descobrimos o número pensado: $(44 + 4) : 4 = 12$.
Depois, calculamos quanto seria encontrado por meio das novas operações: $(12 : 4) + 4 = 3 + 4 = 7$. A resposta é 7.

19. a) R\$ 3.572,00 − R\$ 840,00 = R\$ 2.732,00. Sobram R\$ 2.732,00.
b) R\$ 2.732,00 : 2 = R\$ 1.366,00. Roberto ganha R\$ 1.366,00.
c) R\$ 1.366,00 + R\$ 840,00 = R\$ 2.206,00. Renata ganha R\$ 2.206,00.
d) Calculando a soma e a diferença dos salários. A soma deve ser R\$ 3.572,00, e a diferença, R\$ 840,00.

20. a) Se Eliete tivesse, por exemplo, 10 anos, Gustavo teria 17. Mas Gustavo tem 3 a mais que Arnaldo. Então, Arnaldo teria 14, ou seja, 4 anos a mais que Eliete.
b) Subtraindo os anos que Gustavo e Arnaldo têm a mais que Eliete, temos: $116 - 7 - 4 = 105$.

c) Vamos chamar a idade de Gustavo de G, a idade de Arnaldo de A e a idade de Eliete de E. Sabemos que: $G = A + 3$; $A = E + 4$; $E = G - 7$. Tomando como base a idade de Arnaldo, temos: $G = E + 4 + 3$ e $E = E + 4 + 3 - 7$. A soma das idades é igual a 116, então: $E + 4 + 3 + E + 4 + E + 4 + 3 - 7 = 116 \Rightarrow 3E = 116 - 11 \Rightarrow E = 35$. Portanto, Eliete tem 35 anos.

d) Arnaldo tem 4 a mais que Eliete, então: $35 + 4 = 39$. Arnaldo tem 39 anos.

e) Gustavo tem 7 a mais que Eliete, então: $35 + 7 = 42$. Gustavo tem 42 anos.

21. a) A soma do menor com o maior é igual à soma do menor com o triplo do menor, que é igual a 4 vezes o menor.

b) O menor é igual a $144 : 4 = 36$.

c) O maior é o triplo do menor: $36 \cdot 3 = 108$.

22. a) população de Paraíso = 5 · população de Bela Vista
5 · população de Bela Vista + população de Bela Vista = 69 600
6 · população de Bela Vista = 69 600
$69\,600 : 6 = 11\,600$
Logo, a população de Bela Vista é de 11 600 habitantes.

b) $5 \cdot 11\,600 = 58\,000$. Ou seja, a população de Paraíso é de 58 000 habitantes.

23. Como o prêmio do gerente equivale ao de dois vendedores, dividimos o total em 8 partes iguais. O gerente vai ficar com duas partes, e cada vendedor com uma.
$10\,000 : 8 = 1\,250$ $\quad$ $1\,250 \cdot 2 = 2\,500$
O gerente recebeu R$ 2.500,00 e cada vendedor, R$ 1.250,00.

24. a) A diferença entre dois números ímpares consecutivos vale 2. Assim, Alcides tem 2 anos a mais que João.

b) Sendo J a idade de João e A a idade de Alcides, $J + 3A = 90$. Como João tem 2 anos a menos que Alcides, $A - 2 + 3A = 90$; então: $A + 3A = 92$. A soma da idade de Alcides com o triplo dela resulta em 92 anos.

c) $A + 3A = 92 \Rightarrow 4A = 92$. Essa soma é quatro vezes a idade de Alcides.

d) A idade de Alcides é: 92 anos : 4 = 23 anos.

e) A idade de João é: 23 anos − 2 anos = 21 anos.
Verificação: 21 e 23 são dois números ímpares consecutivos e, além disso, $21 + 3 \cdot 23 = 21 + 69 = 90$.

25. a) 77 · R$ 335,00 = R$ 25.795,00

b) R$ 26.470,00 − R$ 25.795,00 = R$ 675,00

c) R$ 380,00 − R$ 335,00 = R$ 45,00

d) R$ 675,00 : R$ 45,00 = 15; 15 passageiros.

e) $77 - 15 = 62$; 62 passageiros.
Verificação: a arrecadação foi 15 · R$ 380,00 + 62 · R$ 335,00 = = R$ 5.700,00 + R$ 20.770,00 = R$ 26.470,00.

26. Arrecadação, se todos os ingressos fossem de numerada coberta: 2 640 · R$ 100,00 = R$ 264.000,00. Valor arrecadado a menos que esse: R$ 264.000,00 − R$ 129.000,00 = R$ 135.000,00. Esse valor a menos é devido aos ingressos de arquibancada.
Cada ingresso de arquibancada vale R$ 60,00 a menos. Então, o número de ingressos de arquibancada vendidos foi: $135\,000 : 60 = 2\,250$.

27. Se André tivesse 3 anos a menos, teria a idade de Ricardo. Nesse caso, a idade de André mais 5 vezes a de Ricardo seria igual a 6 vezes a de Ricardo e seria: 75 anos − 3 anos = 72 anos.

a) Idade de Ricardo: 72 anos : 6 anos = 12 anos.

b) Idade de André: 12 anos + 3 anos = 15 anos.

28. 12 · R$ 40,00 = R$ 480,00 (total, se fossem só adultos)
R$ 480,00 − R$ 435,00 = R$ 45,00 (dinheiro ganho a menos)
R$ 40,00 − R$ 25,00 = R$ 15,00 (cada criança paga a menos)
R$ 45,00 : R$ 15,00 = 3 (número de crianças)
$12 - 3 = 9$ (número de adultos)
Foram 9 cortes de cabelo em adultos.

Na Unidade

1. O único número que multiplicado por 3 tem resultado que termina em 4 é o número 8, então, o cálculo é o seguinte: $118 \cdot 3 = 354$. Os algarismos que estão, faltando são: 8; 3 e 5. Logo, adicionando esses algarismos, temos: $8 + 3 + 5 = 16$.

2. Exemplo de resposta: Em uma sala de cinema, há 18 fileiras com 20 poltronas em cada uma. Ao todo, quantas poltronas há nessa sala de cinema? Resposta: $18 \cdot 20 = 360$. Há 360 poltronas.

3. Para obtermos a melhor estimativa para a multiplicação apresentada, podemos fazer 9 000 multiplicado por 2 000, o que resulta em 18 000 000, ou seja, 18 milhões. Logo, alternativa **d**.

4. $21\,063\,042 : 7 = 3\,009\,006$. Logo, alternativa **a**.

5. Exemplo de resposta: Marcela comprou uma geladeira por R$ 3.900,00, pagando o valor em 12 parcelas iguais. Qual é o valor que ela pagará em cada parcela? Resposta: R$ 3.900,00 : 12 = R$ 325,00.

6. Se o divisor é 29 e o resto é o maior possível, então, o resto é 28. Para encontrarmos o dividendo, devemos considerar:
dividendo = quociente · divisor + resto
dividendo = $15 \cdot 29 + 28 = 435 + 28 = 463$
Logo, alternativa **d**.

7. $5 \cdot ■ = 35 \Rightarrow 5 \cdot ■ : 5 = 35 : 5 \Rightarrow ■ = 7$

8. $21^3 = 21 \cdot 21 \cdot 21 = 9\,261$. Logo, alternativa **d**.

9. $10^6 : 10^3 = 10^3 \Rightarrow 10^6 = 1\,000 \cdot 10^3$. Logo, alternativa **d**.

10. Sabemos que: idade de Carlos + idade de João = 45 anos.
Como a idade de Carlos é o dobro da idade de João, temos que: 2 · idade de João + idade de João = 45.
Então: 3 · idade de João = 45 ⇒ idade de João = 15.
A idade de Carlos é o dobro, ou seja, 30 anos. Logo, alternativa **b**.

11. $3\,000 : 120 = 25$. Logo, alternativa **a**.

12. Para encontrar o número, devemos aplicar as operações inversas, ou seja: $(58 - 10) : 12 = 48 : 12 = 4$. Logo, alternativa **d**.

13. Sabendo que o total de votos foi 36 e chamando o número de votos do primeiro colocado de P e o número de votos do segundo colocado de S, temos: $P + S + 4 = 36$.
Como $P = 3 \cdot S$, então: $3 \cdot S + S - 4 = 36$.
$4 \cdot S = 32 \Rightarrow S = 8$. Portanto, $P = 3 \cdot S = 3 \cdot 8 = 24$. Logo, alternativa **c**.

14. $34 = 32 + 2 = 2^5 + 2^1 = 1 \cdot 2^5 + 0 \cdot 2^4 + 0 \cdot 2^3 + 0 \cdot 2^2 + 1 \cdot 2^1 + 0 \cdot 2^0$; 100 010 no binário.

Unidade 4

Abertura (p. 117)

Resposta pessoal.

Exemplo de resposta: As abelhas, além de terem um trabalho cooperativo na produção do mel, contribuem para a reprodução das plantas na busca pelo pólen. Podemos levar como aprendizado para a vida a importância do trabalho em equipe e a preocupação com o coletivo, ou seja, a colaboração de todos para se chegar a um resultado com impacto positivo para todos.

Capítulo 9

Participe (p. 118)

I. a) Divisão: $56\,862 : 4$.

b) $56\,862 : 4 = 14\,215$ e resto 2, então, seriam 14 215 envelopes.

c) Sim, sobraram 2 figurinhas.

d) $56\,862 : 6 = 9\,477$, não sobraria nenhuma figurinha.

II. a) $65\,268 : 4 = 16\,317$, não sobraria nenhuma figurinha.

b) $65\,268 : 6 = 10\,878$, não sobraria nenhuma figurinha.

c) $65\,268 : 8 = 8\,158$ e resto 4, sim, sobrariam 4 figurinhas.

III. a) Não, porque a divisão de 56 862 por 4 não é exata; sim, porque a divisão de 56 862 por 6 é exata.
b) Sim, é divisível por 4; sim, é divisível por 6; não é divisível por 8.
c) Sim, é divisível por 4; sim, é divisível por 4; sim, é divisível por 8.

Atividades

1. a) Certo, pois o resto da divisão é 0.
b) Errado, pois o resto da divisão não é 0.

680 | 12
80 56
8

c) Certo, pois o resto da divisão não é 0.
d) Errado, pois o resto da divisão é 0.

209 | 11
99 19
0

2. a) Na divisão de números pares por 2, o resto é 0.
b) Na divisão de números ímpares por 2, o resto é 1.
c) Sim, os números pares são divisíveis por 2, porque as divisões têm resto 0.
d) Não, os números ímpares não são divisíveis por 2, porque as divisões não têm resto 0.
e) Entre os números dados, são divisíveis por 2 apenas os que são números pares.

3. Dos 11 anos até hoje as idades foram: 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 20, 21, 22, 23, 24 e 25 anos. Foram representadas por números divisíveis por 2 as idades de 12, 14, 16, 18, 20, 22 e 24 anos, em um total de 7 vezes.

4. Os números divisíveis por 2 são os números pares: 12, 78, 102, 134, 1 234, 0 e 13 890.

5. a) 245 | 3
05 81
2

372 | 3
07 124
12
0

447 | 3
14 149
27
0

1468 | 3
26 489
28
1

2 445 | 3
04 815
15
0

b)

Número divisível por 3	Soma de todos os algarismos do número	A soma é divisível por 3?
372	12	Sim
447	15	Sim
2 445	15	Sim

Número não divisível por 3	Soma de todos os algarismos do número	A soma é divisível por 3?
245	11	Não
1 468	19	Não

c) Dos números dados, são divisíveis por 3 aqueles cuja soma de todos os algarismos é um número divisível por 3.

6. Adicionando os algarismos de cada número, verificamos que são divisíveis por 3 os números 12, 78, 102, 3, 0, 555 e 13 890.

7. a) 19726 | 3
17 6 575
22
16
1

Sim, se forem embaladas em pacotes de 3 figurinhas, sobrará 1 figurinha.

b) Caso sejam 59 175 figurinhas embaladas em pacotes de 3 unidades, não sobrarão figurinhas. Sem efetuar a divisão, verificamos que a soma de todos os algarismos é 27, divisível por 3.

59175 | 3
29 19725
21
07
15
0

8. O número 17 482 não é divisível por 3, pois a soma de todos os algarismos é 22, que não é divisível por 3. O número 54 321 é divisível por 3, pois a soma de todos os algarismos é 15, que é divisível por 3.

9. 54 | 6
0 9

216 | 6
36 36
0

O resto é 0.

10. a)

Número dado	É divisível por 2?	É divisível por 3?	É divisível por 6?
158	Sim	Não	Não
99	Não	Sim	Não
731	Não	Não	Não
192	Sim	Sim	Sim
846	Sim	Sim	Sim

b) Entre os números dados, são divisíveis por 6 aqueles que também são divisíveis por 2 e por 3.

11. 12 300 é divisível por 2 e por 3; 41 102 é divisível por 2 e não é divisível por 3; 56 789 não é divisível por 2 nem por 3; 67 890 é divisível por 2 e por 3; 70 234 é divisível por 2 e não é divisível por 3; 112 704 é divisível por 2 e por 3.
Portanto, são divisíveis por 6 os números 12 300, 67 890 e 112 704.

12. a) 102, 104, 106, 108, 110, 112, 114, 116 e 118.
b) 102, 105, 108, 111, 114 e 117.
c) 102, 108 e 114.

13. Os resultados da tabuada do 5 terminam em 0 ou 5.

14. 3 427 | 5
42 685
27
2

275 | 5
25 55
0

4 680 | 5
18 936
30
0

693 | 5
19 138
43
3

a) 3 427 não é divisível por 5; ele termina em 7.
b) 275 é divisível por 5; ele termina em 5.
c) 4 680 é divisível por 5; ele termina em 0.
d) 693 não é divisível por 5; ele termina em 3.
e) Os números divisíveis por 5 terminam em 0 ou 5.

15. São divisíveis por 5 os números terminados em 0 ou 5: 75, 210, 13 260, 0, 5, 4 080 e 12 345.

16. Para serem divisíveis por 5, os números devem terminar em 0 ou 5, restando para as ordens das centenas e das dezenas apenas os algarismos 1 e 4. Assim, podemos formar apenas os números 410, 415, 140 e 145.

17. a) 1, 4 ou 7, pois 741, 744 e 747 são divisíveis por 3.
b) Para ser divisível por 5, o número deve terminar em 0 ou 5. O número 8 765 não é divisível por 3, pois a soma de todos os algarismos é 26. Portanto, o algarismo que falta para completar o número é 0: 8 760 é divisível por 3, pois a soma de todos os algarismos é 21.

18. Para ser divisível por 2, o último algarismo deve ser par. As opções são 260, 262, 264, 266 e 268.
Para ser divisível por 3, a soma de todos os algarismos deve ser múltiplo de 3, o que só acontece com 264. Portanto, o terceiro algarismo é 4.

19. a) Qualquer que seja o algarismo do meio, o número não será divisível por 2, pois o último algarismo não é par.

b) Os únicos algarismos que adicionados a 7 e 3 resultam em um número divisível por 3 são: 2, 5 ou 8.

20. Exemplos de resposta: Um número de 2 algarismos que é divisível por 5 começa com 4 e é ímpar. Qual número é esse? Resposta: 45.

O número 341 é divisível por 3? Por quê? Resposta: Não, pois $3 + 4 + 1 = 8$, e 8 não é divisível por 3.

Tenho 78 balas para dividir igualmente entre 6 amigos. Vai sobrar alguma bala após a divisão? Por quê? Resposta: Não, pois 78 é divisível por 6.

Participe (p. 123)

I. a) $84 : 2 = 42$, então podem ser formadas 42 bandejas e não sobram maçãs.

b) $84 : 4 = 21$, então podem ser formados 21 saquinhos e não sobram maçãs.

c) Sim, é divisível por 2.

d) 42

e) Sim, é divisível por 2.

f) Não sobraria nenhuma maçã.

g) Sim, é divisível por 4.

h) $86 : 2 = 43$, então poderiam ser formadas 43 bandejas e não sobrariam maçãs.

$43 : 2 = 21$ e resto 1, então poderiam ser formados 21 saquinhos e, sim, sobraria 1 bandeja.

i) $86 : 4 = 21$ e resto 2, então, sim, sobrariam 2 maçãs.

j) Não é divisível por 4.

II. a) 84 dividido por 2 dá 42, que é divisível por 2; 84 é divisível por 4.

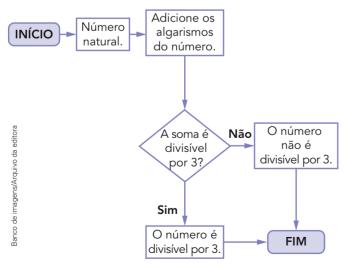
b) 86 dividido por 2 dá 43, que não é divisível por 2; 86 não é divisível por 4.

III. Não é divisível por 2 e não é divisível por 4.

IV. Sim, é divisível por 2, e, sim, é divisível por 4.

V. Não, pois um número divisível por 4 também é divisível por 2 e apenas números pares são divisíveis por 2.

VI. Entre os números 50, 52, 84 e 86, apresentados nesta seção, são divisíveis por 4 aqueles que são números pares e, se divididos por 2, resultam em quociente par (ou divisível por 2).

21. Exemplo de resposta:

22. Exemplo de resposta:

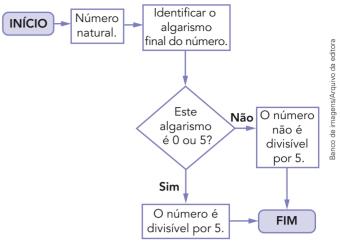
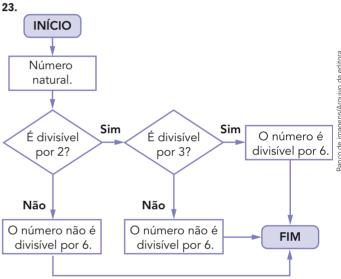
Algoritmo:

1º) Verificar com qual algarismo termina o número;

2º) Verificar se esse algarismo é 0 ou 5;

3º) Concluir se o número é ou não é divisível por 5.

Fluxograma:

23.

24. a) Sim, os números 1 056 e 32, pois $1\,056 : 4 = 265$ e $32 : 4 = 8$.

b) Sim, pois $1\,056 + 32 = 1\,088$ e $1\,088 : 4 = 272$.

c) Não é divisível por 4. Exemplos:

$14\,290 + 1\,056 = 15\,346$ e $15\,346 : 4 = 3\,836$ e resto 2;

$14\,290 + 32 = 14\,322$ e $14\,322 : 4 = 3\,580$ e resto 2;

$1\,056 + 34 = 1\,090$ e $1\,090 : 4 = 272$ e resto 2;

$34 + 32 = 66$ e $66 : 4 = 16$ e resto 2.

25. a) Quantidade de dúzias no saco maior: $60 : 12 = 5$. Quantidade de dúzias no saco menor: $36 : 12 = 3$.

b) $5 + 3 = 8$, ou seja, 8 dúzias.

c) Sim, 60 e 36 são divisíveis por 12, pois as divisões são exatas.

d) $60 + 36 = 96$ e $96 : 12 = 8$. Então, 96 é divisível por 12.

26. Exemplo de resposta: Um mercado tem 66 pacotes de arroz armazenados igualmente em 11 prateleiras e precisa acomodar mais 110 pacotes junto a eles. É possível que todas as prateleiras fiquem com a mesma quantidade de embalagens? Por quê? Resposta: Sim, porque 66 e 110 são divisíveis por 11, logo, $66 + 110$ também é divisível por 11.

27. Os números terminados em 00 são divisíveis por 4 porque são obtidos adicionando parcelas de 100, e 100 é divisível por 4.

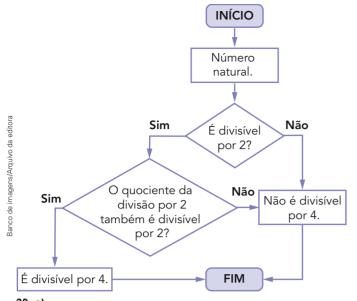
28. São divisíveis por 4 os números: 336, 540, 1 608, 1 776 e 18 092.

29. Exemplo de resposta:

I) Verificar se o número é divisível por 2.

II) Se sim, verificar se o quociente dessa divisão também é divisível por 2.

III) Se sim, o número é divisível por 4.

Banco de imagens/Arquivo da editora

30. a)

Número dado	Número formado pelos 2 últimos algarismos	Este número é divisível por 4?	Número dado representado por uma adição	O número dado é divisível por 4?
316	16	Sim	300 + 16	Sim
4 148	48	Sim	4 100 + 48	Sim
11 222	22	Não	11 200 + 22	Não
101 010	10	Não	101 000 + 10	Não
123 456	56	Sim	123 400 + 56	Sim

b) Sim, nos números divisíveis por 4, os 2 últimos algarismos formam um número divisível por 4.

c) Não, nos números não divisíveis por 4, os 2 últimos algarismos não formam um número divisível por 4.

31. Pelo calendário, o ano é bissexto e, como ele deve ser divisível por 4, pode ser 2012 ou 2016.

32. a) Serão bissextos os que forem divisíveis por 4, que são 2024 e 2028.

b) Não será bissexto, pois termina em 00 e não é divisível por 400.

c) Resposta pessoal.

33. Como 1 000 é divisível por 8, todo número terminado em 000 também é, porque é obtido adicionando parcelas de 1 000.

34. a) Os 3 números são divisíveis por 8.

b) Apenas 60 000 é divisível por 8.

c) Sim.

d) Não.

35. Exemplo de resposta: Analisando o número formado pelos 3 últimos algarismos, se for divisível por 8, então o número em questão também é divisível por 8.

36. a) 720 e $7 + 2 + 0$ são divisíveis por 9.

b) 477 e $4 + 7 + 7$ são divisíveis por 9.

c) 1 348 e $1 + 3 + 4 + 8$ não são divisíveis por 9.

37. a) Sim, nos números divisíveis por 9, a soma de todos os algarismos também é divisível por 9.

b) Não, nos números não divisíveis por 9, a soma de todos os algarismos não é divisível por 9.

38. São divisíveis por 9 os números 945, 108, 4 698 e 30 222, pois a soma de todos os algarismos é divisível por 9.

39. O número de figurinhas deve ser divisível por 9 e compreendido entre 440 e 470. O primeiro número é 441, e sendo $4 + 4 + 1 = 9$, é divisível por 9. Os demais são obtidos acrescentando-se 9, sem ultrapassar 470: $441 + 9 = 450$, $450 + 9 = 459$ e $459 + 9 = 468$. Podem ser compradas 441, 450, 459 ou 468 figurinhas.

40. a) Terminam com 0.

b) 120, 8 000 e 950.

41. a) É divisível por 2, pois é um número par.

b) É divisível por 3, pois a soma de todos os algarismos é 45, que é divisível por 3.

c) Não é divisível por 4, pois os 2 últimos algarismos (90) não formam número divisível por 4.

d) É divisível por 5, pois termina em 0.

e) É divisível por 6, pois é divisível por 2 e por 3.

f) Não é divisível por 8, pois os 3 últimos algarismos (890) não formam número divisível por 8.

g) É divisível por 9, pois a soma de todos os algarismos é 45, que é divisível por 9.

h) É divisível por 10, pois termina em 0.

42. 208 é divisível por 4, pois os 2 últimos algarismos (08) formam um número divisível por 4; 208 não é divisível por 5, pois não termina em 0 ou 5; 208 não é divisível por 6, pois é divisível por 2, mas não é divisível por 3.
Logo, a formiga rainha deve organizar as 208 formigas em 52 grupos com 4 formigas em cada um.

Na mídia

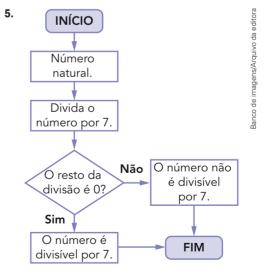
1. $2 \cdot 5 = 10$, $18 + 10 = 28$ e 28 é divisível por 7. Portanto, 182 é divisível por 7 e o resto é 0.

2. $1 \cdot 5 = 5$ e $310 + 5 = 315$; $5 \cdot 5 = 25$ e $31 + 25 = 56$; $6 \cdot 5 = 30$ e $5 + 30 = 35$. Assim, 35 é divisível por 7, 56 é divisível por 7 e 315 é divisível por 7; portanto, 3 101 é divisível por 7 e o resto é 0.

3. $6 \cdot 5 = 30$ e $4013 + 30 = 4043$; $3 \cdot 5 = 15$ e $404 + 15 = 419$; $9 \cdot 5 = 45$ e $41 + 45 = 86$; $6 \cdot 5 = 30$, $8 + 30 = 38$ e 38 não é divisível por 7. Portanto, 40 136 não é divisível por 7.

4. O estudante pode optar por um dos métodos ou responder, por exemplo, que para números de 2 ou 3 algarismos o critério é bom, mas para números maiores a divisão é melhor. De qualquer modo, alerte-o de que um algoritmo só é bom se realmente facilitar a resolução do problema. Os critérios de divisibilidade são úteis se forem mais simples do que efetuar a própria divisão.

5.

Banco de imagens/Arquivo da editora

Capítulo 10

Atividades

1. a) O número 21 é divisível por 1, 3, 7 e 21, então ele não é primo.

b) O número 23 é divisível por 1 e 23, então ele é primo.

2. O número 2 é par e é primo.

3. a) Exemplos de resposta: 7, 11 e 13.

b) Exemplos de resposta: 9, 21 e 27.

4. a) Os números primos menores do que 50 são: 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31, 37, 41, 43 e 47.

b)

	~~51~~	~~52~~	53	~~54~~	~~55~~	~~56~~	~~57~~	~~58~~	59
~~60~~	61	~~62~~	~~63~~	~~64~~	~~65~~	~~66~~	67	~~68~~	~~69~~
~~70~~	71	~~72~~	73	~~74~~	~~75~~	~~76~~	~~77~~	~~78~~	79
~~80~~	~~81~~	~~82~~	83	~~84~~	~~85~~	~~86~~	~~87~~	~~88~~	89
~~90~~	~~91~~	~~92~~	~~93~~	~~94~~	~~95~~	~~96~~	97	~~98~~	~~99~~

Banco de imagens/Arquivo da editora

c) Os números que sobraram são 53, 59, 61, 67, 71, 73, 79, 83, 89 e 97 e eles são primos.

5. a) 127 é primo, pois só é divisível por 1 e por ele mesmo.

b) 217 é composto, pois é divisível por 1, 7, 31 e por ele mesmo.

c) 271 é primo, pois só é divisível por 1 e por ele mesmo.

d) 721 é composto, pois é divisível por 1, 7, 103 e por ele mesmo.

6. a) 501 é divisível por 3, além de 1 e 501; 502 é divisível por 2, além de 1 e 502; 503 é primo, pois só é divisível por 1 e 503. Portanto, 503 é o menor número primo maior do que 500.

b) 801 é divisível por 3, além de 1 e 801; 802 é divisível por 2, além de 1 e 802; 803 é divisível por 11, além de 1 e 803; 804 é divisível por 2, além de 1 e 804; 805 é divisível por 5; 806 é divisível por 2; 807 é divisível por 3; 808 é divisível por 2; 809 é divisível apenas por 1 e por ele mesmo, portanto, 809 é primo e é o menor número primo maior do que 800.

7. a) Exemplo de resposta: Analisamos os números de 4 algarismos começando pelo 1 000, pois é o menor número formado por 4 algarismos: 1 000 é divisível por 8; 1 001 é divisível por 7; 1 002 é divisível por 2; 1 003 é divisível por 17; 1 004 é divisível por 2; 1 005 é divisível por 5; 1 006 é divisível por 2; 1 007 é divisível por 19; 1 008 é divisível por 2; 1 009 é primo e, portanto, o menor número natural primo com 4 algarismos.

b) Analisando os números de 3 algarismos, em ordem decrescente: 999 é divisível por 3; 998 é divisível por 2; 997 é primo e, portanto, o maior número primo com 3 algarismos.

8. a) Podem ser formados 6 números: 249, 294, 429, 492, 924 e 942.

b) Nenhum deles é primo, pois qualquer que seja a ordem dos algarismos, a soma sempre vai ser 15 (pois $2 + 4 + 9 = 15$), ou seja, será divisível por 3. Além disso, será divisível por 2 se tiver os algarismos 2 ou 4 na ordem das unidades.

9. É possível formar 2 grupos com 18 estudantes ($2 \cdot 18$); 3 grupos com 12 estudantes ($3 \cdot 12$); 6 grupos com 6 estudantes ($6 \cdot 6$); 9 grupos com 4 estudantes ($9 \cdot 4$); 12 grupos com 3 estudantes ($12 \cdot 3$) e 18 grupos com 2 estudantes ($18 \cdot 2$).

10. a) As multiplicações de resultado 300 são: $1 \cdot 300$; $2 \cdot 150$; $3 \cdot 100$; $4 \cdot 75$; $5 \cdot 60$; $6 \cdot 50$; $10 \cdot 30$; $12 \cdot 25$; $15 \cdot 20$.

b) Como uma das turmas tem 5 estudantes a mais do que a outra, uma turma tem 15 estudantes e a outra, 20.

11. De 10 modos: 2 linhas e 45 colunas, ou 3 linhas e 30 colunas, ou 5 linhas e 18 colunas, ou 6 linhas e 15 colunas, ou 9 linhas e 10 colunas, ou 10 linhas e 9 colunas, ou 15 linhas e 6 colunas, ou 18 linhas e 5 colunas, ou 30 linhas e 3 colunas, ou 45 linhas e 2 colunas.

Participe (p. 133)

I. a) Exemplo de resposta: $1 \cdot 60$; $2 \cdot 30$; $3 \cdot 20$; $4 \cdot 15$.

b) Exemplo de resposta: $1 \cdot 6 \cdot 10$; $2 \cdot 3 \cdot 10$; $3 \cdot 4 \cdot 5$.

c) $60 = 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 5$

II. a) Composto, pois, além de ser divisível por 1 e por ele mesmo, também é divisível por 2 e por outros números.

b) É divisível por 1, 2, 4, 5, 8, 10, 20 e 40.

c) $40 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 5$

Participe (p. 134)

I.

40	2
20	2
10	2
5	5
1	

$40 = 2 \cdot 2 \cdot 5$

$40 = 2^3 \cdot 5$

II. a) Não pode ser fatorado, porque é primo.

b) Sim, pode ser fatorado porque é maior do que 1 e não é primo.

c) $28 = 2 \cdot 2 \cdot 7$ ou $28 = 2^2 \cdot 7$.

12. a)

48	2
24	2
12	2
6	2
3	3
1	

$48 = 2^4 \cdot 3$

b)

92	2
46	2
23	23
1	

$92 = 2^2 \cdot 23$

c)

98	2
49	7
7	7
1	

$98 = 2 \cdot 7^2$

d)

120	2
60	2
30	2
15	3
5	5
1	

$120 = 2^3 \cdot 3 \cdot 5$

e)

168	2
84	2
42	2
21	3
7	7
1	

$168 = 2^3 \cdot 3 \cdot 7$

f)

180	2
90	2
45	3
15	3
5	5
1	

$180 = 2^2 \cdot 3^2 \cdot 5$

g)

225	3
75	3
25	5
5	5
1	

$225 = 3^2 \cdot 5^2$

h)

250	2
125	5
25	5
5	5
1	

$250 = 2 \cdot 5^3$

i)

308	2
154	2
77	7
11	11
1	

$308 = 2^2 \cdot 7 \cdot 11$

13. $140 = 2^2 \cdot 5 \cdot 7$; $500 = 2^2 \cdot 5^3$; $5445 = 3^2 \cdot 5 \cdot 11^2$; $650 = 2 \cdot 5^2 \cdot 13$; $3900 = 2^2 \cdot 3 \cdot 5^2 \cdot 13$. Logo, **A**-**3**; **B**-**4**; **C**-**1**; **D**-**2**; **E**-**6**.

A fatoração que sobra é $2^{10} \cdot 3$, que corresponde ao número 3 072.

14. a) O menor fator primo de 65 é 5.

b) O menor fator primo de 221 é 13.

c) O menor fator primo de 323 é 17.

d) O menor fator primo de 29 é 29.

15. a) Os números possíveis são: 1 e 80; 2 e 40; 4 e 20; 5 e 16; 8 e 10.

b) Se a soma é 21, então os números são 5 e 16.

c) Se a soma é a menor possível, então os números são 8 e 10.

16. 2^{10} só é divisível pelas potências de 2, de expoente 0 até 10, isto é, 2^{10} só é divisível por 2^0, 2^1, 2^2, 2^3, ... até 2^{10}.

Dos números dados, 80 não é potência de 2, pois $80 = 2^4 \cdot 5$. Logo, 2^{10} não é divisível por 80. Logo, alternativa **a**.

Na olimpíada (p. 135)

Outro planeta. Oba!

$6 \cdot 27 = 162$; portanto, o ano tem 162 dias.

$162 = 160 + 2 = 32 \cdot 5 + 2$; portanto, o ano tem 32 semanas inteiras, e sobram 2 dias.

Se o ano iniciou a semana em Eba, o 160º dia será Aba e o 162º dia será Iba. Alternativa **c**.

Capítulo 11

Atividades

1. Os múltiplos de 6 menores do que 50 são: 0, 6, 12, 18, 24, 30, 36, 42 e 48.

2. Os múltiplos de 7 maiores do que 30 e menores do que 60 são: 35, 42, 49 e 56.

3. **a)** São múltiplos de 11 os números: 0, 11, 22, 44, 55, 66, 88 e 99.
b) Os números 33 e 77.

4. Os 6 primeiros múltiplos de 100 não nulos são: 100, 200, 300, 400, 500 e 600.

5. Um número natural não nulo é divisível por 100 quando os 2 últimos algarismos são 00.

6. Os 6 primeiros múltiplos não nulos de 1 000 são: 1 000, 2 000, 3 000, 4 000, 5 000 e 6 000.

7. Um número natural não nulo é divisível por 1 000 quando os 3 últimos algarismos são 000.

8. **a)** Divisível por 100.
b) Divisível por 100 e 1 000.
c) Divisível por 100.
d) Divisível por 100.
e) Divisível por 100 e 1 000.
f) Não é divisível por 100 nem por 1 000.

9. **a)**

```
3220 |7
 42   460
  00
```

O número 3 220 é múltiplo de 7.

b)

```
11433 |7
 44    1633
  23
   23
    2
```

O número 11 433 não é múltiplo de 7.

10. **a)** 335 é múltiplo de 5.
b) 341 é múltiplo de 11.
c) 340 é múltiplo de 10.
d) 333 é múltiplo de 3.
e) 348 é múltiplo de 6.

11. **a)** Os múltiplos de 12 são: 0, 12, 24, 36, 48, 60, 72, 84, 96, 108, ... O menor deles com 3 algarismos é 108.
b) Os múltiplos de 18 são: 0, 18, 36, 54, 72, 90, 108, ... O menor deles com 3 algarismos é 108.
c) O menor múltiplo de 12 e de 18 diferente de 0 (zero) é o 36.

12. 2001 é o primeiro ano deste século e ele não é divisível por 7, portanto não é múltiplo de 7.
2 002 $\rightarrow 2 \cdot 5 = 10, 200 + 10 = 210$ e 21 é divisível por 7; portanto 2 002 é divisível por 7.
Se Mariana nasceu em 2002, em 2029 ela terá 27 anos.

13. Sim, 187 198 é múltiplo de 11 e, não, 187 178 não é múltiplo de 11. Exemplo de raciocínio: como $187\,198 = 187\,187 + 11$, então esse número também é múltiplo de 11, mas, como $187\,178 = 187\,187 - 9$, esse número não é múltiplo de 11.

14. Exemplo de resposta: A chegada de Cristóvão Colombo à América ocorreu em uma data em que o ano é múltiplo do dia? Resposta: Não.

15.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50

a) São múltiplos de 6: 6, 12, 18, 24, 30, 36, 42 e 48.
b) São múltiplos de 8: 8, 16, 24, 32, 40 e 48.
c) Os múltiplos comuns de 6 e 8 são: 24 e 48.
d) O mínimo múltiplo comum de 6 e 8 é 24.

16. Ele pratica 2 esportes nos dias 6, 12, 18, 24 e 30, pois são números múltiplos de 2 (pares) e de 3.

17. Os ônibus da linha **A** passam sempre em horários múltiplos de 15, enquanto os ônibus da linha **B** passam sempre em horários múltiplos de 20. Supondo que os ônibus das 2 linhas tenham passado ao mesmo tempo às 9 horas, então os horários dos ônibus da linha **A** vão ser 9 h 15 min, 9 h 30 min, 9 h 45 min, 10 h, 10 h 15 min, etc., e os horários dos ônibus da linha **B** vão ser 9 h, 9 h 20 min, 9 h 40 min, 10 h, 10 h 20 min, etc. Assim, os ônibus voltarão a passar juntos às 10 horas, ou seja, voltarão a passar no mesmo horário de 60 em 60 minutos.

18. Exemplo de resposta: Um jardineiro quer plantar mudas de roseira em um canteiro e mudas de girassol em outro, de modo que cada canteiro tenha o mesmo número de mudas. As mudas de roseira vêm em caixas com 3 unidades cada uma, e as de girassol, em caixas com 5 unidades cada uma. Sabendo que em cada canteiro serão plantadas todas as mudas das caixas escolhidas, qual é o menor número de mudas que ele pode plantar em cada canteiro? Resposta: 15 mudas.

Participe (p. 138)

I. **a)** A operação de divisão: 180 : 9.
b) Sim, porque 180 é divisível por 9.
c) A operação de divisão: 180 : 24.
d) Não, porque 180 não é divisível por 24.
e) Sim, é divisor de 180.

II. **a)** Sim, é divisor de 96.
b) Não, não é divisor de 96.
c) Os divisores de 96 com 2 algarismos são: 12, 16, 24, 32, 48 e 96.

19. **a)** Sim, 9 é divisor de 36 porque 36 é divisível por 9.
b) Não, 11 não é divisor de 36 porque 36 não é divisível por 11.

20. **a)** Não, 25 não é divisor de 245 porque 245 não é divisível por 25.
b) Sim, 35 é divisor de 245 porque 245 é divisível por 35.

21. **a)** Sim, 16 é divisor de 322 240.
b) Não, 19 não é divisor de 422 700.
c) Sim, 59 é divisor de 2 360.
d) Não, 45 não é divisor de 14 350.

22. **a)** 5 é divisor de 275.
b) 2 é divisor de 28.
c) 10 é divisor de 150.
d) 6 é divisor de 108.

23. **a)** 3 é divisor de 3.
b) 10 é divisor de 680.
c) 116 é múltiplo de 2.
d) 205 é múltiplo de 5.

24. 1 969 é múltiplo de 11; 11 é divisor de 1 969.

25. **a)** Resposta pessoal.
b) Resposta pessoal.

26. **a)** Os divisores de 10 estão na cartela **C**: 1, 2, 5 e 10.
b) Os divisores de 12 estão na cartela **A**: 1, 2, 3, 4, 6 e 12.
c) Os divisores de 8 estão na cartela **B**: 1, 2, 4 e 8.

27. O cartaz está certo, o número 1 é divisor de qualquer número natural, pois qualquer número dividido por 1 tem como resultado o próprio número.

28. Os divisores de 18 são: 1, 2, 3, 6, 9 e 18.

29. **a)** $110 = 2 \cdot 5 \cdot 11$; os divisores de 110 são: 1, 2, 5, 10, 11, 22, 55 e 110. Explicação pessoal.
b) $72 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3$; os divisores de 72 são: 1, 2, 3, 4, 6, 8, 9, 12, 18, 24, 36 e 72. Explicação pessoal.

30. **a)** Os divisores de 10 são: 1, 2, 5 e 10. A soma $1 + 2 + 5$ não é igual a 10. Portanto, 10 não é um número perfeito.
b) Os divisores de 28 são: 1, 2, 4, 7, 14 e 28. A soma $1 + 2 + 4 + 7 + 14$ é igual a 28. Portanto, 28 é um número perfeito.
c) A soma dos divisores de 10 sem contar com o próprio 10 não é igual a 9, portanto ele também não é um número quase perfeito.

d) A soma dos divisores de 32 sem contar com o próprio 32 é igual a 31, portanto ele é um número quase perfeito.

31. 11, 13, 17 e 19 são números primos, portanto nenhum deles é perfeito nem quase perfeito.
Divisores de 12: 1, 2, 3, 4, 6 e 12; $1 + 2 + 3 + 4 + 6 = 16$; então 12 não é perfeito nem quase perfeito.
Divisores de 14: 1, 2, 7 e 14; $1 + 2 + 7 = 10$; então 14 não é perfeito nem quase perfeito.
Divisores de 15: 1, 3, 5 e 15; $1 + 3 + 5 = 9$; então 15 não é perfeito nem quase perfeito.
Divisores de 16: 1, 2, 4, 8 e 16; $1 + 2 + 4 + 8 = 15$; então 16 é quase perfeito.
Divisores de 18: 1, 2, 9 e 18; $1 + 2 + 9 = 12$; então 18 não é perfeito nem quase perfeito.
Logo, 16 é quase perfeito, pois a soma dos divisores dele, excluindo ele mesmo, é 15.

32. Os divisores de 44 são: 1, 4, 11 e 44. O número que está entre meia dúzia e 1 dúzia é 11. Logo, ele colocou 11 batatas em cada saquinho.

33. **a)** Divisores de 12: 1, 2, 3, 4, 6 e 12. Divisores de 20: 1, 2, 4, 5, 10 e 20. Divisores de 12 e de 20: 1, 2 e 4.
b) O maior divisor comum entre 12 e 20 é o 4.

34. Exemplo de resposta: Uma costureira tem 2 pedaços de tecido com comprimento de 90 e 120 centímetros cada um. Ela quer dividi-los em partes iguais com o maior comprimento possível sem que sobre nada. Qual deve ser a medida de comprimento, em centímetros, de cada uma das partes? Resposta: 30 cm.

35. Os divisores de 8 são: 1, 2, 4 e 8. Os divisores de 6 são: 1, 2, 3 e 6. Os divisores comuns de 6 e 8 são 1 e 2. O máximo divisor comum é 2; portanto, o comprimento de cada pedaço mede 2 metros. Cada uma das 40 toras de 8 metros será cortada em 4 pedaços de 2 metros, em um total de 160 pedaços. Cada uma das 60 toras de 6 metros será cortada em 3 pedaços de 2 metros, em um total de 180 pedaços. Serão obtidos 340 pedaços ($160 + 180 = 340$).

36. **a)** Divisores de 28: 1, 2, 4, 7, 14 e 28. Divisores de 36: 1, 2, 3, 4, 9, 12, 18 e 36. Portanto, ele vai colocar 2 ou 4 livros por pacote.
b) 4 livros.
c) $7 + 9 = 16$, ou seja, 16 pacotes.

37. Exemplo de resposta: Um jogo para 2 ou mais participantes contém 12 fichas vermelhas e 20 fichas amarelas, que devem ser distribuídas igualmente entre os participantes sem sobrar nenhuma ficha. Qual é o número máximo de participantes que esse jogo pode ter? Resposta: 4 participantes.

38. Exemplo de resposta: Um confeiteiro recebeu uma encomenda de 200 quindins e 340 brigadeiros. Ele precisa fazer a entrega dos doces em bandejas com a mesma quantidade de doces em cada uma, sem misturá-los em uma mesma bandeja. Para montar o menor número de bandejas possível, quantos doces o confeiteiro deve colocar em cada uma? Resposta: 20 doces.

39. Exemplo de resposta: Para participarem de uma gincana, 18 meninos e 24 meninas devem formar grupos com a mesma quantidade de pessoas, sem misturar meninos com meninas. Qual é a menor quantidade possível de grupos a serem formados? Resposta: 7 grupos.

40. Divisores de 20: 1, 2, 4, 5, 10 e 20. Divisores de 21: 1, 3, 7 e 21. Sim; divisor comum: 1.

41. **a)** Os números 18 e 25 são primos entre si.
b) Os números 14 e 21 não são primos entre si.

Na olimpíada (p. 140)

Os múltiplos de 7

O múltiplo de 7 é aquele que ao ser dividido por 7 deixa resto 0, o que ocorre, entre as alternativas dadas, com o número 4 580 247. Logo, alternativa **c**.

Os múltiplos de 13

O maior número de 3 algarismos é 999, que dividido por 13 dá quociente 76 e resto 11. Efetuando $999 - 11$, obtemos 988, que é o maior múltiplo de 13 com 3 algarismos. Adicionando os algarismos, obtemos $9 + 8 + 8 = 25$. Logo, alternativa **c**.

Na História

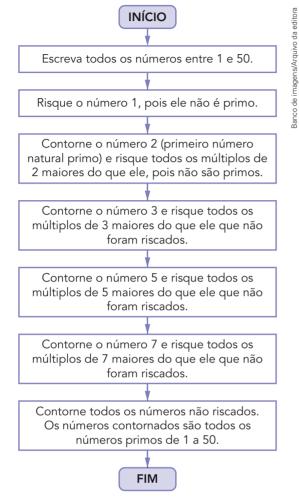
1. Exemplos de resposta: 5 e 3, 7 e 5, 13 e 11, 19 e 17, 103 e 101.
2. Exemplo de resposta: $94 = 47 + 47$; $116 = 57 + 59$; $318 = 139 + 179$.
3. Exemplo de resposta: $10 = 17 - 7 = 23 - 13 = 29 - 19 = 41 - 31 = 53 - 43$.
4. De 91 a 100 há menos números primos e há, na verdade, apenas 1 número primo, o 97.
5. Exemplos de resposta: Quaisquer 5 números entre: 101, 131, 151, 181, 191, 313, 353, 373, 383, 727, 757, 787, 797, 919 e 929.

Na Unidade

1. O número 765 é divisível por 1, 3, 5 e 9, ou seja, 4 números menores do que 10. Logo, alternativa **c**.
2. A soma 6 + ▨ + 4 + 1 deve ser divisível por 3, ou seja, ▨ + 11 deve ser divisível por 3. O algarismo desconhecido pode ser 1, 4, 7, em um total de 3 possibilidades. Logo, alternativa **c**.
3. Um número divisível por 6 é divisível por 2 e por 3. Usando só os algarismos 0 e 1, o número deve ser par (terminado em 0) e a soma de todos os algarismos deve ser divisível por 3, ou seja, deve ter, no mínimo, 3 algarismos 1. O número é 1 110 e, dividindo-o por 4, o resto é 2. Logo, alternativa **c**.
4. **a)** Os números primos são: 7, 19, 31 e 53. Assim: $7 + 19 + 31 + 53 = 110$.
   b) Números compostos.
   c) $12 = 2^2 \cdot 3$ ou $12 = 2 \cdot 2 \cdot 3$; $25 = 5^2$ ou $25 = 5 \cdot 5$; $39 = 13 \cdot 3$; $46 = 2 \cdot 23$.
5.
   - Escreva todos os números entre 1 e 50.
   - Risque o número 1, pois ele não é primo.
   - Contorne o número 2 (primeiro número natural primo) e risque todos os múltiplos de 2 maiores do que ele, pois não são primos.
   - Contorne o número 3 e risque todos os múltiplos de 3 maiores do que ele que não foram riscados.
   - Contorne o número 5 e risque todos os múltiplos de 5 maiores do que ele que não foram riscados.

- Contorne o número 7 e risque todos os múltiplos de 7 maiores do que ele que não foram riscados.
- Contorne todos os números não riscados. Os números contornados são todos os números primos de 1 a 50.

Banco de imagens/Arquivo da editora

6. O algarismo ______ não pode ser par, o que torna o número divisível por 2. Não pode ser 1 ou 7, o que o torna divisível por 3. Não pode ser 5, pois seria divisível por 5. Não pode ser 3, pois 413 é divisível por 7. A única possibilidade é 9, pois 419 é primo. Logo, alternativa **b**.

7. A soma de 3 números naturais consecutivos é sempre um número múltiplo de 3. Alternativa **d**.

8. Dos números dados, 40 e 56 são múltiplos de 4, e 35 e 56 são múltiplos de 7. Então, apenas 56 é múltiplo de ambos. Logo, alternativa **a**.

9.

243	3
81	3
27	3
9	3
3	3
1	

$243 = 3^5$. Logo, alternativa **b**.

10. Como $49 = 7^2$ e $63 = 3^2 \cdot 7$, as equipes da escola **X** devem ter 7 participantes e as equipes da escola **Y** podem ter 3, 7, 9 ou 21 participantes. Das alternativas apresentadas, serão 7 e 9 participantes, respectivamente. Logo, alternativa **a**.

11. O número de bolinhas é múltiplo de 6 e de 8. Analisamos as alternativas: 102 é múltiplo de 6, mas não é de 8; 120 é múltiplo de 6 e de 8; 126 é múltiplo de 6, mas não é de 8; e 184 não é múltiplo de 6, mas é de 8. Então, Paulão embalou 120 bolinhas. Logo, alternativa **b**.

Unidade 5

Abertura (p. 145)

Espera-se que os estudantes pesquisem receitas típicas da região deles e que percebam que as quantidades de ingredientes utilizadas em receitas são representadas por frações por não serem quantidades inteiras. Além disso, espera-se que os estudantes percebam que existem outras maneiras de representar frações (com figuras, por exemplo).

Capítulo 12

Participe (p. 146)

I. **a)** Desenho de um quadrado com as duas diagonais traçadas, formando 4 regiões triangulares.

b) 4 peças.

c) Um quarto.

d) $\frac{1}{4}$

e) e **f)**

um quarto ou $\frac{1}{4}$

dois quartos ou $\frac{2}{4}$

três quartos ou $\frac{3}{4}$

quatro quartos ou $\frac{4}{4}$

Banco de imagens/Arquivo da editora

g) $\frac{4}{4}$

II. **a)** Azul-escuro.

b) 8 peças.

c) Um oitavo.

d) $\frac{1}{8}$

e) Um oitavo ou $\frac{1}{8}$; seis oitavos ou $\frac{6}{8}$; três oitavos ou $\frac{3}{8}$; oito oitavos ou $\frac{8}{8}$.

f) $\frac{8}{8}$; 1.

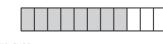
Participe (p. 148)

a) 7; quantos elementos há no conjunto.

b) 4; quantos elementos do conjunto foram tomados.

c) $\frac{7}{7}$

Atividades

1. **a)** Um meio.

b) Três quartos.

c) Oito onze avos.

d) Um quinze avos.

Ilustrações:Banco de imagens/Arquivo da editora

e) Dois terços.

f) Sete décimos.

g) Cinquenta e um centésimos.

h) Onze trinta e cinco avos.

Ilustrações: Banco de imagens/Arquivo da editora

2. a) $\frac{8}{9}$ **b)** $\frac{1}{4}$ **c)** $\frac{1}{3}$ **d)** $\frac{2}{4}$ **e)** $\frac{3}{4}$

3. a) $\frac{2}{5}$

b) O denominador é 5, e o numerador é 2.

c) $\frac{3}{5}$

d) O denominador é 5, e o numerador é 3.

4. São 9 pessoas: 4 meninas e 5 meninos.

a) $\frac{5}{9}$ **b)** $\frac{4}{9}$

5. Há várias opções. Exemplos:

Banco de imagens/Arquivo da editora

6. Reuniram-se 11 alunos, sendo 4 meninas e 7 meninos.

a) $\frac{7}{11}$ **b)** $\frac{4}{11}$ **c)** $\frac{50}{250}$ **d)** $\frac{11}{250}$ **e)** $\frac{4}{7}$

7. a) Um sexto.
b) Nove milésimos.
c) Quatro sétimos.
d) Cinco doze avos.
e) Onze cinquenta avos.
f) Sete treze avos.

8. a) $\frac{423}{1000}$ **b)** $\frac{2}{10}$ **c)** $\frac{7}{20}$ **d)** $\frac{3}{100}$ **e)** $\frac{3}{5}$

9. a) Dividindo-se 20 unidades em 4 partes, cada parte terá 5 unidades.
b) Dividindo-se 30 unidades em 5 partes, cada parte terá 6 unidades.
c) Dividindo-se 24 unidades em 3 partes, cada parte terá 8 unidades.

10. a) Se $\frac{2}{7}$ do número é 14, então $\frac{1}{7}$ é a metade de 14, ou seja, é 7.

b) $\frac{7}{7}$ do número é $7 \cdot 7 = 49$. O número é 49.

11. a) Dividindo-se 14 unidades em 7 partes, cada parte terá 2 unidades, e 5 dessas partes terão, ao todo, 10 unidades.
b) Dividindo-se 24 unidades em 4 partes, cada parte terá 6 unidades, e 3 dessas partes terão, ao todo, 18 unidades.
c) Dividindo-se 20 unidades em 5 partes, cada parte terá 4 unidades, e 2 dessas partes terão, ao todo, 8 unidades.

12. a) Se $\frac{1}{3}$ do número é 5, então $\frac{3}{3}$ do número são $3 \cdot 5 = 15$. Como $\frac{3}{3}$ correspondem ao inteiro, então o número é 15.

b) Se $\frac{4}{5}$ do número é 28, então $\frac{1}{5}$ do número é $28 : 4 = 7$. Se $\frac{1}{5}$ do número é 7, então o número que corresponde a $\frac{5}{5}$ é igual a $5 \cdot 7 = 35$.

13. Se 3 anos correspondem a $\frac{3}{5}$ da idade da prima, então $\frac{1}{5}$ da idade dela é 1 ano. A idade dela, que corresponde ao inteiro, ou $\frac{5}{5}$, é igual a $5 \cdot 1 = 5$ anos.

14. Se ele não pode faltar a mais de $\frac{1}{4}$ das aulas dadas, o número máximo de faltas que ele poderá ter é $\frac{1}{4}$ do mínimo de aulas, ou seja, $\frac{1}{4}$ de 180, que é igual a 45 faltas.

15. $\frac{5}{9}$ dos alunos são meninas e ao todo são 40 meninas. Então: $\frac{1}{9}$ dos alunos são $40 : 5 = 8$ alunos. $\frac{9}{9}$ dos alunos são $8 \cdot 9 = 72$ alunos. $\frac{1}{12}$ dos alunos são canhotos. O número de canhotos é: $72 : 12 = 6$. Há 6 alunos canhotos no 6º ano da escola em que Indaiá estuda.

16. $75\,000 : 5 = 15\,000$
$2 \cdot 15\,000 = 30\,000$
Então, 30 000 pessoas já entraram no local.
$75\,000 - 30\,000 = 45\,000$
Logo, 45 000 pessoas faltam entrar no festival.

17. Exemplo de resposta: Estudos apontam que $\frac{3}{5}$ dos 215 000 000 brasileiros (estimativa do IBGE para a população do país no início de 2022) eram sedentários. Quantos brasileiros foram classificados como sedentários? Resolução: $215\,000\,000 : 5 = 43\,000$, $3 \cdot 43\,000 = 129\,000\,000$. Resposta: 129 000 000 brasileiros.

18. a) 29 quilômetros.
b) 34 caminhões.
c) 216 reais.

19. Exemplo de resposta: Antônio e Carla gastaram R$ 35,00 em uma lanchonete, sendo que Antônio pagou $\frac{3}{5}$ da conta. Qual é o valor, em reais, da parte que Carla pagou? Resposta: R$ 14,00.

20. Exemplo de resposta: Karina e Daniela vão percorrer uma trilha de 12 quilômetros. Sabendo que Karina já percorreu $\frac{3}{4}$ do total e Daniela, $\frac{1}{4}$ do total, quantos quilômetros cada uma já percorreu? Resposta: Karina: 9 km; Daniela: 3 km.

21. Exemplo de resposta: O avô de Carlos e de João vai distribuir certa quantia entre eles. Como Carlos é mais velho do que João, receberá $\frac{3}{5}$ do valor, enquanto João receberá o restante. Se Carlos recebeu R$ 300,00, qual é o valor total que o avô vai distribuir? Resposta: R$ 500,00.

Participe (p. 152)

I. a) $\frac{2}{3}$
b) 3
c) 2
d) Sim.
e) Menor; resposta esperada: toda fração própria é menor do que a unidade.
f) Exemplo de resposta:

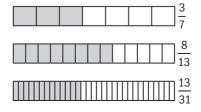
Ilustrações: Banco de imagens/Arquivo da editora

II. a) 3 partes.

b) $\frac{1}{3}$

III. a) 5 partes.

b) $\frac{5}{3}$

c) 3

d) 5

e) Sim.

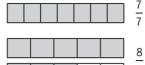
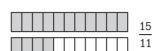
f) Maior; resposta esperada: toda fração imprópria é maior ou igual à unidade.

g) Exemplo de resposta:

$\frac{7}{7}$

$\frac{8}{5}$

$\frac{15}{11}$

Ilustrações: Banco de imagens/Arquivo da editora

IV. a) 3 partes.

b) 6 partes.

c) $\frac{6}{3}$

d) 3

e) 6

f) Sim.

g) Sim.

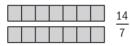
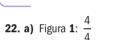
h) Duas.

i) 2

j) Exemplo de resposta:

$\frac{14}{7}$

$\frac{32}{8}$

$\frac{39}{13}$

22. a) Figura **1**: $\frac{4}{4}$ Figura **2**: $\frac{3}{4}$ Figura **3**: $\frac{7}{4}$

b) Figura **1**: $\frac{4}{4}$ é uma fração imprópria e aparente.

Figura **2**: $\frac{3}{4}$ é uma fração própria.

Figura **3**: $\frac{7}{4}$ é uma fração imprópria.

c) $\frac{7}{4} = \frac{4}{4} + \frac{3}{4}$

d) A fração $\frac{4}{4}$ representa 1 unidade.

e) $\frac{7}{4}$ = 1 inteiro + $\frac{3}{4}$

23. Representações pessoais.

a) Como $2 < 8$, a fração $\frac{2}{8}$ é própria.

b) $8 > 2$, logo, $\frac{8}{2}$ é fração imprópria. Como 8 é múltiplo de 2, a fração $\frac{8}{2}$ também é aparente.

c) Como $5 < 6$, a fração $\frac{5}{6}$ é própria.

d) Como $6 > 5$, a fração $\frac{6}{5}$ é imprópria.

e) Como 4 é múltiplo de 4, a fração $\frac{4}{4}$ é imprópria e aparente porque tem numerador e denominador iguais.

f) Como $1 < 9$, a fração $\frac{1}{9}$ é própria.

g) Como $9 > 1$ e 9 é múltiplo de 1, a fração $\frac{9}{1}$ é imprópria e aparente.

24.

Frações			
Própria	**Impróprias**		**Aparentes**
$\frac{2}{7}$	$\frac{11}{3}$	$\frac{14}{7}$	$\frac{8}{4}$
	$\frac{9}{4}$	$\frac{10}{1}$	$\frac{14}{7}$
	$\frac{19}{8}$	$\frac{120}{10}$	$\frac{10}{1}$
	$\frac{8}{4}$		$\frac{120}{10}$

25. $1\frac{3}{4}$

26. $\frac{11}{3}$ correspondem a $3\frac{2}{3}$.

$\frac{9}{4}$ correspondem a $2\frac{1}{4}$.

$\frac{19}{8}$ correspondem a $2\frac{3}{8}$.

Ilustrações: Banco de imagens/Arquivo da editora

27. $\frac{3}{3}, \frac{4}{4}, \frac{5}{5}, \frac{23}{23}$ representam o número natural 1.

28. a)

Fração aparente	Forma de número natural
$\frac{8}{4}$	2
$\frac{14}{7}$	2
$\frac{10}{1}$	10
$\frac{120}{10}$	12

b) Exemplo de resposta: $\frac{24}{12}, \frac{18}{9}$.

c) $2 = \frac{12}{6}$

d) Exemplo de resposta: $\frac{3}{1}, \frac{6}{2}, \frac{15}{5}, \frac{27}{9}, \frac{36}{12}$.

29. $\frac{0}{1}, \frac{0}{3}, \frac{0}{17}$ representam o número natural 0.

30. Cada parte representa $\frac{1}{4}$ de uma unidade.

a) $\frac{12}{4}$

b) É uma fração imprópria e aparente, pois $12 > 4$ e 12 é múltiplo de 4.

c) $\frac{12}{4}$ correspondem a 3 inteiros.

31. a) $24 : 7 = \frac{24}{7} = 3\frac{3}{7}$

b) Exemplo de resolução: Como $7 \cdot 3 = 21$, então, cada neto receberá 3 barras inteiras e sobrarão 3 barras para serem divididas em 7 partes iguais, obtendo-se 21 partes de $\frac{1}{7}$ de barra. Cada neto deve receber 3 barras e 3 partes de $\frac{1}{7}$ de barra.

32. a) $40 : 2 = 20$
b) $88 : 11 = 8$
c) 1
d) 2

33. a) $24 : 12 = 2$ e $36 : 6 = 6$. A maior fração é $\frac{36}{6}$.
b) $102 : 3 = 34$ e $255 : 15 = 17$. A maior fração é $\frac{102}{3}$.

34. $48 : 4 = 12$; $55 : 11 = 5$; $513 : 19 = 27$; $156 : 12 = 13$. Colocando as frações em ordem crescente, temos: $\frac{55}{11} < \frac{48}{4} < \frac{156}{12} < \frac{513}{19}$.

35. a) $\begin{array}{r|l} 18 & 7 \\ \cline{2-2} 4 & 2 \end{array}$
b) O quociente é 2.
c) Em $\frac{18}{7}$ há 2 unidades inteiras.
d) O resto da divisão é 4.
e) Se de $\frac{18}{7}$ separarmos $\frac{14}{7}$ (que são 2 inteiros), sobram $\frac{4}{7}$.
f) $\frac{18}{7} = 2\frac{4}{7}$

36. a) $\begin{array}{r|l} 26 & 5 \\ \cline{2-2} 1 & 5 \end{array}$ $\quad \frac{26}{5} = 5\frac{1}{5}$
b) $\begin{array}{r|l} 47 & 6 \\ \cline{2-2} 5 & 7 \end{array}$ $\quad \frac{47}{6} = 7\frac{5}{6}$
c) $\begin{array}{r|l} 59 & 2 \\ \cline{2-2} 19 & 29 \\ 1 & \end{array}$ $\quad \frac{59}{2} = 29\frac{1}{2}$
d) $\begin{array}{r|l} 125 & 8 \\ \cline{2-2} 45 & 15 \\ 5 & \end{array}$ $\quad \frac{125}{8} = 15\frac{5}{8}$
e) $\begin{array}{r|l} 147 & 13 \\ \cline{2-2} 17 & 11 \\ 4 & \end{array}$ $\quad \frac{147}{13} = 11\frac{4}{13}$
f) $\begin{array}{r|l} 1\,313 & 25 \\ \cline{2-2} 63 & 52 \\ 13 & \end{array}$ $\quad \frac{1313}{25} = 52\frac{13}{25}$

37. a) $2\frac{1}{3} = \frac{6}{3} + \frac{1}{3} = \frac{7}{3}$
b) $1\frac{2}{7} = \frac{7}{7} + \frac{2}{7} = \frac{9}{7}$
c) $4\frac{2}{7} = \frac{28}{7} + \frac{2}{7} = \frac{30}{7}$
d) $2\frac{1}{2} = \frac{4}{2} + \frac{1}{2} = \frac{5}{2}$
e) $2\frac{3}{5} = \frac{10}{5} + \frac{2}{5} = \frac{13}{5}$
f) $3\frac{5}{11} = \frac{13}{11} + \frac{5}{11} = \frac{38}{11}$

38. $1\frac{5}{8} = \frac{1 \cdot 8 + 5}{8} = \frac{13}{8}$

Falta pagar $\frac{13}{8}$ de 240 reais.

$\frac{1}{8}$ de 240 reais é, em reais, $240 : 8 = 30$.

$\frac{13}{8}$ de 240 reais são, em reais, $13 \cdot 30 = 390$.

Falta pagar 390 reais.
A bicicleta foi comprada por: 240 reais + 390 reais = 630 reais.
Explicação pessoal.

39. a) $1\frac{7}{8} = \frac{1 \cdot 8 + 7}{8} = \frac{15}{8}$

$\frac{1}{8}$ de 64 é $64 : 8 = 8$.

$\frac{15}{8}$ de 64 é $15 \cdot 8 = 120$.

Enzo já colou 120 figurinhas.

b) Enzo já colou 120 figurinhas e ainda faltam 76 para completar seu álbum. Então, o número de figurinhas do álbum é: $120 + 76 = 196$. Tem 196 figurinhas.
c) Como Bruno já colou 64, para ele faltam: $196 - 64 = 132$. Faltam 132 figurinhas.

40. Abner e Bruna responderam no total a 18 perguntas, e Abner respondeu à metade das perguntas de Bruna. Portanto, sabemos que as 18 perguntas foram divididas em 3 partes; Bruna respondeu a 2 dessas partes de pergunta e Abner, 1.
$\frac{18}{3} = 6$
Assim, Abner respondeu a 6 perguntas e Bruna respondeu a 12 perguntas (pois $6 \cdot 2 = 12$).

41. Exemplo de resposta: Dois sócios devem repartir um lucro de R$ 323.490,00 de modo que um deles receba dois terços do que o outro receber. Quanto cabe a cada um? Resposta: Um sócio receberá R$ 129.396,00 e o outro, R$ 194.094,00.

42. Exemplo de resposta: A manutenção preventiva do carro de Manoel custou R$ 360,00. Sabendo que o custo do óleo correspondeu a $\frac{5}{4}$ do custo com os filtros, determine quanto custou cada um dos serviços.
Resposta: Óleo do motor: R$ 200,00; filtros: R$ 160,00.

Na História

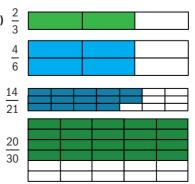
Segundo as referências indicadas, obtemos as seguintes respostas.

- O uso de frações pode ter sido dado no Egito, em que as marcações de terra não condiziam com marcações inteiras da unidade de medida de comprimento que utilizavam.
- Os egípcios utilizavam uma corda para medir.
- A solução para medir terrenos que não correspondiam a uma quantidade inteira de cordas foi fracionar a corda em partes menores.

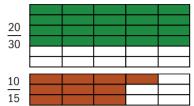
Capítulo 13

Participe (p. 161)

I. a) $\frac{2^{\times 2}}{3_{\times 2}} = \frac{4}{6}$
b) $\frac{2}{3} = \frac{4}{6}$; são frações equivalentes, pois $2 \cdot 6 = 3 \cdot 4$.
c) $\frac{2^{\times 7}}{3_{\times 7}} = \frac{14}{21}$
d) $\frac{2}{3} = \frac{14}{21}$; são frações equivalentes, pois $2 \cdot 21 = 3 \cdot 14$.
e) $\frac{2^{\times 10}}{3_{\times 10}} = \frac{20}{30}$
f) $\frac{2}{3} = \frac{20}{30}$; são frações equivalentes, pois $2 \cdot 30 = 3 \cdot 20$.
g)

Ilustrações: Banco de imagens/Arquivo da editora

II. a) $\frac{20^{\div 2}}{30_{\div 2}} = \frac{10}{15}$

b) $\frac{20}{30} = \frac{10}{15}$; são frações equivalentes, pois $20 \cdot 15 = 10 \cdot 30$.

Ilustrações: Banco de imagens/Arquivo da editora

c) $\frac{20^{\div 5}}{30_{\div 5}} = \frac{4}{6}$

d) $\frac{20}{30} = \frac{4}{6}$; são frações equivalentes, pois $20 \cdot 6 = 4 \cdot 30$.

e) $\frac{20^{\div 10}}{30_{\div 10}} = \frac{2}{3}$

f) $\frac{20}{30} = \frac{2}{3}$; são frações equivalentes, pois $20 \cdot 3 = 30 \cdot 2$.

Atividades

1. a) Verdadeira, pois $1 \cdot 6 = 2 \cdot 3$.
b) Falsa, pois $1 \cdot 9 \neq 3 \cdot 4$.
c) Verdadeira, pois $4 \cdot 5 = 10 \cdot 2$.
d) Verdadeira, pois $2 \cdot 15 = 5 \cdot 6$.

2. Exemplos de resposta:
a) Devemos multiplicar o denominador e o numerador por 6, isto é, $\frac{1^{\times 6}}{2_{\times 6}} = \frac{6}{12}$.
b) Devemos dividir o numerador e o denominador por 2, isto é, $\frac{24^{\div 2}}{36_{\div 2}} = \frac{12}{18}$.
c) Devemos multiplicar o numerador e o denominador por 5, isto é, $\frac{3^{\times 5}}{8_{\times 5}} = \frac{15}{40}$.
d) Devemos dividir o numerador e o denominador por 5, isto é, $\frac{10^{\div 5}}{15_{\div 5}} = \frac{2}{3}$.

Explicações pessoais.

3. a) Multiplicando-se os termos da primeira fração por 4, obtém-se $\frac{4}{12}$.
b) Dividindo-se os termos da primeira fração por 7, obtém-se $\frac{5}{4}$.
c) Multiplicando-se os termos da primeira fração por 3, obtém-se $\frac{15}{12}$.
d) Multiplicando-se os termos da primeira fração por 6, obtém-se $\frac{42}{30}$.
e) Multiplicando-se os termos da primeira fração por 5, obtém-se $\frac{55}{10}$.

4. Dividindo-se os termos da fração $\frac{20}{45}$ por 5, obtém-se a fração $\frac{4}{9}$, cujos termos são números primos entre si.

5. Multiplicando-se os termos da fração $\frac{12}{13}$ por 2, obtém-se a fração $\frac{24}{26}$, cujos termos totalizam 50. Explicação pessoal.

6. A diferença entre os termos da fração $\frac{2}{5}$ é $5 - 2 = 3$.

Exemplo de explicação: Para obter uma fração equivalente a $\frac{2}{5}$, devemos multiplicar ambos os termos pelo mesmo número.
Fazendo isso, a diferença entre os termos da fração equivalente será o produto de 3 por esse número.
Como a diferença entre os termos da fração equivalente é 21, então a fração foi multiplicada pelo número 7 (que é igual a $21 \div 3$). Portanto, a fração é $\frac{14}{35}$.

Participe (p. 162)

a) 1, 2, 3, 4, 6 e 12.
b) 1, 2, 4, 8, e 16.
c) 1, 2 e 4.
d) $\frac{12}{16}$, $\frac{6}{8}$ e $\frac{3}{4}$.
e) Sim; exemplo de resposta: pois são obtidas dividindo-se os termos da fração pelo mesmo número natural não nulo.
f) $\frac{12}{16} = \frac{6}{8} = \frac{3}{4}$
g) $\frac{3}{4}$
h) Não, porque 3 e 4 são primos entre si.

7. $\frac{30^{\div 15}}{45_{\div 15}} = \frac{2}{3}$ $\quad \frac{120^{\div 40}}{440_{\div 40}} = \frac{3}{11}$ $\quad \frac{8^{\div 4}}{20_{\div 4}} = \frac{2}{5}$ $\quad \frac{25^{\div 5}}{60_{\div 5}} = \frac{5}{12}$

A-II; **B-III**; **C-IV**; **D-I**.

8. Frações próprias em que o numerador e o denominador somam 15: $\frac{1}{14}$, $\frac{2}{13}$, $\frac{4}{11}$ e $\frac{7}{8}$.

9. a) $\frac{66^{\div 3}}{99_{\div 3}} = \frac{22^{\div 11}}{33_{\div 11}} = \frac{2}{3}$
b) $\frac{666^{\div 3}}{999_{\div 3}} = \frac{222^{\div 111}}{333_{\div 111}} = \frac{2}{3}$

10. a) $\frac{3}{6} = \frac{1}{2}$
b) $\frac{4}{12} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$
c) $\frac{9}{18} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$
d) $\frac{63}{105} = \frac{21}{35} = \frac{3}{5}$
e) $\frac{250}{150} = \frac{125}{75} = \frac{25}{15} = \frac{5}{3}$
f) $\frac{147}{189} = \frac{49}{63} = \frac{7}{9}$

11. Exemplo de resposta: $\frac{12}{24} = \frac{1}{2}$; $\frac{54}{28} = \frac{27}{14}$; $\frac{84}{72} = \frac{7}{6}$.

12. a) Simplificando a fração $\frac{20}{50}$ até obter a forma irredutível, temos: $\frac{20^{\div 2}}{50_{\div 2}} = \frac{10^{\div 5}}{25_{\div 5}} = \frac{2}{5}$.
b) Simplificando a fração $\frac{62}{155}$ até obter a forma irredutível, temos: $\frac{62^{\div 31}}{155_{\div 31}} = \frac{2}{5}$.
c) Os resultados são iguais.

13. $\frac{120^{\div 30}}{90_{\div 30}} = \frac{4}{3}$

$\frac{100^{\div 25}}{75_{\div 25}} = \frac{4}{3}$

Sim, as frações $\frac{120}{90}$ e $\frac{100}{75}$ são equivalentes.

14. Como $\frac{18^{\div 3}}{21_{\div 3}} = \frac{6}{7}$, Alexandre dança com Priscila.

Como $\frac{42^{\div 6}}{18_{\div 6}} = \frac{7}{3}$, Ricardo não vai dançar, pois nenhuma menina corresponde a $\frac{7}{3}$.

Como $\frac{220^{\div 20}}{100_{\div 20}} = \frac{11}{5}$, Maurício dança com Gabriela.

Como $\frac{40^{\div 20}}{100_{\div 20}} = \frac{2}{5}$, Pedro dança com Luciana.

Andreia não vai dançar porque nenhum menino corresponde à fração equivalente a $\frac{7}{5}$.

15. $\frac{30^{\div 15}}{105_{\div 15}} = \frac{2}{7}$

$\frac{40^{\div 2}}{126_{\div 2}} = \frac{20}{63}$

As frações $\frac{30}{105}$ e $\frac{40}{126}$ não são equivalentes; explicação pessoal.

16. a) $\frac{84}{126} = \frac{42}{63} = \frac{14}{21} = \frac{2}{3}$

As frações $\frac{14}{21}$ e $\frac{2}{3}$ são equivalentes a $\frac{84}{126}$.

b) $\frac{55}{99} = \frac{5}{9}$

$\frac{44}{88} = \frac{1}{2}$ (não é equivalente)

$\frac{66}{111} = \frac{22}{37}$ (não é equivalente)

$\frac{125}{225} = \frac{5}{9}$ (é equivalente)

$\frac{15}{27} = \frac{5}{9}$ (é equivalente)

As frações $\frac{125}{225}$ e $\frac{15}{27}$ são equivalentes a $\frac{55}{99}$.

17. a) $\frac{5}{100} = \frac{1}{20}$. A moeda de 5 centavos vale $\frac{1}{20}$ de real.

b) $\frac{25}{100} = \frac{5}{20} = \frac{1}{4}$. A moeda de 25 centavos vale $\frac{1}{4}$ de real.

18. a) Simplificando a fração $\frac{40}{65}$ até ter o menor denominador possível, temos: $\frac{40^{\div 5}}{65_{\div 5}} = \frac{8}{13}$.

b) A soma dos termos da fração será a menor possível se o numerador e o denominador forem os menores possíveis, o que ocorre se a fração estiver na forma irredutível.

Então, $\frac{10^{\div 5}}{85_{\div 5}} = \frac{2}{17}$.

19. Exemplos de resposta: $\frac{9}{12}$ e $\frac{10}{12}$; $\frac{18}{24}$ e $\frac{20}{24}$.

Participe (p. 165)

I. a) Menor; se a *pizza* fosse dividida para 8 pessoas.

b) $\frac{3}{12} < \frac{3}{8}$

c) São iguais.

d) $\frac{3}{12}$

e) O maior.

II. a) $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{8}$, a peça azul-escura.

b) $\frac{1}{8} < \frac{1}{4}$

c) Maior.

d) $\frac{1}{4} < \frac{2}{4}$

e) Menor.

III. $\frac{4}{8} < \frac{6}{8}$ e $\frac{1}{2} < \frac{3}{4}$.

IV. Menor.

20. a) $\frac{6}{8} > \frac{5}{12}$ **b)** $\frac{3}{12} < \frac{9}{12}$ **c)** $3\frac{1}{4} > 2\frac{1}{4}$

21. a) $\frac{1}{7} = \frac{2}{14}$

b) $\frac{4}{1} = \frac{16}{4}$ e então $\frac{11}{4} < 4$.

c) $\frac{3}{2} = \frac{9}{6}$ e $\frac{4}{3} = \frac{8}{6}$, então $\frac{3}{2} > \frac{4}{3}$.

d) $2\frac{3}{6} = \frac{15}{6} = \frac{5}{2} = \frac{20}{8}$ e $2\frac{5}{8} = \frac{21}{8}$, então $2\frac{3}{6} < 2\frac{5}{8}$.

e) $\frac{11}{4} = \frac{33}{12}$ e $\frac{4}{3} = \frac{16}{12}$, então $\frac{11}{4} > \frac{4}{3}$.

f) $\frac{10}{4} = \frac{5}{2}$ e $\frac{15}{6} = \frac{5}{2}$, então $\frac{10}{4} = \frac{15}{6}$.

22. Felipe, Tiago e Luiz.

23. a) $\frac{1}{2} = \frac{15}{30}$; $\frac{2}{3} = \frac{20}{30}$; $\frac{3}{5} = \frac{18}{30}$; $\frac{5}{6} = \frac{25}{30}$; $\frac{7}{15} = \frac{14}{30}$.

Como $\frac{14}{30} < \frac{15}{30} < \frac{18}{30} < \frac{20}{30} < \frac{25}{30}$, temos:

$\frac{7}{15} < \frac{1}{2} < \frac{3}{5} < \frac{2}{3} < \frac{5}{6}$

↓ Júlio ↓ Luca ↓ Alexandre ↓ Mário ↓ Paulo

b) $\frac{5}{8} = \frac{10}{16}$

Como $\frac{10}{16} > \frac{7}{16}$, temos $\frac{5}{8} > \frac{7}{16}$.

O time da escola em que o professor Jorge trabalha.

24. a) $\frac{2}{7} = \frac{10}{35}$ e $\frac{3}{5} = \frac{21}{35}$.

Como $\frac{10}{35} < \frac{21}{35}$, resulta que $\frac{2}{7} < \frac{3}{5}$; portanto, Bárbara leu mais páginas que Sérgio.

b) Sérgio leu $\frac{2}{7}$ do livro em 6 horas; portanto, leu $\frac{1}{7}$ do livro em $6 : 2 = 3$ horas e, em consequência, lerá o livro todo em 21 horas, pois $3 \cdot 7 = 21$.

c) Bárbara leu $\frac{3}{5}$ do livro em 3 horas; portanto, leu $\frac{1}{5}$ do livro em 1 hora (pois $3 : 3 = 1$) e, em consequência, lerá o livro todo em 5 horas (pois $1 \cdot 5 = 5$). Para acabar de ler o livro, Bárbara precisa de $5 - 3 = 2$ horas.

25. Para Marina, faltam percorrer $\frac{3}{10}$ do percurso e, para Viviane, $\frac{2}{11}$. Comparando essas frações, temos $\frac{2}{11} < \frac{3}{10}$; portanto, Viviane está mais próxima do parque.

Capítulo 14

Atividades

1. **a)** A: $\frac{2}{10}$; B: $\frac{4}{10}$; C: $\frac{3}{10}$.

b) $\frac{2}{10} + \frac{4}{10} + \frac{3}{10} = \frac{9}{10}$

2. **a)** $\frac{5}{4} + \frac{2}{4} = \frac{7}{4}$

b) $\frac{11}{3} - \frac{7}{3} = \frac{4}{3}$

c) $\frac{11}{6} + \frac{1}{6} + \frac{5}{6} = \frac{17}{6}$

d) $3\frac{1}{5} + 2\frac{3}{5} = \frac{16}{5} + \frac{13}{5} = \frac{29}{5}$

e) $\frac{15}{4} - \frac{11}{4} = \frac{4}{4} = 1$

f) $\frac{3}{2} + \frac{2}{3} = \frac{9}{6} + \frac{4}{6} = \frac{13}{6}$

g) $\frac{3}{2} - \frac{2}{3} = \frac{9}{6} - \frac{4}{6} = \frac{5}{6}$

h) $\frac{7}{12} + \frac{11}{20} = \frac{35}{60} + \frac{33}{60} = \frac{68}{60} = \frac{17}{15}$

i) $\frac{1}{6} + \frac{5}{4} + \frac{2}{3} = \frac{2}{12} + \frac{15}{12} + \frac{8}{12} = \frac{25}{12}$

j) $\frac{3}{2} - \frac{1}{4} = \frac{6}{4} - \frac{1}{4} = \frac{5}{4}$

k) $2\frac{2}{5} + \frac{11}{2} + \frac{1}{3} = \frac{12}{5} + \frac{11}{2} + \frac{1}{3} = \frac{72}{30} + \frac{165}{30} + \frac{10}{30} = \frac{247}{30}$

3. Camiseta verde: $5\frac{5}{7} + 4\frac{2}{7} + 1 = \frac{40}{7} + \frac{30}{7} + \frac{7}{7} = \frac{77}{7} = 11$.

Camiseta azul: $1\frac{1}{3} + 4\frac{1}{3} + 4\frac{2}{3} = \frac{4}{3} + \frac{13}{3} + \frac{14}{3} = \frac{31}{3} = 10\frac{1}{3}$.

Como $11 > 10\frac{1}{3}$, ganha o time de camiseta verde.

4. **a)** $\left(\frac{3}{2} - \frac{2}{5}\right) + \left(\frac{5}{4} - \frac{2}{3}\right) =$

$= \left(\frac{15}{10} - \frac{4}{10}\right) + \left(\frac{15}{12} - \frac{8}{12}\right) =$

$= \frac{11}{10} + \frac{7}{12} = \frac{66}{60} + \frac{35}{60} = \frac{101}{60}$

b) $1 + \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{5}\right) - \left(\frac{7}{4} - \frac{5}{4}\right) =$

$= 1 + \left(\frac{5}{10} - \frac{2}{10}\right) - \frac{2}{4} = 1 + \frac{3}{10} - \frac{1}{2} =$

$= \frac{10}{10} + \frac{3}{10} - \frac{5}{10} = \frac{8}{10} = \frac{4}{5}$

c) $\left(\frac{7}{8} - \frac{5}{6}\right) + \left(\frac{8}{9} - \frac{7}{9}\right) =$

$= \left(\frac{21}{24} + \frac{20}{24}\right) + \frac{1}{9} = \frac{1}{24} + \frac{1}{9} =$

$= \frac{3}{72} + \frac{8}{72} = \frac{11}{72}$

d) $2\frac{1}{3} + 3\frac{1}{2} - 5\frac{1}{6} = \frac{7}{3} + \frac{7}{2} - \frac{31}{6} =$

$= \frac{14}{6} + \frac{21}{6} - \frac{31}{6} = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$

5. Caixa azul: O primeiro passo é determinar frações equivalentes com mesmo denominador, para que o inteiro esteja dividido na mesma quantidade de partes iguais em ambos os casos. Os múltiplos não nulos de 2 são 2, 4, 6, 8, 10, 12, etc. Como 12 também é múltiplo de 3 e 4, determinando frações equivalentes com mesmo denominador 12, obtemos:

$\frac{1^{\times 6}}{2_{\times 6}} = \frac{6}{12}$ $\quad \frac{1^{\times 4}}{3_{\times 4}} = \frac{4}{12}$ $\quad \frac{1^{\times 3}}{4_{\times 3}} = \frac{3}{12}$

Na caixa azul, deve-se depositar papel.

Caixa amarela: O primeiro passo é determinar frações equivalentes com mesmo denominador, para que o inteiro esteja dividido na mesma quantidade de partes iguais em ambos os casos. Os múltiplos não nulos de 5 são 5, 10, 15, 20, 25, 30, 35, 40, 45, 50, 55, 60, 65, 70, etc. Como 70 também é múltiplo de 7 e 70, determinando frações equivalentes com mesmo denominador 70, obtemos:

$\frac{1^{\times 14}}{5_{\times 14}} = \frac{14}{70}$ $\quad \frac{3^{\times 10}}{7_{\times 10}} = \frac{30}{70}$

Na caixa amarela, deve-se depositar vidro.

Caixa verde: O primeiro passo é determinar frações equivalentes com mesmo denominador, para que o inteiro esteja dividido na mesma quantidade de partes iguais em ambos os casos. Os múltiplos não nulos de 4 são 4, 8, 12, 16, 20, 24, 28, 32, 36, 40, 44, 48, 52, 56, 60, ..., etc. Como 60 também é múltiplo de 6 e 10, determinando frações equivalentes com mesmo denominador 60, obtemos:

$\frac{3^{\times 15}}{4_{\times 15}} = \frac{45}{60}$

$\frac{5^{\times 10}}{6_{\times 10}} = \frac{50}{60}$

$\frac{7^{\times 6}}{10_{\times 6}} = \frac{42}{60}$

Na caixa verde, deve-se depositar plástico.

Caixa vermelha: O primeiro passo é determinar frações equivalentes com mesmo denominador, para que o inteiro esteja dividido na mesma quantidade de partes iguais em ambos os casos. Os múltiplos não nulos de 28 são 28, 56, 84, 112, 140, 168, 196, 224, 252, 280, 308, 336, 364, 392, 420, etc. Como 420 também é múltiplo de 60 e 70, determinando frações equivalentes com mesmo denominador 420, obtemos:

$\frac{3^{\times 15}}{28_{\times 15}} = \frac{45}{420}$

$\frac{19^{\times 7}}{60_{\times 7}} = \frac{133}{420}$

$\frac{1^{\times 6}}{70_{\times 6}} = \frac{6}{420}$

Na caixa vermelha, deve-se depositar metal.

6. Exemplo de resposta: Irineu quer que seus filhos aprendam a lidar com dinheiro. Para isso, ele dá $\frac{1}{30}$ do seu salário de mesada para Joelma, filha mais velha, e $\frac{1}{40}$ para Tiago, filho mais novo. Que fração do salário Irineu separa para as mesadas? Resposta: $\frac{7}{120}$.

7. $\frac{1}{7} + \frac{3}{8} = \frac{29}{56}$ do salão foram ladrilhados. Se $\frac{29}{56}$ correspondem a 870 ladrilhos, então $\frac{1}{56}$ do salão corresponde a 30 ladrilhos (pois $870 : 29 = 30$), e o salão todo necessita de 1 680 ladrilhos (pois $30 \cdot 56 = 1\,680$). Explicação pessoal.

8. a) Marcos guardou $\frac{4}{5}$ de R$ 230,00 = R$ 184,00.

b) Sobraram R$ 230,00 − R$ 184,00 = R$ 46,00.

c) Ele preencheu $\frac{3}{8} + \frac{5}{12} = \frac{19}{24}$ do álbum.

d) $\frac{19}{24}$ de 240 correspondem a 190 figurinhas. Portanto, ficaram faltando 240 − 190 = 50 figurinhas para preencher o álbum.

9. A diferença de 400 metros entre Valdo e Ari corresponde a $\frac{4}{5} - \frac{3}{4} = \frac{16}{20} - \frac{15}{20} = \frac{1}{20}$ (do percurso).

Então, o percurso completo era de: 20 · 400 metros = 8 000 metros. Como cada 1 000 metros é 1 quilômetro, o percurso media em quilômetros: 8 000 : 1 000 = 8.
A corrida era de 8 quilômetros.

10. $\frac{1}{3} + \frac{2}{5} = \frac{11}{15}$ do reservatório foram preenchidos com água; portanto, falta encher $1 - \frac{11}{15} = \frac{4}{15}$ do reservatório.
Se isso corresponde a 4 400 litros, então $\frac{1}{15}$ do reservatório corresponde a 4 400 litros : 4 = 1 100 litros, e o reservatório todo tem medida de capacidade de 15 · 1 100 litros = 16 500 litros.

11. A receita rende aproximadamente 12 pedaços, portanto, seria necessário utilizar o triplo de açúcar, que consiste em $1\frac{1}{2} \cdot 3 = 4\frac{1}{2}$ copos.

12. Exemplo de resposta: Natasha iniciou uma viagem de carro com $\frac{5}{6}$ do tanque cheio de combustível. Se $\frac{3}{4}$ da medida de capacidade do tanque foram consumidos na viagem e restaram apenas 5 litros, quantos litros cabem no tanque? Resposta: 60 litros.

13. Exemplo de resposta: Ana está lendo um livro. No primeiro dia ela leu $\frac{1}{7}$ do livro e, no segundo dia leu mais $\frac{3}{7}$. Quanto do livro Ana até o fim do segundo dia? E quanto ela leu a mais no segundo dia? Resposta: Ela leu $\frac{4}{7}$ do livro até o fim do segundo dia e $\frac{2}{7}$ do livro a mais no segundo dia.

Na olimpíada (p. 173)

A soma das manchas

Na fração com denominador 3, o numerador deve ser 0 ou 1, pois qualquer outro número natural maior do que 1 resultaria em um número maior do que $\frac{5}{11}$, quando dividido por 3. Assim, a primeira fração pode ser obtida por: $\frac{5}{11} - \frac{0}{3} = \frac{5}{11}$ ou $\frac{5}{11} - \frac{1}{3} = \frac{4}{33}$.

Assim, o menor em numerador possível para a primeira fração é 4. Logo, alternativa **d**.

14. a) A parte colorida representa $\frac{1}{5}$ da figura.

b) O dobro é: $2 \cdot \frac{1}{5} = \frac{2}{5}$.

c) O triplo é: $3 \cdot \frac{1}{5} = \frac{3}{5}$.

15. a) $4 \cdot \frac{11}{20} = \frac{44}{20} = \frac{11}{5}$ **b)** $4 \cdot \frac{2}{3} = \frac{8}{3}$

16. a) $2 \cdot \frac{1}{3} = \frac{2}{3}$ **b)** $5 \cdot \frac{5}{3} = \frac{25}{3}$ **c)** $1 \cdot \frac{4}{3} = \frac{4}{3}$

17. a) $2\frac{1}{3} = \frac{7}{3}$ **b)** $5\frac{5}{3} = \frac{20}{3}$ **c)** $1\frac{4}{3} = \frac{7}{3}$

18. a) $11 \cdot \frac{7}{5} = \frac{11 \cdot 7}{5} = \frac{77}{5}$

b) $3 \cdot \frac{2}{9} = \frac{3 \cdot 2}{9} = \frac{6}{9} = \frac{2}{3}$

c) $\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{5} = \frac{1 \cdot 1}{2 \cdot 5} = \frac{1}{10}$

d) $\frac{1}{3} \cdot \frac{2}{7} = \frac{1 \cdot 2}{3 \cdot 7} = \frac{2}{21}$

e) $\frac{2}{3} \cdot \frac{1}{9} = \frac{2 \cdot 1}{3 \cdot 9} = \frac{2}{27}$

f) $\frac{3}{8} \cdot \frac{11}{2} = \frac{3 \cdot 11}{8 \cdot 2} = \frac{33}{16}$

19. Bela: $\frac{1}{5} \cdot \frac{2}{3} = \frac{2}{15}$

Cristina: $\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{5} = \frac{1}{30}$

Gabriel: $\frac{2}{3} \cdot \frac{3}{2} = 1$

Neide: $\frac{6}{5} \cdot \frac{25}{3} = 2 \cdot 5 = 10$

Mário: $\frac{13}{14} \cdot \frac{21}{39} = \frac{1}{2} \cdot \frac{3}{3} = \frac{1}{2}$

- A ordem decrescente desses números é: 10, 1, $\frac{1}{2}$, $\frac{2}{15}$, $\frac{1}{30}$.

A ordem de entrega será: Neide, Gabriel, Mário, Bela, Cristina.

20. a) Gabi: $\frac{2}{7} \cdot \frac{3}{4} = \frac{1}{7} \cdot \frac{3}{2} = \frac{3}{14}$ e $\frac{3}{14} \cdot 126 = 3 \cdot 9 = 27$.

Tonhão: $\frac{4}{7} \cdot \frac{2}{8} = \frac{1}{7}$ e $\frac{1}{7} \cdot 126 = 18$.

Zelu: $\frac{1}{3} \cdot \frac{2}{7} = \frac{2}{21}$ e $\frac{2}{21} \cdot 126 = 2 \cdot 6 = 12$.

Fabiano: $\frac{147}{18} \cdot \frac{9}{49} \cdot \frac{4}{21} = \frac{2}{7}$ e $\frac{2}{7} \cdot 126 = 2 \cdot 18 = 36$.

Marta: $\frac{18}{12} \cdot \frac{2}{28} \cdot \frac{22}{9} = \frac{1}{3} \cdot \frac{11}{14} = \frac{11}{42}$ e $\frac{11}{42} \cdot 126 = 11 \cdot 3 = 33$.

b) Quem fez menos pontos foi Zelu.

c) O cestinha foi Fabiano.

d) De acordo com os resultados obtidos no item **a**, eles fizeram os seguintes pontos: Gabi fez 27 pontos, Tonhão fez 18 pontos, Zelu fez 12 pontos, Fabiano fez 36 pontos e Marta fez 33 pontos.

21. a) O inverso de $\frac{3}{5}$ é $\frac{5}{3}$ e $\frac{3}{5} \cdot \frac{5}{3} = 1$.

b) O inverso de $\frac{4}{7}$ é $\frac{7}{4}$ e $\frac{4}{7} \cdot \frac{7}{4} = 1$.

c) O inverso de $\frac{2}{3}$ é $\frac{3}{2}$ e $\frac{2}{3} \cdot \frac{3}{2} = 1$.

d) O inverso de $\frac{7}{1}$ é $\frac{1}{7}$ e $\frac{7}{1} \cdot \frac{1}{7} = 1$.

e) O inverso de $\frac{1}{6}$ é 6 e $\frac{1}{6} \cdot 6 = 1$.

Os resultados são iguais.

22. a) $\left(\frac{1}{10} \text{ de } 20\right) = \frac{1}{10} \cdot 20 = 2$; ou seja, 2 quadradinhos.

b) $\left(\frac{7}{10} \text{ de } 20\right) = \frac{7}{10} \cdot 20 = 14$; ou seja, 14 quadradinhos.

23. $\left(\frac{3}{4} \text{ de } \frac{1}{4}\right) = \frac{3}{4} \cdot \frac{1}{4} = \frac{3 \cdot 1}{4 \cdot 4} = \frac{3}{16}$

$\frac{1}{4}$

$\frac{3}{4}$ de $\frac{1}{4}$

Banco de imagens/ Arquivo da editora

24. a) $\left(\frac{3}{4} \text{ de } 60\right) = \frac{3}{\cancel{4}_{1}} \cdot \cancel{60}^{15} = 45$

b) $\left(\frac{5}{6} \text{ de } 20\right) = \frac{5}{\cancel{6}_{3}} \cdot \cancel{20}^{10} = \frac{50}{3}$

c) $\left(\frac{1}{2} \text{ de } \frac{12}{5}\right) = \frac{1}{\cancel{2}_{1}} \cdot \frac{\cancel{12}^{6}}{5} = \frac{6}{5}$

d) $\left(\frac{4}{5} \text{ de } \frac{35}{16}\right) = \frac{\cancel{4}^{1}}{\cancel{5}_{1}} \cdot \frac{\cancel{35}^{7}}{\cancel{16}_{4}} = \frac{7}{4}$

25. $\left(\frac{2}{5} \text{ de } 1\,350\,000\right) = \frac{2}{\cancel{5}} \cdot \cancel{1\,350\,000}^{270\,000} = 540\,000$

Gaspar vai ganhar R$ 540.000,00, se o bilhete for premiado.

26. Se Luana gastou com brinquedos $\frac{3}{7}$ do que possuía, ela ficou, então, com $1 - \frac{3}{7} = \frac{4}{7}$ do que tinha. Desse valor ela gastou $\frac{1}{3}$ em lanche; portanto, gastou $\frac{1}{3} \cdot \frac{4}{7} = \frac{4}{21}$.

27. a) Luciana comeu $\frac{2}{5}$ da barra de chocolate; logo, sobraram $\frac{3}{5}$. Gabriel comeu $\frac{2}{3}$ da sobra, ou seja, $\frac{2}{3} \cdot \frac{3}{5} = \frac{2}{5}$ da barra. Assim, Luciana e Gabriel comeram a mesma quantidade de chocolate.

b) Maurício comeu o restante: $1 - \frac{2}{5} - \frac{2}{5} = \frac{1}{5}$.

28. No 1º dia, Walter vendeu $\frac{3}{5}$ das laranjas. Sobraram $\frac{2}{5}$.

No 2º dia, vendeu $\frac{13}{16}$ de $\frac{2}{5}$ das laranjas: $\frac{13}{\cancel{16}_{8}} \cdot \frac{\cancel{2}^{1}}{5} = \frac{13}{40}$.

Contando os dois dias, a quantidade de laranjas que Walter vendeu: $\frac{3}{5} + \frac{13}{40} = \frac{24}{40} + \frac{13}{40} = \frac{37}{40}$.

Então, após o 2º dia, sobraram $\frac{3}{40}$ das laranjas, que correspondem às 9 laranjas restantes. Temos:

$9 : 3 = 3$

$3 \cdot 40 = 120$

A quantidade inicial que havia na quitanda era de 120 laranjas.

29. Exemplo de resposta: Belinha tem uma lista de 20 problemas para estudar antes da prova de Matemática. Ela já resolveu $\frac{3}{4}$ da lista. Quantos exercícios faltam? Resposta: 5 exercícios.

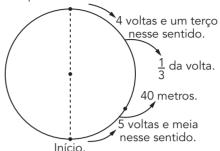
30. Exemplo de resposta: A região Sul do Brasil ocupa uma medida de área de aproximadamente 576 800 km². O estado do Paraná ocupa $\frac{7}{20}$ e Santa Catarina, $\frac{17}{100}$ dessa medida de área. Quantos quilômetros quadrados tem, aproximadamente, o estado do Rio Grande do Sul? Resposta: 276 864 km².

Na olimpíada (p. 178)

Para não ficar tonto

O trecho de 40 metros corresponde a meia volta menos um terço da volta.

$\frac{1}{2} - \frac{1}{3} = \frac{3}{6} - \frac{2}{6} = \frac{1}{6}$

Banco de imagens/Arquivo da editora

Como $\frac{1}{6}$ da volta são 40 metros, a volta completa tem em metros: $6 \cdot 40 = 240$. Logo, alternativa **d**.

31. Associando frações inversas, temos:

$\frac{3}{4}$ e $\frac{4}{3}$; Luciana e Talita;

3 e $\frac{1}{3}$; Priscila e Renato;

$\frac{1}{2}$ e 2; Alexandre e Nicole;

$\frac{5}{9}$ e $\frac{9}{5}$; Ricardo e Pedro;

$\frac{7}{11}$ e $\frac{11}{7}$; Gabriela e Mariana;

5 e $\frac{1}{5}$; Maurício e Patrícia.

Sobraram Paulo e Jussara.

32. a) $\frac{7}{5} : \frac{14}{5} = \frac{7}{5} \cdot \frac{5}{14} = \frac{1}{2}$

b) $\frac{14}{3} : 2\frac{1}{3} = \frac{14}{3} : \frac{7}{3} = \frac{14}{3} : \frac{3}{7} = 2$

c) $5 : \frac{1}{3} = 5 \cdot \frac{3}{1} = 15$

d) $\frac{11}{4} : \frac{9}{4} = \frac{11}{4} \cdot \frac{4}{9} = \frac{11}{9}$

e) $2\frac{1}{4} : 3\frac{4}{7} = \frac{9}{4} : \frac{25}{7} = \frac{9}{4} \cdot \frac{7}{25} = \frac{63}{100}$

33. a) Roberto gastou $\frac{1}{2}$ de R$ 2.000,00 = R$ 1.000,00 em alimentos.

b) O material escolar de Laura custou: $\frac{1}{4}$ de R$ 2.000,00 = R$ 500,00.

c) Sobraram: R$ 2.000,00 − R$ 1.000,00 − R$ 500,00 = R$ 500,00.

A camisa custou: $\frac{1}{10}$ de R$ 500,00 = R$ 50,00.

d) Roberto guardou na poupança:
R$ 500,00 − R$ 50,00 = R$ 450,00.

34. a) $\frac{1}{2}$ da população prefere o Festival de Palhaçadas, e $\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$ prefere o Jornal das Vinte. Resta $1 - \frac{1}{2} - \frac{1}{4} = \frac{1}{4}$ da população. Se $\frac{1}{4}$ da população corresponde a 130 pessoas, então os moradores da rua do Sol são $4 \cdot 130 = 520$ pessoas.

b) Assistem ao Festival de Palhaçadas: $\frac{1}{2} \cdot 520$ pessoas $= 260$ pessoas.

c) $\frac{1}{4} \cdot 520$ pessoas $= 130$ pessoas preferem o Jornal das Vinte.

35. Notemos que $\frac{3}{4}$ da população são alfabetizados e $\frac{1}{8}$ dessa população concluiu o 9º ano.

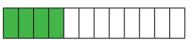
É claro que todas as pessoas que concluíram o 9º ano são alfabetizadas.

A questão é saber quanto $\frac{1}{8}$ da população é dos $\frac{3}{4}$ da população formada pelas pessoas alfabetizadas.

Solução: $\frac{1}{8} : \frac{3}{4} = \frac{1}{8} \cdot \frac{4}{3} = \frac{4}{24} = \frac{1}{6}$.

36. a) O retângulo está dividido em 12 partes. Para cada parte verde deve haver duas em branco:

$1 + 2 = 3 \rightarrow$ as partes verdes são $\frac{1}{3}$ do total $\frac{1}{3} \cdot 12 = 4 \rightarrow$
$\rightarrow$ ficam 4 partes em verde.

Banco de imagens/ Arquivo da editora

b) O retângulo está dividido em 12 partes.

$1 + 3 = 4 \rightarrow$ em 4 partes ficam 1 em branco e 3 em amarelo $\rightarrow$
$\rightarrow$ as amarelas são $\frac{3}{4}$ do total $\frac{3}{4} \cdot 12 = 9 \rightarrow$ ficam 9 partes em amarelo

Banco de imagens/ Arquivo da editora

37. $4 \cdot 5 = 20$; há 20 quadradinhos.

Número de amarelos é $\frac{2}{3}$ do número de azuis.

$2 + 3 = 5$; para cada 5 quadradinhos, 2 ficam em amarelo e 3 em azul. Os amarelos são $\frac{2}{5}$ do total; e os azuis, $\frac{3}{5}$.

$\frac{2}{5} \cdot 20 = 8$ e $\frac{3}{5} \cdot 20 = 12$; 8 amarelos e 12 azuis.

Banco de imagens/ Arquivo da editora

38. Para A vão $\frac{3}{5}$ das que vão para B.

$3 + 5 = 8$; de cada 8 vacinas, 3 vão para A e 5 para B; $\frac{3}{8}$ do total vão para A e $\frac{5}{8}$ para B; $\frac{3}{8} \cdot 12\,000 = 4\,500$ e $\frac{5}{8} \cdot 12\,000 = 7\,500$.

Logo, 4 500 doses vão para o posto A e 7 500 para o B.

39. Exemplo de resposta: Durante 90 noites consecutivas, um hospital só contou com dois médicos de plantão, revezando um em cada noite. Dra. Mariana ficou de plantão em $\frac{4}{5}$ das noites em que dr. André foi o plantonista. Quantas noites cada um ficou de plantão nesse período?

Resposta: $4 + 5 = 9$; dra. Mariana ficou: $\frac{4}{9}$ de 90 noites, portanto 40 noites; dr. André ficou 50 noites.

Na mídia

1. Como cada time participou de 38 jogos, o máximo de pontos que um time pode ganhar é: 114 pontos, pois $38 \cdot 3 = 114$.

2. Atlético Mineiro: $\frac{84}{114} = \frac{14}{19}$; Corinthians: $\frac{57}{14} = \frac{1}{2}$.

3. A metade do total de pontos é: $\frac{114}{2} = 57$; apenas 4 times tiveram pontuação maiores do que 57; são eles: Atlético Mineiro, Flamengo, Palmeiras e Fortaleza.

4. 3 times venceram mais de 19 jogos e 1 time perdeu mais do que 19 jogos.

5. São times da região Nordeste: Fortaleza, Ceará, Bahia, Sport; portanto, 4 times: $\frac{4}{20} = \frac{1}{5}$.

6. Montando a tabela com as informações para esses dois times, temos:

Resultados dos jogos

Time	Vitórias	Empates	Derrotas
Santos	12	14	12
Ceará	11	17	10

Dados elaborados para fins didáticos.

Na situação em que cada vitória valeria 5 pontos, cada empate 2 pontos e cada derrota 0 ponto, temos a seguinte pontuação para cada time:

Santos: $12 \cdot 5 + 2 \cdot 14 + 12 \cdot 0 = 60 + 28 + 0 = 88$.

Ceará: $11 \cdot 5 + 2 \cdot 17 + 10 \cdot 0 = 55 + 34 + 0 = 89$.

Portanto, o Ceará ficaria em décimo lugar no campeonato.

7. Resposta pessoal.

Na Unidade

1. a) Quatro sétimos.

b) Três inteiros e cinco décimos.

c) Dezoito quarenta e cinco avos.

2. Dos animais indicados no enunciado, apenas os cavalos e as vacas são quadrúpedes, e eles correspondem a 20 animais, pois $12 + 8 = 20$.

No sítio existem 60 animais, pois $12 + 8 + 40 = 60$.

Desses, a fração que corresponde aos quadrúpedes é: $\frac{20}{60} = \frac{1}{3}$. Logo, alternativa **c**.

3. a) $\frac{5}{8}$ **b)** $\frac{4}{16}$ ou $\frac{1}{4}$. **c)** $\frac{3}{3}$ ou 1. **d)** $\frac{15}{7}$ ou $2\frac{1}{7}$.

4. Se $\frac{3}{5}$ dos alunos são meninas, então $\frac{2}{5}$ são meninos.

E $\frac{2}{5}$ de 45 é igual a $\frac{2}{5} \cdot 45 = 18$. Logo, alternativa **a**.

5. Homens com Ensino Superior completo: $\frac{3}{5} \cdot \frac{3}{4} = \frac{9}{20}$.

Mulheres: $1 - \frac{3}{4} = \frac{1}{4}$. Mulheres com Ensino Superior completo: $\frac{5}{8} \cdot \frac{1}{4} = \frac{5}{32}$.

Funcionários com Ensino Superior completo:

$\frac{9}{20} + \frac{5}{32} = \frac{72}{160} + \frac{25}{160} = \frac{97}{160}$. Logo, alternativa **a**.

6. Como são 70 construções e $\frac{70}{5} = 14$, a fração de comparação tem denominador 14. Dessas, 5 partes correspondem aos prédios e 9 partes correspondem às casas. Assim:

$\frac{9}{14} \cdot 70 = 45$

Logo, alternativa **c**.

7. Para saber a fração da caixa-d'água correspondente à economia, basta fazer:

$\frac{2}{5} - \frac{1}{4} = \frac{8 - 5}{20} = \frac{3}{20}$

Logo, alternativa **b**.

8. Primeiro identificamos a fração correspondente à quantidade de funcionários casados e que têm filhos: $\frac{1}{5} \cdot \frac{1}{7} = \frac{1}{35}$.

Um número possível para a quantidade de funcionários deve ser um múltiplo de 35, a única opção é 105 = 35 · 3. Logo, alternativa **a**.

9. Basta calcular: $1 - \frac{1}{3} - \frac{1}{4} - \frac{2}{9} = \frac{36 - 12 - 9 - 8}{36} = \frac{7}{36}$. Portanto, no último dia fez $\frac{7}{36}$ do percurso. Logo, alternativa **b**.

10. Primeiro calculamos a fração correspondente aos sócios que não praticam esportes:

$1 - \frac{3}{5} - \frac{1}{6} - \frac{1}{10} = \frac{30 - 18 - 5 - 3}{30} = \frac{4}{30}$

Agora, basta calcular $\frac{4}{30}$ de 600: $\frac{4}{30} \cdot 600 = 80$. Logo, alternativa **c**.

11. Podemos fazer a comparação das frações encontrando frações equivalentes:

Álvaro acertou: $\frac{5}{6} = \frac{10}{12} = \frac{15}{18}$.

Clóvis acertou: $\frac{7}{9} = \frac{14}{18}$.

Jarbas acertou: $\frac{7}{12}$.

Portanto:

$\frac{7}{12} < \frac{7}{9} < \frac{5}{6}$

Álvaro foi o que acertou o maior número de questões. Logo, alternativa **d**.

12. Um litro e meio de água equivale a $1\frac{1}{2} = \frac{3}{2}$.

$\frac{3}{2} : \frac{3}{10} = \frac{3}{2} \cdot \frac{10}{3} = 5$

Portanto, é possível encher 5 copos. Logo, alternativa **c**.

13. O valor arrecadado com milho verde foi: $\frac{2}{9}$ de 2 268 = $\frac{2}{9} \cdot 2\,268 =$
= 504; R$ 504,00.

O valor arrecadado com coco foi: R$ 2.268 − R$ 504 = R$ 1.764,00.

Unidade 6

Abertura (p. 189)

Resposta pessoal. O Dia Internacional das Mulheres Rurais é 15 de outubro. No Brasil, há mais de 2 000 comunidades quilombolas reconhecidas pelo governo, mas outros órgãos não governamentais estimam o dobro dessa quantia. Fonte dos dados: https://web.archive.org/web/20220119141345if_/http://www.mds.gov.br/webarquivos/arquivo/cadastro_unico/levantamento-de-comunidades-quilombolas.pdf. Acesso em: 20 jun. 2022.

Capítulo 15

Atividades

1. **a)** 0,12: 1 décimo e 2 centésimos (ou 12 centésimos).
b) 0,038: 3 centésimos e 8 milésimos (ou 38 milésimos).
c) 4,5: 4 inteiros e 5 décimos.
d) 52,389: 52 inteiros, 3 décimos, 8 centésimos e 9 milésimos (ou 52 inteiros e 389 milésimos).

2. **A:** Se 0 não é algarismo da parte inteira, ele só pode ser o dos centésimos. Sobra o algarismo 5, que deve ser o das dezenas. O número é 54,8012.

B: Se 2 não é algarismo da parte decimal, é da parte inteira. Como o 8 está em uma posição que vale $\frac{1}{10}$ da posição do 2, o 8 é o algarismo das unidades, e o 2, o das dezenas. Como o 4 é o algarismo dos décimos e o 1 ocupa uma posição que vale $\frac{1}{10}$ do 4, o 1 é o algarismo dos décimos. O 0 ocupa a posição que falta: a dos milésimos. O número é 28,4105.

a) **A:** 54,8012; **B:** 28,4105.
b) 5 é o algarismo das dezenas.
c) Cinco dezenas, quatro unidades, oito décimos, um milésimo e dois décimos de milésimo, ou cinquenta e quatro inteiros, oito mil e doze décimos de milésimo.
d) 0 (zero) é o algarismo dos milésimos.
e) Duas dezenas, oito unidades, quatro décimos, um centésimo e cinco décimos de milésimo, ou vinte e oito inteiros e quatro mil cento e cinco décimos de milésimo.

3. Um milionésimo e $\frac{1}{1\,000\,000}$.

4. Quindim: sete reais e oitenta centavos.
Torta de banana: trinta e três reais e sessenta e cinco centavos.
Cajuzinho: cinco reais e oitenta e quatro centavos.
Torta de morango: cinquenta e um reais e dezoito centavos.
Bolo de fubá: dezessete reais e oitenta e três centavos.
Brigadeiro: seis reais e trinta e cinco centavos.
Beijinho: quatro reais e cinquenta e dois centavos.
Maria-mole: três reais e cinquenta centavos.
Bolo de maçã: quarenta e sete reais e noventa e três centavos.
Bolo da casa: vinte e seis reais e vinte e sete centavos.

Participe (p. 195)

a) $\frac{20}{100}$. Sim, porque seu denominador é 100.
b) 0,25; $\frac{25}{100}$.
c) R$ 25,00
d) 0,55

5. $109,25 = \frac{10\,925}{100}$ $13,027 = \frac{13\,027}{1000}$

$2,05 = \frac{205}{100}$ $0,594 = \frac{594}{1000}$

$0,31 = \frac{31}{100}$ $0,2 = \frac{2}{10}$

$3,7 = \frac{37}{10}$

6. **a)** $75,401 = \frac{75\,401}{1000}$ **d)** $0,0013 = \frac{13}{10\,000}$

b) $1\,986,712 = \frac{1\,986\,712}{1000}$ **e)** $9,4247 = \frac{94\,247}{10\,000}$

c) $66,123 = \frac{66\,123}{1000}$

7. **a)** $\frac{6\,428}{100} = 64,28$ **d)** $\frac{47}{1000} = 0,047$

b) $\frac{281}{10} = 28,1$ **e)** $\frac{27}{100\,000} = 0,00027$

c) $\frac{17}{100} = 0,17$ **f)** $\frac{435}{1000} = 0,435$

8. $\frac{71}{10^3} = \frac{71}{1000} = 0{,}071$ $\qquad \frac{56876}{10^4} = \frac{56876}{10000} = 5{,}6876$

$\frac{37}{10^5} = \frac{37}{100000} = 0{,}00037$ $\qquad \frac{59}{1000} = 0{,}059$

$\frac{723}{10^4} = \frac{723}{10000} = 0{,}0723$

9. Resposta pessoal; exemplo de resposta: multiplicando o numerador e o denominador por 4.

10. a) $\frac{11^{\times 2}}{5_{\times 2}} = \frac{22}{10} = 2{,}2$

b) $\frac{9^{\times 2}}{50_{\times 2}} = \frac{18}{100} = 0{,}18$

c) $\frac{41^{\times 5}}{20_{\times 5}} = \frac{205}{100} = 2{,}05$

d) $\frac{375^{\times 5}}{200_{\times 5}} = \frac{1\,875}{1\,000} = 1{,}875$

e) $\frac{83^{\times 4}}{25_{\times 4}} = \frac{332}{100} = 3{,}32$

f) $\frac{71^{\times 8}}{125_{\times 8}} = \frac{568}{1000} = 0{,}568$

11. $OB = \frac{45}{10}$ de centímetro ou 4,5 centímetros.

$OC = \frac{62}{10}$ de centímetro ou 6,2 centímetros.

$OD = \frac{78}{10}$ de centímetro ou 7,8 centímetros.

$OE = \frac{99}{10}$ de centímetro ou 9,9 centímetros.

12. a) $PR = \frac{17}{8}$ de polegada; $PS = \frac{20}{8} = \frac{5}{2}$ de polegada; $PT = \frac{30}{8} = \frac{15}{4}$ de polegada.

b) $PR = 2{,}125$ polegadas; $PS = 2{,}5$ polegadas; $PT = 3{,}75$ polegadas.

13. *A*: 0,1 $\qquad$ *C*: 1,4 $\qquad$ *E*: 2,5

B: 0,7 $\qquad$ *D*: 1,9

14. a) $1 : 2 = \frac{1}{2}$

b) *A*: $\frac{1}{2}$ ou 0,5 $\qquad$ *B*: $\frac{5}{2}$ ou 2,5 $\qquad$ *C*: $\frac{13}{2}$ ou 6,5

15. a) $1 : 4 = \frac{1}{4}$

b) 0,25

c) *A*: $\frac{3}{4}$ ou 0,75

B: $\frac{9}{4}$ ou 2,25

C: $\frac{14}{4} = \frac{7}{2}$ ou 3,5

D: $\frac{21}{4}$ ou 5,25

E: $\frac{30}{4} = \frac{15}{2}$ ou 7,5

16.

0,3 $\quad$ 1,6 $\quad$ 2,1 $\quad$ 3,3

0 $\quad$ 1 $\quad$ 2 $\quad$ 3 $\quad$ 4

Banco de imagens/Arquivo da editora

17. a) *A*: 38,4; *B*: 39,2; *C*: 40,7.

b) *A*: 0,05; *B*: 0,13; *C*: 0,18; *D*: 0,27.

18. $\frac{19}{2^5}$; sim.

19. a) 6,755

b) $\frac{42}{60}$

c) $1 \cdot 42'$

d) Resposta pessoal.

20.

Fração centesimal	Taxa porcentual
$\frac{11}{100}$	11%
$\frac{135}{100}$	135%
$\frac{1}{100}$	1%
$\frac{100}{100}$	100%

21.

Taxa porcentual	Fração centesimal	Forma irredutível
25%	$\frac{25}{100}$	$\frac{25^{\div 5}}{100_{\div 5}} = \frac{1}{4}$
80%	$\frac{80}{100}$	$\frac{80^{\div 20}}{100_{\div 20}} = \frac{4}{5}$
55%	$\frac{55}{100}$	$\frac{55^{\div 5}}{100_{\div 5}} = \frac{11}{20}$
250%	$\frac{250}{100}$	$\frac{250^{\div 50}}{100_{\div 50}} = \frac{5}{2}$
10%	$\frac{10}{100}$	$\frac{10^{\div 10}}{100_{\div 10}} = \frac{1}{10}$

22. a) $\frac{7}{10} = \frac{70}{100}$

A fração centesimal é $\frac{70}{100}$.

b) $\frac{70}{100} = 70\%$

23. a) 1 em 5 pode ser representado pela fração $\frac{1}{5}$. Como $\frac{1^{\times 20}}{5_{\times 20}} = \frac{20}{100}$, os chineses são 20% da população mundial. Explicação pessoal.

b) $\frac{3^{\times 5}}{20_{\times 5}} = \frac{15}{100} = 15\%$

Logo, 15% dos brasileiros são sulistas. Explicação pessoal.

24. Itens **a** e **b**:

Janela	Fração	Porcentagem
	$\frac{1}{2}$	$\frac{1^{\times 50}}{2_{\times 50}} = \frac{50}{100} = 50\%$
	$\frac{6}{8}$	$\frac{6^{\times 12,5}}{8_{\times 12,5}} = \frac{75}{100} = 75\%$
	$\frac{3}{4}$	$\frac{3^{\times 25}}{4_{\times 25}} = \frac{75}{100} = 75\%$
	$\frac{1}{4}$	$\frac{1^{\times 25}}{4_{\times 25}} = \frac{25}{100} = 25\%$

Ilustrações: Banco de imagens/Arquivo da editora

25.

Taxa percentual	Fração centesimal	Numeral decimal
19%	$\frac{19}{100}$	0,19
213%	$\frac{213}{100}$	2,13
21%	$\frac{21}{100}$	0,21
40%	$\frac{40}{100}$	0,40
6%	$\frac{6}{100}$	0,06

26. a) $\frac{2}{7} \cdot 14 = 4$

b) $\frac{20}{100} \cdot 150 = 30$

c) $\frac{30}{100} \cdot 1\,500 = 450$

d) $\frac{75}{100} \cdot 4\,000 = 3\,000$

27. a) $\frac{3}{5}$ do número é 150.

$\frac{1}{5}$ do número é: $150 : 3 = 50$

$\frac{5}{5}$ do número é: $5 \cdot 50 = 250$

O número é 250. Explicação pessoal.

b) $40\% = \frac{40}{100} = \frac{2}{5}$; $\frac{2}{5}$ do número é 160.

$160 : 2 = 80$
$5 \cdot 80 = 400$
O número é 400. Explicação pessoal.

c) $45\% = \frac{45}{100} = \frac{9}{20}$; $\frac{9}{20}$ do número é 450.

$450 : 9 = 50$
$20 \cdot 50 = 1\,000$
O número é 1 000. Explicação pessoal.

28. a) 100% é o total, portanto as 80 pessoas são brasileiras.

b) 50% é metade, portanto $\frac{80}{2} = 40$ são homens.

c) 25% é um quarto, portanto $\frac{80}{4} = 20$ são solteiras.

d) 10% é um décimo, portanto $\frac{80}{10} = 8$ usam óculos.

29. a) $\frac{1}{4} \cdot 1\,200 = 300$

b) $\frac{100}{100} \cdot 425 = 425$

c) $\frac{1}{10} \cdot 500 = 50$, ou seja, 500.

d) $\frac{1}{2} \cdot 5\,200 = 2\,600$, ou seja, 50%.

e) $\frac{1}{10} \cdot 1\,000\,000 = 100\,000$, ou seja, 10%.

30. a) Se metade dos bens vai ficar com a esposa, então ela ficará com 50%.

b) A outra metade, ou seja, 50%, será dividida igualmente entre os dois filhos. Portanto, cada um ficará com 25%.

31. a) $(10\% \text{ de } 1\,350) = \frac{10}{100} \cdot 1\,350 = 135$

b) $1\,350 - 135 = 1\,215$. Hoje, esse colégio tem 1 215 estudantes.

32. a) $(5\% \text{ de } 1\,900) = \frac{5}{100} \cdot 1\,900 = 45$. São R$ 95,00.

b) $1\,900 - 95 = 1\,805$. Antônio pagou R$ 1.805,00 pelo televisor.

33. a) $(6\% \text{ de } 850) = \frac{6}{100} \cdot 850 = 51$. São R$ 51,00.

b) $850 + 51 = 901$. A mensalidade deste ano está R$ 901,00.

34. a) $(30\% \text{ de } 480) = \frac{30}{100} \cdot 480 = 144$

b) $480 + 144 = 624$. Em dezembro foram vendidos 624 celulares.

35. Se x é a quantidade de horas trabalhadas por Alberta, a quantidade de horas trabalhadas por Jair será $0{,}75x$. Logo, $x + 0{,}75x = 1\,400 \Rightarrow$ $\Rightarrow x = 800$. Alberta deve receber R$ 600,00, e Jair, R$ 800,00. Explicação pessoal.

36. Resposta pessoal.

37. Pessoas declaradas indígenas que vivem em terras indígenas são 522 000, (58% de 900 000).
Dessas, 29% não falam a língua portuguesa. Como $100\% - 29\% = 71\%$, as que falam a língua portuguesa são 370 620 (71% de 522 000).

38. Exemplo de resposta: Em determinado dia, um filme foi exibido em um cinema em 2 sessões, a primeira às 20 h 00 e a segunda às 22 h 00. A primeira sessão estava lotada, com 180 pessoas, das quais 40% eram adultos. À segunda sessão compareceram 120 pessoas, das quais 75% eram adultos. Quantos adultos assistiram ao filme nesse dia no cinema? Resposta: 162 adultos.

39. Exemplo de resposta: Um criador de porcos tinha 140 porcos e vendeu 25% deles. Quantos porcos sobraram? Resposta: 105 porcos.

40. Exemplo de resposta: Marco abriu uma caderneta de poupança para cada filho, Enzo e Bruno, desde que nasceram. Hoje, eles têm um total de R$ 36.000,00 guardados, sendo que Bruno, o mais novo, tem 80% da quantia de Enzo. Quanto tem cada um na caderneta de poupança? Resposta: Enzo tem R$ 20.000,00, e Bruno tem R$ 16.000,00.

Participe (p. 203)

a) Resposta pessoal.

b) Sim; exemplo de justificativa: Porque se multiplicarmos por 10 o numerador e o denominador da primeira fração, obtemos a segunda fração; ou, se dividirmos por 10 o numerador e o denominador da segunda fração, obtemos a primeira fração.

c) Exemplo de resposta: São em números decimais; ambos representam o mesmo valor.

41. a) Incorreta, pois 2,54 é o número dois inteiros e cinquenta e quatro centésimos e 25,4 é vinte e cinco inteiros e quatro décimos.

b) Correta, pois $\frac{371}{10} = \frac{370 + 1}{10} = \frac{370}{10} + \frac{1}{10} = 37 + \frac{1}{10}$, ou seja, 37,1 e $37 + \frac{1}{10}$ representam trinta e sete inteiros e um décimo.

c) Correta, pois $0{,}05 = \frac{5}{100}$; $0{,}050 = \frac{50}{1000}$ e $\frac{50}{1000} = \frac{5}{100}$.

d) Incorreta, pois 0,07 são sete centésimos e 0,7 são sete décimos.

e) Correta, pois $97{,}800 = 97\frac{800}{1000}$; $97{,}8 = 97\frac{8}{10}$ e $\frac{800}{1000} = \frac{8}{10}$.

f) Correta, pois $489{,}87 = 489\frac{87}{100} = \frac{48\,900 + 87}{100} = \frac{48\,987}{100}$.

Justificativas pessoais.

42. a) $0{,}71 \cdot 10 = 7{,}1$

b) $0{,}0789 \cdot 100 = 7{,}89$

c) $8{,}9741 \cdot 1\,000 = 8\,974{,}1$

d) $12{,}5 \cdot 100 = 1\,250$

43. a) $0{,}71 : 10 = 0{,}071$

b) $123{,}5 : 100 = 1{,}235$

c) $476{,}4 : 10 = 47{,}64$

d) $876{,}5 : 1\,000 = 0{,}8765$

44. a) $10^2 \cdot 14{,}2861 = 1\,428{,}61$; pois $\frac{1\,428{,}61}{10^2} = 14{,}2861$.

b) $10^3 \cdot 0{,}00415 = 4{,}15$; pois $\frac{4{,}15}{10^3} = 0{,}00415$.

c) $10^5 \cdot 97{,}415 = 9\,741\,500$; pois $\frac{9\,741\,500}{10^5} = 97{,}415$.

d) $18{,}4152 : 10^2 = 0{,}184152$; pois $0{,}184152 \cdot 10^2 = 18{,}4152$.

e) $(100 \text{ ou } 10^2) \cdot 3{,}43 = 343$; pois $\frac{343}{3{,}43} = 100 \text{ ou } 10^2$.

f) $117{,}8 : 10 = 11{,}78$; pois $\frac{117{,}8}{11{,}78} = 10$.

g) $12\,750 : 100\,000 = 0{,}1275$; pois $\frac{12\,750}{0{,}1275} = 100\,000$.

45. a) 8,76
b) 35
c) R$ 243,08
d) 1,342
e) 50
f) R$ 13.504,80
g) 0,09
h) R$ 158,30

46. a) 1% de R$ 1.900,00 = R$ 19,00
b) 10% de R$ 1.900,00 = R$ 190,00
c) R$ 1.900,00 + R$ 190,00 = R$ 2.090,00
d) 1% de R$ 2.090,00 = R$ 20,90

47. Exemplo de resposta: Um grande magazine lançou uma promoção de 20% de desconto para todos os itens. Além disso, um consumidor conseguiu um cupom que lhe garantiria comprar 5 camisas e pagar apenas o valor de 4 delas. Considerando o desconto e o cupom, de quanto será o desconto no valor de 1 camisa apenas? Resposta: Supondo que cada camisa custaria inicialmente 100 reais, o consumidor gastaria $\frac{80}{100} \cdot 4 \cdot 100$ reais $= 320$ reais e levaria 5 camisas; portanto, dividindo o custo igualmente, cada uma custaria 64 reais, o que corresponde a um desconto de 36%.

48. Menor; exemplo de resposta: O preço de um automóvel que custava inicialmente R$ 100.000,00 sofreu 2 reajustes consecutivos: um desconto de 10% e um aumento de 10% em relação ao valor após o desconto. O valor final do automóvel é maior ou menor do que o inicial? Qual é o valor do automóvel após as 2 alterações de preço? Resposta: Menor; R$ 99.000,00.

Participe (p. 206)

I. a) 0,6 e 0,60.
b) Ambos representam a mesma quantidade.

II. a) 2,322; 2,135.
b) 2,322. Exemplo de explicação: os inteiros são iguais, mas 322 milésimos é maior do que 135 milésimos.

49. a) 197 ou 1,97.
Com o mesmo número de casas: 197,00 ou 1,97.
Eliminando as vírgulas: 19 700 ou 197.
Como $19\,700 > 197$, temos $197 > 1{,}97$. Assim, 197 é maior.
b) 0,98 ou 11,1.
0,98 ou 11,10.
$98 < 1\,110$
O maior é 11,1.
c) 0,21 ou 0,12.
$21 > 12$
O maior é 0,21.

50. a) 0,036 ou 0,170.
$36 < 170$
O sinal é $<$.
b) 9,999 ou 9,997.
$9\,999 > 9\,997$
O sinal é $>$.
c) 7,878 ou 7,870.
$7\,878 > 7\,870$
O sinal é $>$.

51. a) *A*: 1,25
B: 1,5
C: 3,15
D: 4,68
E: 4,8
F: 6,35
G: 6,5
b) 4,8; 6,35 e 6,5.

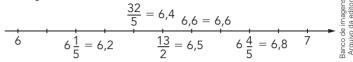
52. $6\frac{1}{5} = 6{,}2$

$\frac{32}{5} = 6{,}4$

$\frac{13}{2} = 6{,}5$

$6{,}6 = 6{,}6$

$6\frac{4}{5} = 6{,}8$

Banco de imagens/Arquivo da editora

Organizando em ordem crescente, temos:
$6\frac{1}{5} < \frac{32}{5} < \frac{13}{2} < 6{,}6 < 6\frac{4}{5}$.

53. a) Poupança: $\frac{35}{100} \cdot$ R$ 1.050,00 = R$ 367,50.

Manutenção: $\frac{32}{100} \cdot$ R$ 1.050,00 = R$ 336,00.

Despesas na farmácia: $\frac{8}{100} \cdot$ R$ 1.050,00 = R$ 84,00.

Presente para Manuela: $\frac{6}{100} \cdot$ R$ 1.050,00 = R$ 63,00.

Pequenas despesas: $\frac{4}{100} \cdot$ R$ 1.050,00 = R$ 42,00.

b) Restam a Jorge: 100% − 35% − 32% − 8% − 6% − 4% = 15%.

54. a) Lapiseira: $\frac{24}{100} \cdot$ R$ 63,00 = R$ 15,12.

Bijuteria: $\frac{6}{100} \cdot$ R$ 63,00 = R$ 3,78.

Lanche: $\frac{30}{100} \cdot$ R$ 63,00 = R$ 18,90.

b) 24% + 6% + 30% = 60%
Sobram: 100% − 60% = 40%.
$\frac{40}{100} \cdot$ R$ 63,00 = R$ 25,20
c) Maior.

Capítulo 16

Participe (p. 208)

a) Adição. Exemplo de resposta: Aproximadamente R$ 154,00.

b) $\frac{15\,350}{100}$; 153,50.

c)
$$\begin{array}{r} 139{,}90 \\ 10{,}80 \\ +\quad 2{,}80 \\ \hline 153{,}50 \end{array}$$

d) Resposta pessoal. Espera-se que sim. R$ 153,50.
e) Resposta pessoal.
f) Resposta pessoal.
g) Porque podemos acrescentar ou eliminar zeros à direita da parte decimal sem alterar valor.

Atividades

1. a)

$$\begin{array}{r} 4{,}10 \\ +\ 5{,}78 \\ \hline 9{,}88 \end{array}$$

b)

$$\begin{array}{r} 9{,}78 \\ +\ 97{,}80 \\ \hline 107{,}58 \end{array}$$

2. a) Espera-se que os estudantes estimem: 543, 544, 545, …

b) $5{,}62 + 437{,}98 + 99{,}90 = 543{,}50$

c) Resposta pessoal. Espera-se que os estudantes respondam que sim.

3. a)

$$\begin{array}{r} 5{,}789 \\ -\ 1{,}230 \\ \hline 4{,}559 \end{array}$$

b)

$$\begin{array}{r} 6{,}010 \\ -\ 5{,}981 \\ \hline 0{,}029 \end{array}$$

c)

$$\begin{array}{r} 7{,}56 \\ -\ 1{,}42 \\ \hline 6{,}14 \end{array}$$

d)

$$\begin{array}{r} 7{,}020 \\ -\ 6{,}954 \\ \hline 0{,}066 \end{array}$$

4.

$$\begin{array}{r} 78{,}04 \\ 7\,804{,}00 \\ +\ 780{,}40 \\ \hline 8\,662{,}44 \end{array}$$

Camila conversa com Gustavo.

$$\begin{array}{r} 6\,471{,}25 \\ -\ 4\,982{,}31 \\ \hline 1\,488{,}94 \end{array}$$

Luís conversa com Alexandre.

$$\begin{array}{r} 0{,}4172 \\ 5{,}9410 \\ +\ 486{,}3800 \\ \hline 492{,}7382 \end{array}$$

Ricardo conversa com Priscila.

$$\begin{array}{r} 5{,}910 \\ +\ 3{,}084 \\ \hline 8{,}994 \end{array}$$

Maurício conversa com Bela.

5. a) Espera-se que os estudantes estimem valores próximos de R$ 25,00.

b) R$ 100,00 − R$ 25,15 − R$ 48,60 = R$ 26,25

c) Espera-se que os estudantes respondam que sim.

6. a) $12{,}32 > 6{,}75 > 3{,}05 > 2{,}89 > 2{,}69 > 2{,}52 > 2{,}22$
As cinco cidades mais populosas são: São Paulo, Rio de Janeiro, Brasília, Salvador e Fortaleza.

b) $12{,}32 + 6{,}75 + 3{,}05 + 2{,}89 + 2{,}69 = 27{,}70$
27,70 milhões de habitantes.

c) Vamos adicionar as populações das outras 5 cidades:
$3{,}05 + 2{,}89 + 2{,}69 + 2{,}52 + 2{,}22 = 13{,}37$ (milhões de habitantes).
Como $12{,}32 < 13{,}37$, a afirmação é falsa.

d) 25% é $\frac{1}{4}$.

$\left(\frac{1}{4} \text{ de 12 milhões}\right) = 3$ milhões

Como a população de São Paulo é pouco maior que 12 milhões, $\frac{1}{4}$ dela é pouco maior que 3 milhões. A cidade que mais se aproxima dessa população é Brasília.

7. a) $3{,}64 + 8{,}76 = 12{,}40$
$20{,}00 - 12{,}40 = 7{,}60$
O troco seria de R$ 7,60.

b) Dei ao caixa: $20{,}00 + 0{,}40 = 20{,}40$
$20{,}40 - 12{,}40 = 8{,}00$
Recebi R$ 8,00 de troco.

8.

$$\begin{array}{r} 5{,}080 \\ 71{,}770 \\ +\ 13{,}496 \\ \hline 90{,}346 \end{array}$$

Alexandre

$$\begin{array}{r} 497{,}215 \\ -\ 389{,}789 \\ \hline 107{,}426 \end{array}$$

Ricardo

$$\begin{array}{r} 11{,}0080 \\ 13{,}2476 \\ +\ 2{,}0000 \\ \hline 26{,}2556 \end{array}$$

Maurício

$$\begin{array}{r} 117{,}4000 \\ -\ 98{,}8715 \\ \hline 18{,}5285 \end{array}$$

Priscila

$$\begin{array}{r} 10{,}0000 \\ -\ 8{,}4175 \\ \hline 1{,}5825 \end{array}$$

Gabriela

Alexandre encontrou Maurício e juntos foram à casa de Gabriela. Lá eles encontraram Ricardo e Priscila, e a turma toda foi ao cinema.

9. Exemplo de resposta: Claudete levou R$ 50,00 para fazer uma compra nesse supermercado. Ela comprou uma dúzia de ovos por R$ 8,45, um quilograma de moela bovina por R$ 11,03 e um litro de leite por R$ 6,79. Ao pagar, recebeu um troco pouco maior do que o devido, pois o caixa não tinha moeda de 1 centavo. Com pelo menos quantos reais ela voltou para casa? Resposta: R$ 23,75.

10. Exemplo de resposta: Quantos habitantes havia nas 2 cidades mais populosas da região Nordeste em 2020? Resposta: 5,6 milhões de habitantes.

Na olimpíada (p. 211)

O problema do troco

$2 \cdot 100{,}00 - 126{,}80 = 200{,}00 - 126{,}80 = 73{,}20$

O troco foi de R$ 73,20. Logo, alternativa **e**.

11. a) Espera-se que os estudantes estimem valores próximos de 165 000 $(165\,000 = 110\,000 + 55\,000)$.

b) $110\,500 \cdot 1{,}50 = 165\,750$

c) Espera-se que o resultado seja confirmado.

d) Espera-se que os estudantes respondam que sim.

12.

$$\begin{array}{r} 4{,}71 \\ \times\ \ 3 \\ \hline 14{,}13 \end{array}$$

laranja

$$\begin{array}{r} 5{,}05 \\ \times\ \ 4 \\ \hline 20{,}20 \end{array}$$

farinha de trigo

$$\begin{array}{r} 5{,}1 \\ \times\ 7{,}4 \\ \hline 204 \\ +\ 357\ \\ \hline 37{,}74 \end{array}$$

açúcar

$$\begin{array}{r} 9{,}72 \\ \times\ 3{,}15 \\ \hline 4860 \\ 972\ \\ +\ 2916\ \ \\ \hline 30{,}6180 \end{array}$$

ovos

$$\begin{array}{r} 2{,}8 \\ \times\ 4{,}15 \\ \hline 140 \\ 28\ \\ +\ 112\ \ \\ \hline 11{,}620 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 11{,}62 \\ \times\ 7{,}3 \\ \hline 3486 \\ +\ 8134\ \\ \hline 84{,}826 \end{array}$$

fermento

13. a) 3 · R$ 8,25 = R$ 24,75
b) 4 · R$ 8,25 = R$ 33,00

14. Exemplo de resposta: Em um posto, 1 litro de gasolina custava R$ 5,75 e o preço foi aumentado em 20%. Quantos reais passou a custar o litro de gasolina? Resposta: R$ 6,90.

15. R$ 209,97 (pois 3 · 69,99 = 209,97).

16. $(0,2)^2 = 0,2 \cdot 0,2 = 0,04$
$(1,3)^2 = 1,3 \cdot 1,3 = 1,69$
$(0,4)^3 = 0,4 \cdot 0,4 \cdot 0,4 = 0,16 \cdot 0,4 = 0,064$
$(3,1)^2 = 3,1 \cdot 3,1 = 9,61$
$(0,7)^3 = 0,7 \cdot 0,7 \cdot 0,7 = 0,49 \cdot 0,7 = 0,343$
$(1,1)^2 = 1,1 \cdot 1,1 = 1,21$

17. a) $1,69 - 0,064 = 1,626$
b) $(1,3 + 1,1 + 0,7)^2 = (3,1)^2 = 9,61$

18. a) $2,25\% = \frac{2,25}{100} = \frac{225}{10\,000}$
b) $27,2\% = \frac{27,2}{100} = \frac{272}{1000}$
c) $6,9\% = \frac{6,9}{100} = \frac{69}{1000}$

19. a) $12,8\% = \frac{12,8}{100} = 0,128$
b) $123\% = \frac{123}{100} = 1,23$
c) $0,6\% = \frac{0,6}{100} = 0,006$

20. a) 4,8% · R$ 2.800,00 = 0,48 · R$ 2.800,00 = R$ 134,40
b) R$ 2.800,00 + R$ 134,40 = R$ 2.934,40

21. $4,8\% \cdot 1\,800 = \frac{4,8}{100} \cdot 1\,800 = 86,40$
1 800,00 + 86,40 = 1 886,40
O acréscimo foi de R$ 86,40. Passou a ganhar R$ 1.886,40.

$20 \cdot 2,5\% \cdot 442\,880 = \frac{12,5}{100} \cdot 442\,880 = 55\,360$
442 880 − 55 360 = 387 520
Em 2017 eram 387 520 habitantes.

22. a) Compra de Marcos: 3 · 1,45 = 4,35; 1 · 6,25 = 6,25; 4 · 3,30 = = 13,20; 2 · 4,50 = 9,00; 5 · 3,25 = 16,25; 2 · 2,80 = 5,60; 3 · 3,50 = 10,50; 1 · 1,50 = 1,50; 4 · 2,30 = 9,20; 1 · 13,00 = = 13,00; 3 · 2,30 = 6,90; 5 · 2,45 = 12,25; 1 · 10,15 = 10,35; 4 · 3,75 = 15,00; total: R$ 133,15.
Compra de Tereza: 2 · 3,25 = 6,50; 3 · 3,50 = 10,50; 1 · 2,80 = = 2,80; 2 · 2,30 = 4,60; 1 · 3,30 = 3,30; 2 · 10,15 = 20,30; 3 · 2,45 = 7,35; 2 · 6,25 = 12,50; 2 · 1,45 = 2,90; 3 · 3,75 = = 11,25; total: R$ 82,00.
Marcos: R$ 180,00 − R$ 133,15 = R$ 46,85.
Tereza: R$ 130,00 − R$ 82,00 = R$ 48,00.
b) 3,50 · R$ 12,40 = R$ 43,40.
c) Desconto: 15% de R$ 17,20 = R$ 2,58.
R$ 17,20 − R$ 2,58 = R$ 14,62

23. Preço do litro antes do aumento: 496,80 : 18 = 27,60.
Preço do litro depois do aumento: $27,60 + \frac{17,5}{100} \cdot 27,60 = 32,43$.
Preço do balde de 15 litros: 15 · 32,43 = 486,45.

24.
```
30 |8
60  3,75
 40
  0
```
Se o grupo tiver 8 alunos, cada um vai contribuir com R$ 3,75.

25. a)
```
63 |2
03  31,5
 10
  0
```
b)
```
75 |4
35  18,75
 30
  20
   0
```
c)
```
83 |8
03  10,375
 30
  60
   40
    0
```
d)
```
18104 |125
 560   144,832
  604
  1040
    400
     250
       0
```

26.
```
18 |8
20  2,25
 40
  0
```
Cada figo custou R$ 2,25.

27. a) Espera-se que os estudantes respondam algo próximo de 400.
b) 3 156 : 8 = 394,50
c) Espera-se que os estudantes respondam que sim.

28.
```
1620385 |4
020      405096,25
  038
    25
     10
      20
       0
```
Cada um recebeu R$ 405.096,25. Estimativa pessoal.

29. a)
```
 70 |16
 60  0,4375
 120
  80
   0
```
$\frac{7}{16} = 0,4375$

b)
```
316 |5
 16  63,2
  10
   0
```
$\frac{316}{5} = 63,2$

c)
```
200 |25
  0  0,08
```
$\frac{2}{25} = 0,08$

d)
```
100 |20
  0  0,05
```
$\frac{1}{20} = 0,05$

30. a) $2,\overline{6}$
b) $9,\overline{18}$

31. Exemplo de resposta: Cláudia foi à farmácia e comprou 2 caixas de remédio, que custaram R$ 214,45 cada uma, além de 5 caixas de máscaras, que custaram R$ 35,30 cada uma. Ela optou por pagar no cartão de crédito em 6 parcelas iguais. Quanto vai custar cada parcela? Resposta: R$ 100,90.

32. Exemplo de resposta: Luciana, Bianca e Fernanda trabalham na mesma empresa. Para chegarem ao trabalho, Fernanda leva metade da medida de tempo de Luciana e a medida de tempo que Fernanda leva equivale a quatro quintos da medida de tempo que Bianca leva para chegar ao trabalho. Se adicionarmos as medidas de tempo que as três funcionárias levam, obtemos 3,4 horas. Quanto tempo leva cada uma para ir de casa até o trabalho? Resposta: Fernanda leva 0,8 h (48 minutos), Luciana leva 1,6 h (1 h 36 minutos) e Bianca leva 1 h (60 minutos).

33.

$$\begin{array}{r|l} 9 & 5 \\ \hline 40 & 1{,}8 \\ 0 & \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} 12 & 7 \\ \hline 50 & 1{,}7 \\ 1 & \end{array}$$

Como 1,8 > 1,7, temos $\frac{9}{5} > \frac{12}{7}$.

34. a) R$ 333,3333...

b) Lara R$ 334,00; Nicole e Nuno, R$ 333,00 cada um.

35. a) Até a segunda casa decimal: $\frac{17}{2} = 8{,}50$, $\frac{94}{11} = 8{,}54$ e $\frac{171}{20} =$ $= 8{,}55$. A maior fração é $\frac{171}{20}$.

b) Até a 23ª decimal: $\frac{461}{90} = 5{,}122$ e $\frac{1537}{300} = 5{,}123$. A maior fração é $\frac{1537}{300}$.

Participe (p. 219)

a) Divisão; 15,60 : 1,20.

b) $15{,}60 = \frac{1560}{100}$; $1{,}20 = \frac{120}{100}$.

c) $\frac{1560}{100} : \frac{120}{100}$. Resposta pessoal.

d) $\frac{1560}{100} : \frac{120}{100} = \frac{1560}{100} \cdot \frac{100}{120} = \frac{1560}{120} = 13$; 13 toalhas.

Logo, dividir 15,60 por 1,20 é o mesmo que dividir 1 560 por 120.

$$\begin{array}{r|l} 1560 & 120 \\ \hline 0 & 13 \end{array}$$

e) 13

36. a) 2,4 : 0,12 = 2,40 : 0,12 = 240 : 12 = 20

b) 5,85 : 0,003 = 5,850 : 0,003 = 5 850 : 3 = 1 950

c) 14,7 : 0,003 = 14,700 : 0,003 = 14 700 : 3 = 4 900

37. Gustavo: 2,9 : 31,8 = 29 : 318.

$$\begin{array}{r|l} 2900 & 318 \\ \hline 38 & 0{,}09 \end{array}$$

Gustavo vai ganhar um *tablet*.

Priscila: 0,729 : 0,81 = 0,729 : 0,810 = 729 : 810.

$$\begin{array}{r|l} 7290 & 810 \\ \hline 0 & 0{,}9 \end{array}$$

Priscila vai ganhar um livro.

Gabriela: 48,6 : 0,16 = 48,60 : 0,16 = 4 860 : 16.

$$\begin{array}{r|l} 4860 & 16 \\ \hline 060 & 303{,}75 \\ 120 & \\ 80 & \\ 0 & \end{array}$$

Gabriela vai ganhar uma boneca.

Ricardo: 9,81 : 2,4 = 9,81 : 2,40 = 981 : 240.

$$\begin{array}{r|l} 981 & 240 \\ \hline 2100 & 4{,}08 \\ 180 & \end{array}$$

Ricardo vai ganhar uma bola de vôlei.

Luciana: 0,3 : 0,008 = 0,300 : 0,008 = 300 : 8.

$$\begin{array}{r|l} 300 & 8 \\ \hline 60 & 37{,}5 \\ 40 & \\ 0 & \end{array}$$

Luciana vai ganhar uma bicicleta.

38. a) Como Tainara levou R$ 20,00, ela poderá comprar 3 quindins por: 3 · R$ 5,80 = R$ 17,40.

Vai sobrar de troco: R$ 20,00 − R$ 17,40 = R$ 2,60. Com esse troco não é possível comprar outro quindim.

Conclusão: Tainara pode comprar no máximo 3 quindins e terá R$ 2,60 de troco.

b) Como Tainara levou R$ 20,00, ela não poderá comprar 5 brigadeiros, pois o custo passaria de R$ 20,00.

Como 4 brigadeiros custam menos de R$ 20,00, seria possível comprar 4, e o troco seria:

R$ 20,00 − R$ 19,40 = R$ 0,60

39. 2 · 750 = 1 500

1 500 : 187,5 = 8

Podem ser servidos 8 copos.

40. a) 18 : 3,6 = 5. Cabem 5 galões em 1 lata.

b) 3,6 : 0,9 = 4. Cabem 4 latinhas em 1 galão.

c) Para carregar o menor número de embalagens, devemos começar pelas maiores. Cada lata tem 18 litros. Para comprar 30 litros:

$$\begin{array}{r|l} 30 & 18 \\ \hline 12 & 1 \end{array}$$

2 · 18 = 36

36 − 30 = 6

Comprando 2 latas vão sobrar 6 litros.

Comprando 1 lata vão faltar 12 litros.

Vamos dividir 12 por 3,6:

12 : 3,6 ≃ 3,3

Comprando 1 lata e 4 galões vão sobrar 2,4 litros:

4 · 3,6 = 14,4

14,4 − 12 = 2,4

Comprando 1 lata e 3 galões vai faltar:

12 − 3 · 3,6 = 12 − 10,8 = 1,2 (litro)

Cada latinha tem 0,9 litro. Para comprar 1,2 litro, portanto, só uma latinha não basta.

Comprando 2 latinhas vai sobrar:

$2 \cdot 0{,}9 - 1{,}2 = 1{,}8 - 1{,}2 = 0{,}6$ (litro)

A menor sobra possível é 0,6 litro. Para garantir essa sobra, com o menor número de embalagens, Pedro deve comprar 1 lata, 3 galões e 2 latinhas.

41. Exemplo de resposta: Na livraria de Carolina, com 45 reais consigo comprar 6 livros infantis ou 4 revistas em quadrinhos. Quantos reais vou pagar na compra de 2 livros infantis e 1 revista em quadrinhos? Resposta: R$ 26,25.

42. Exemplo de resposta: Qual porcentagem do investimento recebido é oriunda de empresas estrangeiras? Resposta: 7,5%.

43. Como os ovos custaram R$ 51,60 $(4 \cdot 12{,}90 = 51{,}60)$, cada garrafa do suco custou R$ 19,99 $\left(\frac{111{,}57 - 51{,}60}{3} = \frac{59{,}97}{3} = 19{,}99\right)$.

Portanto, o custo de 4 garrafas de suco e 3 dúzias de ovos seria R$ 118,66 $(4 \cdot 19{,}99 + 3 \cdot 12{,}9)$.

Na mídia

1. Um terço das moedas emitidas no país fica fora de circulação por ano.

(5 reais) − (3 reais e 83 centavos) = (4 reais e 100 centavos) − (3 reais e 83 centavos) = 1 real e 17 centavos.

Em moedas:

- 1 de 1 real;
- 1 de 10 centavos;
- 1 de 5 centavos;
- 2 de 1 centavo.

No mínimo 5 moedas. Poderiam ser necessárias mais moedas. Por exemplo, trocando a moeda de 1 real por duas de 50 centavos.

2. Exemplo de resposta: A falta de moedas no comércio pode gerar quebra de caixa e despesas operacionais, aumentando o custo dos produtos. Outra consequência é o risco à segurança: ao trocar moedas por um valor grande em cédulas, a pessoa pode ser assaltada ou perder dinheiro. Resposta pessoal.

3. A soma das quantidades de moedas nas duas tabelas é aproximadamente 28,7 bilhões, e a soma de valores, 7,6 bilhões de reais.

4. Estavam em circulação: $28{,}7 - \left(\frac{1}{3} \cdot 28{,}7\right) \simeq 19{,}1$; ou seja, aproximadamente 19,1 bilhões de moedas.

5. $\frac{3\,312\,214\,795}{4} = 828\,053\,698$; $\frac{3\,312\,214\,795}{28\,651\,024\,350} \simeq 0{,}11 = 11\%$.

Devem ser escritos os números 828 e 11.

Educação financeira

As respostas dependem de situações individuais ou de informações a serem pesquisadas no momento da aplicação das atividades.

Na Unidade

1. $\frac{35}{100} = 0{,}35$. Logo, alternativa **b**.

2. $\frac{11}{20} = 0{,}55$. Logo, alternativa **a**.

3. O algarismo 7 no número 2,4175 vale 0,007 e $0{,}007 = \frac{7}{1000}$. Logo, alternativa **d**.

4. Comparando os números, temos:

a) $2{,}305 < 2{,}31$

b) $2{,}205 < 2{,}31$

c) $2{,}315 > 2{,}31$ e $2{,}315 < 2{,}32$

d) $2{,}309 < 2{,}31$

Logo, alternativa **c**.

5. **a)** Dois inteiros e trezentos e cinco milésimos.

b) Dois inteiros e duzentos e cinco milésimos.

c) Dois inteiros e trezentos e quinze milésimos.

d) Dois inteiros e trezentos e nove milésimos.

$$2{,}315 > 2{,}309 > 2{,}305 > 2{,}205$$

6. Se dois chocolates custam R$3,00, então cada chocolate custa R$ 1,50.

$$13{,}50 : 1{,}50 = 9$$

Portanto, ele poderá comprar 9 chocolates. Logo, alternativa **c**.

7. Pão de queijo: $3 \cdot 5{,}20 = 15{,}60$; R$ 15,60.

Refrigerante: $2 \cdot 4{,}35 = 8{,}70$; R$ 8,70.

Total da compra: R$ 15,60 + R$ 8,70 = R$ 24,30.

Troco: R$ 50,00 − R$ 24,30 + R$ 0,30 = R$ 26,00.

O troco será de R$ 26,00. Logo, alternativa **c**.

8. Bento pagou no total pela bicicleta:

$480 + 12 \cdot 108{,}00 = 480 + 1\,296{,}00 = 1\,776$; R$ 1.776,00.

Comparando o valor pago por Bento e o valor da bicicleta à vista, temos: $1\,776 - 1\,560 = 216$; R$ 216,00.

Logo, alternativa **b**.

9. $\frac{1}{4} = 0{,}25$

$\frac{25}{100} = 0{,}25$

Logo, alternativa **b**.

10. As pessoas entre 30 e 45 anos correspondem a: $\frac{1}{5} = \frac{20}{100} = 20\%$.

A população com 45 anos ou menos corresponde a: $55\% + 20\% = 75\%$.

Portanto, a população com idade superior a 45 anos é: $100\% - 75\% = 25\%$. Logo, alternativa **b**.

11. $(0{,}01)^3 = 0{,}01 \cdot 0{,}01 \cdot 0{,}01 = 0{,}000001$

Logo, alternativa **c**.

12. $\frac{1}{4} = 0{,}25 = 250$; 250 gramas. Logo, alternativa **a**.

13. $\frac{24}{10} = 2{,}4$. Logo, alternativa **a**.

Unidade 7

Abertura (p. 225)

Resposta pessoal. O local (zona portuária do Rio de Janeiro) foi escolhido para o mural devido ao grande fluxo de moradores e turistas na região durante os Jogos Olímpicos do Rio-2016.

Capítulo 17

Participe (p. 227)

a) Resposta pessoal. As duas opções estão corretas, porém a sugestão dada por Leandro se aplica melhor, pois a medição por meio do barbante permite uma precisão um pouco maior do que a medição feita pelo pedaço de madeira.

b) Exemplo de resposta: Utilizar palmos ou pés.

c) Respostas pessoais. Exemplo de resposta: Para medir o comprimento de um lápis, você utilizaria uma régua ou uma trena? Justifique.

Atividades

1. Resposta pessoal. Resposta esperada: Sim.
2. Certamente o lápis de Luciana mede mais do que 1 centímetro e caberá menos vezes na largura da carteira do que o centímetro. Logo, a medição feita por Júlia resultará em um número maior do que da medição feita por Luciana.
3. Resposta pessoal. Exemplo de resposta: Supondo um passo menor do que o metro, certamente ele caberá mais vezes no comprimento da quadra.
4. Metro: m.
   Centímetro: cm.
   Decímetro: dm.
   Quilômetro: km.
   Milímetro: mm.
5. **a)** 21 centímetros. **c)** 210 milímetros.
   b) 0,21 metro.
6. **a)** 37,2 m = 37 metros e 2 decímetros
   b) 1,07 m = 1 metro e 7 centímetros
   c) 1,213 m = 1 metro e 213 milímetros

Participe (p. 231)

a) A distância entre as cidades foi medida em quilômetros, e a distância entre a prefeitura e a casa dos avós, em metros.
b) Milímetros; centímetros.
c) Sim, porque ambas as medidas correspondem ao mesmo comprimento.
d) 5 cm equivalem a 50 mm.
e) 80 mm equivalem a 8 cm.
f) 80 mm. Exemplo de resposta: Utilizando a mesma unidade de medida.
g) Exemplo de resposta: Para fazer comparações entre comprimentos ou, ainda, realizar cálculos.
h) Exemplo de resposta: Transformar 8 pés em polegadas, depois, transformar 8 jardas em pés, e depois transformar o resultado em polegadas (8 jardas = 288 polegadas).

7. **a)** 10 dm correspondem a 1 m.
   b) 1,7 km corresponde a 1 700 m.
   c) 129 cm correspondem a 1,29 m.
   d) 548 mm correspondem a 0,548 m.
8. **a)** 1 dm corresponde a 10 cm.
   b) 1 km corresponde a 100 000 cm.
   c) 2,1 m correspondem a 210 cm.
   d) 37 mm correspondem a 3,7 cm.
9. 6º A: 2,1 m + 4,75 m + 5,001 m = 11,851 m → colar.
   6º B: 0,064 km = 64 m; 12,7 dm = 1,27 m; 0,097 km = 97 m; logo, 64 m + 1,27 m + 97 m = 162,27 m → sapatos.
   6º C: 81,7 cm = 0,817 m; 972 mm = 0,972 m; logo, 0,817 m + 0,972 m + 5 m = 6,789 m → perfume.
10. **a)** Exemplo de resposta: A medida de distância percorrida após andar 10 passos foi de 6,5 m, então 6,5 m = 650 cm : 10 = 65 cm. A medida de cada passo é 65 cm.
    b) Exemplo de resposta: O caminho de casa para a escola é realizado a pé, e dou cerca de 2 000 passos para ir e mais 2 000 passos para voltar. Além disso, caminho cerca de mais 2 000 passos para outras atividades. Logo, caminho cerca de 6 000 passos por dia, pois 3 · 2 000 = 6 000, ou seja, não consigo cumprir a meta de 7 000 passos por dia.
    c) Exemplo de resposta: Outras atividades para praticar poderiam ser: andar de bicicleta e fazer natação.
11. **a)** 2,5 · 30 cm = 75 cm
    b) Medida de perímetro da mesa: 4 · 75 cm = 300 cm = 3 m; logo maior do que 2 m.
12. 2,54 cm = 25,4 mm
13. 12 · 2,54 cm = 30,48 cm
14. 12 jardas = 12 · 3 pés = 36 pés = 36 · 30,48 cm = 1 097 cm = = 10,97 m
15. 1 pol ≃ 0,083 pés
    1 pol = 2,54 cm = 25,4 mm
    1 pé = 30,48 cm = 304,8 mm
16. Exemplo de resposta: Carol e o irmão Ruan mediram o comprimento da cama em que dormem usando uma fita métrica. Carol usou o lado da fita graduado em polegadas e obteve a medida de 74 polegadas. Ruan mediu o comprimento da cama usando o outro lado da fita e obteve 150,7 cm. Expresse essas medidas em milímetros e responda: Qual deles tem a cama mais comprida? Resposta: 1 879,6 mm e 1 507 mm; Carol.

Na mídia

1. 10 · 31 mil km = 310 mil km
2. Essa medida de distância varia de acordo com a posição da Lua em sua órbita. A medida de distância média entre o centro da Terra e o centro da Lua é 384 365 km, a medida de distância mais próxima (perigeu) é 363 300 km, e a mais longa (apogeu), é 405 500 km.
3. O asteroide tem largura de três campos de futebol, então: 3 · 105 m = = 315 m.
4. A resposta depende do ano de realização da pesquisa. Em 2022, o edifício mais alto do Brasil é o One Tower, localizado em Balneário Camboriú.
5. 1 hora equivale a 3 600 segundos. Logo, se o asteroide percorre 30 km a cada segundo, em 1 hora ele percorrerá 3 600 · 30 km = 108 000 km. 108 000 km é aproximadamente 100 000 km. Como 1 km = 1 000 m, temos que 100 000 km = 100 000 · 1 000 m = 100 000 000 m = = 10^8 m. O valor do expoente *n* é 8.

Capítulo 18

Atividades

1. **a)** Fechada e simples. **d)** Aberta e simples.
   b) Aberta e simples. **e)** Fechada e não simples.
   c) Fechada e simples.
2. **a)** Simples e fechada.
   b) Largada – S do Senna – Curva do Sol – Reta oposta – Descida do lago – Laranjinha – Pinheirinho – Bico de pato – Mergulho – Junção – Subida dos boxes – Chegada.
3. **a)** Exemplos de resposta: Figura **1**: $\overline{AB}$ e $\overline{BC}$; $\overline{AB}$ e $\overline{BD}$ figura **2**: $\overline{AB}$ e $\overline{BC}$; $\overline{BC}$ e $\overline{BE}$; figura **3**: $\overline{AB}$ e $\overline{BD}$; $\overline{AB}$ e $\overline{BC}$; Figura **4**: $\overline{AO}$ e $\overline{EO}$; $\overline{DO}$ e $\overline{EO}$.
   b) Exemplo de resposta: Figura **1**: $\overline{AB}$ e $\overline{BD}$; figura **2**: $\overline{AB}$ e $\overline{BD}$; figura **3**: $\overline{BC}$ e $\overline{BD}$; figura **4**: $\overline{AO}$ e $\overline{DO}$.
4. **a)** Poligonal **1**: vértices: *A*, *B*, *C*, *D*, *E*, *F* e *G*; poligonal **2**: vértices: *H*, *I*, *J*, *K*, *L* e *M*.
   b) Poligonal **1**: lados: $\overline{AB}$, $\overline{BC}$, $\overline{CD}$, $\overline{DE}$, $\overline{EF}$ e $\overline{FG}$ poligonal **2**: lados: $\overline{HI}$, $\overline{IJ}$, $\overline{JK}$, $\overline{KL}$ e $\overline{LM}$.
5. **a)** Figuras **1** e **2**; figura **3**.
   b) Figura **1**; figuras **2** e **3**.
   c) Figura **1**: 7 vértices e 6 lados. figura **2**: 7 vértices e 6 lados. figura **3**: 8 vértices e 8 lados.

Participe (p. 238)

a) Exemplos de resposta: São polígonos simples; todos são quadriláteros: têm 4 lados e 4 vértices.
b) Polígonos *A*, *B*, *C*, *D*, *E*, *F* e *H*.
c) Polígonos *E*, *F*.
d) Polígono *G*.

6. Exemplos de desenho:

a)

9 vértices: eneágono.

b)

6 vértices: hexágono.

c)

7 vértices: heptágono.

d)

5 lados: pentágono.

e)

10 lados: decágono.

f)

8 lados: octógono.

Ilustrações: Banco de imagens/Arquivo da editora

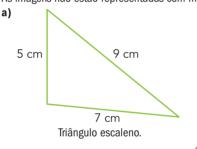
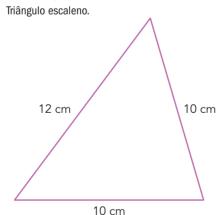
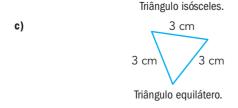
7. a) Polígono **1**: quadrilátero; Polígono **2**: octógono.

b) Polígono **1**: 4 vértices: *A*, *B*, *C*, *D*; Polígono **2**: 8 vértices: *H*, *I*, *J*, *K*, *L*, *M*, *N*, *O*.

c) Polígono **1**: $\overline{AB}$, $\overline{BC}$, $\overline{CD}$ e $\overline{DA}$; Polígono **2**: $\overline{HI}$, $\overline{IJ}$, $\overline{JK}$, $\overline{KL}$, $\overline{LM}$, $\overline{MN}$, $\overline{NO}$ e $\overline{OH}$.

8. a) Triângulo, 3 vértices, 3 lados.

b) Pentágono, 5 vértices, 5 lados.

9. As imagens não estão representadas com medidas reais.

a)

Triângulo escaleno.

b)

Triângulo isósceles.

c)

Triângulo equilátero.

Ilustrações: Banco de imagens/Arquivo da editora

d) Não é possível construir um triângulo com essas medidas de lados.

e)

3 cm

4 cm

5 cm

Triângulo escaleno.

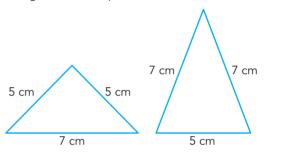
Banco de imagens/Arquivo da editora

10. Não. Se era um triângulo escaleno, os três lados precisariam ter medidas diferentes.

11. a) A afirmação está correta. É possível encontrar dois lados congruentes em um triângulo equilátero, sendo, portanto, isósceles. O contrário, entretanto, nem sempre é verdadeiro, pois há triângulos isósceles com um dos lados de medida diferente dos outros dois lados congruentes.

b) De acordo com a reflexão de Giovanna, o triângulo de lados medindo 3 cm, 3 cm e 3 cm, que foi classificado como triângulo equilátero, também pode ser classificado como isósceles.

12. a) Duas possibilidades: 5 cm, 5 cm, 7 cm e 5 cm, 7 cm, 7 cm.
As imagens não estão representadas com medidas reais.

Banco de imagens/Arquivo da editora

13. a) Triângulo acutângulo; 70°, 45°, 65°.

b) Triângulo obtusângulo; 110°, 45°, 25°.

c) Triângulo retângulo; 90°, 60°, 30°.

14. a) Triângulo retângulo.

b) Triângulo acutângulo.

c) Triângulo obtusângulo.

d) Triângulo obtusângulo.

15. a) A soma das medidas dos ângulos internos de qualquer triângulo dado é igual a 180°.

$45° + 45° + 90° = 180°$

$60° + 60° + 60° = 180°$

$30° + 40° + 110° = 180°$

$37° + 42° + 101° = 180°$

b) Essa propriedade vale para todos os triângulos. Comente com os estudantes que essa propriedade será estudada no 7º ano.

16. Não. Um triângulo com ângulos iguais a 30°, 60° e 90° é um triângulo retângulo, para um triângulo ser obtusângulo, um dos ângulos internos deve ser maior do que 90° e menor do que 180°.

17. a) Os quadriláteros **2**, **3**, **5** e **6** têm dois pares de lados paralelos.

b) Quadriláteros **3** e **6** têm todos os lados iguais.

c) Quadriláteros **2** e **3** têm todos os ângulos retos.

d) Quadriláteros **2**, **3**, **5** e **6** são paralelogramos.

e) Quadriláteros **3** e **6** são losangos.

f) Quadriláteros **2** e **3** são retângulos.

g) Apenas o quadrilátero **3** é um quadrado.

h) O quadrilátero **4** é um trapézio.

18. a) Verdadeira, pois o trapézio é um quadrilátero que possui 2 lados paralelos e o paralelogramo também tem 2 lados paralelos.

b) Falsa, pois o paralelogramo é um quadrilátero que possui 2 pares de lados paralelos, mas o trapézio possui apenas 2 lados paralelos.

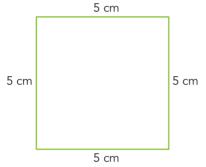
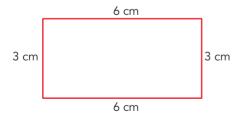
c) Verdadeira, pois o paralelogramo é um quadrilátero que possui 2 pares de lados paralelos e o losango também.

d) Verdadeira, pois o paralelogramo é um quadrilátero que possui 2 pares de lados paralelos, mas o losango, além de possuir 2 pares de lados paralelos, também tem todos os lados congruentes.
e) Falsa, pois o retângulo é um quadrilátero que não possui todos os lados congruentes.
f) Verdadeira, pois o retângulo possui todos os ângulos retos, mas não possui todos os lados congruentes.
g) Verdadeira, pois o quadrado possui 2 pares de lados paralelos assim como o paralelogramo.

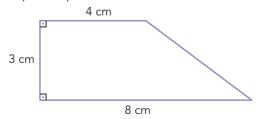
Participe (p. 245)

a) Medir os lados do terreno, adicionar essas medidas e multiplicar o resultado da adição por 3.
b) Para dar uma volta são necessários 168 m, pois
$24 + 24 + 60 + 60 = 168$.
Para dar três voltas são necessários $3 \cdot 168$ m = 504 m.

19. As imagens não estão representadas com medidas reais.
a) O quadrado construído pelos estudantes deve ter lado de medida 5 cm, pois, como seus 4 lados são congruentes e a soma de suas medidas é igual a 20 cm, a medida de cada lado é 20 cm : 4 = = 5 cm.

Banco de imagens/Arquivo da editora

b) Chamamos de C a medida de comprimento do retângulo e de L a medida da largura. A soma das medidas dos lados é 18 cm, então temos que $C + C + L + L = 18$. Como a medida do comprimento é igual ao dobro da medida da largura, temos que $C = 2 \cdot L$.
Logo, $C + C + L + L = 18 \Rightarrow 2 \cdot L + 2 \cdot L + L + L = 18$.
$6 \cdot L = 18 \Rightarrow L = 18$ cm : 6 = 3 cm e $C = 2 \cdot L \Rightarrow$
$\Rightarrow C = 2 \cdot 3$ cm = 6 cm.
O retângulo construído pelos estudantes deve ter lados de medida 3 cm e 6 cm.

c) Exemplo de resposta:

As imagens não estão representadas com medidas reais.

Ilustrações: Banco de imagens/Arquivo da editora

20. P = 8 cm + 4 cm + 3 cm + 5 cm = 20 cm

21. 2 m + 0,003 km + 350 cm = 2 m + 3 m + 3,5 m = 8,5 m
22. 3,8 cm + 3,8 cm + 3,8 cm + 3,8 cm = 15,2 cm
23. O perímetro mede 20 m + 42 m + 19 m + 58 m + 15 m + 21 m, ou seja, 175 m. Cada volta de arame deve ter 175 m, e o arame deve medir $5 \cdot 175$ m, ou seja, 875 m.
24. 60 m + 100 m + 60 m + 100 m = 320 m
25. Resposta pessoal.
26. Resposta pessoal.
27. Em uma volta, ele percorreu $4 \cdot 55$ m, que são 220 m. Em 7 voltas, percorreu $7 \cdot 220$ m, que são 1 540 m.
28. Espera-se que os estudantes identifiquem triângulos (região da testa), retângulos (região dos olhos, na bandeira do Brasil, nas janelas e no prédio ao fundo e dentro da boca), losango (na bandeira do Brasil).
29. a) Sim.
b) Não.
c) Não.
30. a) 6 faces.
b) Retângulo. Não.
31. Triângulo equilátero.

Capítulo 19

Participe (p. 248)

a) Retângulo.
b) Possibilidade: multiplicando 15 por 10.
c) 150 placas.

Atividades

1. a) Peça 6: 2 unidades; peça 3: 2 unidades; peça 4: 4 unidades.
b) Exemplo de resposta: Considere a peça 5 como unidade de medida de área. Qual é a medida de área, nessa unidade, de todas as peças do tangram juntas? Resposta: 4 unidades.
2. Certamente a medida de área da folha do caderno é menor do que 1 m^2 e cabe mais vezes na sala de aula. Logo, Alexandre obteve um número maior do que o número obtido por Júlia.
3. Decímetro quadrado: dm^2.
Quilômetro quadrado: km^2.
Metro quadrado: m^2.
Centímetro quadrado: cm^2.
4. Resposta esperada: A área da sala de aula seria medida em metros quadrados; a tela de um telefone celular, em centímetros quadrados.
5. a) $1\ m^2 = 100\ dm^2$
b) $1\ m^2 = 10\,000\ cm^2$
c) $1\ m^2 = 1\,000\,000\ mm^2$
6. $1\ km^2 = 1\,000\,000\ m^2$
7. a) $0{,}13\ m^2 = (0{,}13 \cdot 100)\ dm^2 = 13\ dm^2$
b) $0{,}9872\ m^2 = (0{,}9872 \cdot 100)\ dm^2 = 98{,}72\ dm^2 = (98{,}72 \cdot 100)\ cm^2 = 9\,872\ cm^2$
c) $0{,}01\ m^2 = (0{,}01 \cdot 100)\ dm^2 = 1\ dm^2$
d) $10{,}32\ m^2 = (10{,}32 \cdot 100)\ dm^2 = 1\,032\ dm^2 = (1\,032 \cdot 100)\ cm^2 = 103\,200\ cm^2$
e) $0{,}0001\ m^2 = (0{,}0001 \cdot 100)\ dm^2 = 0{,}01\ dm^2 = (0{,}01 \cdot 100)\ cm^2 = 1\ cm^2$
f) $1\,000\,000\ m^2 = (1\,000\,000 : 100)\ dam^2 = 10\,000\ dam^2 = (10\,000 : 100)\ hm^2 = 100\ hm^2 = (100 : 100)\ km^2 = 1\ km^2$
8. a) $947\ dm^2 = (947 : 100)\ m^2 = 9{,}47\ m^2$
b) $10\,615\ cm^2 = (10\,615 : 100)\ dm^2 = 106{,}15\ dm^2 = (106{,}15 : 100)\ m^2 = 1{,}0615\ m^2$
c) $3\ km^2 = (3 \cdot 1\,000\,000)\ m^2 = 3\,000\,000\ m^2$
d) $10\,122\,300\ mm^2 = (10\,122\,300 : 1\,000\,000)\ m^2 = 10{,}1223\ m^2$
$10\,615\ cm^2 < 947\ dm^2 < 10\,122\,300\ mm^2 < 3\ km^2$

9. a) $250 \text{ cm}^2 = 0{,}025 \text{ m}^2 \rightarrow 4 \text{ m}^2 + 250 \text{ cm}^2 = 4 \text{ m}^2 + 0{,}025 \text{ m}^2 = 4{,}025 \text{ m}^2$

b) $0{,}5 \text{ km}^2 = 500\,000 \text{ m}^2 \rightarrow 0{,}5 \text{ km}^2 + 600 \text{ m}^2 = 500\,000 \text{ m}^2 + 600 \text{ m}^2 = 500\,600 \text{ m}^2$

c) $3 \text{ dm}^2 = 0{,}03 \text{ m}^2$ e $4 \text{ cm}^2 = 0{,}0004 \text{ m}^2 \rightarrow 2 \text{ m}^2 + 3 \text{ dm}^2 + 4 \text{ cm}^2 = 2 \text{ m}^2 + 0{,}03 \text{ m}^2 + 0{,}0004 \text{ m}^2 = 2{,}0304 \text{ m}^2$

d) $0{,}1 \text{ km}^2 = 100\,000 \text{ m}^2$; $19{,}3 \text{ hm}^2 = 193\,000 \text{ m}^2$ e $74{,}3 \text{ dam}^2 = 7\,430 \text{ m}^2 \rightarrow 0{,}1 \text{ km}^2 + 19{,}3 \text{ hm}^2 + 74{,}3 \text{ dam}^2 = 100\,000 \text{ m}^2 + 193\,000 \text{ m}^2 + 7\,430 \text{ m}^2 = 300\,430 \text{ m}^2$

10. $0{,}16 \text{ km}^2 = 160\,000 \text{ m}^2$; então, como são 400 lotes, a medida de área de cada lote é $160\,000 \text{ m}^2 : 400 = 400 \text{ m}^2$.

11. Exemplo de resposta: Quando montado, um quebra-cabeça tem formato quadrado e sua área mede 36 dm². Sabendo que cada lado deve ser composto de 15 pecinhas, estime a medida de área ocupada por cada pecinha, em centímetros quadrados. Resposta: 16 cm².

12. O quarteirão de uma cidade.

13. O alqueire.

14. a) $15 \text{ a} = (15 \cdot 100) \text{ m}^2 = 1\,500 \text{ m}^2$

b) $1{,}25 \text{ ha} = (1{,}25 \cdot 10\,000) \text{ m}^2 = 12\,500 \text{ m}^2$

c) $2 \text{ alqueires} = (2 \cdot 24\,200) \text{ m}^2 = 48\,400 \text{ m}^2$

15. a) O sítio de Augusta tem medida de área: $15 \text{ ha} = (15 \cdot 10\,000) \text{ m}^2 = 150\,000 \text{ m}^2$ e $150\,000 \text{ m}^2 = 1\,500 \text{ dam}^2 = 15 \text{ hm}^2 = 0{,}15 \text{ km}^2$.

b) A fazenda Lago Azul tem medida de área: $200 \text{ alqueires} = (200 \cdot 24\,200) \text{ m}^2 = 4\,840\,000 \text{ m}^2$ e $4\,840\,000 \text{ m}^2 = 48\,400 \text{ dam}^2 = 484 \text{ hm}^2 = 4{,}84 \text{ km}^2$.

c) A plantação de eucaliptos tem medida de área: $57 \text{ alqueires} = (57 \cdot 24\,200) \text{ m}^2 = 1\,379\,400 \text{ m}^2$.

16. $1 \text{ ha} = 10\,000 \text{ m}^2 \rightarrow 532 \text{ ha} = (532 \cdot 10\,000) \text{ m}^2 = 5\,320\,000 \text{ m}^2 \rightarrow 5\,320\,000 \text{ m}^2 : 7000 \text{ m}^2 = 760$

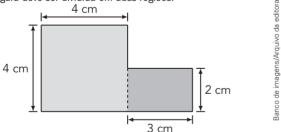
Logo, corresponde a aproximadamente 760 campos de futebol.

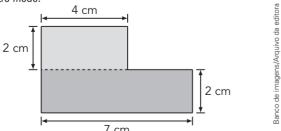
17. Resposta pessoal. O esperado é que os estudantes concluam que a medida de área da região queimada (532 ha) é maior do que 100 alqueires (242 ha). Como 1 alqueire corresponde a 2,42 ha, 100 alqueires correspondem a $(100 \cdot 2{,}42)$ 242 ha, que é maior do que 100 ha.

18. a) $5 \text{ m} \cdot 8 \text{ m} = 40 \text{ m}^2$

b) Cada retângulo tem medida de área $2 \text{ cm} \cdot 1 \text{ cm} = 2 \text{ cm}^2$. Como são 16 retângulos, a medida de área é $16 \cdot 2 \text{ cm}^2 = 32 \text{ cm}^2$.

c) As imagens não estão representadas com medidas reais.

A figura deve ser dividida em duas regiões:

A área mede $(4 \text{ cm} \cdot 4 \text{ cm}) + (2 \text{ cm} \cdot 3 \text{ cm}) = 16 \text{ cm}^2 + 6 \text{ cm}^2 = 22 \text{ cm}^2$.

Outro modo:

A área mede $(4 \text{ cm} \cdot 2 \text{ cm}) + (7 \text{ cm} \cdot 2 \text{ cm}) = 8 \text{ cm}^2 + 14 \text{ cm}^2 = 22 \text{ cm}^2$.

d) Juntando 2 dos triângulos, forma-se um quadrado com lados medindo 1 cm. Os 4 triângulos formam, então, 2 quadrados com lados medindo 1 cm e a área mede $2 \cdot (1 \text{ cm} \cdot 1 \text{ cm}) = 2 \text{ cm}^2$.

e) A medida de área do quadrado é $9 \text{ cm} \cdot 9 \text{ cm} = 81 \text{ cm}^2$. A medida de área do triângulo é metade da medida de área do quadrado, ou seja, $\frac{81}{2} \text{ cm}^2$.

f) A área do retângulo mede $2{,}1 \text{ cm} \cdot 7{,}2 \text{ cm} = 15{,}12 \text{ cm}^2$. A medida de área do triângulo é metade da medida de área do retângulo, ou seja, $7{,}56 \text{ cm}^2$.

19. a) $12 \text{ cm} \cdot 8 \text{ cm} = 96 \text{ cm}^2$

b) $6{,}5 \text{ cm} \cdot 2{,}5 \text{ cm} = 16{,}25 \text{ cm}^2$

c) $1{,}2 \text{ cm} \cdot 1{,}2 \text{ cm} = 1{,}44 \text{ cm}^2$

d) $2{,}7 \text{ m} \cdot 2{,}7 \text{ m} = 7{,}29 \text{ m}^2$

e) Se o lado mede x cm, o perímetro mede $4x$ cm. Como o perímetro mede 20 cm, o lado mede $x = \frac{20 \text{ cm}}{4} = 5 \text{ cm}$. A área mede $5 \text{ cm} \cdot 5 \text{ cm} = 25 \text{ cm}^2$.

20. A área do salão mede $10 \text{ m} \cdot 10 \text{ m} = 100 \text{ m}^2 = 1\,000\,000 \text{ cm}^2$. O lado da lajota mede 20 cm, e a área de cada uma mede $20 \text{ cm} \cdot 20 \text{ cm} = 400 \text{ cm}^2$.

$1\,000\,000 : 400 = 2\,500$

Logo, são necessárias 2 500 lajotas.

21. Medida de área das paredes laterais: $1{,}5 \text{ m} \cdot (7{,}5 + 4{,}5 + 7{,}5 + 4{,}5) \text{ m} = 36 \text{ m}^2$.

Medida de área do fundo: $7{,}5 \text{ m} \cdot 4{,}5 \text{ m} = 33{,}75 \text{ m}^2$.

Medida de área total a revestir: $36 \text{ m}^2 + 33{,}75 \text{ m}^2 = 69{,}75 \text{ m}^2$.

Medida de área de cada azulejo: $0{,}15 \text{ m} \cdot 0{,}15 \text{ m} = 0{,}0225 \text{ m}^2$.

Número de azulejos: $69{,}75 : 0{,}0225 = 3\,100$.

22. Medida de área das paredes: $2 \cdot 18 \text{ m}^2 + 2 \cdot 30 \text{ m}^2 = 96 \text{ m}^2$.

Medida de área do teto: 60 m^2.

Medida de área total: $96 \text{ m}^2 + 60 \text{ m}^2 = 156 \text{ m}^2$.

O pintor deve cobrar: $156 \cdot$ R\$ 6,25 = R\$ 975,00.

23. Exemplo de resposta: Quantos metros quadrados de papel há nesse livro? Cada folha tem medida de área de $21 \text{ cm} \cdot 28 \text{ cm} = 588 \text{ cm}^2$. As 104 folhas do livro têm medida de área de $104 \cdot 588 \text{ cm}^2 = 61\,152 \text{ cm}^2 = 6{,}1152 \text{ m}^2$.

24. Exemplo de resposta: Qual é a medida de área do terreno em que não há a construção da casa? A área do terreno mede $12 \text{ m} \cdot 25 \text{ m} = 300 \text{ m}^2$. A construção ocupa uma medida de área de $10 \text{ m} \cdot 10 \text{ m} = 100 \text{ m}^2$. A área do terreno em que não há construção mede $300 \text{ m}^2 - 100 \text{ m}^2 = 200 \text{ m}^2$.

25. A altura da janela mede 1 m. Subtraindo-se as duas barras de 2 cm, a altura do vidro mede $1 \text{ m} - (2 \cdot 2) \text{ cm} = 1 \text{ m} - 2 \cdot 0{,}02 \text{ m} = 0{,}96 \text{ m}$.

A largura da janela mede 1 m. Subtraindo-se as duas barras de 2 cm e a barra de 3 cm, a largura do vidro mede $1 \text{ m} - (2 \cdot 2) \text{ cm} - 3 \text{ cm} = 1 \text{ m} - (2 \cdot 0{,}02) \text{ m} - 0{,}03 \text{ m} = 0{,}93 \text{ m}$.

Logo, a medida de área da parte de vidro é $0{,}96 \text{ m} \cdot 0{,}93 \text{ m} = 0{,}8928 \text{ m}^2$.

26. Exemplo de resposta: Uma empresa adquiriu um terreno retangular tendo 100 m de frente e 120 m de fundos e cercou o terreno. Qual é a medida de comprimento da cerca e qual é a medida de área do terreno? Resposta: 440 m e 12 000 m².

27. a) As dimensões do retângulo laranja medem 4 cm e 2 cm. As dimensões do retângulo amarelo medem 8 cm e 4 cm.

b) Sim, o retângulo amarelo pode ser obtido pela ampliação do retângulo laranja, pois a medida de cada um dos lados do retângulo laranja multiplicada pelo mesmo número (2) corresponde à medida de cada um dos lados do retângulo amarelo.

c) Medida de perímetro do retângulo laranja:

$4 \text{ cm} + 4 \text{ cm} + 2 \text{ cm} + 2 \text{ cm} = 12 \text{ cm}$.

Medida de perímetro do retângulo amarelo:

8 cm + 8 cm + 4 cm + 4 cm = 24 cm.

Logo, a medida de perímetro do retângulo amarelo equivale a 2 vezes a medida de perímetro do retângulo laranja.

d) Medida de área do retângulo laranja: 4 cm · 2 cm = 8 cm^2.

Medida de área do retângulo amarelo: 8 cm · 4 cm = 32 cm^2.

Logo, a medida de área do retângulo amarelo equivale a 4 vezes a medida de área do retângulo laranja.

e) Não, pois as medidas triplicadas das dimensões do retângulo laranja são: 3 · 4 cm = 12 cm e 3 · 2 cm = 6 cm. Nova medida de área do retângulo laranja: 12 cm · 6 cm = 72 cm^2, que não é o triplo da medida de área inicial do retângulo laranja.

28. As imagens não estão representadas com medidas reais.

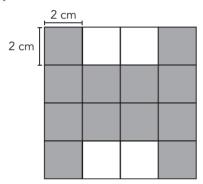
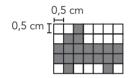
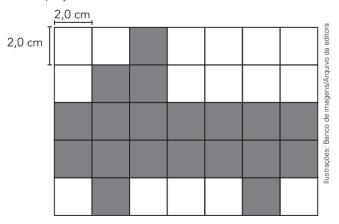
a) Redução.

Ampliação

Ilustrações: Banco de imagens/Arquivo da editora

b) Redução

Ampliação

Ilustrações: Banco de imagens/Arquivo da editora

29. Medida de perímetro da figura original: 12 cm.

Medida de perímetro da figura reduzida: 6 cm.

Medida de perímetro da figura ampliada: 24 cm.

Nas ampliações, a medida de perímetro da figura original foi multiplicada por 2; nas reduções, por $\frac{1}{2}$.

30. Medida de área da figura original: 20 cm^2.

Medida de área da figura reduzida: 10 cm^2.

Medida de área da figura ampliada: 40 cm^2.

Nas ampliações, a medida de área da figura original foi multiplicada por 4; nas reduções, por $\frac{1}{4}$.

31. A medida de perímetro será multiplicada pelo mesmo número, mas a medida de área será multiplicada pelo quadrado desse número.

32. As regiões triangulares *PQR* e *OST* são semelhantes à região triangular *ABC*.

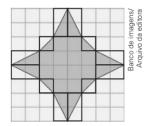
33. Sim. O quadrado de lado medindo 8 cm é uma ampliação do quadrado de lado medindo 5 cm, multiplicando as medidas das dimensões por 1,6 e mantendo os ângulos correspondentes. Além disso, todos os quadrados são semelhantes entre si.

Na olimpíada (p. 259)

O problema dos números

Os números que estão escritos dentro do triângulo são: 3, 4, 5, 6 e 7. Os que estão dentro do círculo são: 1, 2, 4, 5, 6, 8, 9 e 10. Desse modo, os que estão dentro do círculo e do triângulo são: 4, 5 e 6. Como 4 está dentro do quadrado, apenas os números 5 e 6 satisfazem às condições do enunciado. Soma: 5 + 6 = 11. Logo, alternativa **b**.

Estimando a área

Banco de imagens/Arquivo da editora

A figura é composta de 12 quadradinhos inteiros (no centro), 4 metades de 1 quadradinho e 8 metades de retângulos formados por 2 quadradinhos. Portanto, a medida de área total da figura equivale a:

$12 + 4 \cdot \left(\frac{1}{2}\right) + 8 \cdot 1 = 22$. Logo, alternativa **b**.

Matemática e tecnologias

Resposta de acordo com a região poligonal escolhida pelos estudantes, seguindo os passos apresentados na seção.

Na Unidade

1. Como pode-se analisar, João andou 11 cm na malha para chegar à escola. Sabendo que cada centímetro equivale a 12 metros, podemos fazer a conversão da escala de 11 centímetros para metros, multiplicando um pelo outro, obtendo-se: 11 · 12 m = 132 m.

Logo, João percorre 132 m para chegar à escola e a correta é a alternativa **d**.

2. A alternativa **c** é correta, pois o mosaico é formado por trapézios e losangos. Os demais mosaicos contêm hexágonos e triângulos.

3. **a)** Acutângulo, pois todos os seus ângulos internos têm medidas menores do que 90°.

b) Obtusângulo, pois um dos seus ângulos internos tem medida maior do que 90° e menor do que 180°.

c) Retângulo, pois um de seus ângulos internos é um ângulo de 90°.

4. A alternativa **a** é correta, pois os ângulos internos do retângulo e os ângulos internos do quadrado têm medidas iguais a 90°.

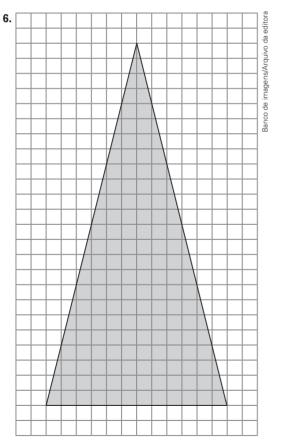
A alternativa **b** é incorreta, pois qualquer polígono que tenha 4 lados é um quadrilátero.

A alternativa **c** é incorreta, pois, para que um polígono seja regular, as medidas de seus lados, assim como as medidas de seus ângulos, devem ser iguais, o que não se encaixa no retângulo e só vale para o quadrado.

A alternativa **d** é incorreta, pois o retângulo possui um par de lados com medidas iguais e o outro par também com medidas iguais, porém a medida do segundo par é diferente da do primeiro.
Logo, alternativa **a**.

5. a) Verdadeira, pois o quadrado é uma figura geométrica plana composta de 4 lados congruentes e 4 ângulos internos congruentes e retos.
b) Falsa, pois o retângulo não possui 4 lados com medidas iguais.
c) Verdadeira, pois a medida de área de um quadrado é igual à medida de seu lado ao quadrado, ou seja, $3^2 = 9$.
d) Falso. Por exemplo, a medida de área de um quadrado com lado medindo 1 cm é 1 cm^2. Ao dobrarmos a medida de lado desse quadrado, temos como medida de lado 2 cm e medida de área 4 cm^2; e 4 cm^2 não é o dobro de 1 cm^2.
e) Falso. Podemos calcular a medida de área dessa figura, pois todo quadrado é também um retângulo. Logo, a medida de área dessa figura é igual à medida do lado ao quadrado, ou, a medida da base multiplicada pela medida da altura, ou seja, $(6 \text{ cm})^2 = 36 \text{ cm}^2$ ou $6 \text{ cm} \cdot 6 \text{ cm} = 36 \text{ cm}^2$.
f) Verdadeira. Tomemos como exemplo um retângulo cuja medida da base é 3 cm, a da largura é 2 cm e a de área é 6 cm^2. Ao dobrarmos as medidas dos lados, obtemos um retângulo cuja medida da base é 6 cm, a da largura é 4 cm e a da área é 24 cm^2. Nota-se que 24 é 4 vezes a medida de área inicial.

6.

Banco de imagens/Arquivo da editora

7. Se a medida de um dos lados dessa folha é 4 cm, a medida do lado paralelo também é 4 cm. Subtraindo da medida de perímetro da folha a soma das medidas encontradas, temos como resultado a soma das medidas dos lados que faltam, ou seja, $40 - (4 + 4) = 32$. Dividindo o resultado por 2, temos que cada medida restante é igual a 16 cm. Logo, a alternativa **c** é correta.

Unidade 8

Abertura (p. 263)

Espera-se que os estudantes respondam que adotam medidas para diminuir o consumo de água, tais como fechar a torneira e o chuveiro para escovar os dentes ou se ensaboar, respectivamente, utilizar água de enxágue da máquina de lavar para limpar o quintal, utilizar mecanismos de captação de água da chuva, com a ajuda de cisternas, por exemplo, etc. Medidas como racionamento de água, incentivos fiscais e campanhas de conscientização são algumas das maneiras de combater o desperdício de água e manter as reservas de água nos períodos de seca.

Capítulo 20

Atividades

1. Justificativas pessoais.
a) Para o hipopótamo adulto, usaria o quilograma ou a tonelada.
b) Para a moto, usaria o quilograma.
c) Para o lápis, usaria o grama.

2. a) $2 \text{ t} = (2 \cdot 1000) \text{ kg} = 2000 \text{ kg}$
b) $16,1 \text{ t} = (16,1 \cdot 1000) \text{ kg} = 16100 \text{ kg}$
c) $6500 \text{ kg} = (6500 : 1000) \text{ t} = 6,5 \text{ t}$
d) $82000 \text{ kg} = (82000 : 1000) \text{ kg} = 82 \text{ t}$

3. a) $8,41 \text{ g} + 0,0701 \text{ kg} = 8,41 \text{ g} + 70,1 \text{ g} = 78,51 \text{ g}$
b) $2,46 \text{ g} + 0,072 \text{ kg} + 71 \text{ dg} + 2336 \text{ mg} =$
$= 2,46 \text{ g} + 72 \text{ g} + 7,1 \text{ g} + 2,336 \text{ g} = 83,896 \text{ g}$
c) $37 \text{ g} + 1,007 \text{ kg} + 727 \text{ dg} + 13 \text{ dg} =$
$= 37 \text{ g} + 1007 \text{ g} + 72,7 \text{ g} + 1,3 \text{ g} = 1118 \text{ g}$

4. a) 20 L de água correspondem a 20 kg de água.
b) 50 L de água correspondem a 50 kg de água.

5. Exemplo de resposta: Em um elevador há uma placa de normas de segurança informando a capacidade de no máximo 8 pessoas ou 600 kg. Em determinado momento havia 8 pessoas na fila para entrar nesse elevador: José com medida de massa de 90 kg, Paula com 54 kg, Maria com 87 kg, Marcelo com 104 kg, Renato com 56 kg, Cíntia com 70 kg, Luiz com 64 kg e Amanda com 88 kg. Todas essas pessoas podem entrar no elevador ao mesmo tempo respeitando as normas de segurança? Justifique sua resposta. Resposta: Não, pois adicionando as medidas de massa das 8 pessoas temos um total de 613 kg, e $613 \text{ kg} > 600 \text{ kg}$.

6. Exemplo de resposta: Juliana comprou 870 g de farinha de linhaça e Marcelo, irmão dela, comprou 120 g a menos do que ela. Quantos miligramas de farinha de linhaça ele comprou? Resposta: 750 000 mg.

7. a) A vaca Mimosa tem $375 \text{ kg} : 15 \text{ kg} = 25$ arrobas.
b) A massa de Valente mede $31 \cdot 15 \text{ kg} = 465 \text{ kg}$.

8. a) A largura da rua mede 702 cm, então o comprimento do pé de Rafael mede $702 \text{ cm} : 27 = 26 \text{ cm}$.
b) O caminhão vazio tem massa medindo 3,25 t; cheio, a massa mede: $3250 \text{ kg} + 122 \cdot 50 \text{ kg} = 3250 \text{ kg} + 6100 \text{ kg} = 9350 \text{ kg} =$ $= 9,35 \text{ t}$.
c) Foram comprados 37,5 kg de legumes e foram gastos $37,5 \cdot \text{R\$ } 3,80 = \text{R\$ } 142,50$.
d) $1,1 \text{ kg} - 0,59 \text{ kg} = 0,51 \text{ kg}$
e) $0,51 \text{ kg} = 510 \text{ g} \rightarrow 510 \text{ g} : 3 \text{ g} = 170$ biscoitos.
f) O recipiente vazio tem massa medindo $780 \text{ g} = 0,78 \text{ kg}$, e os 19 L de água têm massa medindo 19 kg. O total é $0,78 \text{ kg} + 19 \text{ kg} =$ $= 19,78 \text{ kg}$.

9. Exemplo de resposta: Gustavo comprou 3 pacotes de 2 kg de ração especial para os gatos dele e 2 pacotes de 4 kg de ração *premium* para os cachorros. Quantos quilogramas de ração Gustavo comprou ao todo? Resposta: 14 kg.

Na mídia

1. Para se reproduzirem.
2. Polo Sul.
3. 2% de 25 000 = $\frac{2}{100} \cdot 25\,000 = 500$
4. $\frac{80 \text{ mil}}{140 \text{ mil}} = \frac{4}{7} \simeq 0{,}57 = \frac{57}{100} = 57\%$
5. $\frac{16 \text{ m}}{1{,}70 \text{ m}} \simeq 9{,}41$. São necessários, no mínimo, 10 homens.
6. 35 t = 35 000 kg; $\frac{35\,000 \text{ kg}}{70 \text{ kg}} = 500$; ou seja, 500 vezes.
7. Resposta pessoal, de acordo com a pesquisa realizada pelo estudante.

Capítulo 21

Participe (p. 270)

a) A água transbordou porque as bolinhas ocuparam o espaço da água dentro do copo.
b) Não.
c) Sim. Não.
d) Exemplo de resposta: A quantidade de espaço ocupado por um objeto, o volume.

Atividades

1. Como a medida de volume do copo é menor do que a da jarra, então foi Ricardo que obteve a medida numericamente maior.
2. a) Vinte e oito milésimos de metro cúbico (ou vinte e oito decímetros cúbicos).
   b) Cinco inteiros e setecentos e trinta e cinco milésimos de metro cúbico (ou cinco metros cúbicos e setecentos e trinta e cinco decímetros cúbicos).
   c) Um milionésimo de metro cúbico (ou um centímetro cúbico).
3. a) Para uma caixa de sapato, usaria o cm^3. Justificativa pessoal.
   b) Para o ar contido na sala, usaria o m^3. Justificativa pessoal.
4. a) $1 \text{ m}^3 = 1\,000 \text{ dm}^3$
   b) $1 \text{ m}^3 = 1\,000\,000 \text{ cm}^3$
   c) $1 \text{ m}^3 = 1\,000\,000\,000 \text{ mm}^3$
5. $1 \text{ km}^3 = 1\,000\,000\,000 \text{ m}^3$
6. a) $1 \text{ m}^3 = (1 \cdot 1\,000) \text{ dm}^3 = 1\,000 \text{ dm}^3 = (1\,000 \cdot 1\,000) \text{ cm}^3 = 1\,000\,000 \text{ cm}^3$
   b) $1 \text{ dm}^3 = (1 \cdot 1\,000) \text{ cm}^3 = 1\,000 \text{ cm}^3$
   c) $1 \text{ km}^3 = (1 \cdot 1\,000) \text{ hm}^3 = 1\,000 \text{ hm}^3 = (1\,000 \cdot 1\,000) \text{ dam}^3 = 1\,000\,000 \text{ dam}^3 = (1\,000\,000 \cdot 1\,000) \text{ m}^3 = 1\,000\,000\,000 \text{ m}^3 = (1\,000\,000\,000 \cdot 1\,000) \text{ dm}^3 = 1\,000\,000\,000\,000 \text{ dm}^3 = (1\,000\,000\,000\,000 \cdot 1\,000) \text{ cm}^3 = 1\,000\,000\,000\,000\,000 \text{ cm}^3$
7. a) $1 \text{ dm}^3 = (1 : 1\,000) \text{ m}^3 = 0{,}001 \text{ m}^3 = (0{,}001 : 1\,000) \text{ dam}^3 = 0{,}000001 \text{ dam}^3$
   b) $1 \text{ dm}^3 = (1 : 1\,000) \text{ m}^3 = 0{,}001 \text{ m}^3$
   c) $1 \text{ cm}^3 = (1 : 1\,000) \text{ dm}^3 = 0{,}001 \text{ dm}^3 = (0{,}001 : 1\,000) \text{ m}^3 = 0{,}000001 \text{ m}^3$
8. a) $10 \text{ dm}^3 = (10 : 1\,000) \text{ m}^3 = 0{,}01 \text{ m}^3$
   b) $1\,900 \text{ cm}^3 = (1\,900 : 1\,000) \text{ dm}^3 = 1{,}9 \text{ dm}^3 = (1{,}9 : 1\,000) \text{ m}^3 = 0{,}0019 \text{ m}^3$
   c) $1{,}2 \text{ dam}^3 = (1{,}2 \cdot 1\,000) \text{ m}^3 = 1\,200 \text{ m}^3$
9. a) $6{,}4 \text{ m}^3 + 1\,240 \text{ dm}^3 = 6{,}4 \text{ m}^3 + 1{,}24 \text{ m}^3 = 7{,}64 \text{ m}^3$
   b) $2 \text{ m}^3 + 30 \text{ dm}^3 + 400 \text{ cm}^3 = 2 \text{ m}^3 + 0{,}03 \text{ m}^3 + 0{,}0004 \text{ m}^3 = 2{,}0304 \text{ m}^3$
   c) $48 \text{ m}^3 + 4{,}8 \text{ m}^3 + 1\,200 \text{ dm}^3 = 52{,}8 \text{ m}^3 + 1{,}2 \text{ m}^3 = 54 \text{ m}^3$
10. É uma divisão em partes diretamente proporcionais a 1 para o cimento, 4 para areia e 2 para a brita, sendo que a soma das medidas de volume dessas três cargas é 14 m^3. Temos, então, o todo 14 sendo dividido em 7 partes: $\frac{14}{7} = 2$. Logo, a medida de volume de cimento, que ocupa uma parte, é 2 m^3.
11. a) A medida de volume de cada cubo é 1 cm^3 e a figura tem 5 cubos; logo, a medida de volume da figura é $5 \cdot 1 \text{ cm}^3 = 5 \text{ cm}^3$.
    b) A medida de volume de cada cubo é 1 cm^3 e a figura tem 14 cubos; logo, a medida de volume da figura é $14 \cdot 1 \text{ cm}^3 = 14 \text{ cm}^3$.
12. Sobre a base da caixa de papelão, podemos colocar 36 caixas de leite, pois $\frac{42}{7} = 6$ e $6 \cdot 6 = 36$. Dispostas essas 36 caixas de leite, é possível acomodar sobre elas mais uma camada de 36 caixas de leite na mesma posição, pois a altura da caixa de papelão comporta 2 camadas de caixas de leite $\left(\text{pois } \frac{42}{21} = 2\right)$. Logo, cabem 72 caixas de leite na caixa de papelão (pois 36 + 36 = 72).
13. O volume do asfalto mede $50 \text{ m} \cdot 8 \text{ m} \cdot 0{,}12 \text{ m} = 48 \text{ m}^3$.
14. $5 \text{ m} \cdot 3{,}2 \text{ m} \cdot 2{,}3 \text{ m} = 36{,}8 \text{ m}^3$
15. Exemplo de resposta: Uma loja de material de construção utiliza um caminhão basculante para fazer as entregas, cuja caçamba tem o formato que lembra um bloco retangular. Sabendo que as dimensões internas da caçamba medem 3,4 m de comprimento, 2,5 m de largura e 0,9 m de altura, qual é a medida de volume da caçamba? Resposta: O volume da caçamba mede $3{,}4 \text{ m} \cdot 2{,}5 \text{ m} \cdot 0{,}9 \text{ m} = 7{,}65 \text{ m}^3$.
16. Exemplo de resposta: Qual é a medida de volume, em centímetros cúbicos, de um aquário com formato de bloco retangular com as dimensões medindo 100 cm de comprimento, 4 dm de largura e 500 mm de altura? Resposta: O volume do aquário mede $100 \text{ cm} \cdot 4 \text{ dm} \cdot 500 \text{ mm} = 100 \text{ cm} \cdot 40 \text{ cm} \cdot 50 \text{ cm} = 200\,000 \text{ cm}^3$.

Na olimpíada (p. 277)

O suco de Pedrinho

Pedrinho colocou 1 copo de suco na jarra e acrescentou 4 copos de água, totalizando 5 copos. Para dobrar essa quantidade, ele colocou mais 5 copos de água. No final, a jarra continha um total de 10 copos, sendo 1 de suco e 9 de água. Assim, o percentual é de 1 em 10, ou seja, 10%. Logo, alternativa **b**.

O problema do garrafão:

A medida de massa de metade da água é 5,1 kg, pois: 10,8 − 5,7 = 5,1.

O total de água contida no garrafão era 10,2 kg, pois: 2 · 5,1 = 10,2.

O garrafão pesa 600 gramas, pois: 10,8 − 10,2 = 0,6 kg = 600 g. Logo, alternativa **c**.

17. a) $2 \text{ kL} \cdot 1\,000 = 2\,000 \text{ L}$
    b) $3{,}5 \text{ hL} \cdot 100 = 350 \text{ L}$
    c) $9{,}48 \text{ daL} \cdot 10 = 94{,}8 \text{ L}$
    d) $4{,}5 \text{ kL} \cdot 1\,000 = 4\,500 \text{ L}$
18. a) 1 mL = 1 g
    b) 1 dm^3 = 1 kg
    c) 1 m^3 = 1 000 kg
19. $1 \text{ m} \cdot 1 \text{ m} \cdot 1 \text{ m} = 1\,000 \text{ m}^3 = 1\,000 \text{ L}$
20. a) $1 \text{ L} = 1 \text{ dm}^3 = 1\,000 \text{ cm}^3$ b) $1 \text{ L} = \text{dm}^3 = 1\,000\,000 \text{ mm}^3$
21. $1{,}2 \text{ m} \cdot 1{,}2 \text{ m} \cdot 1{,}4 \text{ m} = 2{,}016 \text{ m}^3 = 2\,016 \text{ dm}^3 = 2\,016 \text{ L}$
22. a) Pela bula, 1 gota tem 0,036 mL.
    b) $1 \text{ L} = 1 \text{ dm}^3 = 1\,000 \text{ cm}^3 = 1\,000\,000 \text{ mm}^3$
    Então, $1 \text{ mL} = \frac{1}{1\,000} \text{ L} = 1\,000 \text{ mm}^3$ e $0{,}036 \text{ mL} = (0{,}036 \cdot 1\,000) \text{ mm}^3 = 36 \text{ mm}^3$.
23. O volume de cada embalagem mede $4 \text{ m}^3 : 4\,000 = 0{,}001 \text{ m}^3 = 1 \text{ dm}^3 = 1 \text{ L} = 1\,000 \text{ mL}$.
24. Não é possível calcular, pois não foi informada a medida de altura do depósito.

25. $1\ L = 1\,000\ mL \rightarrow 1\,000\ mL : 8 = 125\ mL$

26. $5\ m \cdot 10\ m \cdot 2\ m = 100\ m^3 = 100\,000\ dm^3 = 100\,000\ L$

Como escorrem 40 L de água por minuto, temos 2 500 minutos para escorrer toda a água (pois 100 000 : 40 = 2 500).

Efetuando a divisão de 2 500 minutos por 60 minutos, temos:

2 500 minutos	60 minutos
40	41

Então, a piscina estará completamente vazia em 41 horas e 40 minutos.

27. Exemplo de resposta: Uma indústria armazena o óleo produzido em um tanque com formato de bloco retangular com as seguintes dimensões: 2 m de comprimento, 3 m de largura, 5 m de altura. O tanque está completamente cheio e o óleo precisa ser armazenado em caixas com formato de bloco retangular com 10 cm de comprimento, 10 cm de largura e 20 cm de altura. Quantas caixas dessas serão necessárias para esvaziar o óleo existente no tanque? Resposta: 15 000 caixas.

28. Segundo dados presentes no texto na abertura da Unidade, a reserva do Sistema Cantareira suporta até 982 milhões de m^3 de água (982 bilhões de litros), logo, 28% correspondem a 274,96 bilhões de litros de água. O consumo médio diário da Região Metropolitana de São Paulo é dado por $21\,500\,000 \cdot 110 = 2\,365\,000\,000$; 2,365 bilhões de litros por dia. Se não há ganho na reserva nem medidas de contenção do consumo, a reserva só poderá abastecer a região por $\frac{274{,}96\ bi}{2{,}365\ bi} \simeq 116$; 116 dias, ou seja, menos de 4 meses. Isso revela a importância dessas medidas preventivas.

29. Exemplo de resposta: Uma garrafa contém 2 L de refrigerante. Quantos copos com medida de capacidade de 250 mL é possível servir com essa garrafa? Resposta: 8 copos.

Capítulo 22

Atividades

1. $2 \cdot 31 + 3 \cdot 7 = 62 + 21 = 83$. São 83 dias.

2. **a)** $5\ h = 5 \cdot 60\ min = 300\ min$

b) $1\ me = 30\ d = 30 \cdot 24 \cdot 60 = 43\,200\ min$

3. **a)** $1\ semana = 7\ d = 7 \cdot 24\ h = 168\ h = 168 \cdot 60\ min = 10\,080\ min = 10\,080 \cdot 60\ s = 604\,800\ s$

b) $360\ d = 360 \cdot 24\ h = 8\,640\ h = 8\,640 \cdot 60\ min = 518\,400\ min = 518\,400 \cdot 60\ s = 31\,104\,000\ s$

4. **a)** 2 meses. **b)** 3 meses. **c)** 6 meses.

5. 1 biênio tem 2 anos; 1 quinquênio tem 5 anos; 1 década tem 10 anos; e 1 século tem 100 anos.

6. **a)** Minuto ou hora.

b) Hora.

c) Segundo ou minuto.

d) Dia.

7. **a)** $15 \cdot 24\ h = 360\ h$

b) $30 \cdot 24\ h = 720\ h$

8. **a)** $3 \cdot 30\ d = 90\ d = 90 \cdot 24\ h = 2\,160\ h = 2\,160 \cdot 60\ min = 129\,600\ min$

b) $1\ h : 2 = 60\ min : 2 = 30\ min$

9. **a)** $10\ h + 6\ h = 16\ h$

b) Das 22 h às 24 h são 2 h de viagem. Ainda restam 4 h. Portanto, ele chegará às 4 h do dia seguinte.

c) Resposta pessoal.

10. Das 10 h do dia 9 de março às 10 h do dia 31 de março, como $31 - 9 = 22$, são 22 dias. Das 10 h do dia 31 de março às 10 h de 22 de abril são mais 22 dias. Ao todo, a viagem durou:

- em dias: $22 + 22 = 44$;
- em horas: $44 \cdot 24 = 1\,056$.

11. Por dia: 50 minutos de musculação.

Em 1 mês: $30 \cdot 50 = 1\,500$, ou seja, 1 500 minutos de musculação.

12. **a)**

```
80 000 min | 60
200          1 333 h
 200
  200
   20 min
```

80 000 min = 1 333 h 20 min

```
1 333 h | 24
 133      55 d
  13 h
```

80 000 min = 55 d 13 h 20 min

```
55 d | 30
25 d   1 me
```

80 000 min = 1 me 25 d 13 h 20 min

b)

```
100 h | 24
 04 h   4 d
```

100 h = 4 d 4 h

c)

```
96 s | 60
36 s   1 min
```

96 s = 1 min 36 s

d)

```
7 284 s | 60             121 min | 60
128       121 min         01 min   2 h
 084
  24 s
```

7 284 s = 2 h 1 min 24 s

e)

```
194 me | 12
074      16 a
 02 me
```

194 me = 16 a 2 me

f)

```
945 h | 24            39 d | 30
225     39 d          09 d   1 me
 09 h
```

945 h = 39 dias 9 h = 1 me 9 dias 9 h

13. **a)**

```
456 s | 60
 36 s   7 min
```

Logo, 7 min 36 s = 456 s.

b)

```
12 900 s | 60             215 min | 60
 090       215 min         35 min   3 h
  300
   00
```

Como 12 900 s = 3 h 35 min, então: 3 h 36 min > 12 900 s.

c)

```
217 min | 60
 37 min   3 h
```

217 min = 3 h 37 min > 2 h 17 min

d)

```
1 600 min | 60
  400       26 h
   40 min
```

1 600 min = 1 d 2 h 40 min

1 d 4 h > 1 600 min

14. $1\ a\ 3\ me\ 4\ d = (360 + 3 \cdot 30 + 4)\ d = 454\ d$

15. Exemplo de resposta: Segundo a Agência Nacional de Aviação Civil (Anac), um dos procedimentos efetivos para que uma evacuação de emergência reduza significativamente a quantidade de vítimas de

acidentes aeronáuticos com sobreviventes é que ela aconteça em 90 segundos ou menos. Em uma demonstração de evacuação de emergência, uma aeronave com 146 passageiros precisou ser evacuada pelas 2 portas dianteiras. A evacuação demorou 1 minuto e 45 segundos para ocorrer. O tempo de evacuação dessa aeronave foi efetivo? Justifique.
Resposta: Não, pois a evacuação demorou 105 segundos, o que é uma medida de tempo maior do que os 90 segundos preconizados pela Anac.

16. a)

$$\begin{array}{r} 14\text{ h } 4\text{ min} \\ -\ 6\text{ h } 40\text{ min} \\ \hline ? \end{array} \longrightarrow \begin{array}{r} 13\text{ h } 64\text{ min} \\ -\ 6\text{ h } 40\text{ min} \\ \hline 7\text{ h } 24\text{ min} \end{array}$$

A viagem demorou 7 h 24 min.

b)

$$\begin{array}{r} 24\text{ h } 0\text{ min} \\ -\ 21\text{ h } 15\text{ min} \\ \hline ? \end{array} \longrightarrow \begin{array}{r} 23\text{ h } 60\text{ min} \\ -\ 21\text{ h } 15\text{ min} \\ \hline 2\text{ h } 45\text{ min} \end{array} \longrightarrow$$

$$\longrightarrow \begin{array}{r} 2\text{ h } 45\text{ min} \\ +\ 7\text{ h } 32\text{ min} \\ \hline 9\text{ h } 77\text{ min} \end{array}$$

9 h 77 min = 10 h 17 min

Ele dormiu 10 h 17 min.

17.

$$\begin{array}{r} 48\text{ min } 40\text{ s} \\ \times\ 2 \\ \hline 96\text{ min } 80\text{ s} \end{array}$$

96 min 80 s = 97 min 20 s = 1 h 37 min 20 s. Os dois tempos duraram 1 h 37 min 20 s.

18.

$$\begin{array}{r} 46\text{ min } 55\text{ s} \\ -\ 45\text{ min } 58\text{ s} \\ \hline \end{array} \longrightarrow \begin{array}{r} 45\text{ min } 115\text{ s} \\ -\ 45\text{ min } 58\text{ s} \\ \hline 57\text{ s} \end{array}$$

O segundo tempo durou 57 s a mais do que o primeiro.

19. 2 h 44 min = 120 min + 44 min = 164 min
Medida de tempo para ler um livro: 164 min : 3 = 54 min 40 s.
Medida de tempo para ler os dois primeiros livros: 2 · (54 min 40 s) = = 108 min 80 s = 109 min 20 s = 1 h 49 min 20 s.

20. a)

$$\begin{array}{r} 3\text{ h } 5\text{ min} \\ +\ 4\text{ h } 37\text{ min} \\ \hline 7\text{ h } 42\text{ min} \end{array}$$

b)

$$\begin{array}{r} 5\text{ h } 52\text{ min} \\ -\ 4\text{ h } 47\text{ min} \\ \hline 1\text{ h } 5\text{ min} \end{array}$$

c)

$$\begin{array}{r} 6\text{ h } 12\text{ min } 5\text{ s} \\ \times\ 3 \\ \hline 18\text{ h } 36\text{ min } 15\text{ s} \end{array}$$

d)

$$\begin{array}{r|l} 8\text{ h } 19\text{ min } 56\text{ s} & 4 \\ \cline{2-2} 19\text{ min } 56\text{ s} & 2\text{ h } 4\text{ min } 59\text{ s} \\ 3\text{ min } 56\text{ s} & \\ 236\text{ s} & \\ 0\text{ s} & \end{array}$$

e)

$$\begin{array}{r} 3\text{ min} \\ -\ 2\text{ min } 38\text{ s} \\ \hline ? \end{array} \longrightarrow \begin{array}{r} 2\text{ min } 60\text{ s} \\ -\ 2\text{ min } 38\text{ s} \\ \hline 22\text{ s} \end{array}$$

f)

$$\begin{array}{r} 5\text{ d } 16\text{ h} \\ \times\ 5 \\ \hline 25\text{ d } 80\text{ h} \end{array}$$

25 d 80 h = 28 d 8 h

21.

$$\begin{array}{r} 11\text{ h } 40\text{ min } 36\text{ s} \\ -\ 9\text{ h } 50\text{ min } 40\text{ s} \\ \hline ? \end{array} \longrightarrow \begin{array}{r} 11\text{ h } 39\text{ min } 96\text{ s} \\ -\ 9\text{ h } 50\text{ min } 40\text{ s} \\ \hline \end{array} \longrightarrow$$

$$\longrightarrow \begin{array}{r} 10\text{ h } 99\text{ min } 96\text{ s} \\ -\ 9\text{ h } 50\text{ min } 40\text{ s} \\ \hline 1\text{ h } 49\text{ min } 56\text{ s} \end{array}$$

O jogo durou 1 h 49 min 56 s.

22. Foram 4 intervalos de 3 minutos cada um, em um total de 12 minutos. A duração do jogo foi:

$$\begin{array}{rr} 20\text{ min} & 45\text{ s} \\ 22\text{ min} & 15\text{ s} \\ 35\text{ min} & 40\text{ s} \\ +\ 17\text{ min} & 30\text{ s} \\ 15\text{ min} & 10\text{ s} \\ 12\text{ min} & 00\text{ s} \\ \hline 121\text{ min} & 140\text{ s} \end{array}$$

121 min 140 s = 123 min 20 s = 2 h 3 min 20 s

$$\begin{array}{r} 8\text{ h } 30\text{ min} \\ +\ 2\text{ h } 03\text{ min } 20\text{ s} \\ \hline 10\text{ h } 33\text{ min } 20\text{ s} \end{array}$$

Se a partida começou às 8 h 30 min, terminou às 10 h 33 min 20 s.

23. a)

$$\begin{array}{r|l} 2\,208 & 80 \\ \cline{2-2} 608 & 27 \\ 48 & \end{array}$$

Se ele anda 80 metros em 1 minuto (60 segundos), ele anda 4 metros em 3 segundos e vai andar 48 metros em 36 segundos. Assim, Celso gasta 27 min 36 s para chegar ao trabalho.

b) Das 7 h da manhã às 8 h da noite (20 h), transcorrem 13 horas (pois 20 − 7 = 13). Como o relógio atrasa 1 segundo por hora, estará atrasado 13 segundos e marcará 20 h − 13 s = 19 h 59 min 47 s.

$$\begin{array}{r} 20\text{ h} \\ -\ 13\text{ s} \\ \hline ? \end{array} \longrightarrow \begin{array}{r} 19\text{ h } 60\text{ min} \\ -\ 13\text{ s} \\ \hline ? \end{array} \longrightarrow$$

$$\longrightarrow \begin{array}{r} 19\text{ h } 59\text{ min } 60\text{ s} \\ -\ 13\text{ s} \\ \hline 19\text{ h } 59\text{ min } 47\text{ s} \end{array}$$

24. Exemplo de resposta: Em um jogo de futebol, o primeiro tempo durou 48 min 15 s, e o segundo tempo, 51 min 30 s. Quanto tempo durou esse jogo? Resposta: O jogo durou 1 h 39 min 45 s.

25. Alternativas **a** e **d**.

26. 75 °C − 72 °C = 3 °C

27. a) 280 °C
b) 120 °C
c) 155 °C
d) 280 °C − 120 °C = 160 °C

28. Cálculo das amplitudes térmicas:
domingo: 35,2 − 26,5 = 8,7;
segunda-feira: 34,2 − 24,1 = 10,1;
terça-feira: 33,8 − 26,1 = 7,7;
quarta-feira: 28 − 22,5 = 5,5;
quinta-feira: 32,8 − 22,9 = 9,9.
A maior amplitude térmica foi na segunda-feira.

29. **a)** Termômetro **C**.
b) Termômetro **A**: segunda-feira; termômetro **B**: quinta-feira; termômetro **C**: terça-feira; termômetro **D**: quarta-feira.

30. Exemplo de resposta: Um Instituto de Meteorologia mediu a temperatura de determinado município a cada 4 horas, começando às 3 horas, e obteve as seguintes medidas: 24 °C, 28 °C, 30 °C, 32 °C, 30 °C e 24 °C. Qual foi a maior medida de temperatura registrada por esse Instituto? Em qual horário ela ocorreu? Resposta: 32 °C; às 15 horas.

31. Exemplo de resposta: De acordo com a Norma Regulamentadora de Ergonomia 17, nos locais de trabalho onde são executadas atividades que exijam solicitação intelectual e atenção constantes – tais como salas de controle, laboratórios, escritórios, salas de desenvolvimento ou análise de projetos, entre outros – é recomendado que a medida de temperatura ambiente seja entre 20 °C e 23 °C. O ar-condicionado de um escritório quebrou e a temperatura medida nesse local foi 30 °C. Essa medida de temperatura está quantos graus Celsius a mais do que a medida de temperatura máxima recomendada pela Norma Regulamentadora para esse ambiente? Resposta: 7 °C.

32. $70\ °C - 59\ °C = 11\ °C$

Na História

1. Décimo milionésimo representa um décimo 0,1 de 1 dividido por 1 000 000, logo 0,0000001 ou $\frac{1}{10\,000\,000}$.

2. Estados.

3. **a)** Monarquia, estruturada em 4 poderes: executivo, legislativo, judiciário e moderador, este último exercido pelo imperador.
b) O imperador dom Pedro II.
c) O chefe do gabinete, escolhido pelo imperador, tinha o papel de escolher os ministros e presidir o ministério.

4. $72\text{ kg} = 72 \cdot 1\,000\text{ g} = 72\,000\text{ g}$. Sendo $1\text{ lb} = 453{,}6\text{ g}$, temos $72\,000\text{ g} \simeq 158{,}73$ lbs.

5. Libra em inglês – *pound*; pés em inglês – *foot* ou *feet*.

Na Unidade

1. $2{,}25 \cdot 454\text{ g} = 1\,021{,}5\text{ g} \simeq 1\text{ kg}$. Logo, alternativa **b**.

2. $4\text{ m} \cdot 3\text{ m} \cdot 2\text{ m} = 24\text{ m}^3 = 24\,000\text{ dm}^3 = 24\,000\text{ L}$

3. Como o balde já tem 50 % da medida de capacidade preenchida, restam 9 L para completar o balde. Temos que 5 gotas a cada segundo resultam em $5 \cdot 0{,}05\text{ mL} = 0{,}25\text{ mL}$. Utilizando uma regra de três, temos, $x = \frac{9\,000}{0{,}25} = 3\,600$; então, $3\,600\text{ s} = 10\text{ h}$.

4. Cada integrante da família consome $0{,}08\text{ m}^3 \rightarrow$ 8 pessoas consumirão $8 \cdot 0{,}08\text{ m}^3 = 0{,}64\text{ m}^3$; em 30 dias serão $30 \cdot 0{,}64\text{ m}^3 = 19{,}2\text{ m}^3 = 19\,200\text{ L}$.

5. $(2\text{ h }16\text{ min}) : 60 = (120\text{ min} + 16\text{ min}) : 60 = 136\text{ min} : 60 = 2\text{ min }16\text{ s}$

6. $1{,}5\text{ L} : 2 = 0{,}75\text{ L} = 0{,}75\text{ kg}$

7. $10\text{ m} \cdot 10\text{ m} \cdot 6\text{ m} = 600\text{ m}^3 = 600\,000\text{ dm}^3 = 600\,000\text{ L}$;
$600\,000\text{ L} : 2\,000\text{ L} = 300$; ou seja, 300 caminhões-tanque.

8. **a)** 29 °C
b) $19\ °C - 17\ °C = 2\ °C$

9. $80\text{ cL} = 0{,}8\text{ L}$
$1\text{ m}^3 = 1\,000\text{ dm}^3 = 1\,000\text{ L}$
$1\,000\text{ L} : 0{,}8\text{ L} = 1\,250$; ou seja, 1 250 garrafas.

10. $(15\text{ h }56\text{ min}) : 2 = 7\text{ h }58\text{ min}$

Unidade 9

Abertura (p. 291)

Respostas pessoais.

Espera-se que os estudantes respondam que serão necessárias 7 bolinhas. Não há como saber qual dança será sorteada no início ou no final, pois todas as bolinhas têm a mesma probabilidade de serem sorteadas, ou seja, $\frac{1}{7}$ (uma em sete). Entretanto, há duas regiões com mais danças registradas na urna: Nordeste e Sul, logo, é muito provável que uma dança de uma dessas regiões seja apresentada primeiro.

Capítulo 23

Atividades

1. $\frac{55}{100} \cdot 1\,200 = 660$; ou seja, 660 meninas.

2. $\frac{8\,700\,000}{30\,000\,000} = 0{,}29 = \frac{29}{100} = 29\%$

3. Territórios oficialmente reconhecidos: $404 : 5\,972 \simeq 0{,}067$; aproximadamente 6,8%; agrupamentos quilombolas: $2\,308 : 5\,972 \simeq 0{,}386$; aproximadamente 38,6%; outras localidades quilombolas: $3\,260 : 5\,972 \simeq 0{,}546$; aproximadamente 54,6%.

4. a) $\frac{10}{100} \cdot 500 = 50$

b) $\frac{20}{100} \cdot 500 = 100$

c) Metade do todo ou um meio do todo; metade da metade do todo ou um quarto do todo.

5. a) 20% de 4 000 é $\frac{20}{100} \cdot 4\,000 = 800$.

b) 25% de 3 800 é $\frac{25}{100} \cdot 3\,800 = 950$.

c) 75% de 3 600 é $\frac{75}{100} \cdot 3\,600 = 2\,700$.

d) 80% de 3 200 é $\frac{80}{100} \cdot 3\,200 = 2\,560$.

6. A porcentagem de canhotos é $\frac{2}{40} = \frac{1}{20} = \frac{5}{100} = 5\%$.

7. a) Dos 160 alunos do 6º ano, 72 são meninos.

O percentual é $\frac{72}{160} = 0,45 = \frac{45}{100} = 45\%$.

b) Dos 160 alunos do 6º ano, 40 são da turma de Gabriela.

O percentual é $\frac{40}{160} = \frac{1}{4} = \frac{25}{100} = 25\%$.

c) Dos 40 alunos da turma de Gabriela, 24 são meninas.
Como $40 - 24 = 16$, nessa turma há 16 meninos.

A porcentagem é $\frac{16}{40} = \frac{4}{10} = \frac{40}{100} = 40\%$.

d) Dos 1 280 alunos do colégio, 160 são do 6º ano.

O percentual é $\frac{160}{1\,280} = 0,125 = \frac{12,5}{100} = 12,5\%$.

8. a)

Vereadoras eleitas em 2020

Taxa percentual de vereadoras eleitas	Quantidade de unidades da Federação
Até 10%	1
Mais de 10,0% a 15,0%	7
Mais de 15,0% a 20,0%	16
Mais de 20,0% a 21,8%	2
Total	**26**

Fonte dos dados: IBGE. Estatísticas de gênero: indicadores sociais das mulheres no Brasil. 2. ed. *Estudos e pesquisas* – informação demográfica e socioeconômica, n. 38. Disponível em: https://biblioteca.ibge.gov.br/visualizacao/livros/liv101784_informativo.pdf. Acesso em: 5 abr. 2022.

b) 18 unidades da Federação.

c) Resposta pessoal.

d) Resposta pessoal.

9. $\frac{47}{100} \cdot 386\,083 = 181\,459,01$; aproximadamente 181 milhares.

Participe (p. 297)

1. Resposta pessoal.
2. Resposta pessoal.
3. Resposta pessoal.
4. Resposta pessoal.

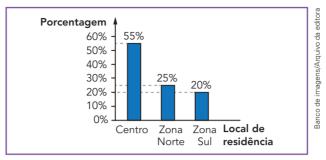
10. a)

Regiões de residência

Local de residência	Número de funcionários	Porcentagem
Centro	22	55%
Zona Norte	10	25%
Zona Sul	8	20%
Total	**40**	**100%**

Dados coletados pela professora do 6º ano da escola municipal de Alegria, em 2020.

b)

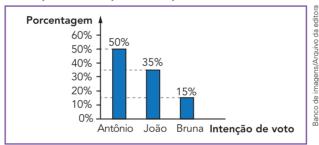
Regiões de residência

Dados coletados pela professora do 6º ano da escola municipal de Alegria, em 2020.

11. a)

Intenção de voto da próxima eleição

Intenção de voto	Número de funcionários	Porcentagem
Antônio	20	50%
João	14	35%
Bruna	6	15%
Total	**40**	**100%**

Dados coletados pela professora do 6º ano da escola municipal de Alegria, em 2020.

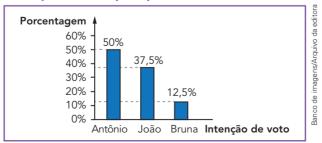
Intenção de voto da próxima eleição

Dados coletados pela professora do 6º ano da escola municipal de Alegria, em 2020.

b)

Intenção de voto dos participantes do sexo masculino

Intenção de voto	Número de funcionários	Porcentagem
Antônio	8	50%
João	6	37,5%
Bruna	2	12,5%
Total	**16**	**100%**

Dados coletados pela professora do 6º ano da escola municipal de Alegria, em 2020.

Intenção de voto dos participantes do sexo masculino

Dados coletados pela professora do 6º ano da escola municipal de Alegria, em 2020.

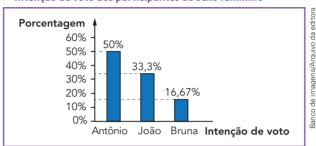
c)

Intenção de voto dos participantes do sexo feminino

Intenção de voto	Número de funcionários	Porcentagem
Antônio	12	50%
João	8	33,33%
Bruna	4	16,67%
Total	**24**	**100%**

Dados coletados pela professora do 6º ano da escola municipal de Alegria, em 2020.

Intenção de voto dos participantes do sexo feminino

Banco de imagens/Arquivo da editora

Dados coletados pela professora do 6º ano da escola municipal de Alegria, em 2020.

d) A intenção de voto é praticamente a mesma.

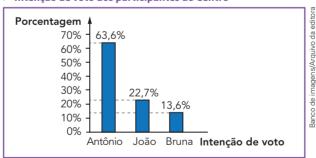
12. a) Centro:

Intenção de voto dos participantes do Centro

Intenção de voto	Número de funcionários	Porcentagem
Antônio	14	63,6%
João	5	22,7%
Bruna	3	13,6%
Total	**22**	**100%**

Dados coletados pela professora do 6º ano da escola municipal de Alegria, em 2020.

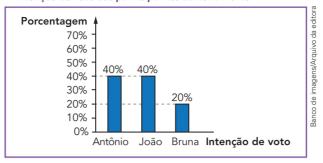
Intenção de voto dos participantes do Centro

Banco de imagens/Arquivo da editora

Zona Norte:

Intenção de voto dos participantes da Zona Norte

Intenção de voto	Número de funcionários	Porcentagem
Antônio	4	40%
João	4	40%
Bruna	2	20%
Total	**10**	**100%**

Dados coletados pela professora do 6º ano da escola municipal de Alegria, em 2020.

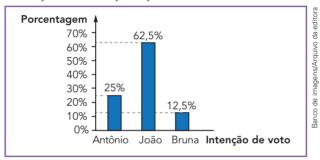
Intenção de voto dos participantes da Zona Norte

Dados coletados pela professora do 6º ano da escola municipal de Alegria, em 2020.

Zona Sul:

Intenção de voto dos participantes da Zona Sul

Intenção de voto	Número de funcionários	Porcentagem
Antônio	2	25%
João	5	62,5%
Bruna	1	12,5%
Total	**8**	**100%**

Dados coletados pela professora do 6º ano da escola municipal de Alegria, em 2020.

Intenção de voto dos participantes da Zona Sul

Dados coletados pela professora do 6º ano da escola municipal de Alegria, em 2020.

b) Não, pois as frequências relativas são distintas para cada candidato nas 3 regiões (isso pode ser observado numericamente ou nos gráficos, construídos na mesma escala).

c) Exemplo de resposta: Manter a campanha eleitoral na Zona Norte e na Zona Sul e intensificar as ações no Centro, para buscar aumentar a intenção de voto.

13. a)

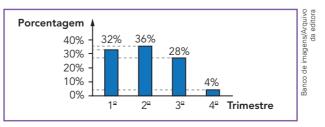
Trimestre de nascimento dos estudantes da turma de Talita

Aniversário	Número de estudantes	Porcentagem
1º trimestre (jan./fev./mar.)	8	32%
2º trimestre (abr./maio/jun.)	9	36%
3º trimestre (jul./ago./set.)	7	28%
4º trimestre (out./nov./dez.)	1	4%
Total	**25**	**100%**

Dados elaborados para fins didáticos.

Trimestre de nascimento dos estudantes da turma de Talita

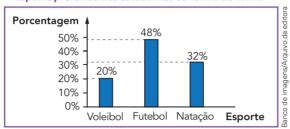
Dados elaborados para fins didáticos.

b) Não; há mais aniversários no 2º trimestre e menos no 4º.

c)

Esporte preferido dos estudantes da turma de Talita

Esporte	Número de estudantes	Porcentagem
Voleibol	5	20%
Futebol	12	48%
Natação	8	32%
Total	**25**	**100%**

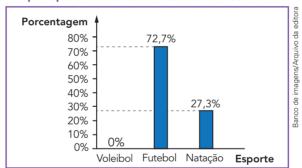
Dados elaborados para fins didáticos.

Esporte preferido dos estudantes da turma de Talita

Dados elaborados para fins didáticos.

Esporte preferido dos estudantes do sexo masculino

Esporte	Número de estudantes	Porcentagem
Voleibol	0	0%
Futebol	8	72,7%
Natação	3	27,3%
Total	**11**	**100%**

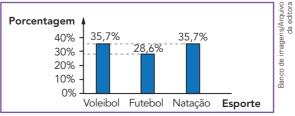
Dados elaborados para fins didáticos.

Esporte preferido dos estudantes do sexo masculino

Dados elaborados para fins didáticos.

Esporte preferido dos estudantes do sexo feminino

Esporte	Número de estudantes	Porcentagem
Voleibol	5	35,7%
Futebol	4	28,6%
Natação	5	35,7%
Total	**14**	**100%**

Dados elaborados para fins didáticos.

Esporte preferido dos estudantes do sexo feminino

Dados elaborados para fins didáticos.

d) A preferência não é a mesma.

14. a)

Distribuição da população indígena no Brasil em 2010

Quantidade de indígenas por unidade da Federação	Quantidade de unidades da Federação (frequência absoluta)
Mais de 2 000 a 10 000	6
Mais de 10 000 a 20 000	8
Mais de 20 000 a 40 000	6
Mais de 40 000 a 80 000	5
Mais de 80 000	1
Total	**26**

Fonte dos dados: IBGE EDUCA. Indígenas. [Rio de Janeiro]: *IBGE*, [20–]. Disponível em: https://educa.ibge.gov.br/jovens/conheca-o-brasil/populacao/20506-indigenas.html. Acesso em: 6 abr. 2022.

b) 14 unidades da Federação. **c)** Amazonas. **d)** Resposta pessoal.

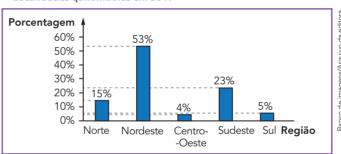
15. a) 57,3% **b)** Menor. **c)** Resposta pessoal. **d)** Respostas pessoais.

16.

Localidades quilombolas em 2019

Região	Quantidade de localidades quilombolas	Porcentagem
Norte	873	15%
Nordeste	3 171	53%
Centro-Oeste	250	4%
Sudeste	1 359	23%
Sul	319	5%
Total	**5 972**	**100%**

Fonte dos dados: IBGE EDUCA. Quilombolas no Brasil. [Rio de Janeiro]: *IBGE*, [20–]. Disponível em: https://educa.ibge.gov.br/jovens/materias-especiais/21311-quilombolas-nobrasil.html. Acesso em: 8 abr. 2022.

Localidades quilombolas em 2019

Fonte dos dados: IBGE EDUCA. Quilombolas no Brasil. [Rio de Janeiro]: *IBGE*, [20–]. Disponível em: https://educa.ibge.gov.br/jovens/materias-especiais/21311-quilombolas-nobrasil.html. Acesso em: 8 abr. 2022.

Matemática e tecnologias

1. 18 672 591 + 57 374 243 + 89 012 240 + 30 192 315 + 16 504 303 = 211 755 692; ou seja, 211 755 692 de habitantes.

2. Sudeste: 89 012 : 211 755 692 ≃ 0,420 = 42,0%; Norte: 18 672 591 : 211 755 692 ≃ 0,088 = 8,8%.

3. Respostas pessoais.

Na mídia

1. IBGE, PNAD Contínua 2018.

2. 50,9%; 49,1%.

3.

Crianças na população brasileira

Sexo	Quantidade de crianças	Porcentagem
Feminino	17,4 milhões	49,1%
Masculino	18,1 milhões	50,9%
Total	**35,5 milhões**	**100%**

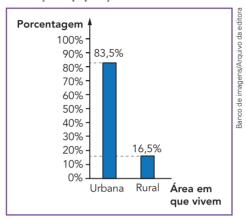
Fonte dos dados: IBGE EDUCA. Perfil das crianças no Brasil. [Rio de Janeiro]: *IBGE*, [20–]. Disponível em: https://educa.ibge.gov.br/criancas/brasil/2697-ie-ibge-educa/jovens/materias-especiais/20786-perfil-das-criancas-brasileiras.html. Acesso em: 3 mar. 2022.

4.

Crianças na população brasileira

Área em que vivem	Quantidade de crianças	Porcentagem
Urbana	29,6	83,5%
Rural	5,9	16,5%
Total	**35,5**	**100%**

Fonte dos dados: IBGE EDUCA. Perfil das crianças no Brasil. [Rio de Janeiro]: *IBGE*, [20–]. Disponível em: https://educa.ibge.gov.br/criancas/brasil/2697-ie-ibge-educa/jovens/materias-especiais/20786-perfil-das-criancas-brasileiras.html. Acesso em: 3 mar. 2022.

Crianças na população brasileira

Fonte dos dados: IBGE EDUCA. Perfil das crianças no Brasil. [Rio de Janeiro]: *IBGE*, [20–]. Disponível em: https://educa.ibge.gov.br/criancas/brasil/2697-ie-ibge-educa/jovens/materias-especiais/20786-perfil-das-criancas-brasileiras.html. Acesso em: 3 mar. 2022.

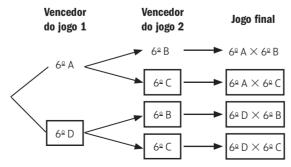
5. Exemplo de resposta: Como pode ser visto no gráfico, quase $\frac{1}{4}$ das crianças brasileiras de 5 anos (23,6%) são alfabetizadas e, entre as crianças de 12 anos, quase todas (98,7%) são alfabetizadas.

Capítulo 24

Participe (p. 304)

a) 2, pois como são dois times, qualquer um deles pode vencer.
b) 6º A ou 6º D, pois são os times que estão disputando esse jogo.
c) 2, pois como são dois times que disputam o jogo 2, qualquer um deles pode vencer. O vencedor do jogo 1 não interfere no jogo 2.
d) 6º B ou 6º C, pois são os times que estão disputando esse jogo.
e) 2, pois como são dois times que disputam o jogo 2, qualquer um deles pode vencer. O vencedor do jogo 1 não interfere no jogo 2.
f) 6º B ou 6º C, pois são os times que estão disputando esse jogo.
g) 4, pois cada time do jogo 1 poderá jogar com cada um dos times do jogo 2.
h) 6º A × 6º B ou 6º A × 6º C ou 6º D × 6º B ou 6º D × 6º C

Atividades

1.

2. a) $2 \cdot 5 = 10$. Ele pode escolher de 10 modos.
b) 10 dias.

3. a) Para ir, ele tem 3 opções. Independentemente do caminho escolhido para ir, existem 3 opções para voltar. Então, o total de opções é $3 \cdot 3 = 9$.
Sugestão: Para deixar mais claro, chame os caminhos de **A**, **B** e **C**. Em seguida, conte as opções para ida e volta: **A**-**A**, **A**-**B**, **A**-**C**, **B**-**A**, **B**-**B**, **B**-**C**, **C**-**A**, **C**-**B**, **C**-**C**.

b) 9 visitas.

c) Na volta, sem repetir o percurso da ida, existem 6 opções: **A**-**B**, **A**-**C**, **B**-**A**, **B**-**C**, **C**-**A**, **C**-**B**.

4. a) São 4 sabores de sorvete e 3 tipos de cobertura. $4 \cdot 3 = 12$. Então, são 12 modos.

b) São 6 possibilidades: abacaxi e coco, abacaxi e limão, abacaxi e morango, coco e limão, coco e morango, limão e morango.

5. a) Os caminhos para ir de *A* a *F* são: *ABEF*, *ACBEF*, *ACEF*, *ACDF* e *ACDEF*.

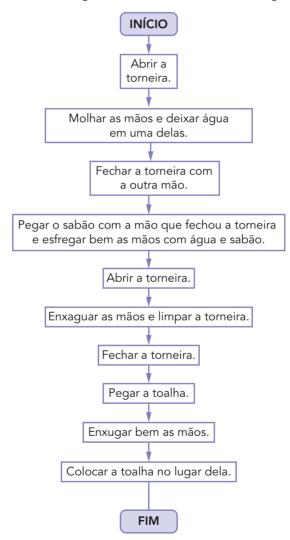
b) 5 caminhos.

6. a) Pedro deve caminhar 1 quadra para o leste (L) e 2 para o sul (S). As possibilidades são: LSS, SLS e SSL. São 3 caminhos possíveis.

b) Pedro deve caminhar 2 quadras para o leste (L) e 1 para o sul (S). As possibilidades são: LLS, LSL e SLL. São 3 caminhos possíveis.

c) Para ir da esquina das ruas roxas para a das ruas cinza, há 3 caminhos. Em cada um deles, para ir daí até a esquina das amarelas, há 3 caminhos. Então, o número de caminhos possíveis é: $3 \cdot 3 = 9$.

d) Exemplo de resposta: início → abrir a torneira → molhar as mãos e deixar água em uma delas → fechar a torneira com a outra mão → → pegar o sabão com a mão que fechou a torneira e esfregar bem as mãos com água e sabão → abrir a torneira → enxaguar as mãos e limpar a torneira → fechar a torneira → pegar a toalha → enxugar bem as mãos → colocar a toalha no lugar dela → fim.

Banco de imagens/Arquivo da editora

Participe (p. 307)

I. a) Resposta de acordo com o número de estudantes presentes na classe. É mais provável que seja escolhido um dos que estiverem em maior número.

b) Resposta de acordo com o número de estudantes presentes na classe. Para calcular a porcentagem de meninas presentes, divida o número de meninas pelo total de estudantes da classe e, depois, transforme esse valor em porcentagem.

II. a) 25, pois há 25 estudantes nessa turma.

b) 3, pois há 3 estudantes nessa turma que nasceram em fevereiro.

c) $\frac{3}{25} = 0,12 = \frac{12}{100} = 12\%$

d) 5, pois há 5 estudantes nessa turma que declararam voleibol como esporte favorito.

e) $\frac{5}{25} = \frac{1}{5} = \frac{20}{100} = 0,2 = 20\%$

f) Exemplo de resposta: Quantas possibilidades diferentes há para que seja sorteado alguém cujo nome começa com a letra **P**? Quantos por cento dos estudantes têm o nome começando com a letra **P**? Resposta: 2 possibilidades; 8%.

7. a) A chance de Talita ser sorteada é 1 possibilidade em 25 possibilidades igualmente prováveis. A probabilidade é $\frac{1}{25}$.

b) $\frac{14}{25} = 0,56 = \frac{56}{100} = 56\%$

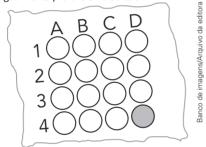
c) $\frac{3}{25} = \frac{12}{100} = 0,12$

d) $\frac{8}{25} = 0,32 = 32\%$

e) $\frac{2}{25}$

8. Há 2 resultados possíveis, igualmente prováveis, no lançamento da moeda: cara e coroa. "Cara" é 1 possibilidade em 2 igualmente prováveis.
Então, a probabilidade de dar "cara" é $\frac{1}{2}$ (ou 0,5 ou 50%).

9. a) Número de circunferências na cartela: $4 \cdot 4 = 16$.
A circunferência da posição 4D é uma possibilidade em 16 possibilidades igualmente prováveis no sorteio.

Banco de imagens/Arquivo da editora

A probabilidade de Nuno ter pintado a circunferência 4D é: $\frac{1}{16} = 0,0625 = \frac{6,25}{100} = 6,25\%$.

b) Na 1ª linha há as circunferências: 1A, 1B, 1C e 1D.
Então, há 4 possibilidades de que Nuno tenha pintado de vermelho uma circunferência de 1ª linha, em 16 possibilidades igualmente prováveis.
A probabilidade pedida é: $\frac{4}{16} = \frac{1}{4} = 25\%$.

10. As possibilidades de resultado são os números: 1, 2, 3, 4, 5 e 6.
Elas são igualmente prováveis (pois é um dado não viciado).

a) O "número 2" é uma possibilidade em 6 possibilidades igualmente prováveis.
A probabilidade de que saia o número 2 na face superior é: $\frac{1}{6}$.

b) As possibilidades para número par são: 2, 4, 6.
Portanto, 3 possibilidades em 6 igualmente prováveis.
A probabilidade de que saia um número par na face superior é: $\frac{3}{6}$, portanto, $\frac{1}{2}$.

11. a) Maracatu é 1 possibilidade em 7 igualmente possíveis. Então, a probabilidade do maracatu ser a primeira dança sorteada é $\frac{1}{7}$.

b) Nordeste e Sul: $\frac{2}{7}$; Sudeste, Norte e Centro-Oeste: $\frac{1}{7}$. Resposta esperada: Sim.

Participe (p. 309)

I. a) Espera-se que a quantidade de vezes que o dado teve a face voltada para cima sendo o número 2 é em torno de um sexto de todas as jogadas. Por exemplo, se foram 96 jogadas, a face com o número 2 voltada para cima deve ter sido, aproximadamente, 16 vezes, então a probabilidade será: $\frac{16}{96} = \frac{1}{6}$.

b) Como o dado tem 3 faces com números pares (2, 4, 6), a probabilidade de sair um número par na face voltada para cima deve ser 50%. Por exemplo, se foram 96 jogadas, a face com o número par voltada para cima deve ter sido, aproximadamente, 48 vezes, então a probabilidade será: $\frac{48}{96} = \frac{1}{2} = 50\%$.

II. Espera-se que o experimento seja de lançar a moeda muitas vezes e anotar quantas vezes o resultado é cara e quantas vezes é coroa. Espera-se, também, que a probabilidade de sair cada uma das faces da moeda seja de, aproximadamente, $\frac{1}{2}$.

Educação financeira

I. Resposta pessoal.
II. Resposta pessoal.
III. Resposta pessoal.
IV. a) Resposta pessoal. **b)** Resposta pessoal.
V. Resposta pessoal.
VI. Resposta pessoal.
VII. Resposta pessoal.
VIII. Resposta pessoal.

1. Respostas pessoais.
2. Respostas pessoais.
3. a) 8 maneiras, pois tendo já escolhido arroz e feijão, a terceira escolha ocorre entre 8 produtos possíveis.

b) $\frac{1}{10}$ ou 10%, pois é a escolha do macarrão entre 10 produtos possíveis.

c) $\frac{1}{9}$ ou aproximadamente 11%, pois tendo já escolhido o macarrão, a segunda escolha (molho) ocorre entre 9 produtos possíveis.

Na Unidade

1. $\frac{1\,20\not{0}}{3\,00\not{0}} = \frac{40}{100} = 40\%$. Logo, alternativa **d**.
2. A nota de Mário foi a maior das três. Logo, alternativa **d**.
3. São 5 horas por dia durante a semana e 1 hora no fim de semana: $5 \cdot 5 + 2 \cdot 1 = 25 + 2 = 27$. Logo, alternativa **e**.
4. O consumo superou 150 kWh em 2 meses, nos meses de maio e junho. Logo, alternativa **b**.
5. Quantidade de estudantes: $4 + 8 + 10 + 5 = 27$. Logo, alternativa **c**.
6. A palavra BRASIL tem 6 letras, sendo 4 consoantes; então, a probabilidade de ser sorteada uma consoante é $\frac{4}{6}$, portanto, $\frac{2}{3}$. Logo, alternativa **d**.
7. No sistema de numeração decimal, temos 10 algarismos (1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 0). Entre eles, dois algarismos tornam o número pintado divisível por 5 (5 ou 0). Então, a probabilidade de que tenha pintado um número divisível por 5 é $\frac{2}{10}$, portanto, 0,2. Logo, alternativa **b**.

MATEMÁTICA E REALIDADE

Gelson **IEZZI**
Osvaldo **DOLCE**
Antonio **MACHADO**

Componente curricular: Matemática
Ensino Fundamental – Anos Finais

Gelson Iezzi

Licenciado em Matemática pelo Instituto de Matemática e Estatística da Universidade de São Paulo (IME-USP)

Engenheiro metalúrgico pela Escola Politécnica da Universidade de São Paulo (Poli-USP)

Atuou como professor da Pontifícia Universidade Católica de São Paulo (PUC-SP)

Atuou como professor do Ensino Médio na rede particular de ensino

Autor de materiais didáticos de Matemática para o Ensino Fundamental e o Ensino Médio

Osvaldo Dolce

Engenheiro civil pela Escola Politécnica da Universidade de São Paulo (Poli-USP)

Atuou como professor dos Anos Finais do Ensino Fundamental na rede pública de ensino e de cursos pré-vestibulares na rede particular de ensino

Autor de materiais didáticos de Matemática para o Ensino Fundamental e o Ensino Médio

Antonio Machado

Mestre em Estatística pelo Instituto de Matemática e Estatística da Universidade de São Paulo (IME-USP)

Licenciado em Matemática pelo IME-USP

Atuou como professor do Ensino Superior no Instituto de Matemática e Estatística da Universidade de São Paulo (IME-USP)

Atuou como professor do Ensino Médio na rede particular de ensino

Autor de materiais didáticos de Matemática para o Ensino Fundamental e o Ensino Médio

10ª edição, São Paulo, 2022

Direção executiva: Flávia Bravin
Direção de negócio: Volnei Korzenieski
Gestão editorial: Alice Ribeiro Silvestre
Gestão de planejamento: Eduardo Kruel Rodrigues
Gestão de projeto digital: Tatiany Renó
Gestão de área: Rodrigo Pessota
Coordenação de área: Pamela Hellebrekers Seravalli
Edição: Igor Nóbrega, Valéria Elvira Prete, Daniela Benites e Gabriela Barbosa da Silva (editores), Tainara Figueiredo Dias e Marcio Vieira de Almeida (assist.), Rogério Fernandes Cantelli e Nadili L. Ribeiro (digital)
Planejamento e controle de produção: Vilma Rossi, Camila Cunha, Adriana Souza e Isabela Salustriano
Revisão: Mariana Braga de Milani (ger.), Alexandra Costa da Fonseca, Ana Paula C. Malfa, Carlos Eduardo Sigrist, Flavia S. Venezio e Sueli Bossi
Arte: Claudio Faustino (ger.), Erika Tiemi Yamauchi (coord.), Patricia Mayumi Ishihara (edição de arte), Setup (diagramação)
Iconografia e tratamento de imagens: Roberto Silva (ger.), Claudia Balista e Alessandra Pereira (pesquisa iconográfica), Emerson de Lima (tratamento de imagens)
Direitos autorais: Fernanda Carvalho (coord.), Emília Yamada, Erika Ramires e Carolyne Ribeiro (analistas adm.)
Licenciamento de conteúdos de terceiros: Erika Ramires e Tempo Composto Ltda.
Ilustrações: Alberto De Stefano, Artur Fujita, Cecília Iwashita, Ericson Guilherme Luciano, Estúdio Mil, Hélio Senatore, Ilustra Cartoon, Luis Ricardo Montanari, Paulo Cesar Pereira, Tiago Donizete Leme e Wilson Jorge Filho
Cartografia: Mouses Sagiorato, Sonia Vaz e Vespúcio Cartografia
Design: Luis Vassallo (proj. gráfico, capa e Manual do Professor)
Foto de capa: Jonathan Knowles/DigitalVision/Getty Images
Pré-impressão: Alessandro de Oliveira Queiroz, Pamela Pardini Nicastro, Débora Fernandes de Menezes, Fernanda de Oliveira e Valmir da Silva Santos

Alameda Santos, 960, 4º andar, setor 3
Cerqueira César – São Paulo – SP – CEP 01418-002
Tel.: 4003-3061
www.edocente.com.br
saceditorasaraiva@somoseducacao.com.br

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP)

Iezzi, Gelson
Matemática e realidade : 6º ano / Gelson Iezzi, Osvaldo Dolce e Antonio Machado. -- 10. ed. -- São Paulo : Saraiva Educação S.A., 2022.
(Matemática e realidade)

Bibliografia
Suplementado pelo manual do professor
ISBN 978-65-5766-247-2 (aluno)
ISBN 978-65-5766-248-9 (professor)

1. Matemática (Ensino fundamental - Anos finais) I. Título II. Dolce, Osvaldo III. Machado, Antonio

22-2416 CDD 372.7

Angélica Ilacqua - CRB-8/7057

2022
Código da obra CL 820852
CAE 802093 (AL) / 802094 (PR)
10ª edição
1ª impressão
De acordo com a BNCC.

Impressão e acabamento

APRESENTAÇÃO

Esta coleção de Matemática foi elaborada pensando em você, estudante!

Na introdução de muitos conteúdos, apresentamos situações-problema ligadas às realidades que você vivencia. Procuramos promover sua participação constante e ativa na construção dos conhecimentos. Nos boxes ***Participe***, por exemplo, incentivamos que você e os colegas reflitam e exponham conhecimentos prévios à introdução de um novo tema.

Em vários momentos do livro, nos boxes ***Na olimpíada***, são reproduzidas questões da Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas (Obmep), com o objetivo de colocá-lo diante de situações que o levem a pensar e desenvolver soluções de modo leve e espontâneo.

Na seção de leitura ***Na mídia***, em que é reproduzido um texto de jornal, revista ou *site* relacionado à Matemática, procuramos mostrar que a aplicação dos conhecimentos matemáticos é indispensável para ter acesso aos meios de informação e comunicação, bem como para ter uma visão crítica dos temas.

Os conhecimentos de finanças são necessários para garantir qualidade de vida desde agora até a vida adulta. Na seção ***Educação financeira***, você encontra atividades individuais e coletivas para refletir sobre o consumo consciente e que podem torná-lo apto a contribuir para o planejamento financeiro de sua família.

Em todos os volumes desta coleção, também está presente a seção ***Matemática e tecnologias***, que explora o uso de *softwares* e aplicativos de Matemática para resolver e modelar problemas.

E, para mostrar que a Matemática é uma descoberta de diferentes pessoas, épocas e civilizações, na seção ***Na História*** expomos a história de descobertas matemáticas ligadas aos temas em estudo.

Esperamos que esta coleção o auxilie no entendimento de números, letras, figuras e diversas representações que compõem o universo matemático e a vida em sociedade.

Bons estudos!
Os autores

Conheça seu livro

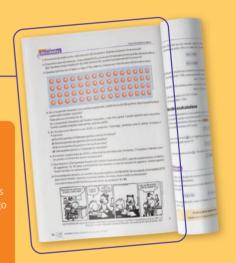
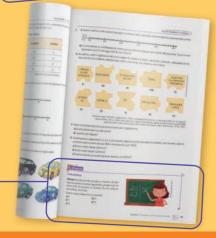
Abertura de Unidade

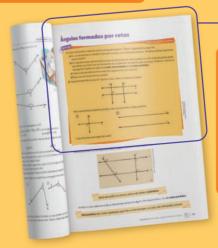
Organizada em uma dupla de páginas, a abertura traz uma ou mais imagens e textos relacionados a temas contemporâneos e interdisciplinares que vão despertar sua curiosidade. A relação entre o tema da abertura e os conteúdos matemáticos da Unidade é feita por meio de atividades contextualizadas na própria abertura e em outros momentos ao longo dos capítulos correspondentes.

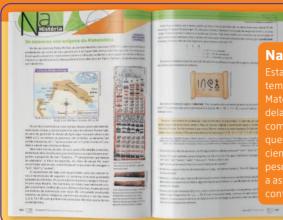
Capítulo

Dois ou mais capítulos estão reunidos em uma mesma Unidade e divididos em assuntos seguidos por blocos de atividades.

Atividades

As atividades, além de variadas, são apresentadas em gradação de dificuldade e permitirão que você aplique os conteúdos estudados. Ao longo desta seção, você encontrará atividades mais desafiadoras, bem como de resolução e elaboração de problemas.

Na olimpíada

Esta seção traz questões de provas oficiais da Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas (Obmep), que farão você analisar, pensar e relacionar conteúdos diversos.

Participe

Por meio das questões desta seção, você será incentivado a levantar hipóteses e resolver problemas utilizando estratégias pessoais e trabalhando individualmente ou em dupla.

Na História

Esta seção aborda temáticas da História da Matemática. Por meio dela, você terá contato com relatos históricos, questionamentos científicos e práticas de pesquisa relacionados a assuntos ligados ao conteúdo.

Matemática e tecnologias

Nesta seção, você terá a oportunidade de utilizar ferramentas tecnológicas, como *softwares* livres e aplicativos de Matemática, para modelar e resolver problemas.

Na mídia

Por meio de textos de jornais, revistas ou *sites* você poderá observar a realidade com visão crítica, utilizando a Matemática para comparar dados e interpretar textos, tabelas e gráficos divulgados pela mídia.

Educação financeira

Refletir sobre atitudes relacionadas à Educação financeira deve fazer parte de nossa rotina. Consumo excessivo e economia são alguns dos contextos abordados nesta seção, que poderá auxiliar você em sua organização financeira familiar.

Na Unidade

Nesta seção, são apresentadas atividades de revisão dos conteúdos abordados ao longo da Unidade, o que permitirá a você fazer uma autoavaliação das aprendizagens. Nela, também constam questões de avaliações oficiais.

ÍCONES

 Convém usar a calculadora quando encontrar este ícone.

 Indica o uso de régua, compasso, esquadro, entre outros instrumentos.

Indica momentos de trabalho com práticas de pesquisa relacionadas à História da Matemática e a fatos da realidade por meio de atividades individuais ou coletivas.

   Indicam sugestões de leitura de livros e textos, acesso a *sites* e jogos, além de visitações guiadas e outras indicações para aprimorar seus estudos.

Sumário

Unidade 1

Unidade 2

Unidade 3

Unidade 4

Unidade 5

Unidade 6

Unidade 7

Unidade 8

Unidade 9

Ilustra Cartoon/ Arquivo da editora

Orientações didáticas

Abertura

Na BNCC

A abertura desta Unidade permite mobilizar com maior ênfase a **CG04**, ao explorar a temática da desigualdade econômica de gênero por meio da análise de um texto e de uma imagem, e a **CG07** ao propor aos estudantes que argumentem, com base nas informações apresentadas, como é possível combater essa desigualdade. Favorece, ainda, o desenvolvimento do TCT *Educação em Direitos Humanos*, uma vez que permite discutir a necessidade de participação plena e efetiva das mulheres e a igualdade de oportunidades para a liderança em todos os níveis de tomada de decisão, seja na vida política, econômica, seja na vida pública.

Ao explorar a abertura da Unidade, peça aos estudantes que, antes de ler o texto, analisem a imagem apresentada. Pergunte a eles: “O que vocês acham que essa imagem significa?”. Permita que eles respondam usando as próprias palavras e dê espaço para que debatam caso haja diferentes pontos de vista. Em seguida, peça que façam a leitura do texto e proponha outra pergunta: “Como o texto e a imagem se relacionam?”.

Espera-se que os estudantes percebam que tanto o texto quanto a imagem têm como temática a desigualdade econômica de gênero. Enfatize que esse tipo de desigualdade se refere ao acesso às oportunidades no âmbito econômico. Explique a eles que a classificação das pessoas pelo gênero como melhor ou pior, inferior ou superior, gera consequências negativas e prejudiciais à sociedade em geral.

UNIDADE 1 Sistemas de numeração e operações com números naturais

NESTA UNIDADE VOCÊ VAI:

- ler e escrever números naturais;
- compor e decompor números naturais;
- comparar e ordenar números naturais;
- conhecer e identificar características comuns e diferenças entre o sistema de numeração decimal e outros sistemas de numeração;
- resolver e elaborar problemas que envolvem adição e subtração de números naturais utilizando estratégias diversas, inclusive com o uso da calculadora.

CAPÍTULOS

Greg Brave/Shutterstock

Historicamente, os homens quase sempre tiveram remuneração maior do que as mulheres.

Desigualdade econômica de gênero

Mesmo em meio a tantas transformações ocorridas ao longo do último século (maior participação das mulheres no mercado de trabalho, crescente escolarização, maior acesso à informação), as mulheres seguem dedicando relativamente mais tempo aos afazeres domésticos e cuidados de pessoas.

Em 2019, os homens dedicaram em média 11 horas por semana aos cuidados de pessoas e/ou afazeres domésticos, enquanto o tempo dedicado pelas mulheres a estas tarefas foi de cerca de 21 horas e meia por semana. Mulheres que precisam conciliar trabalho remunerado com os afazeres domésticos e cuidados de pessoas, em muitos casos, acabam tendo empregos parciais, ou seja, com menos horas semanais. [...]

Quanto à educação, mostra-se uma tendência geral de aumento da escolaridade das mulheres em relação aos homens.

IBGE. Mulheres brasileiras na educação e no trabalho. *IBGE Educa*. Disponível em: https://educa.ibge.gov.br/criancas/brasil/atualidades/20459-mulheres-brasileiras-na-educacao-e-no-trabalho.html. Acesso em: 12 nov. 2021.

A que conclusões você pode chegar sobre os dados desse estudo? Você conhece alguém que concilia tarefas domésticas com trabalho remunerado? Reflita e depois converse com os colegas: Como a desigualdade de gênero pode ser solucionada?

Respostas pessoais.

Orientações didáticas

Abertura

Solicite aos estudantes que respondam individualmente às duas primeiras questões. Peça-lhes que, em seguida, compartilhem as respostas com os colegas de turma.

Anote na lousa quantos estudantes responderam que conhecem pessoas que conciliam as tarefas domésticas com atividades remuneradas. É possível que boa parte da turma responda que conhece pessoas nessa situação. Pergunte a eles se essas pessoas são homens ou mulheres e anote também na lousa. Proponha, então, que analisem os resultados e procurem estabelecer uma conexão com as informações apresentadas no texto.

Organize os estudantes em uma roda de conversa para que reflitam e realizem um debate acerca da terceira questão proposta. Permita que discutam livremente e incentive-os a argumentar com base nas informações, levando em consideração os princípios éticos e democráticos. Valorize a diversidade de opiniões e oriente-os a respeitar o modo de pensar de cada um dos colegas.

Proposta para o professor

O artigo a seguir traz uma série de informações acerca da temática da igualdade de gênero. Se considerar oportuno, apresente alguns trechos para enriquecer o debate em sala de aula. É possível encontrar neste artigo as metas do quinto Objetivo de Desenvolvimento Sustentável da ONU, que visa à igualdade de gênero.

UNIVERSIDADE FEDERAL DE MINAS GERAIS. Igualdade de gênero. *Espaço do conhecimento*. [*s. l.*], [20--?]. Disponível em: https://www.ufmg.br/espacodoconhecimento/igualdade-de-genero/. Acesso em: 20 abr. 2022.

Orientações didáticas

A origem dos números

Na BNCC

Este tópico favorece o desenvolvimento da habilidade **EF06MA02**, uma vez que propõe o estabelecimento de uma relação do sistema de numeração indo-arábico com outros sistemas de numeração, destacando-o como aquele que prevaleceu no mundo ocidental, além de sistematizar suas principais características. Permite, ainda, mobilizar com maior ênfase a **CEMAT01**, ao mostrar a Matemática como uma ciência desenvolvida ao longo do tempo, de acordo com as necessidades e contribuições de diferentes povos.

Inicie o trabalho propondo aos estudantes que discutam como representar quantidades sem o uso de algarismos e da escrita com palavras. Relembre-os de que os números foram criados pelos seres humanos para suprir a necessidade de contagem. É provável que eles se lembrem de ter estudado essa temática em anos anteriores do Ensino Fundamental.

Como escrevemos os números

Ao explorar este tópico, explique aos estudantes que depois de muitos séculos é que o sistema de numeração indo-arábico foi consolidado e difundido.

Enfatize quais são os símbolos que compõem o sistema de numeração indo-arábico e destaque a diferença entre **números** e **algarismos**.

Se considerar oportuno, aproveite o mapa com a região do rio Indo para um trabalho interdisciplinar com **Geografia**, desenvolvendo a cartografia e citando, por exemplo, os elementos de um mapa, como título, escala, localizador, entre outros.

Números e sistemas de numeração

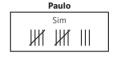
EF06MA01
EF06MA02

A origem dos números

Os números foram criados pelo ser humano para suprir a necessidade de contar objetos, pessoas, animais e a passagem do tempo.

Para contar, os primeiros grupos humanos – que viveram há milhares de anos – traçavam riscos em madeira e ossos ou, ainda, faziam nós em uma corda, por exemplo.

Até hoje, em algumas situações, fazemos contagens anotando tracinhos, como no exemplo a seguir.

Em uma atividade, cada estudante do 6º ano deveria responder "sim" ou "não" à pergunta do professor. Paulo estava contando os estudantes que respondiam "sim". Joana, os que respondiam "não".

Acompanhe como eles anotaram as contagens:

Banco de imagens/Arquivo da editora

Quantos estudantes Paulo havia contado? E Joana? 13 estudantes; 17 estudantes.

A necessidade de efetuar cálculos com mais rapidez levou o ser humano a desenvolver e aperfeiçoar símbolos e regras para representar quantidades.

Várias civilizações desenvolveram diferentes **sistemas de numeração** para representar quantidades. Alguns deles serão apresentados ao longo deste volume.

Como escrevemos os números

Um dos sistemas de numeração criados na Antiguidade prevaleceu sobre os demais. Foram os antigos habitantes do vale do rio Indo (onde atualmente é o sul da Ásia) que criaram os símbolos que usamos até hoje. São eles:

0, **1**, **2**, **3**, **4**, **5**, **6**, **7**, **8** e **9**.

Esses símbolos foram difundidos pelos árabes, séculos depois, e são conhecidos como **algarismos indo-arábicos**. Com eles escrevemos todos os números.

Número é a ideia que expressa uma quantidade, uma medida, uma ordem ou um código.
Por exemplo, as fotografias a seguir apresentam a mesma quantidade de elementos e transmitem a ideia do mesmo número, o **seis**.

Na imagem há **seis** gizes de lousa.
Marekuliasz/Shutterstock

Na imagem há **seis** crianças.
Monkey Business Images/Shutterstock

Algarismos são os símbolos que utilizamos para escrever os números; por exemplo, os algarismos indo-arábicos (0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9).
Para escrever o número **6**, que representa a quantidade de elementos em cada uma dessas fotografias, utilizamos o algarismo indo-arábico 6.

Retomaremos, a seguir, algumas características do **sistema de numeração indo-arábico**, que você provavelmente estudou nos anos anteriores do Ensino Fundamental.

Nesse sistema de numeração, cada 10 unidades de uma ordem formam 1 unidade da ordem imediatamente superior; por isso ele é chamado de **sistema de numeração decimal**. Nomeamos:

- dezena: grupo de 10 unidades;
- centena: grupo de 10 dezenas;
- milhar: grupo de 10 centenas; e assim por diante.

Exemplos

Fonte dos dados: FERREIRA, Graça Maria Lemos. *Atlas geográfico*: espaço mundial. 4. ed. rev. ampl. São Paulo: Moderna, 2013. p. 97.

Representamos essa quantidade de pedras pelo número 42 (lemos: quarenta e dois).

Representamos essa quantidade de pedras pelo número 126 (lemos: cento e vinte e seis).

No sistema de numeração decimal, cada número é representado indicando, da direita para a esquerda, a quantidade de unidades (de 0 a 9), de dezenas (de 0 a 9), de centenas (de 0 a 9), de unidades de milhar (de 0 a 9), de dezenas de milhar (de 0 a 9), e assim por diante. Além disso:

- 10 representa 1 dezena;
- 100 representa 1 centena;
- 1000 representa 1 unidade de milhar (ou simplesmente milhar);
- 10 000 representa 1 dezena de milhar;
- 100 000 representa 1 centena de milhar;
- 1000 000 representa 1 milhão (são 1000 milhares).

Pesquise como representamos 1 bilhão, 1 trilhão, 1 quatrilhão e 1 quintilhão com algarismos.
1 000 000 000, 1 000 000 000 000, 1 000 000 000 000 000 e 1 000 000 000 000 000 000.

Exemplo

Para o número 37 514 (lemos: trinta e sete mil, quinhentos e catorze), temos:

3	7	5	1	4
dezenas de milhar	unidades de milhar	centenas	dezena	unidades
30 000	7 000	500	10	4

Ou seja:

$$37\,514 = 30\,000 + 7\,000 + 500 + 10 + 4$$

No sistema de numeração decimal, o número 205 representa 2 centenas, 0 dezena e 5 unidades e o número 520 representa 5 centenas, 2 dezenas e 0 unidade. Dizemos que esse sistema é **posicional**, porque um mesmo algarismo tem valor diferente dependendo da posição que ocupa no número.

No número 205, o **valor posicional** do algarismo 2 é 200, do algarismo 0 é 0 e o do algarismo 5 é 5:

$$205 = 200 + 0 + 5$$

E qual é o valor posicional de cada algarismo do número 520?
Do algarismo 5 é 500, do algarismo 2 é 20 e o do algarismo 0 é 0.

Orientações didáticas

Como escrevemos os números

O texto apresenta exemplos da representação de números no sistema de numeração decimal, com ênfase no valor posicional dos algarismos. Realize a leitura do texto com a turma e, a fim de verificar se os estudantes compreenderam o conceito de valor posicional, proponha que escrevam por extenso os números 504 e 5 040. Peça, ainda, que indiquem o valor posicional dos algarismos 5 e 4 em cada um desses números.

504: quinhentos e quatro (5 centenas; 4 unidades);

5 040: cinco mil e quarenta (5 milhares; 4 dezenas).

Proposta para o professor

BOYER, Carl B.; MERZBACH, Uta C. *História da Matemática*. 3. ed. São Paulo: Blucher, 2012.

Este livro, considerado um referencial de consulta para professores, apresenta o conceito de número, com origem no Egito antigo, e traz ainda a origem da Geometria, da Aritmética, da Álgebra e da Trigonometria dos egípcios, bem como o desenvolvimento do raciocínio lógico-matemático na Mesopotâmia, Índia, China e Grécia.

MENDES, Iran A. *Números*: o simbólico e o racional na história. São Paulo: Livraria da Física, 2006.

O livro explica como a necessidade humana levou à invenção e ao desenvolvimento de métodos de contagem, ordenação e quantificação.

Proposta para o estudante

Peça aos estudantes que pesquisem em textos de jornais e revistas ou na internet números como indicadores de quantidade. Em seguida, proponha que registrem esses números e indiquem o valor posicional de cada algarismo. Depois, peça a eles que troquem os registros com um colega, que deverá corrigi-los e verificar se os valores posicionais indicados estão corretos.

Orientações didáticas

Atividades

O objetivo da atividade **1** é relacionar os algarismos representados pelo valor posicional com a representação numérica, seguido pela leitura. Por exemplo, 6 dezenas e 3 unidades representam o número 63, cuja leitura é sessenta e três.

Nas atividades **2** e **4** os estudantes devem escrever por extenso como se leem os números representados. Na atividade **5** deve ser feito o oposto: eles devem representar numericamente os números que estão escritos por extenso.

A atividade **3** propõe a decomposição dos números. Peça aos estudantes que analisem o valor posicional dos algarismos em cada situação.

As atividades **6** a **8** exploram os valores posicionais que um mesmo algarismo pode assumir, dependendo da ordem que ocupa em um número.

Faça as atividades no caderno.

1. Copie o quadro no caderno e complete-o com as informações que faltam.

Quantidade agrupada	Representação	Leitura
6 dezenas e 3 unidades	63	Sessenta e três.
4 dezenas	40	Quarenta.
2 centenas e 1 dezena	210	Duzentos e dez.
7 centenas e 8 unidades	708	Setecentos e oito.
4 milhares e 1 centena	4 100	Quatro mil e cem.
9 dezenas de milhar	90 000	Noventa mil.
6 centenas de milhar	600 000	Seiscentos mil.
1 milhão, 8 milhares e 9 centenas	1 008 900	Um milhão, oito mil e novecentos.

2. Escreva no caderno como se lê cada número a seguir.

a) 57 Cinquenta e sete.

b) 391 Trezentos e noventa e um.

c) 404 Quatrocentos e quatro.

d) 2 913 Dois mil, novecentos e treze.

e) 50 617 Cinquenta mil, seiscentos e dezessete.

f) 101 010 Cento e um mil e dez.

3. Copie os itens a seguir no caderno substituindo ▨ pelo número correto.

a) 99 = 90 + ▨ 9

99 representa ▨ dezenas e ▨ unidades. 9; 9.

b) 428 = 400 + 20 + ▨ 8

428 representa ▨ centenas, ▨ dezenas e ▨ unidades. 4; 2; 8.

c) 110 = ▨ + ▨ + ▨ 100; 10; 0.

110 representa ▨ centena, ▨ dezena e ▨ unidade. 1; 1; 0.

4. Leia esta informação e escreva no caderno como se lê cada número em destaque.

De acordo com o Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística (IBGE), em 1º de julho de **2020** o Brasil tinha uma população estimada em **211 766 882** habitantes.

5. No caderno, represente com algarismos:

a) cinquenta e quatro; 54

b) cento e dezessete; 117

c) quinhentos e sessenta; 560

d) trezentos e cinco; 305

e) um mil e quinhentos; 1 500

f) oito mil, setecentos e dez; 8 710

g) vinte e cinco mil e quinze; 25 015

h) novecentos mil, novecentos e nove. 900 909

4. 2020: dois mil e vinte.
211 766 882: duzentos e onze milhões, setecentos e sessenta e seis mil, oitocentos e oitenta e dois.

Texto para as atividades **6** a **8**.

Em um número representado no sistema de numeração decimal, cada algarismo ocupa uma **ordem**. Essas ordens são agrupadas de 3 em 3, da direita para a esquerda, formando as **classes** de 3 algarismos: classe das unidades simples, classe dos milhares, classe dos milhões, etc.

Milhões			Milhares			Unidades simples		
Centenas	Dezenas	Unidades	Centenas	Dezenas	Unidades	Centenas	Dezenas	Unidades
↓ 9ª ordem	↓ 8ª ordem	↓ 7ª ordem	↓ 6ª ordem	↓ 5ª ordem	↓ 4ª ordem	↓ 3ª ordem	↓ 2ª ordem	↓ 1ª ordem

6. Responda no caderno.

a) Em 25 673, qual é o algarismo da ordem das centenas? 6

b) Em 492 108, qual é o algarismo da ordem das dezenas de milhar? 9

c) Em 8 432 796, o algarismo 4 está em qual ordem? E o 2? E o 8? Centenas de milhar; unidades de milhar; unidades de milhão.

d) Em 12 084, o que indica o algarismo 0? Indica que não há centenas na representação decimal desse número.

7. Em cada número a seguir, em que ordem está o algarismo 5? Qual é o valor posicional dele?

a) 345 Unidades; 5.

b) 345 678 Unidades de milhar; 5 000.

c) 3 456 789 Dezenas de milhar; 50 000.

d) 34 567 890 Centenas de milhar; 500 000.

8. Em cada item da atividade anterior, em que ordem está o algarismo 3? Qual é o valor posicional dele?

a) Centenas; 300.

b) Centenas de milhar; 300 000.

c) Unidades de milhão; 3 000 000.

d) Dezenas de milhão; 30 000 000.

Como os maias escreviam os números

Os maias – povos que viveram entre 250 d.C. e 1000 d.C. em uma região onde atualmente está localizada parte do México e da América Central – formaram uma civilização bastante desenvolvida para a época. Os conhecimentos deles relacionados à Astronomia eram impressionantes.

Localização da civilização maia

Vespúcio Cartografia/Arquivo da editora

Fonte dos dados: VICENTINO, Cláudio. *Atlas histórico geral e do Brasil.* São Paulo: Scipione, 2011. p. 52.

Repare como os maias escreviam os números de 0 a 19.

0 1 2 3 4 5 6 7 8 9

10 11 12 13 14 15 16 17 18 19

Banco de imagens/Arquivo da editora

Os números de 1 a 4 eram representados usando pontinhos. A partir disso, cada 5 pontinhos eram trocados por 1 tracinho horizontal. Assim, para contar até 19, eles juntavam as unidades em grupos de 5. Para contar a partir de 20, eles usavam outras combinações de símbolos.

Art Images/Getty Images/Museu da América, Madri, Espanha.

Na imagem podemos perceber alguns números representados no sistema de numeração maia, em um registro do período que antecedeu a chegada do navegador italiano, comandante da frota espanhola, Cristóvão Colombo (1451-1506) à América.

Orientações didáticas

Como os maias escreviam os números

Se considerar oportuno, proponha um trabalho interdisciplinar, com auxílio do professor de **História**, mostrando aos estudantes alguns aspectos da cultura maia e proporcionando uma leitura e interpretação da imagem mostrada no livro. Aproveite o momento para explorar o mapa apresentado no livro. Em um mapa virtual, os estudantes podem explorar a localização da civilização maia e da região do rio Indo, citada anteriormente, bem como a localização da civilização romana, que será apresentada no próximo tópico.

Leia o texto com os estudantes e verifique se eles percebem que o sistema maia tem base 20. Ressalte que nem todas as civilizações usavam um símbolo para expressar a quantidade 0.

Orientações didáticas

Como os romanos escreviam os números

Para auxiliar os estudantes na compreensão das regras de representação dos números no sistema de numeração romano, proponha que escrevam no caderno como os romanos representavam os seguintes números:

730 ⟶ DCCXXX
485 ⟶ CDLXXXV
CMLXXIV ⟶ 974
MIII ⟶ 1 003

Como os romanos escreviam os números

Os romanos escreviam os números utilizando 7 símbolos.
No quadro a seguir apresentamos esses símbolos e o valor que cada um deles representa.

Símbolo	I	V	X	L	C	D	M
Valor	1	5	10	50	100	500	1000

No sistema de numeração romano não há um símbolo para representar o número 0.

Fonte dos dados: VICENTINO, Cláudio. *Atlas histórico geral e do Brasil.* São Paulo: Scipione, 2011. p. 47.

Outros números são escritos por combinações desses símbolos, seguindo algumas regras.

1) Somente os símbolos **I**, **X**, **C** e **M** podem ser repetidos, até 3 vezes seguidas.

2) Ao escrevermos um símbolo à direita de outro símbolo de maior ou igual valor ao dele, adicionamos os valores. Por exemplo:

- II: 1 + 1 = 2
- DC: 500 + 100 = 600
- MD: 1000 + 500 = 1500

3) Os símbolos **I**, **X** e **C** podem ser colocados à esquerda de outro de maior valor nas seguintes situações:

- **I** à esquerda de **V** ou de **X**;
- **X** à esquerda de **L** ou de **C**;
- **C** à esquerda de **D** ou de **M**.

Nessas situações, subtraímos o menor valor do maior. Por exemplo:

- IV: 5 − 1 = 4
- XL: 50 − 10 = 40
- XC: 100 − 10 = 90

4) Quando entre 2 símbolos quaisquer houver um de menor valor do que ambos, o valor deste deverá ser subtraído do símbolo seguinte a ele. Por exemplo:

- XIX: 10 + (10 − 1) = 19
- CCXL: 100 + 100 + (50 − 10) = 240

5) O valor dos símbolos é multiplicado por 1000 quando há um traço horizontal sobre eles. Por exemplo:

- $\overline{\text{IV}}$: 1000 × 4 = 4000
- $\overline{\text{DC}}$: 1000 × 600 = 600000
- $\overline{\text{MD}}$CII: 1000 × 1500 + 100 + 2 = 1500102

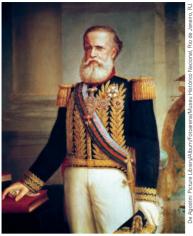
Proposta para o estudante

Peça aos estudantes que pesquisem em grupos como os egípcios escreviam os números. Proponha que confeccionem um cartaz que mostre os símbolos utilizados e o que cada um deles representa.

Ainda hoje o sistema de numeração romano é usado em algumas situações, como em nomeações de imperadores, papas e reis, em marcadores de relógio ou em indicações dos volumes de uma coleção de livros.

De Agostini Picture Library/Album/Fotoarena/Museu Histórico Nacional, Rio de Janeiro, RJ.

Pintura do imperador dom Pedro II localizada no Museu Histórico Nacional, no Rio de Janeiro (RJ).

As imagens não estão representadas em proporção.

Relógio de pulso com números no sistema de numeração romano.

Cultura Motion/Shutterstock

pjcross/Shutterstock

Livros numerados no sistema de numeração romano.

Em alguns relógios, podemos notar que o número 4 aparece de 2 maneiras distintas quando representado com símbolos romanos: **IIII** e **IV**. Pesquise o motivo dessa variação.

Atividades

Faça as atividades no caderno.

11. Exemplos de resposta: O sistema de numeração decimal e o sistema de numeração romano têm base 10. Os sistemas de numeração maia e romano têm a semelhança de representar os números por conjuntos do mesmo símbolo (pontinhos e traços horizontais no maia, e letras no romano).

9. Escreva no caderno como os romanos representavam os seguintes números:

56	88	110	999	1119
LVI	LXXXVIII	CX	CMXCIX	MCXIX

10. No caderno, reescreva as informações a seguir usando algarismos indo-arábicos para representar os números.

a) Diversas pessoas contribuíram para o desenvolvimento da televisão, principalmente o inventor estadunidense Philo T. Fainsworth (1906-1971), em MCMXXVII. 1927

Fonte dos dados: TELEVISÃO. *Superinteressante*, 31 out. 2016. Disponível em: https://super.abril.com.br/historia/televisao/. Acesso em: 14 fev. 2022.

b) O voleibol foi criado nos Estados Unidos, em MDCCCXCV, pelo professor William G. Morgan (1870-1942). 1895

Fonte dos dados: VÔLEI de praia. *Rede do Esporte Brasil*. Disponível em: http://rededoesporte.gov.br/pt-br/megaeventos/olimpiadas/modalidades/volei-de-praia. Acesso em: 14 fev. 2022.

c) A primeira pessoa a utilizar um paraquedas foi o francês Louis-Sébastien Lenormand no ano de MDCCLXXXIII. 1783

Fonte dos dados: QUEM INVENTOU o paraquedas. *Superinteressante*, 4 jul. 2018. Disponível em: https://super.abril.com.br/mundo-estranho/quem-inventou-o-paraquedas/. Acesso em: 14 fev. 2022.

AlexTsuper/Shutterstock

Paraquedista em Kiev, na Ucrânia. Foto de 2020.

d) A bicicleta foi inventada em MDCCXC pelo conde francês Méde de Sivrac. 1790

Fonte dos dados: UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA MARIA. Sob duas rodas. *Revista Arco*, 25 maio 2021. Disponível em: https://www.ufsm.br/midias/arco/sob-duas-rodas/. Acesso em: 14 fev. 2022.

11. Os sistemas de numeração decimal, maia e romano apresentam algumas diferenças e semelhanças entre si. Descreva algumas delas.

Os sistemas de numeração decimal e maia têm símbolos para representar o número 0, enquanto o romano não tem. Os símbolos usados para representar os números em cada um desses sistemas são diferentes.

Orientações didáticas

Como os romanos escreviam os números

Peça aos estudantes que investiguem se no sistema de numeração romano havia algum símbolo para representar a quantidade 0.

Se considerar oportuno, promova um trabalho interdisciplinar com auxílio do professor de **História**, e mostre aos estudantes algumas características da civilização romana.

Atividades

As atividades **9** e **10** propõem aos estudantes que utilizem as regras apresentadas para representar os números utilizando símbolos romanos e escrevam números representados por símbolos romanos usando algarismos indo-arábicos. Em caso de dúvidas, peça a eles que retomem o conteúdo visto no livro.

Na atividade **11**, os estudantes devem descrever as diferenças e características comuns dos sistemas de numeração decimal, maia e romano. Se considerar oportuno, organize a turma em 3 grupos. Peça a cada grupo que indique as principais características do sistema de numeração do qual ficou responsável. Se necessário, eles podem fazer pesquisas para complementar as informações estudadas. Em seguida, proponha aos grupos que socializem as descobertas. Finalize solicitando a cada estudante que escreva um texto com as próprias palavras, destacando as diferenças e as características comuns encontradas.

Proposta para o professor

Para saber um pouco mais do sistema de numeração romano, visite: CLUBES de Matemática da Obmep. *Sala de estudos*: sistema de numeração romano. [*s. l.*], [20--?]. Disponível em: http://clubes.obmep.org.br/blog/sala-de-estudos-sistema-de-numeracao-romano/. Acesso em: 20 abr. 2022.

Orientações didáticas

Os números naturais

Na BNCC

Este tópico favorece o desenvolvimento da habilidade **EF06MA01**, uma vez que são apresentadas diversas situações que permitem aos estudantes a leitura, escrita, comparação e ordenação de números naturais com e sem suporte da reta numérica.
A **CEMAT08** e a **CG09** são mobilizadas com mais ênfase na atividade **20**, em que é proposto um debate acerca dos papéis de destaque ocupados por mulheres ao longo da história.

Escreva na lousa a sucessão dos números naturais. Explique aos estudantes que os números naturais podem ser representados por pontos da reta numérica, que todo número natural n tem um **sucessor** dado por $n + 1$, que todo número natural, com exceção do 0, tem um **antecessor** e que o antecessor do número natural n é dado por $n - 1$.

Par ou ímpar?

Se considerar oportuno, ainda que o conteúdo relativo à operação da divisão não tenha sido retomado no 6º ano, você pode fazer uma breve revisão com os estudantes para definir os conceitos de par e ímpar. Mostre a eles que um número é par quando a divisão por 2 for exata (resto 0), e que o número é ímpar quando na divisão por 2 o resto for 1 (não exata). Por exemplo: $254 : 2 = 127$ e o resto é 0, portanto 254 é um número par; já o número 37 é ímpar, pois $37 : 2 = 18$ e resta 1. Assim, é possível justificar que o 0 é um número par, pois $0 : 2 = 0$ e resta 0.

Os números naturais

Quando contamos quantidades de objetos, animais, estrelas, pessoas, etc., empregamos os números:

0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, ...

Esses números são chamados **números naturais**.

Colocamos as reticências porque existem mais números além dos representados. Depois do 15 vêm o 16, o 17, o 18, e assim por diante, formando uma sequência que não tem fim. Existem infinitos números naturais.

finito: o que tem fim.
infinito: o que não tem fim (*in*: prefixo de negação).

Os números naturais podem ser representados por pontos igualmente espaçados em uma reta, chamada **reta numérica**. A seta na reta numérica a seguir indica que os números aumentam da esquerda para a direita.

Banco de imagens/Arquivo da editora

Os números que são vizinhos na sequência de números naturais são chamados **números consecutivos**.

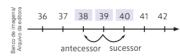
Exemplos

- 12 e 13 são números naturais consecutivos.
- 8, 9 e 10 são números naturais consecutivos.

Sucessor de um número natural é o número que vem logo em seguida a ele na sequência dos números naturais e **antecessor** é o número que vem imediatamente antes dele.

Exemplos

- O sucessor de 39 é $39 + 1$; portanto, 40.
- O antecessor de 39 é $39 - 1$; portanto, 38.

Banco de imagens/Arquivo da editora

Na sequência dos números naturais, todo número tem um sucessor e todo número, exceto o 0, tem um antecessor.

Par ou ímpar?

Ilustra Cartoon/Arquivo da editora

Um número natural é **par** quando o algarismo das unidades é 0, 2, 4, 6 ou 8. Dizemos que um número par termina em 0, 2, 4, 6 ou 8. Os números naturais pares são: 0, 2, 4, 6, 8, 10, 12, 14, 16, ...

Um número natural é **ímpar** quando termina em 1, 3, 5, 7 ou 9. Os números naturais ímpares são: 1, 3, 5, 7, 9, 11, 13, 15, 17, ...

Atividades

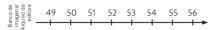
Faça as atividades no caderno.

12. Analise a reta numérica a seguir e, depois, responda no caderno.

a) Qual número natural é representado pelo ponto *A*? 10

b) Qual é o sucessor do número natural representado pelo ponto *B*? 15

13. Agora, analise este trecho de uma reta numérica.

a) Dos números naturais nela representados, quantos são números pares? Quais são eles? 4 números; 50, 52, 54, 56.

b) Qual é o antecessor de 49? Ele é par ou ímpar? 48; par.

c) Qual é o sucessor do sucessor de 56? Ele é par ou ímpar? 58; par.

14. Responda às questões no caderno.

a) Qual é o sucessor de 9 999? 10 000

b) Qual é o antecessor de 100 010? 100 009

c) Qual é o antecessor do antecessor de 1 000 000? 999 998

d) Qual é o sucessor do antecessor de 99 999? 99 999

15. Em uma viagem, Amanda saiu da cidade de São Paulo, parou em Campinas, em São Carlos, em Araraquara e, por fim, chegou a Olímpia.
Nas paradas desse trajeto:

a) qual cidade sucedeu a São Carlos? Araraquara.

b) qual cidade antecedeu a São Carlos? Campinas.

Trajeto no estado de São Paulo

Mapa ilustrativo com desenhos fora de escala.

Fonte dos dados: IBGE. *Atlas geográfico escolar*. 8. ed. Rio de Janeiro: IBGE, 2018. p. 174.

16. Escreva, no caderno, com símbolos romanos:

a) o sucessor de XV; XVI

b) o antecessor de XV; XIV

c) o antecessor de LXIII; LXII

d) o sucessor de LXIII. LXIV

17. O quadro a seguir apresenta o significado de alguns sinais matemáticos.

Sinal	Lemos
$=$	é igual a
$\neq$	é diferente de
$>$	é maior do que
$<$	é menor do que

Analise as sentenças apresentadas e registre no caderno **certo** ou **errado** para cada uma delas.

a) $43 = 34$ Errado.

b) $43 \neq 34$ Certo.

c) $43 > 34$ Certo.

d) $43 < 34$ Errado.

e) $34 > 43$ Errado.

f) $34 < 43$ Certo.

Orientações didáticas

Atividades

As atividades exploram os números naturais, além da comparação e da ordenação de números naturais. As atividades **12** e **13** utilizam a reta numérica como suporte para a identificação de antecessores e sucessores dos números naturais. Na atividade **13**, verifique se os estudantes percebem que o antecessor de um número natural par será sempre um número ímpar, assim como o sucessor de um número ímpar sempre será um número par.

Na atividade **14**, os estudantes devem identificar os antecessores e sucessores dos números naturais sem o suporte da reta numérica.

A atividade **15** apresenta um mapa com a localização de alguns municípios do estado de São Paulo, descrevendo o itinerário de uma viagem. Sugira aos estudantes que construam um esquema que demonstre o trajeto, similar ao mostrado a seguir.

Partida: São Paulo ⟶ Campinas ⟶ São Carlos ⟶ Araraquara ⟶ Olímpia: **Chegada**.

Se considerar pertinente, proponha um trabalho interdisciplinar com **Geografia**. Peça aos estudantes que façam uma pesquisa sobre os municípios citados na atividade e indiquem a medida da distância entre eles, a população estimada em cada um e a medida de área do município. Em seguida, peça a eles que leiam, escrevam e comparem os números. Essa mesma proposta pode ser adaptada para municípios vizinhos à comunidade escolar.

A atividade **17** propõe a comparação entre números naturais, utilizando os símbolos matemáticos: $=$ (é igual a), $\neq$ (é diferente de), $>$ (é maior do que) e $<$ (é menor do que). Auxilie os estudantes em caso de dúvidas.

Proposta para o estudante

As pesquisas acerca da população estimada de cada município e as medidas de área podem ser obtidas no texto “Conheça cidades e estados do Brasil”, do Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística (IBGE). Disponível em: https://cidades.ibge.gov.br/. Acesso em: 20 abr. 2022.

Orientações didáticas

Atividades

As atividades **18** a **20** exploram a comparação de números em diferentes situações. As atividades **18** e **19** exploram os conceitos de ordem crescente e ordem decrescente, estudados em anos anteriores do Ensino Fundamental. Enfatize que, na ordem crescente, os números são escritos do menor para o maior e, na ordem decrescente, do maior para o menor.

18. Talita, Marco Antônio, Nicole e João colecionam figurinhas. A seguir estão as quantidades de figurinhas que eles já colaram nos álbuns e quantas figurinhas repetidas cada um deles tem.

Álbuns de figurinhas

Amigos \ Quantidade de figurinhas	No álbum	Repetidas
Talita	78	12
Marco Antônio	83	23
Nicole	59	21
João	75	32

Dados elaborados para fins didáticos.

Faça os registros no caderno.

a) Em cada situação, copie a reta numérica e marque a letra inicial do nome de cada pessoa no ponto que indica a quantidade de:

- figurinhas coladas;

- figurinhas repetidas.

b) Quem colou mais figurinhas no álbum? Marco Antônio.

c) Quem tem menos figurinhas repetidas? Talita.

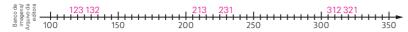
d) Escreva em **ordem crescente** (do menor para o maior) o número de figurinhas que cada um deles já colou no álbum. 59, 75, 78, 83.

e) Escreva em **ordem decrescente** (do maior para o menor) o número de figurinhas repetidas que cada um deles tem. 32, 23, 21, 12.

19. Para uma corrida, cada carro recebeu um número, conforme mostrado na imagem a seguir.

Ilustrações: Ilustra Cartoon/Arquivo da editora

a) Copie no caderno a reta numérica a seguir e indique nela a posição aproximada dos números dos carros.

Banco de imagens/Arquivo da editora

b) Os carros devem ser enfileirados de modo que os números fiquem em ordem decrescente. Qual é a cor do primeiro carro? E a do segundo? E a do último? Azul; amarelo; verde.

20. No caderno, copie e organize os trechos a seguir de modo a compor um texto coerente, colocando os números escritos com símbolos romanos em ordem crescente, do menor para o maior.
A primeira mulher astronauta foi Valentina Vladimirovna Tereshkova. Em 16/6/1963, tripulando a nave Vostok VI, ela realizou um voo de 48 órbitas em torno da Terra.

Ilustra Cartoon/Arquivo da editora

Fonte dos dados: SCIULO, Marília Mara. Quem é Valentina Tereshkova, a primeira mulher a ir ao espaço? *Revista Galileu*, 16 jun. 2020. Disponível em: https://revistagalileu.globo.com/Ciencia/noticia/2020/06/quem-foi-valentina-tereshkova-primeira-mulher-ir-ao-espaco.html. Acesso em: 14 fev. 2022.

21. Pense nos números naturais que se escrevem com 2 algarismos.

a) Quantos desses números são pares? 45 números.

b) E quantos são ímpares? 45 números.

22. Usando apenas os algarismos 1, 2, 3 e 4, sem repetir algarismos em um mesmo número, escreva no caderno os números pares maiores do que 100 e menores do que 1000. 124, 132, 134, 142, 214, 234, 312, 314, 324, 342, 412 e 432.

a) Qual é o menor desses números? 124

b) Qual é o maior desses números? 432

c) Quantos números é possível escrever nessas condições? 12 números.

Na olimpíada

A lista de Maria

(Obmep) Maria faz uma lista de todos os números de dois algarismos usando somente os algarismos que aparecem no número 2 015. Por exemplo, os números 20 e 22 estão na lista de Maria, mas 02 não.

Quantos números diferentes há nessa lista? Alternativa **d**.

a) 8
b) 9
c) 10
d) 12
e) 16

Reprodução/Obmep, 2015.

Orientações didáticas

Atividades

É possível utilizar o contexto da atividade **20** para promover positivamente a imagem da mulher, considerando sua participação em uma profissão exercida tradicionalmente por homens. Promova um debate entre os estudantes com base no texto: UNESCO. *UNESCO celebra o Dia Internacional das Mulheres e Meninas na Ciência*. [*s. l.*], fev. 2020. Disponível em: https://pt.unesco.org/news/unesco-celebra-o-dia-internacional-das-mulheres-e-meninas-na-ciencia. Acesso em: 20 jun. 2022. Pergunte a eles: "Por que a quantidade de profissionais mulheres nas áreas de ciência e de tecnologia é menor do que a quantidade de homens?".

Em seguida, proponha que pesquisem, em grupos, acerca da participação feminina na ciência e na tecnologia no Brasil. Sugira aos grupos que elaborem propostas para diminuir a desigualdade entre homens e mulheres nesses campos profissionais. Se considerar oportuno, peça-lhes também que divulguem os resultados dessas pesquisas na comunidade escolar.

Proposta para o professor

Para auxiliar na condução do debate proposto na atividade **20**, sugerimos a leitura dos artigos listados a seguir. Você pode extrair trechos de alguns deles para servir de fonte de inspiração ou pedir aos grupos que façam a leitura na íntegra para discussão posterior.

- INSTITUTO de Pesquisas Tecnológicas (IPT). *A mulher na ciência e tecnologia*. São Paulo, [20--?]. Disponível em: https://www.ipt.br/institucional/campanhas/8-a_mulher_na_ciencia_e_tecnologia.htm.
- SOARES, Thereza Amélia. *Mulheres em ciência e tecnologia*: ascensão limitada. Departamento de Química Fundamental, UFPE, Recife, 2001. Disponível em: https://www.scielo.br/j/qn/a/nj3qnfJ8FNr79n9ZdncrVwF/?lang=pt.
- NEGRI, Fernanda de. Mulheres na ciência no Brasil: ainda invisíveis? *Centro de pesquisa em ciência, tecnologia e sociedade*. [s. l.], mar. 2020. Disponível em: https://www.ipea.gov.br/cts/pt/central-de-conteudo/artigos/artigos/177-mulheres-na-ciencia-no-brasil-ainda-invisiveis.
- MULHERES astronautas lutam contra o preconceito. *Folha de S.Paulo*, São Paulo, jul. 2019. Disponível em: https://fotografia.folha.uol.com.br/galerias/1639521902521684-mulheres-astronautas-lutam-contra-o-preconceito. Acesso em: 20 abr. 2022.

Orientações didáticas

Na mídia

Na BNCC

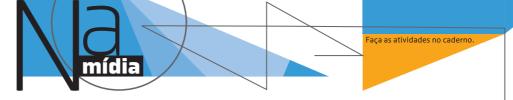
Esta seção favorece o desenvolvimento da habilidade **EF06MA01,** uma vez que são apresentadas atividades que permitem aos estudantes comparar e ordenar números naturais. Mobiliza com maior ênfase a **CEMAT06**, ao propor a análise de uma situação-problema por meio de uma tabela, e a **CG09**, ao promover a valorização da diversidade de indivíduos. Privilegia, também, o trabalho com o TCT *Saúde*, ao explicitar a importância da prática de atividades físicas.

Comente com os estudantes a importância de eventos esportivos, como os Jogos Pan-Americanos, os Jogos Olímpicos e os Jogos Paralímpicos. Aproveite a oportunidade para enfatizar a prática de exercícios físicos para manutenção da saúde física e mental.

Explique aos estudantes que, em razão da pandemia de covid-19, os Jogos Olímpicos de Tóquio-2020 foram realizados em 2021, com restrições rígidas e sem espectadores.

Ao explorar os dados do quadro de medalhas, proponha aos estudantes uma visita à biblioteca da escola e incentive-os a pesquisar a localização de cada país em um atlas geográfico. É possível fazer essa mesma pesquisa na internet. Verifique qual a possibilidade mais adequada à realidade da turma.

Na atividade **4**, comente com os estudantes que a valorização dos esportistas com deficiência como atletas é fundamental, uma vez que oportuniza a atuação na competição independentemente do biótipo ou da deficiência do indivíduo. Além disso, os eventos esportivos podem contribuir para o processo de reabilitação social e física de pessoas com deficiência.

Faça as atividades no caderno.

O quadro de medalhas

Em competições como os Jogos Pan-Americanos, os Jogos Olímpicos e os Jogos Paralímpicos (restritos a atletas com deficiências físicas ou mentais), a classificação dos países é feita levando em conta a quantidade de medalhas de ouro. Havendo empate, contam-se as medalhas de prata; permanecendo o empate, contam-se as de bronze.

Estes são os 10 primeiros colocados nos Jogos Olímpicos de Tóquio-2020 (que ocorreram em 2021 por causa da pandemia de covid-19), e as respectivas quantidades de medalhas:

Quadro de medalhas

Colocação	País	Ouro	Prata	Bronze	Total
1º	Estados Unidos	39	41	33	113
2º	China	38	32	18	88
3º	Japão	27	14	17	58
4º	Reino Unido	22	21	22	65
5º	Comitê Olímpico Russo	20	28	23	71
6º	Austrália	17	7	22	46
7º	Países Baixos	10	12	14	36
8º	França	10	12	11	33
9º	Alemanha	10	11	16	37
10º	Itália	10	10	20	40

Banco de imagens/Arquivo da editora

Fonte dos dados: COMITÊ OLÍMPICO INTERNACIONAL. Disponível em: https://olympics.com/pt/olympic-games/tokyo-2020/medals. Acesso em: 5 dez. 2021.

Marco Ciccolella/Shutterstock

Festa de abertura dos Jogos Olímpicos de Tóquio-2020, Japão. Foto de 2021.

Agora, analise a tabela a seguir, em que constam os países classificados do 11º ao 25º lugar, em ordem alfabética.

Quadro de medalhas em ordem alfabética

País	Ouro	Prata	Bronze	Total
Brasil	7	6	8	21
Canadá	7	6	11	24
Coreia do Sul	6	4	10	20
Cuba	7	3	5	15
Dinamarca	3	4	4	11
Espanha	3	8	6	17
Hungria	6	7	7	20
Jamaica	4	1	4	9
Noruega	4	2	2	8
Nova Zelândia	7	6	7	20
Polônia	4	5	5	14
Quênia	4	4	2	10
República Tcheca	4	4	3	11
Suécia	3	6	0	9
Suíça	3	4	6	13

Banco de imagens/Arquivo da editora

Fonte dos dados: OLIMPÍADA TODO DIA. Disponível em: https://www.olimpiadatododia.com.br/toquio-2020/jogos-olimpicos/quadro-de-medalhas/. Acesso em: 5 dez. 2021.

1. Escreva no caderno, na ordem de classificação nos Jogos Olímpicos, os países classificados do 11º ao 20º lugar. A resposta encontra-se na seção *Resoluções* deste Manual.
2. De acordo com a tabela, quais desses países terminaram empatados? Entre os países citados não houve empate.
3. Após os Jogos Olímpicos de Tóquio-2020, pesquise em quais cidades serão realizadas as próximas 2 edições dos Jogos Olímpicos? Paris-2024, na França, e Los Angeles-2028, nos Estados Unidos da América.
4. Qual é a importância de haver competições esportivas mundiais incluindo atletas com deficiências físicas ou mentais? A resposta encontra-se na seção *Resoluções* deste Manual.
5. Pesquise os dados da participação do Brasil nos Jogos Olímpicos e nos Jogos Paralímpicos deste século. Considere a quantidade de medalhas obtidas, bem como as respectivas modalidades esportivas e as modalidades nas quais os atletas do país têm conquistado mais medalhas. As informações dependem do ano vigente.

Proposta para o estudante

Sugira aos estudantes que visitem a página do Comitê Olímpico do Brasil (COB) para obter mais informações sobre a participação brasileira nos Jogos Olímpicos e nos Jogos Paralímpicos. Disponível em: https://www.cob.org.br/pt/. Acesso em: 20 abr. 2022.

Adição e subtração

EF06MA03
EF06MA12

Adição

Juntando, quantas páginas dão?

A professora de Língua Portuguesa indicou aos estudantes do 6º ano os livros que eles devem ler no primeiro bimestre do ano letivo.

Reprodução/Editora Edelbra

SSÓ, Ernani. Ilustrações: ROSA, Rodrigo. *Espertos, espertinhos, espertalhões*. Rio Grande do Sul: Edelbra Gráfica, 2018.

Reprodução/Editora Galera

FITZGERALD, Sarah Moore. Trad.: FARO, Joana. *A esperança é uma torta de maçã*. São Paulo: Record, 2018.

O livro *Espertos, espertinhos, espertalhões* tem 80 páginas, e *A esperança é uma torta de maçã*, 176 páginas.

Juntando as páginas desses livros, quantas páginas, ao todo, os estudantes vão ler?

Para responder, devemos contar as 80 páginas de um livro **mais** as 176 páginas do outro. Isto é, devemos fazer a operação 80 + 176.

- **Algoritmo da decomposição**

1º passo

80 →	80 + 0
+ 176 →	100 + 70 + 6

Primeiro decompomos cada número nas ordens.

2º passo

80 →	80 + 0	
+ 176 →	+100 + 70 + 6	
	100 + 150 + 6	= 256

Agora, adicionamos os termos correspondentes de cada decomposição.

Podemos fazer este cálculo de diferentes maneiras, como usando o **algoritmo da decomposição** ou o **algoritmo usual** da adição.

rafyfane/Shutterstock

As imagens não estão representadas em proporção.

- **Algoritmo usual**

1º passo:

80		80
+ 176	→	+ 176
		6

Organizamos os números de modo que unidades fiquem embaixo de unidades, dezenas sob dezenas, etc. Em seguida, adicionamos as unidades.

2º passo:

80		¹80
+ 176	→	+ 176
56		256

Depois, adicionamos as dezenas. Como obtivemos 15 dezenas, trocamos 10 dezenas por 1 centena e registramos 5 dezenas. Então, adicionamos as centenas.

Logo, os estudantes vão ler 256 páginas.

> **Adicionar** significa somar, juntar, ajuntar, acrescentar.

Orientações didáticas

Adição

Na BNCC

Este tópico favorece o desenvolvimento da habilidade **EF06MA03** ao propor a resolução e elaboração de problemas envolvendo a adição em diferentes contextos. A **CG09** e a **CG10** são mobilizadas com maior ênfase ao propor a leitura de livros paradidáticos que abordam temas complexos, como ética nas relações sociais, *bullying*, respeito ao outro e valorização da diversidade de indivíduos. Ao explorar esses temas também é possível desenvolver os TCTs *Saúde* e *Vida familiar e Social*. O trabalho com a atividade **5** permite mobilizar com maior ênfase a **CEMAT06**, bem como o TCT *Educação para o Trânsito*, ao fazer a análise de dados relativos a acidentes no trânsito e sugerir um debate acerca das possíveis causas desses acidentes e incentivar os estudantes na elaboração de propostas que visem diminuí-los.

Ao explorar o problema proposto em "Juntando, quantas páginas dão?", escreva na lousa o passo a passo das resoluções apresentadas no livro. Verifique se os estudantes se lembram como resolver o problema utilizando o algoritmo da decomposição e o algoritmo usual da adição estudados em anos anteriores do Ensino Fundamental. Dê espaço para que eles levantem dúvidas e apresentem estratégias pessoais de resolução.

O contexto do problema permite a interdisciplinaridade com o componente curricular **Língua Portuguesa**. O livro *Esperto, espertinho, espertalhões* aborda a ética nas relações sociais, que pode suscitar um debate sobre a importância de agir e tomar decisões de acordo com princípios éticos e democráticos. A história do livro *A esperança é uma torta de maçã* traz reflexões sobre temas relevantes, como o *bullying*. O texto é apresentado de maneira sensível e com linguagem adequada para os estudantes do 6º ano, permitindo realizar um trabalho que aborda aspectos como a resolução de conflitos, a saúde emocional dos estudantes, o respeito ao outro, o acolhimento e a valorização da diversidade de indivíduos.

Orientações didáticas

Adição

Ao trabalhar com o problema proposto em “Quantos quilogramas de alimentos?”, peça aos estudantes que o resolvam utilizando o algoritmo usual da adição.

Aproveite o contexto proposto em “Quantos pontos?” para comentar com os estudantes que o Mundial de Construtores acontece após a final do campeonato de Fórmula 1. São adicionadas as pontuações dos 2 pilotos de cada equipe durante o campeonato e vence o Mundial a equipe que tiver mais pontos. Sugira que resolvam o problema usando o algoritmo da decomposição ou outra estratégia pessoal.

Participe

Se considerar oportuno, antes de iniciar o trabalho com as situações-problema propostas no tópico “Adição”, peça aos estudantes que resolvam as atividades do *Participe* para verificar os conhecimentos prévios deles, auxiliando-os, em caso de dúvidas, e retomando os conteúdos estudados em anos anteriores do Ensino Fundamental.

Participe Faça as atividades no caderno.

I. Roberto, de 46 anos, e Camila, de 45 anos, são os pais de Maria Clara, de 19 anos.

a) Para saber quantos anos Roberto e Camila têm juntos, qual operação devemos fazer? Adição: 46 + 45.

b) Qual é o resultado dessa operação? 91

c) Para saber quantos anos Maria Clara e a mãe têm juntas, qual operação devemos fazer? Adição: 19 + 45.

d) Qual é o resultado da operação do item **c**? 64

e) Para saber quantos anos Roberto, Camila e Maria Clara têm juntos, quais operações podemos fazer? Adições; exemplos de resposta: 91 + 19 ou 64 + 46.

f) Quantos anos eles têm juntos? 110 anos.

II. Roberto, Camila e Maria Clara moram juntos. Camila trabalha em um banco e ganha R$ 4.950,00 por mês; Roberto trabalha em uma loja e ganha R$ 3.280,00 por mês. Maria Clara está cursando faculdade e ganha R$ 1.460,00 por mês trabalhando meio período.

a) Qual é a renda de Roberto e Camila juntos? R$ 8.230,00 (4950 + 3280 = 8230)

b) Juntando todos os salários, calculamos a renda familiar. Qual é a renda familiar deles? R$ 9.690,00 (8230 + + 1460 = 9690)

Acompanhe outros exemplos de adição.

Quantos quilogramas de alimentos?

Em uma campanha de arrecadação de alimentos não perecíveis da escola de Bruna, foram arrecadados 600 kg de alimentos pelas turmas na primeira semana. Na segunda semana, 280 kg foram arrecadados pelas turmas. Adicionando a arrecadação da segunda semana à da primeira semana, qual foi o total de alimentos arrecadados nesse período?

Para responder, devemos fazer 600 + 280.

kbeis/DigitalVision Vectors/Getty Images

Foram arrecadados 880 kg de alimentos nesse período.

As imagens não estão representadas em proporção.

Quantos pontos?

Em um campeonato de Fórmula 1, os 2 pilotos da equipe vencedora do Mundial de Construtores fizeram 744 e 657 pontos. Quantos pontos a equipe vencedora fez no campeonato?

MARCELLA GASTINI/Alamy/Fotoarena

Lewis Hamilton e Max Verstappen disputando posição no Grande Prêmio de Abu Dhabi (Emirados Árabes Unidos) da Fórmula 1. Foto de 2018.

Para responder, devemos calcular 744 + 657.

A equipe vencedora fez 1401 pontos.

Atividades

Faça as atividades no caderno.

1. Uma livraria vendeu neste mês 3 216 exemplares do livro *O picapau amarelo* (R$ 26,00), de Monteiro Lobato, 1 965 exemplares do livro *Nó na garganta* (R$ 20,00), de Mirna Pinsky, 706 exemplares do livro *O Saci* (R$ 16,00), de Monteiro Lobato, e 940 exemplares do livro *O canguru emprestado* (R$ 18,00), de Mirna Pinsky.

a) Adicionando as vendas das 4 obras, quantos livros a livraria vendeu no total? 6 827 livros.

b) Quantos livros de Monteiro Lobato foram vendidos? 3 922 livros.

c) Quantos livros de Mirna Pinsky foram vendidos? 2 905 livros.

d) Considerando o preço unitário de cada livro indicado entre parênteses e que uma pessoa comprou os 2 livros de Mirna Pinsky, quanto ela gastou? R$ 38,00

e) Quanto gastou quem comprou os 2 livros de Monteiro Lobato? R$ 42,00

f) Quanto gastou quem comprou os 4 livros? R$ 80,00

2. Quando Roberto nasceu, Sônia, tia dele, tinha 26 anos. Agora Roberto tem 19 anos e está com o casamento marcado. Para mobiliar a casa, ele comprou os utensílios ilustrados a seguir.

Tiago Donizete Leme/Arquivo da editora

a) Quantos anos Sônia tem agora? 45 anos.

b) Quanto Roberto gastou nas compras? R$ 4.337,00

c) Se depois das compras Roberto ainda ficou com R$ 789,00, quanto dinheiro ele tinha anteriormente? R$ 5.126,00

3. Fernanda é 12 anos mais nova do que Neusa e 5 anos mais velha do que Nice. Nice tem 30 anos. Quantos anos Neusa, Fernanda e Nice têm juntas? 112 anos.

4. A tabela a seguir apresenta a quantidade de estudantes de certa escola.

Quantidade de matrículas

Período / Ano	Manhã		Tarde	
	Turma A	Turma B	Turma A	Turma B
6º	109	132	165	110
7º	82	116	94	61
8º	71	84	53	29
9º	55	62	25	14

Dados elaborados para fins didáticos.

a) Quantos estudantes cursam o 6º ano nessa escola? 516 estudantes.

b) Quantos estudantes cursam o 8º ano? 237 estudantes.

c) Quantos estudantes das turmas **B** estão matriculados no período da tarde? 214 estudantes.

d) Em qual período há mais estudantes na turma **A**? No período da tarde.

e) Quantos estudantes das turmas **B** cursam o 9º ano? 76 estudantes.

5. Os dados relativos à violência no trânsito nas rodovias federais da Bahia estão apresentados a seguir, considerando os períodos de janeiro a março de 2020 e de janeiro a março de 2021.

Violência no trânsito: janeiro a março de 2020 e 2021

Ano	Tipo de acidente		Consequência	
	Acidentes não graves	Acidentes graves	Feridos graves	Mortos
2020	818	279	250	129
2021	753	239	214	115

Fonte dos dados: BRASIL. Ministério da Justiça e da Segurança Pública. *PRF registra no primeiro trimestre do ano redução de acidentes, feridos e óbitos nas rodovias federais da Bahia.* Disponível em: https://www.gov.br/prf/pt-br/noticias/estaduais/bahia/abril/prf-registra-no-primeiro-trimestre-do-ano-reducao-de-acidentes-feridos-e-obitos-nas-rodovias-federais-da-bahia. Acesso em: 14 fev. 2022.

Orientações didáticas

Atividades

As atividades exploram a resolução de problemas envolvendo a adição.

Aproveite o contexto da atividade **1** para desenvolver um trabalho interdisciplinar com o componente curricular **Língua Portuguesa**. Peça aos estudantes que pesquisem acerca da vida e obra dos autores mencionados na atividade e, se julgar oportuno, convide o professor desse componente para um trabalho pedagógico em conjunto a respeito dos autores e do estilo literário de cada um deles, contextualizando a época do lançamento das obras.

As atividades **4** e **5** permitem a análise de dados em uma tabela. Auxilie os estudantes na interpretação das informações e chame a atenção deles para alguns elementos da tabela, como o título e a fonte dos dados.

Ao explorar o item **c** da atividade **5**, proponha aos estudantes que se organizem em grupos e façam a seguinte reflexão: "Quais fatores podem ter contribuído para a diminuição do número de acidentes entre 2020 e 2021?". Deixe que debatam livremente acerca do assunto e reforce a importância das ações que provam a educação no trânsito. Comente com eles que os acidentes representam uma das principais causas de morte no mundo, sendo a primeira entre jovens na faixa etária de 15 a 28 anos e que, a cada 15 minutos, há 1 morte em acidentes de trânsito no Brasil (Fonte dos dados: BRASIL. Ministério da Justiça e Segurança Pública. Polícia Rodoviária Federal. *Educação para o trânsito*. Brasília-DF, 7 jan. 2021. Disponível em: https://www.gov.br/prf/pt-br/seguranca-viaria/educacao-para-o-transito. Acesso em: 22 abr. 2022.). Após a conversa, solicite aos estudantes que respondam ao item **d** da atividade. Sugira a eles que proponham ações que possam ser executadas na comunidade em que vivem, por exemplo, a elaboração de panfletos explicativos com dicas de educação e segurança no trânsito.

Proposta para o estudante

A Polícia Rodoviária Federal (PRF) realiza diversas ações de educação no trânsito. Organize os estudantes em grupos e peça a eles que façam uma pesquisa sobre essas ações: o Cinema Rodoviário PRF, direcionado aos usuários das rodovias, o Festival Estudantil Temático de Trânsito (Fetran e Educar PRF) voltados ao público jovem (crianças e adolescentes). Depois, peça a cada grupo que compartilhe com a turma o resultado da pesquisa.

Orientações didáticas

Atividades

As atividades **7** a **12** envolvem a utilização das propriedades da adição.

Na atividade **7** o objetivo é que os estudantes verifiquem a existência da propriedade comutativa da adição. Na atividade **8**, espera-se que eles percebam que a ordem das parcelas não altera a soma em adições com mais de duas parcelas. Se considerar oportuno, sugira que efetuem mentalmente as adições propostas a seguir.

$2 + 3 + 4 + 5 = ?$
$2 + 4 + 3 + 5 = ?$
$4 + 2 + 3 + 5 = ?$
$5 + 2 + 4 + 3 = ?$

5. a) 2089 acidentes; 518 acidentes graves; 1571 acidentes não graves.
d) Exemplo de resposta: Por parte dos usuários: manutenção dos veículos em dia, atitudes responsáveis por parte de condutores e passageiros. Por parte dos órgãos responsáveis: manutenção das vias, sinalização e iluminação adequadas, fiscalização.

Faça as atividades no caderno.

a) Quantos acidentes (graves ou não) ocorreram nos períodos considerados? E quantos acidentes graves? Quantos acidentes não foram graves?

b) Quantas pessoas morreram nos acidentes nesse período? E quantas ficaram gravemente feridas? 244 pessoas; 464 pessoas.

c) Considerando esses períodos, em qual ano ocorreram mais acidentes (graves ou não)? Houve aumento ou redução na quantidade de acidentes nas rodovias da Bahia nos períodos considerados? Em 2020; redução.

d) Quais medidas podem contribuir para a redução de acidentes rodoviários?

6. Em 4 de março de 2021, pelo campeonato brasileiro de basquete, a equipe do Flamengo enfrentou a do Bauru, e as pontuações em cada quarto da partida foram as que estão na tabela a seguir.

Pontuação da partida de 4/3/2021

Equipe \ Período	1º quarto	2º quarto	3º quarto	4º quarto
Flamengo	23	19	25	24
Bauru	22	25	22	17

Fonte dos dados: FLAMENGO é 10. *NBB*, 4 mar. 2021. Disponível em: https://lnb.com.br/noticias/flamengo-91-x-86-bauru/. Acesso em: 14 fev. 2022.

Elabore no caderno um problema utilizando os dados da tabela e que envolva operações de adição. Depois, troque com um colega para que ele resolva o problema que você criou e você resolva o dele.

Com as atividades seguintes, você vai conhecer algumas propriedades da adição e aplicá-las para efetuar contas mentalmente.

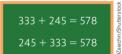
7. Adicione os números 272 e 339 usando um dos algoritmos que você estudou. Depois, repita a operação alterando a ordem das parcelas. Faça os cálculos e compare os resultados: eles são iguais ou diferentes?
$272 + 339 = 611$; $339 + 272 = 611$; são iguais.

Propriedade comutativa da adição:

Em uma adição de 2 ou mais números naturais, a ordem das parcelas não altera a soma (o resultado).

Você pode usar essa propriedade para conferir o resultado de uma adição: inverta a ordem das parcelas e refaça a operação. O resultado da adição será o mesmo. Na prática, para efetuar qualquer adição de números naturais, você pode organizar as parcelas na ordem que preferir.

rafyfane/Shutterstock

OZaiachin/Shutterstock

6. Exemplos de resposta: Em qual período (quarto) do jogo a soma das pontuações dos 2 times foi maior? 3º quarto.
Ao terminar o 1º tempo, no fim do 2º quarto, qual era o placar da partida? Flamengo 42 × Bauru 47
Qual era o placar ao fim do 3º quarto? Flamengo 67 × Bauru 69
Qual foi o resultado da partida? Flamengo 91 × Bauru 86

8. Em cada item faça o que se pede.

a) No caderno, efetue a adição a seguir, usando o algoritmo que preferir, com as parcelas na ordem indicada.
28 162

$3725 + 18432 + 6005$

b) Agora, sem efetuar cálculos, indique no caderno o resultado de cada operação e justifique sua resposta.

I. $18432 + 3725 + 6005$ 28 162

II. $6005 + 3725 + 18432$ 28 162

Exemplo de justificativa: Nas 3 adições, as parcelas são as mesmas, estando apenas em ordens diferentes. Pela propriedade comutativa da adição, a ordem das parcelas não altera o resultado.

9. Calcule a soma dos números 131, 47 e 84 efetuando primeiro a operação indicada entre parênteses em cada item. Depois, compare os resultados obtidos: eles são iguais ou diferentes? Os resultados são iguais.

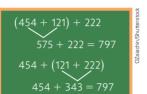
a) (131 + 47) + 84 262

b) 131 + (47 + 84) 262

Propriedade associativa da adição:

Na adição de 3 números naturais, associando os 2 primeiros ou os 2 últimos, obtemos resultados iguais.

rafyfane/Shutterstock

OZaiachin/Shutterstock

10. Escreva no caderno o resultado de cada adição.

a) 1990 + 0 1 990

b) 0 + 1990 1 990

Propriedade do elemento neutro da adição:

A soma de um número natural com 0 é igual ao próprio número.

11. Calcule 64 + 128 e responda:

a) quanto é 64 + 128 + 0? 192

b) quanto é 128 + 0 + 64? 192

As imagens não estão representadas em proporção.

12. Para calcular 36 + 58, podemos pensar assim:

Victor Brave/Shutterstock

Use essa estratégia para fazer os cálculos mentalmente.

a) 32 + 77 109

b) 81 + 16 97

c) 28 + 43 71

d) 65 + 47 112

Orientações didáticas

Atividades

A atividade **9** explora a propriedade associativa da adição.

Nas atividades **10** e **11**, os estudantes verificam a existência do elemento neutro da adição.

Na atividade **12** é proposto o trabalho com cálculo mental. Peça aos estudantes que indiquem o resultado das operações no caderno e, em seguida, que compartilhem com os colegas de turma as estratégias utilizadas para chegar ao resultado.

Proposta para o professor

Para saber um pouco mais de cálculo mental, leia o artigo: CONTI, Keli Cristina; NUNES, Laís Macedo de Almeida. Cálculo mental em questão: fundamentação teórica e reflexões. *Revemop*, [s. *l*.], v. 1, n. 3, 2019. Disponível em: https://periodicos.ufop.br/revemop/article/view/1784. Acesso em: 21 abr. 2022.

Orientações didáticas

Estimativas

É importante explorar o uso das estimativas em situações do cotidiano. Explique aos estudantes que estimar significa formar uma opinião de acordo com um julgamento de valor aproximado. Para tanto, é necessário ter valores de referência. Se considerar oportuno, faça os seguintes questionamentos: "Se 1 palmo mede aproximadamente 20 cm, qual é a medida aproximada da largura da porta da sala de aula?"; "Sabendo que 1 maçã tem a medida de massa de aproximadamente 120 gramas, estime quantas maçãs há em um saco contendo 1 kg de maçãs.".

Atividades como essas ajudam os estudantes a se habituarem a obter valores de referência e a avaliar a plausibilidade dos resultados obtidos, desenvolvendo habilidades de estimativa e de vivências positivas em relação à Matemática.

Atividades

As atividades exploram o trabalho com estimativas. Sempre que possível, permita que os estudantes compartilhem com os colegas de turma as estratégias utilizadas para chegar ao resultado.

Estimativas

As imagens não estão representadas em proporção.

Experimente:

- indicar com as mãos espalmadas a medida de distância de 10 centímetros de uma mão à outra;

- indicar com o polegar e o indicador a medida de distância de 1 centímetro de um dedo ao outro;

- escrever no caderno quanto mede a altura da parede da sala de aula sem utilizar nenhum instrumento para medi-la.

Red Confidential/Shutterstock

Manuel_Faba- R.L/ iStockphoto/Getty Images

Indicação das estimativas de distância.

As medidas de distância que você indicou, assim como a medida de altura que escreveu, não são exatas, mas você deve ter procurado dar uma boa ideia de quanto são exatamente essas medidas. O que você fez foi **estimar** essas medidas.

Estimar uma quantidade, uma medida ou o resultado de uma operação é dar um valor aproximado daquela quantidade, daquela medida ou daquele resultado. Esse valor aproximado é chamado de **estimativa**.

Atividades

Faça as atividades no caderno.

13. Faça uma estimativa do intervalo de tempo utilizado no trajeto entre sua casa e a escola. Depois, utilize um cronômetro para verificar se sua estimativa foi boa. Resposta pessoal.

14. Imagine que a sala de aula esteja totalmente vazia, sem nenhuma carteira ou mesa. Quantas pessoas você acha que caberiam na sala, em pé, bem juntinhas? Resposta pessoal.

Nas atividades **15** e **16**, você vai efetuar algumas adições e estimar alguns resultados. Para isso, leia o texto a seguir.

Francisco precisa comprar um liquidificador e uma batedeira. Ele pesquisou preços de 3 modelos de liquidificador e 2 de batedeira.

Liquidificador *L*

konstantinos69/Shutterstock

Liquidificador *Q*

mvc_stock/Shutterstock

Liquidificador *F*

Danny Smythe/Shutterstock

Batedeira *A* — Batedeira *B*

LUNA BRILLANTE/ Shutterstock — vblinov/Shutterstock

Para ter ideia de quanto vai gastar, Francisco fez as operações mentalmente, arredondando os preços para as centenas exatas mais próximas. Acompanhe os exemplos.

- 179 está entre 100 e 200, sendo mais próximo de 200. Então, ele arredondou o preço do liquidificador *L* para R$ 200,00.
- 419 está entre 400 e 500, sendo mais próximo de 400. Então, ele arredondou o preço da batedeira *A* para R$ 400,00.

Adicionando R$ 200,00 e R$ 400,00, Francisco estimou que gastaria aproximadamente R$ 600,00 se comprasse o liquidificador *L* e a batedeira *A*.

O valor exato do gasto seria de:

R$ 179,00 + R$ 419,00 = R$ 598,00

Nesse caso, a estimativa que ele fez ficou bem próxima do valor exato.

15. Arredondando os preços para as centenas exatas mais próximas, escreva no caderno as estimativas do preço:

a) do liquidificador *Q*; R$ 200,00

b) do liquidificador *F*; R$ 100,00

c) da batedeira *A*; R$ 400,00

d) da batedeira *B*. R$ 500,00

16. Empregando as estimativas da atividade anterior, calcule mentalmente o gasto total de cada compra indicada nos itens. Em seguida, calcule o preço exato em cada caso.

a) Liquidificador *Q* e batedeira *A*. R$ 600,00; R$ 583,00.

b) Liquidificador *F* e batedeira *A*. R$ 500,00; R$ 557,00.

c) Liquidificador *Q* e batedeira *B*. R$ 700,00; R$ 653,00.

d) Liquidificador *F* e batedeira *B*. R$ 600,00; R$ 627,00.

17. a) Natal: 900000 habitantes; Cuiabá: 600000 habitantes; Porto Velho: 500000 habitantes; Rio Branco: 400000 habitantes.
b) João Pessoa e Natal: 1700000 habitantes. (800000 + 900000 = 1700000)

Faça as atividades no caderno.

17. Na tabela a seguir, encontra-se a estimativa da população de algumas capitais brasileiras em 2021, segundo o IBGE.

População em 2021

Capital	População
João Pessoa (PB)	825 796
Natal (RN)	896 708
Cuiabá (MT)	623 614
Porto Velho (RO)	548 952
Rio Branco (AC)	419 452

Fonte dos dados: IBGE. *Cidades e Estados.* Disponível em: https://www.ibge.gov.br/cidades-e-estados/. Acesso em: 17 fev. 2022.

Fonte: IBGE. *Atlas geográfico escolar.* 8. ed. Rio de Janeiro: IBGE, 2018. p. 90.

a) Arredondando a estimativa da população para a centena de milhar exata mais próxima, João Pessoa tinha aproximadamente 800 000 habitantes. E as demais capitais?

b) Utilizando os arredondamentos do item anterior, estime a soma dos habitantes das 2 capitais dessa tabela que estão situadas na região Nordeste do país. Você pode consultar o mapa apresentado na atividade.

18. Em 2021, segundo o IBGE, a quantidade de habitantes em cada estado da região Sul do país era estimada em:

- Rio Grande do Sul → 11 466 630 habitantes;
- Santa Catarina → 7 338 733 habitantes;
- Paraná → 11 597 484 habitantes.

Exemplos de resposta: Quantas centenas de milhar de habitantes havia em cada estado da região Sul do Brasil em 2021, aproximadamente? Rio Grande do Sul: 114 centenas de milhar; Santa Catarina: 73 centenas de milhar; Paraná: 115 centenas de milhar. Quantos milhões de habitantes, aproximadamente, havia na região Sul do país em 2021? 30 milhões.

Fonte dos dados: IBGE. *Cidades e Estados.* Disponível em: https://www.ibge.gov.br/cidades-e-estados/. Acesso em: 17 fev. 2022.

Elabore um problema com os dados apresentados e que possa ser resolvido utilizando valores aproximados. Depois, troque com um colega e peça a ele que resolva o problema que você criou.

Subtração

Quanto sobrou? Quanto faltou? Quanto a mais?

Os Jogos Olímpicos de Tóquio-2020 foram os mais sustentáveis da história, com diversas ações de reciclagem e uso de fontes renováveis.

Ações sustentáveis são aquelas que buscam preservar os recursos naturais e do meio ambiente, evitando levá-los ao esgotamento ou à degradação.

A produção de aproximadamente 5 mil medalhas foi realizada por meio da extração de metais de aparelhos eletrônicos inutilizados: mais de 6 milhões de celulares e mais de 78 toneladas de computadores, *tablets*, monitores, etc.

Recolhimento dos componentes de aparelhos eletrônicos para a produção das medalhas nos Jogos Olímpicos de Tóquio-2020 em Ibaraki, Japão. Foto de 2018.

Orientações didáticas

Atividades

As atividades **17** e **18** utilizam como contexto a população estimada em algumas localidades do país. Na atividade **18**, os estudantes devem elaborar um problema que possa ser resolvido com a aproximação desses valores para centenas de milhares e depois trocá-lo com um colega. Atividades como essa possibilitam aos estudantes a mobilização de conhecimentos e habilidades previamente adquiridos, além de permitir que gerenciem as informações que estão a seu alcance. Ao resolverem a atividade em duplas, os estudantes exercitam a cooperação e a empatia.

Subtração

Na BNCC

Este tópico favorece o desenvolvimento da habilidade **EF06MA03** ao propor a resolução e elaboração de problemas envolvendo a subtração, em diferentes contextos, usando diferentes estratégias. A **CEMAT04**, a **CEMAT07**, a **CG02** e a **CG6** são mobilizadas com maior ênfase ao explorar a temática da sustentabilidade, assim como os TCTs *Educação Ambiental e Ciência e Tecnologia* podem ser desenvolvidos na análise de ações voltadas à reciclagem e utilização de recursos renováveis. No trabalho com a atividade **24**, mobilizam-se com maior ênfase a **CG09** e o TCT *Educação em Direitos Humanos*, ao retomar a temática da desigualdade salarial de gênero, proposta na abertura desta Unidade.

Antes de apresentar o conteúdo proposto no livro, peça à turma que dê exemplos de situações em que são utilizadas ideias de retirar, completar e comparar da subtração. Verifique os conhecimentos prévios dos estudantes e retome essas ideias, se necessário.

Proposta para o estudante

Para verificar os conhecimentos prévios dos estudantes acerca da operação da subtração, peça a eles que respondam às seguintes perguntas:
- “Pedro tinha 80 adesivos. Perdeu 30 deles. Com quantos ficou?”;
- “Maria tem 18 anos e João tem 12 anos. Quantos anos Maria tem a mais do que João?”;
- “Um tênis custa 240 reais e eu já tenho 180 reais. Quantos reais faltam para que eu possa comprar o tênis?”.

Orientações didáticas

Subtração

O contexto apresentado em: “Quanto sobrou? Quanto faltou? Quanto a mais?” permite propor aos estudantes um debate sobre sustentabilidade, favorecendo o desenvolvimento da consciência socioambiental.

Peça aos estudantes que façam um levantamento de ações que podem tornar um evento, a ser realizado na escola ou na comunidade do entorno, mais sustentável. Depois, solicite que pesquisem todas as ações que tornaram os Jogos Olímpicos de Tóquio-2020 os mais sustentáveis da história. Se considerar oportuno, sugira que pesquisem também os custos envolvidos na reciclagem dos aparelhos eletrônicos, por exemplo. Espera-se que eles descubram que, apesar de o país incentivar a sustentabilidade, esses foram os Jogos Olímpicos mais caros em virtude da pandemia.

Confira a quantidade de cada metal extraída dos aparelhos eletrônicos e a quantidade que há de cada metal na composição das medalhas:

Composição das medalhas dos Jogos Olímpicos de Tóquio-2020

Quantidade \ Tipo de medalha	Ouro	Prata	Bronze
Extração total dos metais	32 000 gramas de ouro	3 500 000 gramas de prata	2 200 000 gramas de bronze
Composição das medalhas	550 gramas de prata e 6 gramas de ouro	550 gramas de prata	450 gramas de bronze

Fonte dos dados: FEITOSA JR, Alessandro. Medalhas das Olimpíadas de Tóquio foram feitas com partes de celulares e computadores reciclados. *G1*, 14 jul. 2021. Disponível em: https://g1.globo.com/economia/tecnologia/noticia/2021/07/14/medalhas-das-olimpiadas-de-toquio-foram-feitas-com-partes-de-celulares-e-computadores-reciclados.ghtml. Acesso em: 7 dez. 2021.

Como premiação, foram distribuídas 340 medalhas de ouro, 338 medalhas de prata e 402 medalhas de bronze ao todo. Para confeccionar todas essas medalhas, foram utilizados 2 040 gramas de ouro e 187 000 gramas de prata na composição das medalhas de ouro, 185 900 gramas de prata nas medalhas de prata e 180 900 gramas de bronze nas medalhas de bronze.

- Quantos gramas de ouro sobraram?

  Para responder, devemos tirar da quantidade total de ouro extraído a quantidade de gramas utilizada na composição das medalhas entregues aos atletas premiados:

  $$\begin{array}{r} 32\,000 \\ -\ 2\,040 \\ \hline 29\,960 \end{array}$$

  Sobraram 29 960 gramas de ouro extraído.

- Quantos gramas de prata faltaram ser usados?

  Adicionando os 187 000 gramas de prata utilizados nas medalhas de ouro aos 185 900 gramas de prata utilizados nas medalhas de prata, obtemos 372 900 gramas. Subtraindo esse total dos 3 500 000 gramas de prata extraída, obtemos:

  $$\begin{array}{r} 3\,500\,000 \\ -\ 372\,900 \\ \hline 3\,127\,100 \end{array}$$

  Não foram usados 3 127 100 gramas de prata.

- Quantos gramas de prata foram usados a mais na confecção das medalhas de ouro do que nas de prata?

  Para responder, calculamos a diferença entre 187 000 gramas e 185 900 gramas:

  $$\begin{array}{r} 187\,000 \\ -\ 185\,900 \\ \hline 1\,100 \end{array}$$

  Foram usados 1 100 gramas de prata a mais na confecção das medalhas de ouro.

1º passo

$$\begin{array}{r} 3\ \overset{4}{\cancel{5}}\ \overset{9}{\cancel{0}}\ \overset{9}{\cancel{0}}\ {}^{1}000 \\ -\ \ \ 3\ 7\ 2\ 900 \\ \hline 100 \end{array}$$

Devemos organizar os números de modo que unidades fiquem embaixo de unidades, dezenas sob dezenas, etc. Subtraímos as unidades e, em seguida, as dezenas. Como não podemos retirar 9 centenas de 0 centena, fazemos as trocas: ficando com 10 centenas, 9 unidades de milhar, 9 dezenas de milhar e 4 centenas de milhar. Subtraímos 9 centenas de 10 centenas, fica 1 centena.

2º passo

$$\begin{array}{r} 3\ \overset{4}{\cancel{5}}\ \overset{9}{\cancel{0}}\ \overset{9}{\cancel{0}}\ {}^{1}000 \\ -\ \ \ 3\ 7\ 2\ 900 \\ \hline 3\ 1\ 2\ 7\ 100 \end{array}$$

Depois, subtraímos as unidades de milhar, as dezenas de milhar, as centenas de milhar e as unidades de milhão, fazendo os respectivos registros.

Subtrair significa retirar, diminuir.

Proposta para o professor

Os dados sobre essas iniciativas sustentáveis dos Jogos Olímpicos de Tóquio-2020 podem ser consultados na página eletrônica do Conselho Nacional de Justiça (CNJ): CONSELHO NACIONAL DE JUSTIÇA. Tóquio 2020: conheça iniciativas sustentáveis dos Jogos Olímpicos. *CNJ*, Brasília-DF, 6 ago. 2021. Disponível em: https://www.cnj.jus.br/toquio-2020-conheca-iniciativas-sustentaveis-dos-jogos-olimpicos/. Acesso em: 21 abr. 2022.

Participe Faça as atividades no caderno.

Em um jornal, os celulares *A* e *B* foram anunciados com os seguintes preços à vista.

a) O que é preço à vista? É o preço para pagamento no ato da compra.

b) Qual é o celular mais caro? Celular *A*.

c) Qual é o celular mais barato? Celular *B*.

d) O celular mais caro custa quanto a mais do que o mais barato? R$ 90,00 (1 629 − 1 539 = 90)

e) O que é compra a prazo? É uma compra para ser paga em mais de uma prestação. Paga-se em parcelas, ou prestações, geralmente por um preço total maior do que o preço à vista.

f) Joana dispõe de R$ 1.200,00 e quer comprar um desses modelos de celular pagando à vista. Ela já tem a quantia suficiente para essa compra? Se não, quantos reais faltam? Não; faltam R$ 429,00 para conseguir comprar o celular *A* e R$ 339,00 para o celular *B*.

As imagens não estão representadas em proporção.

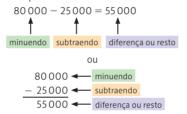
Acompanhe outro exemplo de subtração.

Quanto retirou?

Jorge tinha R$ 80.000,00 na conta bancária. Ele retirou parte desse dinheiro para pagar um automóvel que comprou e ainda restaram R$ 25.000,00. Quantos reais ele usou para pagar o automóvel?

Ele usou a diferença entre o que tinha antes da compra e o que ficou na conta bancária.

ou

$$\begin{array}{r} 80\,000 \leftarrow \text{minuendo} \\ -\ 25\,000 \leftarrow \text{subtraendo} \\ \hline 55\,000 \leftarrow \text{diferença ou resto} \end{array}$$

Ele usou R$ 55.000,00 para pagar o automóvel.

Relação entre adição e subtração

Considere ainda o exemplo da compra do automóvel de Jorge. Adicionando 55 000 e 25 000, obtemos:

$$55\,000 + 25\,000 = 80\,000$$

Acompanhe:

$$\begin{array}{r} 80\,000 \leftarrow \text{minuendo} \\ -\ 25\,000 \leftarrow \text{subtraendo} \\ \hline 55\,000 \leftarrow \text{diferença ou resto} \end{array} \qquad \begin{array}{r} 55\,000 \\ +\ 25\,000 \\ \hline 80\,000 \end{array}$$

Note que, ao adicionar a diferença e o subtraendo da subtração, obtemos o minuendo. Assim, para saber se uma subtração está correta, podemos efetuar essa adição. Dizemos que a subtração é a **operação inversa** da adição.

subtração →

$$80\,000 - 25\,000 = 55\,000$$

$$80\,000 = 25\,000 + 55\,000$$

← adição

Orientações didáticas

Participe

Se julgar conveniente, antes de iniciar o trabalho com a situação-problema proposta no tópico "Subtração", peça aos estudantes que resolvam as atividades do *Participe* para verificação de conhecimentos prévios, auxiliando-os, em caso de dúvidas, e retomando os conteúdos estudados em anos anteriores do Ensino Fundamental.

Relação entre adição e subtração

É importante que os estudantes compreendam a subtração como operação inversa da adição, bem como a adição como operação inversa da subtração. Antes de explorar o conteúdo proposto no livro, apresente, por exemplo, os fatos:

125 + 234 = 359

Denominamos 125 por 1ª parcela, 234 por 2ª parcela e 359 por soma ou total; retirando a 1ª parcela da soma, obtemos a 2ª parcela (359 − 125 = = 234), analogamente, retirando a 2ª parcela da soma, obtemos a 1ª parcela (359 − 234 = 125).

Orientações didáticas

Atividades

As atividades exploram a operação da subtração em situações variadas. Sempre que possível, incentive os estudantes a realizar a operação inversa da subtração para verificação de resultados.

Aproveite a atividade **23** para reforçar que, em uma subtração, os termos são chamados de **minuendo** e **subtraendo** e o resultado é chamado **diferença** ou **resto**.

A atividade **24** retoma o tema de abertura da Unidade e o contexto permite realizar um trabalho interdisciplinar com os professores da área de **Ciências Humanas**, uma vez que é possível fazer uma análise histórica e regional acerca das condições de trabalho e salário das mulheres no Brasil e no mundo, favorecendo o desenvolvimento do TCT *Educação em Direitos Humanos*.

Comente com os estudantes que a equiparação salarial está prevista na Lei nº 1 723/1952, que assegura que, sendo idêntica a função, “a todo trabalho de igual valor prestado ao mesmo empregador, na mesma localidade, corresponderá igual salário, sem distinção de sexo, nacionalidade ou idade”. Em seguida, proponha a eles que se organizem em grupos e façam uma reflexão para responder à seguinte pergunta: “Quais seriam as causas da desigualdade salarial por gênero?”. Dê espaço para que todos os estudantes exponham as ideias deles e ressalte que todas as opiniões devem ser ouvidas e respeitadas, ainda que haja discordância em alguns aspectos.

Participe

Neste boxe propõe-se aos estudantes que resolvam algumas operações de subtração usando o cálculo mental. Se considerar oportuno, apresente também sugestões utilizando a decomposição:

- $50 - 28 =$
  $= 50 - 20 - 8 =$
  $= 30 - 8 = 22$
- $200 - 145 =$
  $= 200 - 100 - 40 - 5 =$
  $= 100 - 40 - 5 =$
  $= 60 - 5 = 55$

Atividades

Faça as atividades no caderno.

19. Calcule as diferenças e, depois, verifique se você acertou os cálculos usando a operação inversa (adição).

a) $72\,224 - 6\,458$ 65 766
b) $701 - 638$ 63
c) $131\,003 - 88\,043$ 42 960
d) $1\,138 - 909$ 229

20. Leia com atenção as seguintes questões e responda no caderno.

a) Talita ganhou um pacote com 500 folhas de papel para desenhar. No mesmo dia em que ganhou, usou 17 delas. Quantas folhas sobraram? 483 folhas.

b) Luana foi à feira com R$ 75,00. Comprou verduras e frutas e voltou com R$ 48,00. Quanto ela gastou na feira? R$ 27,00

c) Ênio está fazendo uma poupança para comprar um carro. Ele já tem R$ 49.650,00 e o carro custa R$ 58.325,00. Quanto falta para ele comprar o carro? R$ 8.675,00

d) Enzo e Laís encheram os cofrinhos. Quando abriram, Laís contou 106 moedas, e Enzo, 89. Quantas moedas Laís tinha a mais do que Enzo? 17 moedas.

21. No ginásio de esportes de uma escola há 3 250 lugares para o público. Na decisão de um torneio intercolegial de basquete, compareceram ao ginásio 2 628 pessoas, sendo 1 863 adultos.

a) Quantas pessoas não adultas compareceram ao ginásio? 765 pessoas.

b) Quantos lugares do ginásio ficaram vazios? 622 lugares.

c) Nos jogos do dia anterior, 1 384 lugares haviam ficado vazios. Quantas pessoas compareceram ao ginásio naquele dia? 1 866 pessoas.

22. Maurício nasceu em 1987.

a) Quantos anos ele completará em 2030? 43 anos.

b) E você, quantos anos completará em 2030? Resposta pessoal.

23. Considere o esquema na lousa e responda às perguntas.

− MINUENDO
SUBTRAENDO
DIFERENÇA (OU RESTO)

Banco de imagens/Arquivo da editora

As imagens não estão representadas em proporção.

a) O minuendo é 1 111 e o subtraendo é 777. Qual é a diferença? 334

b) O subtraendo é 152 e o resto é 89. Qual é o minuendo? 241

c) O minuendo é 2 007 e a diferença é 939. Qual é o subtraendo? 1 068

24. Retomando o tema apresentado na abertura desta Unidade, segundo o estudo do IBGE, em 2019, o salário médio mensal dos homens no Brasil foi de R$ 2.555,00, enquanto o das mulheres foi de R$ 1.985,00. Quantos reais a menos era a média salarial das mulheres em comparação com a dos homens? R$ 570,00

Participe

Efetuando subtrações mentalmente

- Quanto é $80 - 37$?
  De 37 para 40 faltam 3.
  De 40 para 80 faltam 40.
  Então, de 37 para 80 faltam $3 + 40$; logo, 43.

  Outro modo
  De 80 tiram-se 30: ficam 50.
  De 50 tiram-se 7: ficam 43.
  Então, $80 - 37 = 43$.

- Quanto é $161 - 94$?
  De 94 para 100 faltam 6.
  De 100 para 161 faltam 61.
  $6 + 61 = 67$
  Então, $161 - 94 = 67$.

  Outro modo
  Acrescentando 6 ao minuendo e ao subtraendo, fica: $167 - 100$.
  Então, a diferença é 67.

Agora é com você! Responda: Quem nasceu em 1995 fará quantos anos em 2033? Calcule mentalmente e, em seguida, escreva no caderno o raciocínio que utilizou para efetuar a operação. 38 anos; resposta pessoal.

25. Calcule mentalmente cada subtração.

a) 100 − 77 23
b) 95 − 49 46
c) 143 − 128 15
d) 206 − 162 44

26. Comprando verduras, legumes e frutas em um mercadinho, Rita gastou R$ 67,00. Ela pagou com 1 cédula de R$ 100,00. Quantos reais recebeu de troco? R$ 33,00

27. Para ir de casa à lanchonete, saindo no mesmo horário, Alexandre levou meia hora, e Gabriela, 45 minutos.

a) Quem chegou primeiro à lanchonete? Alexandre.
b) Quantos minutos antes? 15 minutos.

28. Eu tinha R$ 380,00. Emprestei R$ 120,00 para Júlia e R$ 112,00 para Ricardo. Júlia já me pagou R$ 55,00. Que quantia tenho agora? R$ 203,00

29. Copie o quadro a seguir no caderno.

20	70	10
60	15	25
20	15	65

a) Complete o quadro de modo que as somas dos números nas linhas verticais e nas linhas horizontais sejam todas iguais a 100. Faça os cálculos mentalmente.
b) Depois de totalmente preenchido, o quadro ficou com mais números pares ou com mais números ímpares? Números pares.

30. Acompanhe os dados da tabela a seguir sobre as vendas de 4 modelos de automóvel em 3 anos consecutivos.

Quantidades de automóveis vendidos

Ano \ Modelo	Popular	Médio	Luxo	Utilitário
2019	33 603	10 022	2 660	6 303
2020	28 556	6 738	2 250	5 891
2021	32 883	13 451	6 900	8 022

Dados elaborados para fins didáticos.

Fazendo estimativas, cálculos mentais e arredondando as quantidades para a unidade de milhar exata mais próxima, responda às perguntas.

a) Aproximadamente quantos carros do modelo popular foram vendidos nos 3 anos? Aproximadamente 96 000 carros.
b) Aproximadamente quantos carros do modelo luxo foram vendidos em 2021 a mais do que em 2020 e 2019? Aproximadamente 2 000 carros.
c) Qual dos 4 modelos foi o mais vendido nos 3 anos? Quantos carros a mais do que o modelo menos vendido? Popular; aproximadamente 84 000 carros.
d) Em qual ano foram vendidos mais carros? Quantos carros a mais do que no ano em que menos carros foram vendidos? 2021; aproximadamente 18 000 carros.

Orientações didáticas

Atividades

As atividades trabalham com a subtração, cujas resoluções podem ser feitas utilizando diferentes estratégias: algoritmo usual da subtração, algoritmo da decomposição, cálculo mental e estimativas. É importante valorizar a estratégia escolhida pelos estudantes e, sempre que possível, convidá-los a explicar aos colegas de turma o raciocínio utilizado na resolução, favorecendo o desenvolvimento da habilidade de argumentação matemática.

Proposta para o professor

O texto sugerido a seguir traz informações que podem servir de apoio para o debate sobre o contexto da atividade **24**:
TOKARNIA, Mariana. Após 7 anos em queda, diferença salarial de homens e mulheres aumenta. *Agência Brasil*, [*s. l.*], 8 mar. 2020. Disponível em: https://agenciabrasil.ebc.com.br/direitos-humanos/noticia/2020-03/apos-7-anos-em-queda-diferenca-salarial-de-homens-e-mulheres. Acesso em: 21 abr. 2022.

Orientações didáticas

Atividades

As atividades exploram o trabalho com a resolução e elaboração de problemas envolvendo a subtração.

A atividade **32** propõe a elaboração de 2 problemas: um utilizando aproximações e outro, valores exatos. Verifique se os problemas elaborados pelos estudantes contemplam os requisitos propostos. É provável que eles proponham problemas com diferentes características. Se possível, peça a alguns voluntários que reproduzam na lousa os problemas elaborados para que sejam discutidos coletivamente.

Na olimpíada

Nesta coleção são apresentadas algumas atividades da Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas (Obmep). Em geral, as atividades propostas neste boxe são desafiadoras e, ao mesmo tempo, acessíveis, uma vez que possibilitam aos estudantes ampliar as estratégias de resolução e reforçam a noção de que a Matemática é uma ciência cujo instrumento de desenvolvimento da autonomia é a investigação de soluções.

Com essas atividades, objetiva-se que os estudantes explorem os conceitos estudados em situações diferenciadas daquelas que lhes deram origem.

Comente com eles que a Obmep é um projeto nacional dirigido às escolas públicas e privadas brasileiras, realizado pelo Instituto de Matemática Pura e Aplicada (Impa), com o apoio da Sociedade Brasileira de Matemática (SBM), e promovido com recursos do Ministério da Educação (MEC) e do Ministério da Ciência, Tecnologia e Inovações (MCTI).

31. Fernanda saiu de casa com R$ 306,00. Agora ela está se lembrando dos gastos com as compras que fez.

Ilustra Cartoon/Arquivo da editora

a) Quanto Fernanda gastou com as compras? R$ 209,00 (84 + 28 + 97 = 209)

b) Quantos reais sobraram depois das compras? R$ 97,00 (306 − 209 = 97)

32. Leia o texto a seguir e depois faça o que se pede em cada item.

Segundo estimativa do IBGE, a população dos estados de São Paulo e do Rio de Janeiro e a das regiões metropolitanas das capitais São Paulo e Rio Janeiro, em 1º de julho de 2020, eram as indicadas na tabela a seguir.

População estimada em 1/7/2020

Estado	População do estado	População da região metropolitana da capital do estado
São Paulo	46 289 333	21 893 842
Rio de Janeiro	17 366 189	13 131 590

Fonte dos dados: IBGE. *População estimada.* Disponível em: https://ftp.ibge.gov.br/Estimativas_de_Populacao/Estimativas_2020/estimativa_dou_2020.pdf Acesso em: 25 nov. 2021.

a) Elabore um problema a ser resolvido mentalmente utilizando aproximações desses dados para a unidade de milhão exata mais próxima. Peça a um colega que resolva o problema que você criou enquanto você resolve o dele. Resposta pessoal.

b) Elabore um problema com os 4 dados apresentados nessa tabela, sem fazer aproximações, e peça a um colega que o resolva enquanto você resolve o dele. Resposta pessoal.

Na olimpíada

A maior diferença

(Obmep) Ana listou todos os números de três algarismos em que um dos algarismos é par e os outros dois são ímpares e diferentes entre si. Beto fez outra lista com todos os números de três algarismos em que um dos algarismos é ímpar e os outros dois são pares e diferentes entre si. Qual é a maior diferença possível entre um número da lista de Ana e um número da lista de Beto? Alternativa **e**.

a) 795 **b)** 863 **c)** 867 **d)** 873 **e)** 885

As sementes da abóbora

(Obmep) Três amigos fizeram uma aposta tentando adivinhar quantas sementes havia dentro de uma abóbora. Os palpites foram os seguintes: 234, 260 e 274. Quando abriram a abóbora e contaram as sementes, viram que um dos palpites estava errado por 17, outro por 31 e o outro por 9, para mais ou para menos. Na contagem das sementes, elas foram agrupadas em vários montinhos, cada um deles com 10, e um último montinho com menos de 10 sementes. Quantas sementes havia no último montinho?

a) 1 **b)** 3 **c)** 5 **d)** 7 **e)** 9

Alternativa **b**.

Reprodução/Obmep, 2016.

Proposta para o estudante

Para acessar as provas da Obmep, visite: OLIMPÍADA BRASILEIRA DE MATEMÁTICA DAS ESCOLAS PÚBLICAS. *Provas e soluções*. Rio de Janeiro: OBMEP, [20--]. Disponível em: http://www.obmep.org.br/provas.htm. Acesso em: 21 abr. 2022.

Faça as atividades no caderno.

Do que eu preciso mesmo?

Leia a tirinha seguir.

© Armandinho, de Alexandre Beck/Acervo do cartunista

BECK, Alexandre. *Armandinho quatro.* Florianópolis: A. C. Beck, 2015. p. 93.

O que você entendeu da tirinha? Você já parou para pensar se tudo o que você vê ou gostaria de ter é realmente necessário? Que tal fazer uma reflexão? No momento de comprar materiais escolares, verificar o que é realmente necessário e comparar os preços são atitudes muito importantes.

As tarefas a seguir apresentam uma maneira de organizar suas compras. Use os conceitos aprendidos sempre que for fazer qualquer compra, não apenas de materiais escolares.

I. Pesquise no dicionário o significado da palavra "essencial" e anote no caderno 2 sinônimos. **I.** Exemplos de resposta: Necessário, fundamental, imprescindível, indispensável, obrigatório.

II. Pesquise no dicionário o significado da palavra "supérfluo" e anote 2 sinônimos. Exemplos de resposta: Desnecessário, dispensável, excessivo, demasiado, excedente.

III. A seguir há uma lista de 22 materiais escolares vendidos em papelaria:

- lápis preto;
- borracha;
- caneta esferográfica azul;
- régua;
- apontador de lápis;
- caneta esferográfica vermelha;
- caixa de elásticos;
- caixa com lápis coloridos;
- caixa de clipes;
- caixa com canetas hidrográficas coloridas;
- compasso;
- tesoura com pontas arredondadas;
- lápis-borracha;
- tubo de cola branca;
- fita adesiva;
- lapiseira;
- caderno espiral de 100 folhas;
- esquadro;
- transferidor;
- agenda;
- estojo simples;
- grampeador.

De acordo com sua opinião, separe os materiais em 2 listas: uma com os materiais que você julga essenciais na escola; outra com os materiais que você julga supérfluos na escola. O que é essencial ou supérfluo depende da opinião de cada um. O assunto será debatido em grupo no final da seção.

IV. Com a ajuda de um adulto, pesquise em uma papelaria (ou busque na internet) o preço dos materiais das 2 listas. Organize as informações em uma tabela. A resposta depende da pesquisa feita pelos estudantes.

V. Faça uma estimativa da quantia necessária para comprar os materiais de cada uma das listas. Considere 1 exemplar de cada tipo de material escolar, arredonde os preços para números naturais e compare a diferença dos valores totais das 2 listas. A resposta depende da pesquisa feita pelos estudantes.

Orientações didáticas

Educação financeira

Na BNCC

Esta seção mobiliza com maior ênfase as **CEMAT02** e **CEMAT07**, as **CG05**, **CG07** e **CG09** ao propor aos estudantes que analisem uma situação-problema e respondam às perguntas propostas, de modo convincente, utilizando conhecimentos matemáticos, em um contexto em que aspectos relacionados à Educação financeira e ao consumo consciente são discutidos. O trabalho com a seção favorece ainda o desenvolvimento dos TCTs *Educação Financeira e Educação para o Consumo*.

Esta seção permite o trabalho interdisciplinar com **Língua Portuguesa** ao explorar o consumo consciente a partir da leitura e interpretação de uma tirinha.

Durante a leitura da tirinha, comente com os estudantes que a propaganda direcionada ao público infantil é proibida pelo Marco Legal da Primeira Infância (Lei nº 13.257/2016) – que determina a proteção da criança contra toda forma de violência e pressão consumista e a adoção de medidas que evitem a exposição precoce à comunicação mercadológica –, além do Código de Defesa do Consumidor (CDC), que já define que a publicidade dirigida a crianças é abusiva e ilegal.

No item **IV**, espera-se que os estudantes anotem os preços, que depois serão aproximados para números naturais. Auxilie-os no momento das aproximações para que respondam à questão proposta no item **V**, escolhendo os valores inteiros mais próximos dos preços pesquisados, de maneira análoga ao estudo das estimativas para determinada ordem de grandeza exata mais próxima. Nesse momento não é necessário operar com decimais.

Orientações didáticas

Educação financeira

Na atividade **1**, explique aos estudantes que saber a diferença entre um gasto essencial e um gasto supérfluo é fundamental para que todas as decisões que envolvem dinheiro sejam tomadas com consciência. Explique a eles que os itens supérfluos são aqueles que podem ser retirados do orçamento, sem que isso afete diretamente a rotina deles. É importante que os estudantes percebam que o conceito de essencial e de supérfluo pode ser relativo; no entanto, é interessante que entrem em consenso considerando a realidade da comunidade escolar em que estão inseridos. Para tanto, incentive-os fazendo perguntas como: “Vocês acham que realmente é necessário que cada estudante adquira uma caixa de elásticos, ou apenas uma caixa para a turma toda seria suficiente?”; “É possível retirar o caderno da lista de compras?”; O lápis e a lapiseira são itens essenciais ou poderíamos escolher apenas um deles?”; entre outras.

Peça aos estudantes que se organizem em grupos para debater a questão proposta na atividade **3**. As respostas são pessoais, no entanto espera-se que eles percebam que o consumidor consciente é aquele que leva em consideração os impactos de cada compra, uso ou descarte de produtos ou serviços e que escolhe de maneira adequada as empresas com as quais fará negócios, com base no compromisso delas com o desenvolvimento socioambiental.

Na atividade **7**, auxilie os estudantes em cada etapa do desenvolvimento do trabalho. Verifique a possibilidade de realizar um trabalho interdisciplinar com os professores das áreas de **Linguagens** e **Ciências Humanas**. Se eles optarem pela confecção de cartazes, proponha que sejam expostos na escola e no entorno da comunidade. No caso da produção de vídeos, *podcasts* e outros materiais que possam ser divulgados *on-line*, verifique se a escola tem redes sociais próprias e solicite à equipe gestora autorização para divulgar o material produzido pelos estudantes. Atividades como essa são importantes para engajar toda a comunidade escolar e para incentivar os estudantes a utilizar as tecnologias digitais de informação e comunicação de modo significativo.

Agora, forme um grupo com 3 colegas e faça o que se pede.

1. Converse com os colegas de grupo sobre os materiais escolares colocados em cada lista elaborada na tarefa **III**. As listas de materiais essenciais ficaram iguais? Vocês têm a mesma opinião sobre o que é essencial e o que é supérfluo? Respostas pessoais.
2. Converse com os colegas do grupo sobre os preços pesquisados na tarefa **IV**. Todas as papelarias têm os mesmos preços? O que pode ter causado diferentes preços para o mesmo material escolar? Respostas pessoais.
3. Você e os colegas de grupo já ouviram falar de **consumo consciente**? Além do aspecto financeiro, o consumo consciente é aquele em que cada escolha é feita pensando no impacto que a compra terá no meio ambiente e na sociedade. Discutam o que é consumo consciente e quais ações vocês podem adotar no momento de compra dos materiais escolares, ou até mesmo de uma peça de vestuário ou de um aparelho eletrônico. A resposta encontra-se na seção *Resoluções* deste Manual.
4. Qual é a importância do consumo consciente para garantir a sustentabilidade, ou seja, não esgotar ou degradar os recursos naturais? Exemplos de resposta: Compreender o que são recursos naturais, perceber a disponibilidade e adotar medidas para preservá-los, mesmo que não sejam as medidas mais econômicas.
5. Quais ações vocês podem tomar individualmente para promover a sustentabilidade?
6. Pesquisem quais ações a escola pode tomar para promover a sustentabilidade e levantem quais delas poderiam ser adotadas imediatamente.
7. Quais ações poderiam ser adotadas para promover a sustentabilidade na comunidade local? Após listarem as ações, preparem um material de divulgação: podem ser confeccionados cartazes, panfletos, *podcasts*, vídeos, postagens em redes sociais, entre outros.

5. Exemplos de resposta: Optar por produtos duráveis no lugar de descartáveis, optar por produtos mais saudáveis, evitar comprar produtos em excesso, optar por fazer troca de materiais escolares com outros estudantes que não os usarão mais.

6. Exemplos de resposta: Introduzir a iluminação natural nas salas de aula, instalar painéis para captação de energia solar, ampliar as áreas verdes, utilizar sistema de reutilização de água da chuva, priorizar o uso de recursos digitais e não materiais, reaproveitar alimentos e produtos, fiscalizar as empresas que vendem produtos para a escola, incentivar trocas de materiais escolares, conscientizar para evitar desperdício de água, alimento, papel e energia, promover a coleta seletiva.

Banco de imagens/Arquivo da editora

7. Exemplos de resposta: Substituir o uso de produtos descartáveis, evitar comprar produtos em excesso, doar materiais escolares para a escola disponibilizar para outros estudantes, adotar a coleta seletiva, evitar o desperdício de água, alimento, papel e energia, reaproveitar alimentos e produtos, usar sistema de reutilização de água da chuva, instalar painéis para captação de energia solar, ampliar as áreas verdes.

Reprodução do Livro do Estudante em tamanho reduzido.

Matemática e tecnologias

Faça as atividades no caderno.

Vamos usar a calculadora

Um instrumento que facilita, e muito, o trabalho de operar com números naturais é a calculadora. Vamos conhecer algumas teclas de uma calculadora comum.

Calculadora comum.

Ilustrações: Banco de imagens/Arquivo da editora

Agora que já sabemos quais são as principais teclas de uma calculadora, vamos começar a utilizá-la para efetuar uma adição. Acompanhe como calcular 15 + 37.

Primeiro, ligue a calculadora utilizando a tecla ON/C; em seguida, digite os algarismos 1 e 5 (nessa ordem). Vai aparecer o número 15 na tela: 15

Agora, pressione a tecla + e, em seguida, os algarismos 3 e 7. Você pode observar que o número 15 foi substituído na tela pelo número 37: 37

Finalmente, pressione a tecla =. Vai aparecer o resultado 52 na tela: 52

Ao seguirmos esses passos, efetuamos a operação 15 + 37 = 52.

Agora é a sua vez! Efetue a adição 45 + 138 e anote no caderno o resultado para comparar com o dos colegas. 183

Mudando a operação, efetue a subtração 1365 − 1267, utilizando a tecla –. Não se esqueça de anotar o resultado no caderno. 98

Uma das aplicações possíveis da calculadora no cotidiano é a utilização durante as compras em um supermercado, pois temos de adquirir diversos produtos com valores diferentes e em muitas quantidades. Acompanhe e resolva as atividades.

1. Se o litro de leite custa R$ 4,00, quanto custam 6 litros de leite?

Para resolver esse problema, podemos fazer adições sucessivas do valor de 1 litro (R$ 4,00), ou seja, digitar: 4 + 4 + 4 + 4 + 4 + 4 =. Anote no caderno o resultado obtido. Resultado: 24; R$ 24,00.

2. Se você usar 1 nota de R$ 200,00 para pagar uma conta de R$ 174,00, quanto vai receber de troco?

Para responder a essa pergunta, devemos calcular 200 − 174. Efetue essa operação na calculadora e anote o resultado no caderno. Resultado: 26; R$ 26,00.

3. Você deseja comprar alguns produtos para o preparo de um almoço em família.

a) Utilizando uma calculadora, indique no caderno qual será o valor gasto para comprar 2 pacotes de macarrão, 3 latas de molho de tomate, 1 vidro de palmito, 1 vidro de azeitona e 1 garrafa de azeite, de acordo com os preços apresentados no supermercado *A*.

Orientações didáticas

Matemática e tecnologias

Na BNCC

Esta seção favorece o desenvolvimento da habilidade **EF06MA03** ao propor a resolução de problemas envolvendo a adição e subtração. A **CEMAT05** é mobilizada com maior ênfase ao utilizar a calculadora como ferramenta tecnológica para resolução dos problemas propostos. Os TCTs *Educação Fiscal* e *Educação para o Consumo* têm o desenvolvimento favorecido ao ser apresentado aos estudantes o Procon como órgão de defesa do consumidor.

É possível que os estudantes já tenham tido contato com a calculadora nos anos anteriores do Ensino Fundamental. Verifique se todos se lembram como utilizá-la. Comente com a turma que existem modelos diferentes do apresentado no livro e que pode haver algumas variações entre elas. Se possível, leve para a sala de aula algumas calculadoras e, caso não haja quantidade suficiente, peça aos estudantes que se organizem em grupos para realizar as atividades.

Durante a realização das atividades, acompanhe os estudantes e proponha perguntas como: "O resultado encontrado com a calculadora está correto? Por quê?"; "Será que os números foram digitados corretamente?". Neste momento, é importante que eles saibam avaliar o resultado encontrado e, para isso, o cálculo mental é um grande aliado para estimar se o resultado encontrado é razoável, o que também contribui para o desenvolvimento do raciocínio matemático.

Orientações didáticas

Matemática e tecnologias

Explique aos estudantes que a estrutura de defesa do consumidor vai do nível municipal ao federal e que o Procon é um dos órgãos atuantes dentro dessa estrutura. Comente com a turma que o Sistema Nacional de Defesa do Consumidor (SNDC) reúne órgãos de defesa do consumidor, das mais diversas esferas, que atuam de maneira articulada, integrada e em parceria com a Secretaria Nacional do Consumidor (Senacon).

Peça aos estudantes que pesquisem outros órgãos de defesa do consumidor e debatam a importância desses órgãos para o consumidor.

Faça as atividades no caderno.

Para ajudá-lo na organização das informações, copie a tabela a seguir no caderno e complete-a com os valores que estão faltando.

Italian Food Production/Shutterstock; s-ts/Shutterstock; AlenKadr/Shutterstock; rocharibeiro/Shutterstock; akf ffm/Shutterstock

Gastos no Supermercado *A*

Produto	Quantidade	Valor unitário (em reais)	Valor total (em reais)
Macarrão	2	4	R$ 8,00
Molho de tomate	3	3	R$ 9,00
Palmito	1	13	R$ 13,00
Azeitona	1	6	R$ 6,00
Azeite	1	19	R$ 19,00
Total da compra			R$ 55,00

Dados elaborados para fins didáticos.

b) Você acha que é possível economizar com essa compra, de alguma maneira, sem deixar de comprar nenhum item? Resposta pessoal.

c) De acordo com o Procon da Paraíba, antes de comprar qualquer produto, uma boa atitude é fazer uma pesquisa de preços.

Então, junte-se com 2 colegas e pesquisem os valores desses produtos em panfletos, *sites* ou supermercados da região (com a supervisão de um adulto), em pelo menos 3 estabelecimentos. Em seguida, respondam no caderno: Se vocês comprarem todos os produtos no mesmo local, gastarão o mesmo valor final? Há uma maneira de economizar considerando os preços desses 3 estabelecimentos? As respostas encontram-se na seção *Resoluções* deste Manual.

Procon é a sigla do órgão de Proteção e Defesa do Consumidor que defende os consumidores e fiscaliza as práticas no mercado de consumo, verificando as possíveis irregularidades e promovendo ações de educação para o consumo.
No *site* do Procon da Paraíba há uma série de dicas de economia doméstica. Visite: GOVERNO DO ESTADO DA PARAÍBA. *Procon-PB oferece dicas para a economia doméstica do consumidor paraibano*. Disponível em: https://procon.pb.gov.br/noticias/procon-pb-oferece-dicas-para-a-economia-domestica-do-consumidor-paraibano. Acesso em: 18 fev. 2022.

Proposta para o professor

Para mais informações sobre a Senacon e sua área de atuação, visite: BRASIL. Ministério da Justiça e Segurança Pública. *A Senacon*. Disponível em: https://www.defesadoconsumidor.gov.br/portal/a-senacon. Acesso em: 21 abr. 2022.

Na Unidade

Faça as atividades no caderno.

1. Um jogo de futebol teve uma arrecadação de R$ 2.376.541,00. Nesse número, o algarismo da ordem das dezenas de milhar é: Alternativa **d**.

a) 3. **b)** 4. **c)** 6. **d)** 7.

2. (Enem) O medidor de energia elétrica de uma residência, conhecido por "relógio de luz", é constituído de quatro pequenos relógios, cujos sentidos de rotação estão indicados conforme a figura:

Reprodução/Enem, 2011.

Disponível em: http://www.enersul.com.br. Acesso em: 26 abr. 2010.

A medida é expressa em kWh. O número obtido na leitura é composto por 4 algarismos. Cada posição do número é formada pelo último algarismo ultrapassado pelo ponteiro.

O número obtido pela leitura em kWh, na imagem, é: Alternativa **a**.

a) 2614. **c)** 2715.
b) 3624. **d)** 3725.

3. Sílvia, Raul e Setsuko terminaram um trabalho escrito, redigido em muitas páginas. As páginas foram numeradas de I a XXIV, todas com símbolos romanos. Quantas vezes eles empregaram o símbolo **V** nas paginações? Alternativa **d**.

a) 5 vezes. **c)** 9 vezes.
b) 7 vezes. **d)** 11 vezes.

4. (Enem) O quadro apresenta a ordem de colocação dos seis primeiros países em um dia de disputa nas Olimpíadas. A ordenação é feita de acordo com as quantidades de medalhas de ouro, prata e bronze, respectivamente.

País	Ouro	Prata	Bronze	Total
1º China	9	5	3	17
2º EUA	5	7	4	16
3º França	3	1	3	7
4º Argentina	3	2	2	7
5º Itália	2	6	2	10
6º Brasil	2	5	3	10

Se as medalhas obtidas por Brasil e Argentina fossem reunidas para formar um único país hipotético, qual a posição ocupada por esse país?

a) 1ª **c)** 3ª **e)** 5ª
b) 2ª **d)** 4ª

Alternativa **b**.

5. (Obmep) Joãozinho subtraiu o menor número de três algarismos diferentes do maior número de três algarismos diferentes. Que resultado ele obteve?

a) 882 **c)** 885 **e)** 888
b) 883 **d)** 886

Alternativa **c**.

6. Um produtor colocou no caminhão certa quantidade de caixas de frutas para distribuir nos mercados da cidade. Ele entregou 24 caixas de frutas no mercado *A* e 24 caixas no mercado *B*, ficando com 121 caixas de frutas para distribuir entre outros estabelecimentos.

a) Qual era a quantidade inicial de caixas de frutas que havia no caminhão? 169 caixas.

b) Nos dias seguintes, o produtor entregou 25 e 31 caixas no mercado *A*, e 20 e 38 caixas no mercado *B*. Qual mercado recebeu mais caixas ao longo dos 3 dias? Quantas a mais? Mercado *B*; 2 caixas a mais.

7. Das alternativas dadas, qual é a melhor aproximação do resultado da adição 99 + 999? Alternativa **c**.

a) 100 **c)** 1100
b) 110 **d)** 10100

8. Um número diminuído de 24 unidades resulta em 121. Se for acrescido de 24 unidades resultará em: Alternativa **d**.

a) 97. **c)** 145.
b) 101. **d)** 169.

9. (Obmep) Em uma mesa há nove cartões numerados de 1 a 9. Ana e Beto pegaram três cartões cada um. A soma dos números dos cartões de Ana é 7 e a soma dos números dos cartões de Beto é 23.

Qual é a diferença entre o maior e o menor dos números dos três cartões deixados sobre a mesa?

a) 3 **c)** 5 **e)** 7
b) 4 **d)** 6

Alternativa **b**.

10. (PUCC-SP) A soma dos algarismos que compõem a idade de Pedro é 8. Invertendo-se a posição de tais algarismos, obtém-se a idade de seu filho João, que é 36 anos mais novo que ele. A soma das idades de Pedro e João, em anos, é: Alternativa **b**.

a) 82. **b)** 88. **c)** 94. **d)** 96.

Orientações didáticas

Na Unidade

Na BNCC

Esta seção favorece o desenvolvimento das habilidades exploradas ao longo de toda a Unidade e mobiliza com maior ênfase as **CEMAT02** e **CEMAT06** e a **CG02** ao propor a resolução de atividades diversas por meio de diferentes contextos e estratégias de resolução.

Esta seção traz atividades dos principais conteúdos abordados na Unidade que podem ser utilizadas como ferramentas de avaliação. Proponha a resolução das atividades individualmente. Acompanhe os estudantes durante a realização delas e registre avanços e dificuldades para, ao final, propor novas atividades para remediação coletiva ou individual de defasagens, conforme cada caso.

A seguir, listamos algumas sugestões e estratégias para remediação.

Os erros de resolução nas atividades **1** e **2** podem ser indicativos de alguma dificuldade na interpretação do valor posicional de cada uma das ordens. Utilize material concreto, como o ábaco, e explique à turma que cada pino equivale a uma ordem do sistema de numeração decimal, e que o primeiro pino, da direita para a esquerda, representa a ordem das unidades, e os imediatamente posteriores representam a ordem das dezenas, centenas, unidades de milhar e assim por diante.

Na atividade **3**, para auxiliar os estudantes na compreensão de como as representações de números no sistema de numeração romano ocorrem, apresente exemplos que permitam comparações de acordo com a posição dos símbolos. Por exemplo:

- 5 − 1 = 4, na representação em símbolos romanos IV;
- 5 + 1 = 6, na representação em símbolos romanos VI.

Erros de resolução nas atividades **4**, **5**, **6**, **8**, **9** e **10** podem indicar dificuldade de interpretação dos dados dos problemas. Para superar esse obstáculo, retome a leitura dos enunciados pausadamente e registre na lousa cada dado conforme for avançando na leitura. Solicite ajuda aos estudantes nessa organização, levando-os à interpretação do enunciado e à decisão de quais operações e estratégias devem ser tomadas.

Na atividade **7**, os estudantes podem cometer um equívoco ao realizar a aproximação. Retome as estratégias de cálculo mental e estimativa abordadas ao longo da Unidade.

Outras dificuldades diferentes das listadas podem surgir; por isso, é importante o monitoramento individual e contínuo dos estudantes.

Orientações didáticas

Abertura

Na BNCC

A abertura da Unidade permite mobilizar com maior ênfase a **CG03** e a **CEMAT03** ao propor a leitura de uma obra de arte e de um texto que associa Geometria e Arte, relacionando a Matemática a outras áreas do conhecimento.

Ao explorar a abertura da Unidade, peça aos estudantes que analisem a imagem apresentada antes de ler o texto. Pergunte a eles: “O que vocês acham que o artista quis representar nessa obra de arte?”; “Que sensações vocês têm ao observá-la?”. Permita que respondam usando as próprias palavras e dê espaço para o debate caso haja diferentes pontos de vista.

Solicite aos estudantes a leitura do texto de abertura. O vídeo sugerido no Livro do Estudante traz informações sobre a vida e a obra de Willys de Castro e pode servir como complemento à leitura proposta. Se possível, assista ao vídeo com os estudantes e peça a eles que anotem as principais informações apresentadas nele.

É possível realizar um trabalho interdisciplinar com professores da área de **Linguagens** que pode auxiliar na pesquisa proposta na terceira questão. Para tanto, solicite aos estudantes que pesquisem acerca do Neoconcretismo no Brasil, identificando suas principais características, o local em que surgiu e os principais artistas que participaram do movimento. Se considerar oportuno, os estudantes podem fazer um quadro comparativo entre o Neoconcretismo e o Concretismo, seu antecessor.

Noções iniciais de Geometria

NESTA UNIDADE VOCÊ VAI:

- identificar ponto, reta, plano, semirreta, segmento de reta e ângulo;
- resolver problemas envolvendo vértices, faces e arestas de prismas e pirâmides;
- associar pares ordenados de números a pontos do plano cartesiano;
- determinar a medida de abertura de ângulos utilizando transferidor e tecnologias digitais;
- utilizar e elaborar algoritmos para resolver situações passo a passo;
- classificar ângulos de acordo com as medidas de abertura;
- resolver problemas que envolvem ângulos;
- construir retas paralelas, retas perpendiculares, quadriláteros e ângulos utilizando instrumentos de desenho e tecnologias digitais.

CAPÍTULOS

Objeto ativo, de Willys de Castro, 1962 (óleo sobre tela colada sobre chassi de madeira, 25 cm × 25 cm × 25 cm). Fotos de 3 vistas distintas da obra de arte.

Reprodução/Museu de Arte Moderna de Nova York, EUA.

Geometria na arte contemporânea

Você já notou o quanto a Geometria está presente em obras de arte? A obra presente nesta abertura foi feita pelo artista brasileiro Willys de Castro, nascido em 1926, em Uberlândia (MG), e conhecido por ser – além de pintor – escultor, desenhista, programador visual, cenógrafo, figurinista e artista gráfico.

Willys iniciou seus estudos de desenho em 1941, quando se mudou para São Paulo, onde trabalhou como desenhista técnico entre 1944 e 1945 e se formou em Química Industrial em 1948. Em 1950, realizou os primeiros desenhos abstrato-geométricos e, em 1953, produziu os primeiros trabalhos formados apenas por cores e pela representação de linhas, pontos e/ou planos.

Em 1958, o artista viajou à Europa, onde conheceu diversos artistas e *designers*. Ao retornar ao Brasil, fez as primeiras obras tridimensionais em que era preciso se mover para compreendê-las totalmente. Em 1959, ligou-se ao Grupo Neoconcreto, conhecido por obras que contavam com rigor geométrico e espacial.

Em 1960, Willys participou da exposição *Konkrete Kunst*, em Zurique, na Suíça, e, em 1963, foi um dos fundadores da Associação Brasileira de Desenho Industrial e da Galeria de Arte Novas Tendências.

Willys de Castro realizou cerca de 130 trabalhos ao longo da vida. Em 2012, 24 anos após a morte dele, a Pinacoteca do Estado de São Paulo – museu da Secretaria de Cultura e Economia Criativa do Estado de São Paulo – realizou uma exposição com 50 obras do artista, organizadas em ordem cronológica e apresentadas em 3 espaços distintos.

Fontes dos dados: PINACOTECA DO ESTADO DE SÃO PAULO. *Willys de Castro*. Disponível em: https://pinacoteca.org.br/programacao/willys-de-castro/. ALMEIDA & DALE. *Willys de Castro*. Disponível em: https://www.almeidaedale.com.br/pt/artistas/willys-de-castro. Acesso em: 18 fev. 2022.

Em 2016, o Instituto de Arte Contemporânea (IAC), localizado em São Paulo (SP), reuniu uma seleção de obras de Willys de Castro da série *Objetos ativos* (1959-1962), como a obra de arte apresentada nesta abertura, na exposição *Lado a lado*, em comemoração aos 90 anos do nascimento do artista.

Confira o vídeo da exposição: https://www.youtube.com/watch?v=AoPAW6CjE84 (acesso em: 18 fev. 2022).

Em algumas obras de arte, inclusive na apresentada nesta abertura, Willys de Castro utiliza formas que lembram figuras geométricas conhecidas. Quais figuras geométricas você identifica nessa obra? Sabe o nome delas? Se sim, compartilhe com os colegas.

Resposta esperada: Cubo (na obra de arte) e regiões quadradas ou quadrados (nas faces e nos contornos das faces da obra).

Você conhece outra obra de arte ou outro artista que utiliza figuras geométricas nas produções? Faça uma pesquisa para conhecer outros nomes e obras de arte contemporânea.

Exemplo de resposta: A artista brasileira Lygia Clark (1920-1988).

Orientações didáticas

Abertura

Peça aos estudantes que respondam individualmente às duas primeiras questões. Em seguida, peça que compartilhem as respostas com os colegas de turma.

Para responder à terceira questão, proponha aos estudantes que se organizem em grupos de quatro integrantes. Caso a proposta de trabalho interdisciplinar seja executada, os estudantes poderão executar essa atividade durante o desenvolvimento do projeto. Se não houver a possibilidade de desenvolver o trabalho com professores de outras áreas do conhecimento, sugira aos estudantes que façam uma pesquisa na internet, atentando para os *sites* escolhidos como fonte. Converse com eles sobre a necessidade de escolher fontes de informação confiáveis, como instituições governamentais, museus, entre outras.

Proposta para o estudante

O Museu Afro Brasil traz em sua página na internet um comparativo entre os movimentos concretista e neoconcretista no Brasil que pode ser utilizado como fonte de pesquisa pelos estudantes. GOVERNO DO ESTADO DE SÃO PAULO. Concretismo/Neoconcretismo. *Museu Afro Brasil*. Disponível em: http://www.museuafrobrasil.org.br/pesquisa/indice-biografico/movimentosesteticos/concretismo-neoconcretismo. Acesso em: 25 abr. 2022.

Orientações didáticas

Um pouco de história

Na BNCC

Este tópico mobiliza com maior ênfase a **CG01** e a **CEMAT01** ao propor a valorização de conceitos historicamente construídos e mostrar a Matemática como ciência desenvolvida ao longo do tempo, de acordo com as necessidades e contribuições de diferentes povos.

A partir da leitura do texto, trabalhe o desenvolvimento da compreensão inferencial dos estudantes, pedindo a eles que reflitam sobre o fato de que conquistas científicas e tecnológicas são fruto do conhecimento adquirido por diversas civilizações sobre a Geometria.

Explique aos estudantes como eram feitos os registros nas antigas civilizações.

Proponha a eles que façam uma pesquisa sobre Euclides para coletar mais informações sobre a história e a trajetória desse matemático, bem como sobre a obra *Os elementos* e suas contribuições para a Geometria Euclidiana.

Caso os estudantes apresentem dúvidas ao identificar e nomear as figuras geométricas que podem ser associadas às imagens da Torre Eiffel e da Catedral de Brasília, retome na lousa as representações das figuras geométricas planas e espaciais, nomeando-as e identificando algumas de suas principais características.

Pergunte aos estudantes se eles reconhecem, na sala de aula, objetos que têm a forma parecida com figuras geométricas planas ou espaciais; espera-se que identifiquem, por exemplo, a superfície da lousa retangular e o giz, associando-os respectivamente ao retângulo e ao cilindro.

CAPÍTULO 3

Noções fundamentais de Geometria

NA BNCC
EF06MA16
EF06MA17
EF06MA23

Um pouco de história

As imagens não estão representadas em proporção.

Muito antes de criar as linguagens escritas, o ser humano já notava os formatos de seres e objetos existentes no mundo.

Os primeiros seres humanos retratavam, em pinturas e esculturas, diversos animais, paisagens e objetos com os quais estavam em contato. Além disso, criavam objetos com os mais variados formatos.

Na Antiguidade, as civilizações que viveram por volta de 4000 a.C. foram responsáveis pela construção de grandes obras arquitetônicas, que exigiram um profundo estudo de formas e figuras.

Das civilizações antigas, chineses, egípcios, assírios, babilônios e gregos destacaram-se no estudo das formas e do espaço, criando elementos para a área da Matemática chamada **Geometria**.

Rita Barreto/Fotoarena

Pinturas rupestres encontradas no Parque Nacional Serra da Capivara (PI). Existem pinturas nessa região datadas de cerca de 12 mil anos atrás. Foto de 2021.

A Geometria tem por objetivo estudar objetos e elementos da natureza a fim de estabelecer relações entre os formatos deles e as figuras geométricas correspondentes.

O matemático grego Euclides de Alexandria (século III a.C.), um dos escritores mais importantes da Antiguidade, reuniu as descobertas já feitas por outros cientistas, complementou-as e organizou-as de modo sistemático na obra *Os Elementos*, que ainda é usada para pesquisas e ensino de Geometria.

Os conhecimentos reunidos por Euclides em *Os Elementos* – adicionados aos que decorrem deles – são tão importantes que passaram a ser conhecidos como **Geometria euclidiana**.

Atualmente, as inúmeras obras de engenharia, arquitetura, artes plásticas, etc. mostram a variedade de formatos que o ser humano desenvolveu conhecendo e aplicando os princípios da Geometria.

Hayk_Shalunts/Shutterstock

Torre Eiffel, em Paris, França. Foto de 2020.

A palavra **geometria** deriva de 2 palavras gregas: *geo*, que significa "terra", e *metria*, que significa "medida".

Angela_Macario/Shutterstock

Catedral de Brasília (DF), projetada pelo arquiteto brasileiro Oscar Niemeyer (1907-2012). Foto de 2021.

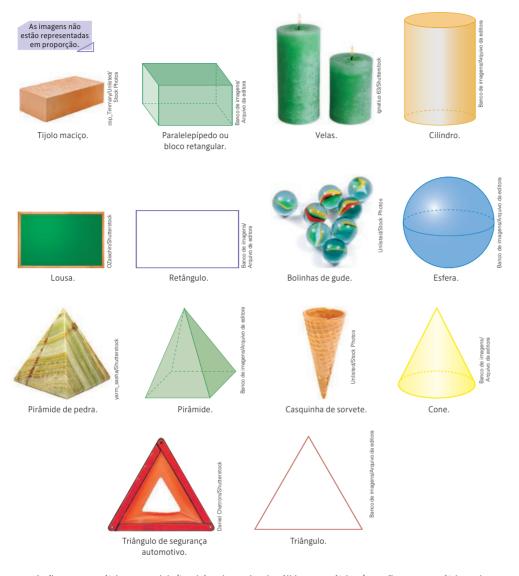
Objetos reais e figuras geométricas

Considere os objetos a seguir e as figuras geométricas relacionadas aos formatos deles.

Tijolo maciço. Paralelepípedo ou bloco retangular. Velas. Cilindro.

Lousa. Retângulo. Bolinhas de gude. Esfera.

Pirâmide de pedra. Pirâmide. Casquinha de sorvete. Cone.

Triângulo de segurança automotivo. Triângulo.

As figuras geométricas espaciais (também chamadas de sólidos geométricos) e as figuras geométricas planas são formas idealizadas. Por exemplo, o formato das bolinhas de gude que aparecem na foto lembra a figura geométrica espacial chamada esfera, independentemente da aparência que as bolinhas têm.

Orientações didáticas

Objetos reais e figuras geométricas

Na BNCC

Este tópico mobiliza com maior ênfase a **CEMAT02** ao propor a associação entre figuras geométricas planas e espaciais e objetos do mundo físico.
Neste tópico, as habilidades **EF05MA16** e **EF05MA17**, exploradas no 5º ano do Ensino Fundamental, são retomadas.

Verifique se os estudantes associam os objetos do mundo físico às formas geométricas de que eles se lembram. Em caso de dúvidas, proponha que trabalhem com materiais concretos; para tanto, providencie previamente alguns moldes de representação de figuras geométricas.

Proposta para o estudante

Organize os estudantes em duplas e, em seguida, peça a eles que conversem e registrem no caderno as respostas às seguintes questões:
- Cite exemplos de outros objetos ou construções que você conhece cuja forma lembra as figuras geométricas apresentadas.
- Uma caixa de leite tem a forma parecida com a de qual figura geométrica espacial?
- Uma lata de ervilhas lembra a forma de qual figura geométrica espacial?
- As bolinhas de sabão têm a forma parecida com qual figura geométrica espacial?
- Uma folha do caderno lembra qual figura geométrica plana?

Para finalizar, peça aos estudantes que compartilhem suas respostas.

Orientações didáticas

Atividades

Na atividade **1**, incentive a construção do bloco retangular a partir de um molde. Retome na lousa, com o apoio do molde da representação construída, a identificação de arestas, vértices e faces do bloco retangular. Peça aos estudantes que participem e, depois que vocês fizerem a construção e a identificação na lousa, peça que eles resolvam a atividade **2**.

Ponto, reta e plano: as formas geométricas mais simples

Na BNCC

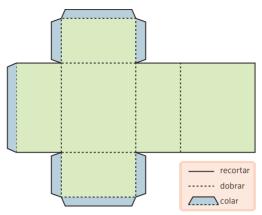
Este tópico favorece o desenvolvimento das habilidades: **EF06MA16**, ao explorar a associação de pares ordenados a pontos do 1º quadrante do plano cartesiano; **EF06MA17**, ao propor a resolução de problemas envolvendo a percepção espacial, a quantificação e as relações entre o número de vértices, faces e arestas de prismas e pirâmides, em função do seu polígono da base; e **EF06MA23**, ao solicitar a construção de dobradura, por meio de um passo a passo. Mobiliza com maior ênfase a **CEMAT05** ao sugerir um trabalho com um Geoplano virtual como ferramenta matemática para o aprendizado.

As noções primitivas da Geometria plana – ponto, reta e plano – são elementos que não têm definição, mas se fazem necessários para a compreensão de outros conceitos. Nesse momento, associamos vértice à ideia de ponto, aresta à ideia de reta e face à ideia de "parte" de um plano, tomando como referencial o bloco retangular construído na atividade **1**.

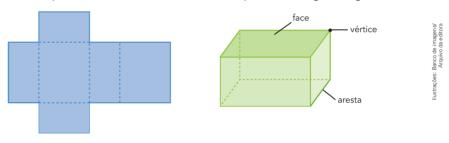
Ao explorar a sugestão dada no boxe do livro, verifique a possibilidade de utilização do jogo sugerido com os estudantes. Caso não seja possível utilizar esse jogo especificamente, avalie as demais sugestões disponíveis na mesma página na internet ou até mesmo um Geoplano físico. Deixe que os estudantes explorem o material escolhido; depois, solicite que representem polígonos, destacando vértices e lados, e façam, posteriormente, a associação com as ideias de ponto e reta, respectivamente.

Faça as atividades no caderno.

1. Reproduza o desenho a seguir em uma folha de cartolina. Em seguida, recorte-o, dobre e cole conforme indicado. O modelo que você montou corresponde a qual sólido geométrico? Paralelepípedo ou bloco retangular.

Banco de imagens/Arquivo da editora

2. Analise o modelo que você montou na atividade anterior e compare-o com as figuras a seguir.

Ilustrações: Banco de imagens/Arquivo da editora

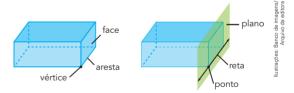
a) Copie e complete no caderno: No encontro de 2 faces podemos reconhecer uma ▨▨▨ do sólido geométrico. O ▨▨▨ é um ponto formado pelo encontro de algumas das arestas. Aresta; vértice.

b) Qual das 2 figuras anteriores representa a planificação de um paralelepípedo? A figura azul.

Ponto, reta e plano: as formas geométricas mais simples

Analise novamente o modelo de paralelepípedo que você montou na atividade **1**.

Cada um dos 8 vértices do paralelepípedo dá a ideia de **ponto**.

Cada uma das 12 arestas dá a ideia de "pedaço" de reta. Se pudéssemos prolongar cada aresta indefinidamente, teríamos uma **reta**.

Cada uma das 6 faces dá a ideia de "pedaço" de plano. Se pudéssemos ampliar cada face indefinidamente, em todas as direções, teríamos um **plano**.

Ilustrações: Banco de imagens/Arquivo da editora

Proposta para o estudante

Solicite aos estudantes que levem para a sala de aula embalagens de produtos vazias e limpas que possam ser associadas ao bloco retangular, como caixas de creme dental ou de leite. Em seguida, sugira que desmontem as embalagens e retirem as abas. Agora, peça que observem as figuras geométricas que formam essa planificação.

Representação de ponto, reta e plano

A imagem **1** representa um **geoplano**, formado por uma placa quadriculada, com pregos nos vértices de cada quadradinho. As cabeças dos pregos dão a ideia de pontos, indicados por letras maiúsculas.

Um barbante – ou fio de linha – esticado dá a ideia de um pedaço de reta. Prolongado para um lado e para o outro, o barbante dá a ideia de uma reta. As retas são indicadas por letras minúsculas, como na imagem **2**.

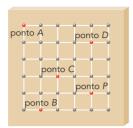
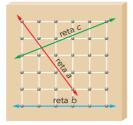



Imagem 1.

Imagem 2.

Ilustrações: Banco de imagens/Arquivo da editora

Toda **reta** é um conjunto cujos elementos são pontos.

Considere a reta *r* e os pontos *A*, *B*, *M*, *P*, *R* e *S* na imagem **3**.

Os pontos *A*, *B* e *P* **pertencem** à reta *r*, ou seja, a reta *r* passa pelos pontos *A*, *B* e *P*.

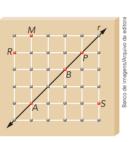
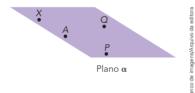
Os pontos *M*, *R* e *S* **não pertencem** à reta *r*, ou seja, a reta *r* não passa por nenhum dos pontos *M*, *R* ou *S*.

O geoplano ajuda na visualização de parte de um plano. Os planos podem ser indicados por letras minúsculas do alfabeto grego: α (alfa), β (beta), γ (gama), δ (delta), etc. Considere o plano α e os pontos *A*, *P*, *Q* e *X* representados a seguir.

Imagem 3.

Banco de imagens/Arquivo da editora

Plano α

Banco de imagens/Arquivo da editora

Os pontos *A*, *P*, *Q* e *X* **pertencem** ao plano α.

Todo **plano** é um conjunto cujos elementos são pontos.

A Universidade Federal da Paraíba (UFPB), por meio do Laboratório de Tecnologias para o Ensino Virtual e Estatística, disponibiliza uma lista de jogos educacionais multiplataforma, entre eles o GeoplanoMob, disponível para aparelhos celulares.

UNIVERSIDADE FEDERAL DA PARAÍBA. Jogos educacionais multiplataforma. *Laboratório de tecnologias para ensino virtual e estatística*. Disponível em: http://de.ufpb.br/~labteve/projetos/jogos.html. Acesso em: 25 abr. 2022.

Orientações didáticas

Representação de ponto, reta e plano

Verifique se os estudantes compreenderam que os pontos são indicados por letras maiúsculas $(A, B, X, Y...)$; as retas, por letras minúsculas $(a, b, x, y...)$; e os planos, por letras gregas.

Incentive os estudantes a observar no mundo físico elementos que deem a ideia de ponto (grão de areia, furo no papel, marca da retirada de um prego da parede), reta (linha do caderno, fio de cabelo) e plano (superfície da mesa, tapete).

Proposta para o professor

O artigo a seguir aborda o uso do Geoplano no ensino de Geometria, com sugestões e análise de atividades realizadas por estudantes do 6º ano.

MARTIN, George Francisco Santiago; OLIVEIRA, Elaine Cristina Viscardi. O uso do geoplano como recurso didático no ensino da Geometria. *Os desafios da escola pública paranaense na perspectiva do professor PDE*, 2016. Disponível em: http://www.diaadiaeducacao.pr.gov.br/portals/cadernospde/pdebusca/producoes_pde/2016/2016_artigo_mat_uenp_elainecristinaviscardioliveira.pdf. Acesso em: 6 fev. 2022.

Orientações didáticas

Atividades

As atividades **3** a **5** têm como objetivo identificar e quantificar os elementos que compõem um bloco retangular, uma pirâmide e um retângulo, bem como associar vértice à ideia de ponto, lado ou aresta à ideia de reta, e face à ideia de superfície ou plano.

As imagens não estão representadas em proporção.

O que mais dá a ideia de ponto?

Zorechka/Shutterstock

A marca feita pela ponta de um lápis em uma folha de papel.

Nazar Yosyfiv/Shutterstock

As estrelas no céu.

O que mais dá a ideia de reta?

Dotta2/Arquivo da editora

Os fios de um varal.

Tappasan Phurisamrit/Shutterstock

A demarcação das vias de uma estrada.

O que mais dá a ideia de plano?

Sagir/Shutterstock

A superfície do tampo de uma mesa.

Yeti studio/Shutterstock

A tela de um *tablet*.

Confira mais um exemplo de como as figuras geométricas estão presentes no dia a dia. Em uma quadra de futebol *society*, temos que:

- o piso dá a ideia de plano;
- a linha que divide os 2 lados da quadra dá a ideia de reta;
- o centro da quadra dá a ideia de ponto.

Quadra de futebol *society*.

Banco de imagens/Arquivo da editora

Atividades

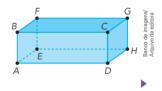
Faça as atividades no caderno.

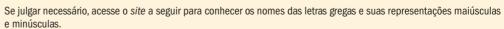
3. Analise este bloco retangular.

Banco de imagens/Arquivo da editora

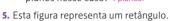
a) Se o vértice dá a ideia de ponto, quais são os pontos destacados nesse bloco retangular? Pontos *A*, *B*, *C*, *D*, *E*, *F*, *G* e *H*.

b) Imagine que por cada aresta desse bloco retangular passe uma reta. Quantas retas há nesse caso? 12 retas.

c) Pensando que cada face desse bloco retangular pertence a um plano, quantos são os planos nesse caso? 6 planos.

Proposta para o professor

Se julgar necessário, acesse o *site* a seguir para conhecer os nomes das letras gregas e suas representações maiúsculas e minúsculas.

EMBRAPA. Elementos químicos e letras gregas. *Manual de editoração da Embrapa*. Brasília-DF, [20--?]. Disponível em: https://www.embrapa.br/manual-de-editoracao/padronizacao-e-estilo/elementos-quimicos-e-letras-gregas/letras-gregas. Acesso em: 25 abr. 2022.

4. Confira esta pirâmide de base triangular. a) Pontos *A*, *B*, *C* e *D*.
   a) Se o vértice dá a ideia de ponto, quais são os pontos destacados nessa pirâmide?
   b) Imagine que por cada aresta dessa pirâmide passe uma reta. Quantas retas há nesse caso? 6 retas.
   c) Pensando que cada face dessa pirâmide pertence a um plano, quantos são os planos nesse caso? 4 planos.

Banco de imagens/Arquivo da editora

5. Esta figura representa um retângulo.
   a) Qual palavra completa corretamente a afirmação a seguir? Copie e complete-a no caderno.
   Os ▨▨▨▨ *A*, *B*, *C* e *D* são os vértices desse retângulo. Pontos.
   b) Imagine que por cada lado desse retângulo passe uma reta. Quantas retas há nesse caso? 4 retas.

Banco de imagens/Arquivo da editora

6. Considere os sólidos geométricos a seguir.

Paralelepípedo (ou prisma de base retangular).

Prisma de base triangular.

Prisma de base hexagonal.

Pirâmide de base triangular.

Pirâmide de base quadrada.

Pirâmide de base hexagonal.

Pirâmide de base octogonal.

Ilustrações: Banco de imagens/Arquivo da editora

> Tanto os prismas quanto as pirâmides são sólidos geométricos que têm apenas faces planas.
> Os prismas têm 2 bases paralelas e iguais, e as demais faces (faces laterais) são retangulares.
> Já as pirâmides têm 1 base, e as demais faces (faces laterais) são triangulares.
> Podemos nomear os prismas e as pirâmides de acordo com a forma da base, como nos exemplos dados.

- No caderno, copie e complete o quadro a seguir com as informações que faltam.
  Neste momento, trabalhamos apenas os prismas retos e as pirâmides retas.

Sólido geométrico	Quantidade de lados da base	Quantidade de vértices do sólido geométrico	Quantidade de arestas do sólido geométrico	Quantidade de faces do sólido geométrico
Paralelepípedo (ou prisma de base retangular)	4	8	12	▨ 6
Prisma de base triangular	▨ 3	▨ 6	▨ 9	▨ 5
Prisma de base hexagonal	▨ 6	▨ 12	▨ 18	▨ 8
Pirâmide de base triangular	▨ 3	▨ 4	▨ 6	▨ 4
Pirâmide de base quadrada	▨ 4	▨ 5	▨ 8	▨ 5
Pirâmide de base hexagonal	▨ 6	▨ 7	▨ 12	▨ 7
Pirâmide de base octogonal	▨ 8	▨ 9	▨ 16	▨ 9

- Agora, ainda no caderno, escreva quais afirmações são verdadeiras em relação aos sólidos geométricos considerados. Alternativas **b** e **c**.
  a) A quantidade de vértices de cada um desses prismas é igual à quantidade de lados da base.
  b) A quantidade de vértices de cada uma dessas pirâmides é igual à quantidade de lados da base mais 1 unidade.
  c) A quantidade de arestas em cada prisma é igual ao triplo da quantidade de lados da base.
  d) A quantidade de faces em cada pirâmide é igual à quantidade de lados da base menos 1 unidade.

Orientações didáticas

Atividades

Na atividade **6**, é proposto o estudo da relação entre o número de lados do polígono de base e a quantidade de arestas, faces e vértices de um mesmo sólido geométrico. Incentive a investigação, a argumentação e a construção de hipóteses antes de completar os dados do quadro. Caso os estudantes apresentem dúvidas, disponibilize moldes de figuras geométricas espaciais para que ao trabalhar com esse material concreto eles consigam estabelecer as relações.

Se considerar oportuno, permita que os estudantes realizem as atividades em duplas ou em grupos, propiciando a troca de ideias e o desenvolvimento da habilidade de argumentação matemática.

Orientações didáticas

Atividades

Para explorar a atividade **7**, os estudantes podem ser organizados em grupos de quatro integrantes. Disponibilize 6 pedaços de papel em formato quadrado do mesmo tamanho para cada grupo e peça que sigam o passo a passo proposto no livro. Espera-se que eles compreendam o algoritmo utilizado na descrição e, posteriormente, sejam capazes de reproduzi-lo e compreender outros algoritmos semelhantes.

O trabalho com *origami* possibilita o desenvolvimento da visão espacial, ao transformar objetos bidimensionais, como a folha de papel, em objetos tridimensionais, como o cubo. Além disso, outros conceitos geométricos podem ser explorados, como as noções de reta, ponto, ângulo e simetria.

Ao propor a resolução do item **d**, incentive os estudantes a pesquisar como fazer outros tipos de *origami*. Peça que os confeccionem em seguida. Atividades como esta incentivam sobretudo o desenvolvimento da autonomia e a interação entre pares. Se considerar oportuno, organize uma exposição em sala com as dobraduras construídas pelos estudantes.

7. *Origami* é a leitura da palavra japonesa 折り紙, que significa "dobrar papel".

A técnica do origâmi teve origem no Japão, mas foi aperfeiçoada no mundo inteiro. Podemos utilizar a arte da dobradura para construir representações de pessoas e diversos elementos da natureza ou objetos do cotidiano.

No momento, usaremos um origâmi para fazer uma caixinha sem tampa. Para isso, separe um pedaço de papel em formato de quadrado, na cor e no tamanho que você preferir, e execute o passo a passo a seguir.

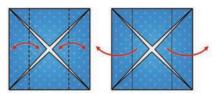
1º) Faça vincos da seguinte maneira: dobre o pedaço de papel ao meio verticalmente, sobrepondo-o perfeitamente à outra metade, faça o vinco e desdobre o papel; em seguida, dobre o pedaço de papel ao meio horizontalmente, vinque-o e desdobre-o.

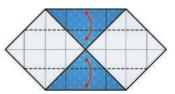
Ilustrações: Tiago Donizete Leme/Arquivo da editora

1º passo do origâmi da caixinha.

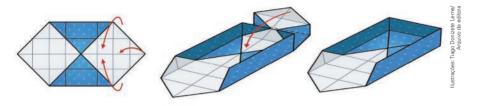
2º) Dobre as 4 pontas do pedaço de papel até o centro, no cruzamento dos vincos.

2º passo do origâmi da caixinha.

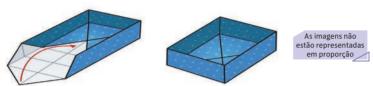
3º) Gire a dobradura, dobre os lados verticalmente até o centro, faça 2 novos vincos e desdobre. Desdobre também 2 pontas do pedaço de papel.

3º passo do origâmi da caixinha.

4º) Agora, dobre os lados horizontalmente até o centro, marque o vinco e desdobre.

4º passo do origâmi da caixinha.

5º) Levante as partes superior e inferior da dobradura, nos vincos horizontais que você fez nos passos anteriores, para formar 2 das "paredes" da caixinha. Em seguida, levante a ponta direita da dobradura, para formar mais uma das "paredes", e dobre-a para dentro da caixinha.

Ilustrações: Tiago Donizete Leme/ Arquivo da editora

5º passo do origâmi da caixinha.

6º) Finalmente, repita com a ponta esquerda da dobradura para levantar a última "parede" e dobre-a para dentro da caixinha.

As imagens não estão representadas em proporção

6º passo do origâmi da caixinha.

a) O formato da caixinha que você obteve seguindo o passo a passo lembra parte da superfície de qual sólido geométrico? Paralelepípedo ou bloco retangular ou prisma de base quadrada.

b) E o contorno da base da caixinha lembra o formato de qual figura geométrica plana? Qual é a relação entre as quantidades de vértices e de lados dessa figura? Quadrado; as quantidades são iguais, há 4 vértices e 4 lados.

c) Qual é a relação entre a quantidade de lados da base e a quantidade de faces laterais desse sólido geométrico? c) As quantidades são iguais, há 4 lados na base e 4 faces laterais no sólido geométrico.

d) Você conhece outra dobradura? Caso não conheça, pesquise uma e, em seguida, descreva para um colega como construí-la passo a passo. Resposta pessoal.

8. A Pirâmide do Louvre, em Paris, França, é a entrada principal do Museu do Louvre. Projetada nos anos 1980 pelo arquiteto sino-americano Ieoh Ming Pei (1917-2019), essa estrutura é constituída de vidro e metal.

a) O formato da Pirâmide do Louvre lembra qual sólido geométrico? Pirâmide de base quadrada.

b) Quantos lados tem o polígono da base e quantos vértices, arestas e faces há no sólido geométrico que você indicou no item **a**?

4 lados no polígono da base; 5 vértices, 8 arestas e 5 faces na pirâmide.

Kit Leong/Shutterstock

A Pirâmide do Louvre, Paris, França. Foto de 2018.

Ocupando 72 735 m^2 de medida de área e com um acervo de mais de 480 000 obras (das quais 38 000 ficam expostas), o Museu do Louvre é o maior museu de arte do mundo.

No *link* https://collections.louvre.fr/en/ (acesso em: 2 mar. 2022), é possível conferir as obras do acervo desse museu.

Orientações didáticas

Atividades

O contexto da atividade **8** permite explorar a cultura de outros países, além do trabalho com a Matemática. É uma boa oportunidade para propor a interdisciplinaridade com professores das áreas de **Ciências Humanas**. É possível, por exemplo, apresentar aos estudantes diferentes paisagens ao redor do mundo, mostrando a França, um país africano e o Brasil. Outra possibilidade é discorrer sobre culinária francesa e/ou africana ou sobre a intensa vida cultural da França e as inúmeras maneiras de expressão cultural africanas.

Comente com os estudantes que, em 1793, a *Grande Galerie* do Louvre passou a ser usada como Museu Central de Artes, e somente em 1993 todo o edifício passou a compor o Museu do Louvre. A pirâmide do Louvre causou bastante controvérsia quando foi adicionada ao edifício original, em 1989. A estrutura de vidro e metal tem 21 metros de altura e é uma das 4 pirâmides presentes no museu. (Fonte dos dados: CUNHA, Tatiana. 13 curiosidades (e como fugir da fila) do Museu do Louvre. *Veja*, São Paulo, 30 jul. 2020. Disponível em: https://veja.abril.com.br/coluna/modo-aviao/13-curiosidades-e-como-fugir-da-fila-do-museu-do-louvre/. Acesso em: 25 abr. 2016.)

Orientações didáticas

Coordenadas

Neste momento, apresentamos a ideia de localização por meio de coordenadas usando como estratégia inicial o recurso do jogo batalha-naval.

Os jogos matemáticos têm grande contribuição no processo de aprendizagem. A ludicidade dos jogos propicia o espírito investigativo e a curiosidade dos estudantes.

A batalha-naval tem como objetivo desenvolver a habilidade de localização. No jogo proposto no Livro do Estudante, as embarcações não podem se tocar. A posição de cada embarcação é indicada por uma letra e um número.

Atividades

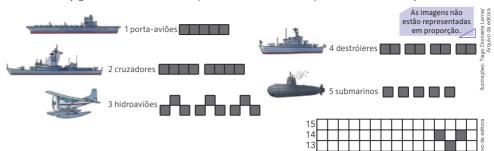
As atividades **9** e **10** exploram o jogo batalha-naval, propondo a reflexão sobre jogadas feitas e novas jogadas. Esse contexto incentiva o trabalho com coordenadas. Caso os estudantes apresentem dúvidas, reproduza a malha quadriculada na lousa com as coordenadas e proponha uma análise coletiva das atividades.

Sistema de coordenadas

Neste momento, o conceito de plano cartesiano é apresentado, mostrando que ele é formado por 2 linhas perpendiculares que se encontram na origem $(0, 0)$. Na linha horizontal, indicamos o eixo das abscissas, e na linha vertical, o eixo das ordenadas.

No Livro do Estudante, são apresentados alguns exemplos de localização das coordenadas de um ponto no plano cartesiano. Se necessário, apresente outros exemplos e peça aos estudantes que o auxiliem na localização deles.

Coordenadas

Nicole está jogando batalha-naval com o primo Marcos. Cada um dispõe destas 15 embarcações:

De acordo com as regras do jogo, as embarcações não podem se tocar. Na imagem **1**, confira como Nicole posicionou algumas das embarcações no tabuleiro.

A posição de cada quadradinho no tabuleiro é determinada por uma letra, de **A** a **O**, e um número, de **1** a **15**. A letra indica a coluna em que a embarcação está, e o número indica a linha. Por exemplo, um submarino está na posição A7.

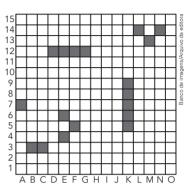



Imagem 1.

Atividades

Faça as atividades no caderno.

9. Analise novamente a imagem **1** e indique no caderno as posições ocupadas:

a) pelo destróier; B3 e C3.

b) pelo cruzador; D12, E12, F12 e G12.

c) pelo porta-aviões; K5, K6, K7, K8 e K9.

d) pelos 2 hidroaviões. E4, F5 e E6; L14, M13 e N14.

10. Durante o jogo, na vez de Nicole, ela escolheu a posição M2 do tabuleiro de Marcos e ele respondeu que ela acertou parte de um destróier. Em qual posição pode estar a outra parte desse destróier? L2, N2, M1 ou M3.

Sistema de coordenadas

Para localizar pontos em um **plano cartesiano**, traçamos 2 retas numéricas perpendiculares, que chamamos de **eixo das abscissas** (eixo horizontal) e **eixo das ordenadas** (eixo vertical), conforme representado na imagem **2**.

Os eixos formam um **sistema de coordenadas**. Eles se cruzam em um ponto que chamamos de **origem** (ponto *O*), determinado pelo 0 (zero) de cada eixo, e em cada eixo os números estão marcados em uma mesma unidade de medida de comprimento (por exemplo, o centímetro). No eixo das abscissas, os números aumentam da esquerda para a direita; no das ordenadas, de baixo para cima.

Usamos um **par ordenado** para indicar a localização de um ponto em um sistema de coordenadas. Um par ordenado é formado pelas **coordenadas**, que são a **abscissa** (correspondente ao número do eixo horizontal) e a **ordenada** (o número do eixo vertical).

Imagem 2.

Para escrever um par ordenado, anotamos entre parênteses, separadas por vírgula (ou por ponto e vírgula), a abscissa e, depois, a ordenada. Por exemplo, na imagem **2**, o ponto *A* tem abscissa 5 e ordenada 8, ou seja, esse ponto tem coordenadas (5, 8). Também podemos escrever *A*(5, 8).

Conhecendo as coordenadas de um ponto, também podemos localizá-lo no plano. Por exemplo, na imagem **3**, para localizar o ponto *P*, de coordenadas (6, 4), partimos da origem (0, 0), deslocamos 6 unidades para a direita (no eixo das abscissas) e, depois, 4 unidades para cima (paralelamente ao eixo das ordenadas).

Para localizar o ponto *Q*, de coordenadas (3, 0), basta partir da origem e deslocar 3 unidades para a direita. Para localizar o ponto *R*, de coordenadas (0, 2), basta deslocar 2 unidades para cima a partir da origem.

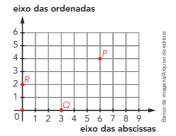



Imagem 3.

Atividades

Faça as atividades no caderno.

11. No sistema de coordenadas representado na imagem **2**, quais são as coordenadas dos pontos *B*, *C*, *D*, *E* e *F*? *B*(2, 6), *C*(1, 2), *D*(4, 1), *E*(7, 4) e *F*(9, 7).

12. Quais são as coordenadas dos vértices do polígono representado a seguir?
A(2, 1), *B*(5, 1), *C*(7, 3), *D*(5, 6), *E*(2, 5) e *F*(0, 2).

13. Localize os pontos indicados neste quadro em um sistema de coordenadas.
A resposta encontra-se na seção *Resoluções* deste Manual.

Ponto	*A*	*B*	*C*	*D*	*E*	*F*
Coordenadas	(4, 2)	(3, 6)	(6, 9)	(2, 4)	(7, 0)	(0, 5)

14. No caderno, construa 3 sistemas de coordenadas, um para cada item a seguir. A resposta encontra-se na seção *Resoluções* deste Manual.

a) Desenhe o triângulo com vértices de coordenadas (2, 2), (10, 4) e (4, 7).

b) Desenhe o quadrilátero com vértices de coordenadas (1, 3), (5, 1), (9, 3) e (5, 5).

c) Desenhe o polígono com vértices de coordenadas (2, 0), (5, 0), (8, 3), (5, 6), (2, 6) e (0, 3).

15. Uma formiga deslocou-se no sistema de coordenadas a seguir iniciando o trajeto no ponto (4, 2).

a) Quais são as coordenadas do ponto em que a formiga finalizou o percurso? (0, 7)

b) Descreva o trajeto da formiga no sistema de coordenadas.

Partindo do ponto (4, 2), a formiga andou 3 unidades para a direita, 5 unidades para cima e 7 unidades para a esquerda.

Orientações didáticas

Atividades

As atividades **11** e **12** têm como objetivo identificar e nomear os pontos a partir das suas coordenadas cartesianas.

Na atividade **12**, os pontos estão associados aos vértices do polígono. Converse com os estudantes sobre os elementos do polígono da atividade com 6 vértices, 6 lados e 6 ângulos. Peça a eles que nomeiem (hexágono). Relembre que nesse polígono as medidas dos lados e dos ângulos são diferentes e que ele não é regular.

Nas atividades **12** a **14**, utilize a malha quadriculada como material de apoio para a realização das atividades. Os eixos de abscissas e de ordenadas podem ser construídos sobre a malha quadriculada, de modo a tornar mais visível a localização dos pontos no plano cartesiano.

A atividade **15** explora o deslocamento de um objeto no plano com pontos de referência e distâncias fornecidos.

Orientações didáticas

Pontos colineares

Explique aos estudantes que por 2 pontos distintos *A* e *B*, por exemplo, passa uma única reta e a indicamos por $\overleftrightarrow{AB}$. O conceito de pontos colineares também é apresentado: pontos que pertencem à mesma reta. Caso os estudantes demostrem dúvidas, sugerimos que sejam propostos novos exemplos na lousa. Solicite a construção de retas no caderno utilizando a régua como instrumento de apoio.

Atividades

As atividades têm por objetivo explorar e identificar conceitos básicos de ponto e reta. Outra nomenclatura presente nestas atividades é o termo **pertence**, em que os estudantes precisam identificar e compreender se um ponto pertence ou não à reta. Converse com eles sobre a importância da utilização correta das nomenclaturas, uma vez que elas facilitam a interpretação da informação que queremos obter ou divulgar.

Pontos colineares

Considere a reta *r*, representada a seguir, que passa pelos pontos *A* e *B*. Podemos também indicar essa reta por $\overleftrightarrow{AB}$. Além de $\overleftrightarrow{AB}$, não existe outra reta distinta que passe pelos pontos *A* e *B*.

Banco de imagens/Arquivo da editora

Por 2 pontos distintos passa uma única reta.

Repare novamente na reta *r* e nos demais pontos, de um mesmo plano, representados a seguir.

Banco de imagens/Arquivo da editora

Entre os pontos representados, além de *A* e de *B*, quais outros pertencem à reta $\overleftrightarrow{AB}$?

A resposta a essa pergunta é: Os pontos *C* e *D* pertencem à reta $\overleftrightarrow{AB}$. Além disso, o ponto *T* não pertence à reta $\overleftrightarrow{AB}$.

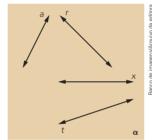
Pontos que pertencem à mesma reta são chamados de **pontos colineares.**

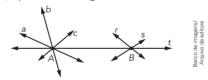
Assim, considerando a reta *r* do exemplo, podemos concluir que os pontos *A*, *B*, *C* e *D* são colineares.

Atividades

Faça as atividades no caderno.

16. Que figuras estão representadas no plano α a seguir?
As retas *a*, *r*, *x* e *t*.

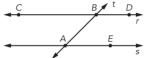
Banco de imagens/Arquivo da editora

17. Analise as retas *a*, *b*, *c*, *r*, *s* e *t*, de um mesmo plano, representadas a seguir.

Banco de imagens/Arquivo da editora

a) Quais dessas retas passam pelo ponto *A*?
Retas *a*, *b*, *c* e *t*.

b) Quais dessas retas passam pelo ponto *B*?
Retas *r*, *s* e *t*.

c) Quais dessas retas passam pelos pontos *A* e *B*?
Reta *t*.

18. Considere as retas *r*, *s* e *t* e os pontos *A*, *B*, *C*, *D* e *E*, de um mesmo plano, representados a seguir.

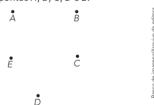
Banco de imagens/Arquivo da editora

a) Quais desses pontos pertencem à reta *r*?
Pontos *C*, *B* e *D*.

b) Quais desses pontos pertencem à reta *s*?
Pontos *A* e *E*.

c) Quais desses pontos pertencem à reta *t*?
Pontos *A* e *B*.

d) Quais desses pontos são colineares com *B* e *D*?
Ponto *C*.

19. Analise os 5 pontos *A*, *B*, *C*, *D* e *E*.

Banco de imagens/Arquivo da editora

Usando 2 desses pontos de cada vez, quantas retas distintas podemos construir passando pelos 2 pontos escolhidos? Quais são essas retas?
10 retas; $\overleftrightarrow{AB}$, $\overleftrightarrow{AC}$, $\overleftrightarrow{AD}$, $\overleftrightarrow{AE}$, $\overleftrightarrow{BC}$, $\overleftrightarrow{BD}$, $\overleftrightarrow{BE}$, $\overleftrightarrow{CD}$, $\overleftrightarrow{CE}$, $\overleftrightarrow{DE}$.

Proposta para o estudante

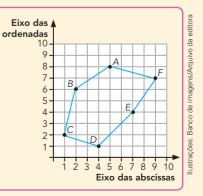
Peça aos estudantes que se reúnam em grupos com 3 integrantes. Cada grupo receberá 2 folhas: uma com malha quadriculada e outra em branco. Na malha quadriculada, os estudantes devem construir o plano cartesiano, traçando o eixo das abscissas e o eixo das ordenadas.

Na malha, peça a eles que elaborem uma imagem formada por linhas e pontos. Esclareça que a regra é usar apenas pontos e linhas retas. Os pontos devem estar posicionados no cruzamento das linhas verticais e horizontais da malha e pontos consecutivos devem ser ligados por linha reta.

Depois, na folha em branco, os estudantes devem nomear e descrever as coordenadas dos pontos e indicar a sequência em que esses pontos devem ser ligados. Peça aos grupos que troquem as orientações. O objetivo é verificar se cada grupo consegue construir a mesma imagem de outro grupo apenas com as orientações fornecidas.

Ilustrações: Banco de imagens/Arquivo da editora

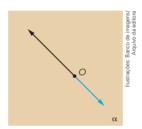
Semirreta, segmento de reta e ângulo

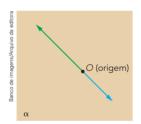
EF06MA22
EF06MA23
EF06MA25
EF06MA26
EF06MA27

Semirreta

Considere esta representação de uma reta *r*, no plano α, que passa pelo ponto *O*.

Banco de imagens/Arquivo da editora

Cada uma das partes dessa reta – indicadas em verde e azul nas representações a seguir, ambas incluindo o ponto *O* – é uma **semirreta**.

Ilustrações: Banco de imagens/Arquivo da editora

As semirretas verde e azul são **semirretas opostas**. O ponto *O* é a **origem** da semirreta verde e é também a origem da semirreta azul.

Banco de imagens/Arquivo da editora

Em uma reta, 1 ponto determina 2 semirretas opostas. Esse ponto é a origem de ambas as semirretas.

Agora, considere a reta *s*, representada a seguir, que passa pelos pontos *O*, *A* e *B*.

Podemos indicar por:

- $\overrightarrow{OA}$ a semirreta de origem em *O* que passa pelo ponto *A*;
- $\overrightarrow{OB}$ a semirreta de origem em *O* que passa pelo ponto *B*.

Banco de imagens/Arquivo da editora

Orientações didáticas

Semirreta

Na Matemática, existem os axiomas, proposições que são aceitas sem demonstrações, por exemplo, a apresentada no boxe desta página do Livro do Estudante. Com base nessa ideia, explique aos estudantes que em 1 reta, 1 ponto determina 2 semirretas opostas e esse ponto é a origem das 2 semirretas.

Espera-se que os estudantes percebam que uma semirreta é parte de uma reta, e, no entanto, também tem infinitos pontos a partir da sua origem. Caso eles apresentem dúvidas, coloque outros exemplos na lousa, destacando as semirretas com cores distintas.

Orientações didáticas

Segmento de reta

A página traz a ideia de segmento de reta a partir de elementos do cotidiano dos estudantes. Após a leitura do texto, solicite a eles que forneçam outros exemplos de elementos que deem a ideia de segmento de reta (sugestões: fio de cabelo, pernas da cadeira, rodapé, entre outros).

Participe

Este boxe retoma a habilidade **EF04MA16**, desenvolvida em anos anteriores do Ensino Fundamental, ao explorar os deslocamentos e localização de pessoas por meio de representações como mapa, planta baixa e croqui e ao utilizar termos como **direita** e **esquerda**. Essa retomada é importante, uma vez que contribuirá para o desenvolvimento das habilidades **EF06MA22** e **EF06MA23**, que serão trabalhadas posteriormente.

Para ampliar as habilidades desenvolvidas anteriormente, solicite aos estudantes que construam um algoritmo para descrever o passo a passo do percurso do ponto de encontro dos amigos Juliano e Tiago até a biblioteca.

Segmento de reta

No dia a dia, podemos encontrar elementos que dão a ideia de **segmentos de reta**. Analise as imagens.

Vadarshop/Shutterstock

As bordas de uma caixa.

Unlisted/Stock Photos

As linhas de um caderno.

LittlePerfectStock/Shutterstock

As cordas do balanço.

Dotta2/Arquivo da editora

Algumas varetas coloridas.

Participe

Faça as atividades no caderno.

Juliano e Tiago marcaram de se encontrar em determinado lugar do bairro onde moram. De lá eles pretendem seguir até a biblioteca para fazer um trabalho escolar.

O ponto de encontro dos amigos é o cruzamento da rua Amélia Bueno com a rua Rodolfo Maia. Analise a imagem e responda às questões no caderno.

Wilson Jorge Filho/Arquivo da editora

a) Em qual rua está localizado(a):
- o posto de gasolina?
- o hospital?
- a praça?

a) • Na rua Amélia Bueno. • Na rua Rodolfo Maia. • No cruzamento entre as ruas Amélia Bueno e Rodolfo Maia.

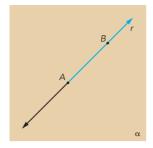
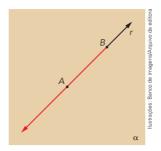
b) No ponto de encontro das ruas Amélia Bueno e Rodolfo Maia há um elemento em comum a ambas as ruas, qual é esse elemento? **b)** A praça.

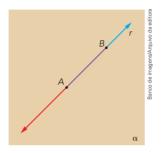
c) Podemos dizer que esse elemento comum entre essas ruas é o elemento de **intersecção** delas? Por quê?

c) Sim; porque fica localizado exatamente no cruzamento dessas ruas.

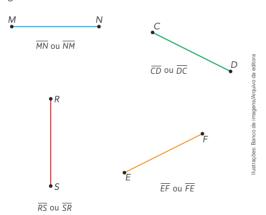
Intersecção de semirretas

Considere estas representações da reta *r*, que passa pelos pontos *A* e *B*, e das semirretas $\overrightarrow{AB}$ (de cor azul) e $\overrightarrow{BA}$ (de cor vermelha).

Ilustrações: Banco de imagens/Arquivo da editora

A intersecção das semirretas $\overrightarrow{AB}$ e $\overrightarrow{BA}$ é o trecho da reta *r* destacado na cor roxa. Essa intersecção corresponde aos pontos que estão, ao mesmo tempo, na semirreta $\overrightarrow{AB}$ e na semirreta $\overrightarrow{BA}$.

Banco de imagens/Arquivo da editora

A intersecção de $\overrightarrow{AB}$ com $\overrightarrow{BA}$ é um **segmento de reta** e o indicamos por $\overline{AB}$ ou $\overline{BA}$. Dizemos que:

- a reta *r* (ou $\overleftrightarrow{AB}$) é a **reta suporte** do segmento de reta $\overline{AB}$;
- os pontos *A* e *B* são as **extremidades** do segmento de reta $\overline{AB}$, e os demais pontos de $\overline{AB}$ são pontos internos.

Confira, agora, outros segmentos de reta.

Ilustrações: Banco de imagens/Arquivo da editora

Orientações didáticas

Intersecção de semirretas

Faça a leitura do texto com os estudantes e refaça as representações de reta, semirreta e segmento de reta na lousa.

Destaque que a reta é uma figura geométrica ilimitada, a semirreta é uma figura geométrica ilimitada a partir da sua origem e o segmento de reta é uma figura geométrica limitada.

Proposta para o estudante

Proponha aos estudantes que utilizem o GeoGebra para construir retas, semirretas e segmentos de reta. Disponível em: https://www.geogebra.org/download?lang=en. Acesso em: 26 abr. 2022.

Proposta para o professor

Sugerimos a leitura a seguir para enriquecer o trabalho com tecnologias digitais.
MOREIRA, Celso. *Tecnologias digitais no contexto escolar*: uma proposta no ensino da Geometria. São Paulo: Dialética, 2022.

Orientações didáticas

Atividades

As atividades desta página têm como objetivo reforçar os conceitos de reta, semirreta e segmento de reta, a partir da observação de figuras geométricas, além de criar situações para que se utilize a nomenclatura correta.

Caso os estudantes apresentem dúvidas durante a resolução das atividades, retome os conceitos estudados nesta Unidade.

Ângulo

Na BNCC

Este tópico favorece o desenvolvimento das habilidades **EF06MA25** e **EF06MA26** ao propor o trabalho com a ideia de ângulo em diferentes contextos. No boxe *Participe*, mobiliza-se com maior ênfase a **CEMAT02**, a **CG02** e a **CG03** ao explorar uma situação envolvendo ângulos em um jogo de futebol, contribuindo para o exercício da curiosidade intelectual e a valorização da cultura.

A ideia de ângulo

A ideia de ângulo é apresentada a partir de situações encontradas no cotidiano do estudante, como a abertura entre os ponteiros de horas e minutos de um relógio, as pernas de um bailarino, a abertura do compasso.

Após a leitura do texto, solicite aos estudantes que deem outros exemplos de elementos que transmitam a ideia de ângulo (sugestão: canto da sala de aula, abertura entre os dedos, entre outros).

1. As respostas dos itens **a** e **b** encontram-se na seção *Resoluções* deste Manual.

Faça as atividades no caderno.

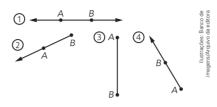
1. No caderno, represente uma reta t e marque 2 pontos P e Q que pertencem a ela.

a) Pinte de vermelho a semirreta $\overrightarrow{PQ}$.

b) Pinte de azul a semirreta $\overrightarrow{QP}$.

c) Qual é a intersecção dessas semirretas? O segmento de reta $\overline{PQ}$.

2. Analise estas figuras que foram numeradas.

Ilustrações: Banco de imagens/Arquivo da editora

Agora, identifique pelo número e registre no caderno:

a) a semirreta $\overrightarrow{BA}$; 2

b) a semirreta $\overrightarrow{AB}$; 4

c) a reta $\overleftrightarrow{AB}$; 1

d) o segmento de reta $\overline{AB}$. 3

3. Confira esta figura e os 4 pontos destacados.

Banco de imagens/Arquivo da editora

a) Considerando os pontos destacados nessa figura, identifique e nomeie 4 semirretas distintas. Exemplo de resposta: $\overrightarrow{TR}$, $\overrightarrow{RS}$, $\overrightarrow{SV}$ e $\overrightarrow{ST}$.

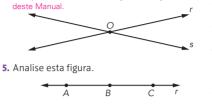
b) Quais são os segmentos de reta que têm extremidades nos pontos destacados nessa figura? 6 segmentos de reta: $\overline{TR}$, $\overline{TS}$, $\overline{TV}$, $\overline{RS}$, $\overline{RV}$ e $\overline{SV}$.

4. Copie esta figura no caderno e represente com cores diferentes cada uma das semirretas de origem O. A resposta encontra-se na seção *Resoluções* deste Manual.

Banco de imagens/Arquivo da editora

5. Analise esta figura.

A B C r

Banco de imagens/Arquivo da editora

a) Quantas semirretas da reta r, com origem em B, podemos obter? 2 semirretas: $\overrightarrow{BA}$ e $\overrightarrow{BC}$.

b) Qual é a origem da semirreta $\overrightarrow{AC}$? O ponto A.

c) Quantas semirretas da reta r podemos obter com origem em A, B ou C? 6 semirretas: $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{AC}$, $\overrightarrow{BA}$, $\overrightarrow{BC}$, $\overrightarrow{CA}$, $\overrightarrow{CB}$.

6. Leia a frase a seguir e, depois, responda às questões.

Considere uma reta r e 3 pontos distintos dessa reta: X, Y e Z, nessa ordem.

a) Quantas semirretas da reta r, com origem nos pontos X, Y ou Z, podemos obter?

b) Quais segmentos de reta podemos obter com extremidades em 2 desses pontos? $\overline{XY}$, $\overline{XZ}$ e $\overline{YZ}$.

c) O ponto Y é ponto interno de qual dos segmentos de reta obtidos no item **b**? Quais são as extremidades desse segmento de reta? $\overline{XZ}$; pontos X e Z.

a) 6 semirretas: $\overrightarrow{XY}$, $\overrightarrow{XZ}$, $\overrightarrow{YX}$, $\overrightarrow{YZ}$, $\overrightarrow{ZX}$, $\overrightarrow{ZY}$.

Ângulo

A ideia de ângulo

As imagens não estão representadas em proporção.

Em cada uma das imagens a seguir, encontramos o elemento que transmite a ideia de uma figura geométrica: o **ângulo**.

Unlisted/Stock Photos

Os ponteiros das horas e dos minutos de um relógio.

Sean Nel/Shutterstock

As pernas de um bailarino.

Peter Gudella/Shutterstock

As hastes de um compasso.

Participe

Faça as atividades no caderno.

Em um jogo de futebol, após um jogador cobrar uma falta, o locutor narrou: "Jonas chutou a bola no ângulo, mas o goleiro espalmou a bola!".

Krebs Hanns/Alamy/Fotoarena

Destaque de ângulo na trave do gol.

a) O que o locutor quis dizer com a expressão "Jonas chutou a bola no ângulo"? Que ele chutou a bola em um dos cantos superiores da trave.

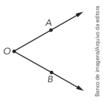
b) Você conhece outras expressões que envolvem a ideia de ângulo? Quais? Respostas pessoais.

c) O que você entende por ângulo? Resposta pessoal.

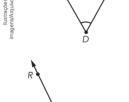
O que é ângulo?

Analise esta figura, formada pelas semirretas $\overrightarrow{OA}$ e $\overrightarrow{OB}$.

O ponto O é a origem da semirreta $\overrightarrow{OA}$ e também é a origem da semirreta $\overrightarrow{OB}$. As semirretas $\overrightarrow{OA}$ e $\overrightarrow{OB}$, unidas, formam um ângulo: o ângulo $A\hat{O}B$. Esse ângulo é formado por todos os pontos das semirretas $\overrightarrow{OA}$ e $\overrightarrow{OB}$.

Banco de imagens/Arquivo da editora

A união de 2 semirretas de mesma origem é um **ângulo**.

Dizemos que o ponto O é o **vértice** do ângulo $A\hat{O}B$ e as semirretas $\overrightarrow{OA}$ e $\overrightarrow{OB}$ são os **lados** do ângulo $A\hat{O}B$. Confira a seguir mais alguns exemplos de ângulos.

Ilustrações: Banco de imagens/Arquivo da editora

Ângulo: $C\hat{D}F$ ou $F\hat{D}C$.
Vértice: D.
Lados: $\overrightarrow{DC}$ e $\overrightarrow{DF}$.

Ângulo: $R\hat{S}T$ ou $T\hat{S}R$.
Vértice: S.
Lados: $\overrightarrow{SR}$ e $\overrightarrow{ST}$.

Orientações didáticas

Participe

Antes de apresentar a atividade, converse com os estudantes e pergunte o que eles sabem sobre futebol. Pergunte se é um esporte que lhes interessa. Se considerar oportuno, proponha a realização de um trabalho interdisciplinar com o professor de **Educação Física**. Também é possível envolver os professores da área de **Ciências Humanas** ao pedir aos estudantes que explorem aspectos relacionados à origem do futebol e sua disseminação pelo mundo, fazendo parte da cultura popular em muitos países.

Se em sua escola houver uma quadra de futebol, leve os estudantes até lá e retome alguns conceitos como círculo, retângulo, semicírculo, reta, segmento de reta, entre outros. Espera-se que os estudantes associem expressões do cotidiano a conceitos matemáticos – como "bola no ângulo", por exemplo, que se refere ao ângulo formado na trave.

O que é ângulo?

Proponha aos estudantes que façam a leitura do tópico. Caso apresentem dúvidas, sugira que façam algumas construções no caderno. Solicite que marquem um ponto e, a partir dele, tracem 2 semirretas distintas e destaquem a abertura entre elas. Espera-se que eles percebam que a abertura entre as 2 semirretas representa o ângulo. Os estudantes podem compartilhar as construções com outros colegas.

Proposta para o estudante

Organize os estudantes em duplas. Um deles deve estar com os olhos vendados e próximo à mesa do professor. O outro deverá orientá-lo usando comandos: "Siga em frente"; "Pare"; "Ande tantos passos para a frente"; "Gire uma volta"; "Gire meia volta" – até o estudante vendado chegar à carteira de um colega ou a outro local da sala de aula.

Orientações didáticas

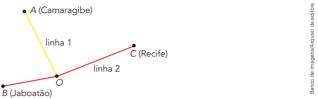
Atividades

Ao propor a realização das atividades **7** e **8**, converse com os estudantes para verificar se reconhecem as representações de um ângulo e seus elementos. Apresente outras figuras geométricas planas, como hexágono regular, heptágono regular.

Na atividade **9**, pergunte aos estudantes se eles se recordam de outras situações em que deparamos com o ângulo de visão. Comente com eles que em uma fotografia o ângulo de visão é a amplitude determinada pela objetiva em função da distância focal: quanto maior for essa distância, menor será o ângulo de visão, permitindo maior aproximação da imagem.

Faça as atividades no caderno.

7. No metrô que opera na região metropolitana de Recife (PE), a linha **1** vai de Camaragibe até a linha **2**, e esta vai de Jaboatão até Recife, como mostra o esquema a seguir.

Banco de imagens/Arquivo da editora

a) Ponto O.

a) Considere que a representação dos trechos dessas linhas de metrô são segmentos de reta. A estação Coqueiral está representada pelo ponto comum dos 3 segmentos de reta do esquema. Qual é esse ponto no esquema?

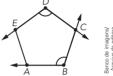
b) Se do ponto que você indicou no item **a** partissem 3 semirretas com sentido para os pontos A, B e C, seriam formados 3 ângulos. Quais são esses ângulos? $A\hat{O}B$ (ou $B\hat{O}A$), $A\hat{O}C$ (ou $C\hat{O}A$) e $C\hat{O}B$ (ou $B\hat{O}C$).

8. Nesta figura, estão demarcados 2 ângulos.

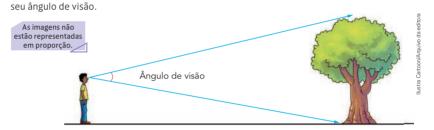
a) Quais são esses ângulos? $A\hat{B}C$ ou $C\hat{B}A$ e $C\hat{D}E$ ou $E\hat{D}C$.

b) Quais são os vértices desses ângulos? B e D.

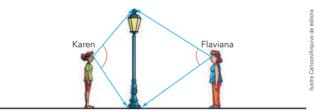
c) Quais são os lados deles? $\overrightarrow{BA}$, $\overrightarrow{BC}$, $\overrightarrow{DC}$ e $\overrightarrow{DE}$.

Banco de imagens/Arquivo da editora

9. Você sabe o que é **ângulo de visão**? Imagine que do seu olho partem 2 semirretas que passam pelas extremidades de um objeto ou um ser que você esteja observando. O ângulo formado por essas semirretas é o seu ângulo de visão.

As imagens não estão representadas em proporção.

Ilustra Cartoon/Arquivo da editora

Esse ângulo pode ter maior ou menor abertura conforme nossa posição em relação ao que está sendo observado. Assim, o ângulo de visão é maior (tem maior abertura) quando estamos próximos do objeto observado e é menor quando estamos mais afastados desse objeto.

Agora, analise esta imagem e responda.

Ilustra Cartoon/Arquivo da editora

Karen está a 1 metro de distância do poste de luz, e Flaviana está a 2 metros. Qual delas tem o maior ângulo de visão desse poste? Karen.

Proposta para o estudante

O texto sugerido a seguir apresenta sugestões de atividades envolvendo ângulos, bem como os resultados obtidos com estudantes do 3º, 4º e 6º ano do Ensino Fundamental.

SMOLE, Kátia Cristina Stocco; DINIZ, Maria Ignez de Souza. *O conceito de ângulo e o ensino de Geometria*. 4. ed. São Paulo: Caem-IME-USP, 2002.

Medida de abertura de um ângulo

Vamos aprender a medir a abertura dos ângulos sabendo que o **grau** é a unidade-padrão de medida de abertura de ângulo.

Quando 2 semirretas de mesma origem, $\overrightarrow{OA}$ e $\overrightarrow{OB}$, são **coincidentes** (têm todos os pontos em comum), dizemos que elas formam um **ângulo nulo**, ou seja, um ângulo de medida 0° (lemos: zero grau).

A medida de abertura do ângulo $A\hat{O}B$ é 0°. Indicamos: med$(A\hat{O}B) = 0°$.

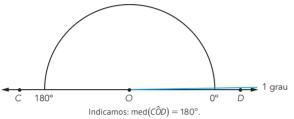
Banco de imagens/Arquivo da editora

> A única grandeza associada a um ângulo é a abertura. Nesta coleção, para simplificar a linguagem, em vez de nos referir à "medida de abertura do ângulo", escreveremos apenas "medida do ângulo".

Um **ângulo raso** é formado por 2 semirretas opostas; ele mede 180°.

Cada grau corresponde a $\frac{1}{180}$ da abertura desse ângulo. A seguir temos o ângulo $C\hat{O}D$, que é um exemplo de ângulo raso.

Indicamos: med$(C\hat{O}D) = 180°$.

Banco de imagens/Arquivo da editora

Para medir ângulos, podemos usar um instrumento chamado **transferidor**. Ele é dividido em graus.

Transferidor de 180°

Banco de imagens/Arquivo da editora

Note como devemos fazer para medir o ângulo $A\hat{O}B$.

Banco de imagens/Arquivo da editora

Orientações didáticas

Medida de abertura de um ângulo

Na BNCC

Este tópico favorece o desenvolvimento da habilidade **EF06MA25** ao propor o trabalho com medidas de abertura de ângulo.

Providencie previamente diferentes tipos de transferidores, com graduações de 180° e 360°, para que os estudantes possam observar as diferenças entre os instrumentos e posteriormente utilizá-los para medir os ângulos e reconhecer os ângulos nulo, raso, reto, menores do que 90° (ângulos agudos) e maiores do que 90° (ângulos obtusos).

Proponha uma leitura atenciosa do texto e peça aos estudantes que observem o posicionamento do transferidor. Fale sobre a importância de utilizar o instrumento corretamente, evitando erros na medição.

Caso os estudantes apresentem dúvidas, retome algumas dicas que facilitam o uso correto do instrumento:

1ª) o centro do transferidor deve coincidir com o vértice do ângulo;

2ª) uma das semirretas deve passar pelo 0 (zero) do transferidor;

3ª) fazemos a leitura da medida do ângulo, indicada pela marca do transferidor pela qual passa a outra semirreta.

Reserve um tempo para orientar, individualmente, os estudantes que apresentarem dúvidas no uso do transferidor.

Proposta para o estudante

Proponha aos estudantes que façam uma pesquisa para conhecer alguns instrumentos que servem para medir ângulos. Organize-os em quatro grupos e peça a cada grupo que pesquise um instrumento: transferidor, *plotter* de navegação, teodolito, sextante e serra circular.

Na sistematização da pesquisa, peça que indiquem o nome do instrumento, a imagem, a função dele, como utilizá-lo e em qual área é utilizado (por qual ou quais profissionais), além de eventuais curiosidades. Peça que anotem as fontes das informações consultadas. Incentive-os a buscar informação em fontes confiáveis e ressalte a importância de utilizar a internet como ferramenta de conhecimento.

Orientações didáticas

Medida de abertura de um ângulo

No trabalho com as medidas de abertura de ângulos, crie situações em que os estudantes possam utilizar materiais manipulativos. A seguir, apresentamos um trecho de uma tese de mestrado que enfatiza a importância do trabalho com materiais concretos no processo de aprendizagem.

> [...] a aprendizagem se baseia na experiência e a construção de conceitos matemáticos é um processo longo que requer o envolvimento ativo do aluno, que vai progredindo do concreto para o abstrato. [...] o desenvolvimento dos processos de visualização depende da exploração de modelos ou materiais que possibilitem ao aluno a construção de imagens mentais. Por estes motivos, acredita-se que o material manipulativo pode ter um importante papel no processo de aprendizagem, podendo ser um recurso capaz de catalisar experiências individuais de aprendizagem na construção dos conceitos matemáticos.
>
> [...] materiais manipulativos podem tornar as aulas mais dinâmicas e compreensíveis, uma vez que permitem a aproximação da teoria matemática da constatação na prática, por meio da ação manipulativa. Corroborando esta ideia, os autores afirmam que o material manipulativo é fundamental para o ensino experimental, uma vez que facilita a observação, análise, desenvolve o raciocínio lógico e crítico, sendo excelente para auxiliar os alunos na construção dos seus conhecimentos. [...]

ROCHA, Mariana Rodolfo. *Construindo o conceito de ângulo a partir da sua mobilização em diversos contextos e da utilização de materiais manipulativos*. Dissertação de mestrado em Ensino de Matemática. Porto Alegre: Universidade Federal do Rio Grande do Sul, 2017. Disponível em: https://www.lume.ufrgs.br/bitstream/handle/10183/178234/001064853.pdf?sequence=1. Acesso em: 29 abr. 2022.

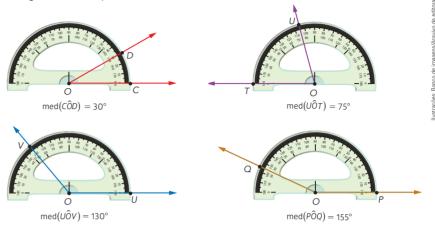
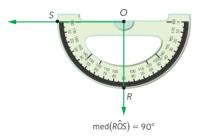
1º) O centro do transferidor deve coincidir com o vértice do ângulo (O).

2º) A semirreta $\overrightarrow{OA}$ deve passar pelo 0 (zero) do transferidor.

3º) Fazemos a leitura da medida do ângulo, indicada pela marca do transferidor pela qual passa a semirreta $\overrightarrow{OB}$.

No exemplo, o ângulo $A\hat{O}B$ mede 45°. Indicamos: $med(A\hat{O}B) = 45°$.

A medição de um ângulo pode ser realizada de qualquer um dos lados do transferidor, desde que sejam seguidos os passos indicados anteriormente.

Confira a seguir outros exemplos.

Ângulo reto

O ângulo de medida 90° é chamado **ângulo reto**.

Ângulo de meia-volta (ou ângulo raso)

O ângulo raso, de medida 180°, também é chamado **ângulo de meia-volta**.

Proposta para o professor

A tese de onde foi extraído o texto anterior traz uma proposta de trabalho com ângulos por meio da utilização de materiais manipulativos. Você pode utilizá-la como referência de estudo, além de realizar as atividades sugeridas ao longo da tese.

ROCHA, Mariana Rodolfo. *Construindo o conceito de ângulo a partir da sua mobilização em diversos contextos e da utilização de materiais manipulativos*. Dissertação de mestrado em Ensino de Matemática. Porto Alegre: Universidade Federal do Rio Grande do Sul, 2017. Disponível em: https://www.lume.ufrgs.br/bitstream/handle/10183/178234/001064853.pdf?sequence=1. Acesso em: 27 abr. 2022.

Construção de ângulos

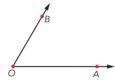
Após conhecer como medir ângulos usando um transferidor, vamos aprender a construí-los. Como exemplo, acompanhe a construção de um ângulo que mede 60° utilizando um transferidor.

1º) Traçamos uma semirreta $\overrightarrow{OA}$.

Ilustrações: Banco de imagens/Arquivo da editora

2º) Colocamos o centro do transferidor em *O* e o 0 (zero) do transferidor sobre a semirreta $\overrightarrow{OA}$.

3º) Mantendo o transferidor fixo, procuramos nele a marca correspondente a 60° e marcamos o ponto *B*.

4º) Retirando o transferidor, traçamos a semirreta $\overrightarrow{OB}$.

Agora, acompanhe a construção de outros ângulos.

Ângulo medindo 80°:

Banco de imagens/Arquivo da editora

Ângulo medindo 145°:

Banco de imagens/Arquivo da editora

Orientações didáticas

Construção de ângulos

Na BNCC

Este tópico favorece o desenvolvimento da habilidade **EF06MA27** ao propor atividades que exploram determinação de medidas da abertura de ângulos por meio da utilização do transferidor.

Sugerimos a leitura atenciosa do texto com os estudantes. Se considerar oportuno, faça na lousa as construções propostas no Livro do Estudante.

Caso os estudantes apresentem dúvidas, proponha que façam em uma folha à parte outras construções de ângulos. Se necessário, disponibilize um tempo para o acompanhamento individual, auxiliando-os no manuseio dos instrumentos.

Proposta para o professor

O artigo indicado a seguir aborda a importância da utilização de materiais concretos no processo de ensino-aprendizagem de Matemática, com foco, especificamente, em Geometria.

OLIVEIRA, José Luiz de Jesus Egues de *et al*. Construção educativa de Geometria e a utilização de materiais concretos como processo de aprendizagem. *Revista Científica Multidisciplinar Núcleo do Conhecimento*, São Paulo, ano 5, ed. 10, v. 10, p. 46-61, out. de 2020. Disponível em: https://www.nucleodoconhecimento.com.br/educacao/construcao-educativa. Acesso em: 26 abr. 2022.

Orientações didáticas

Classificação dos ângulos

Na BNCC

Este tópico favorece o desenvolvimento das habilidades: **EF06MA22**, ao retomar e ampliar a ideia apresentada no *Participe* do tópico "Ângulo" para explorar as ideias de retas paralelas e perpendiculares; **EF06MA27**, ao propor atividades que exploram determinação de medidas da abertura de ângulos por meio da utilização do transferidor, ampliando os conceitos estudados no tópico "Construção de ângulos", ao solicitar aos estudantes que classifiquem os ângulos em reto, agudo ou obtuso de acordo com as medidas deles.

Ângulo reto

Leia o texto do tópico com os estudantes. Se considerar oportuno, represente na lousa relógios indicando 3 horas, 6 horas e 15 minutos, 6 horas e 45 minutos ou 9 horas e questione os estudantes para saber se eles identificam a ideia de ângulo reto nessas representações.

Participe

A atividade proposta no boxe pode ser realizada antes ou depois da leitura do tópico "Ângulo reto". Analise as características dos estudantes da sua turma e realize a atividade no momento que considerar mais oportuno.

Verifique se os estudantes se lembram da situação apresentada no boxe *Participe* do tópico "Ângulo". Em seguida, peça a eles que leiam a atividade proposta.

Se achar interessante, proponha a realização de um trabalho interdisciplinar com os professores de **Arte** e **História** e peça aos estudantes que pesquisem sobre o Brasil colonial e as características da arquitetura, do mobiliário e dos ornamentos, por exemplo.

Classificação dos ângulos

Além da classificação de ângulos em nulo ou raso (meia-volta), os ângulos também podem ser classificados em **reto**, **agudo** ou **obtuso** de acordo com as medidas deles.

As imagens não estão representadas em proporção.

Ângulo reto

Participe — Faça as atividades no caderno.

O chute de Jonas, citado no *Participe* do tópico "A ideia de angulo", iria no canto da trave se o goleiro não pegasse a bola. Esse canto tem uma característica particular: ele tem o formato de um ângulo especial.

Verifique na imagem os ângulos formados nas portas e nas janelas.

Sidney de Almeida/Shutterstock

Fachada de uma casa colonial no município de Tiradentes (MG). Foto de 2018.

a) O contorno das portas e das janelas dessa fachada tem o formato parecido com qual figura geométrica plana? Retângulo.

b) Os ângulos dessas portas e janelas têm o mesmo formato do ângulo formado pela trave do gol? Sim.

Vamos analisar o movimento do ponteiro dos segundos de um relógio. A cada 60 segundos (1 minuto), ele parte do número 12 e dá um giro de 1 volta no mostrador do relógio. Verifique a posição desse ponteiro em 5 momentos diferentes.

Início. Após 15 segundos. Após 30 segundos. Após 45 segundos. Após 60 segundos.

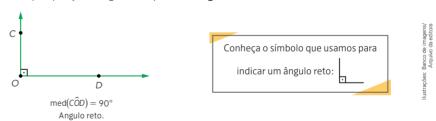
Fotos: AVS-Images/Shutterstock

Em 15 segundos, o ponteiro dos segundos dá um giro de $\frac{1}{4}$ de volta. O ângulo formado pela posição inicial desse ponteiro e pela posição 15 segundos depois é um **ângulo reto**. Ele mede 90°.

$med(C\hat{O}D) = 90°$

Ângulo reto.

Ilustrações: Banco de imagens/Arquivo da editora

60

Confira outros objetos cujas linhas e os formatos nos transmitem a ideia de ângulo reto.

alexandre zveiger/Shutterstock

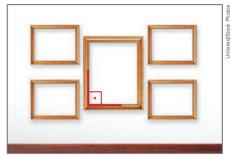
Degraus de uma escada.

Juan Aunion/Shutterstock

Estante de livros.

Unlisted/Stock Photos

Molduras de quadros.

As imagens não estão representadas em proporção.

Ângulo agudo e ângulo obtuso

Classificamos como **ângulo agudo** quando a medida do ângulo é maior do que 0° e menor do que 90°, ou seja, é menor do que $\frac{1}{4}$ de volta. E, temos um **ângulo obtuso** quando a medida é maior do que 90° e menor do que 180°, ou seja, entre $\frac{1}{4}$ de volta e $\frac{1}{2}$ de volta.

Considere os exemplos a seguir.

med($C\hat{O}D$) = 30°
Ângulo agudo.

med($E\hat{O}F$) = 140°
Ângulo obtuso.

Ilustrações: Banco de imagens/Arquivo da editora

Orientações didáticas

Ângulo agudo e ângulo obtuso

Leia o texto com os estudantes e reproduza na lousa as representações apresentadas no Livro do Estudante. Verifique se eles compreenderam a diferença entre ângulo reto, agudo e obtuso e proponha que construam representações com um ângulo de cada tipo em uma folha à parte. Auxilie-os individualmente, se necessário.

Solicite aos estudantes que resolvam a atividade **15**, da página **62**, para fortalecer a compreensão das características de cada tipo de ângulo estudado.

Proposta para o estudante

O vídeo indicado a seguir apresenta uma explicação acerca da diferença entre ângulo agudo e ângulo obtuso.
ÂNGULOS agudos e obtusos. *Rede escola digital*, [*s. l.*], [20--?]. Disponível em: https://curriculointerativo.sedu.es.gov.br/odas/angulos-agudos-e-obtusos-64078. Acesso em: 26 abr. 2022.

Orientações didáticas

Atividades

As atividades **10** a **15** têm como objetivo trabalhar a compreensão do conceito de ângulos em diferentes contextos, seja na descrição passo a passo da construção de um ângulo com instrumentos adequados, no reconhecimento e na utilização do transferidor para medir um ângulo ou na construção do ângulo a partir de uma medida dada. Caso os estudantes apresentem dúvidas, retome os conceitos apresentados nesta Unidade e faça as construções na lousa usando transferidor, régua e esquadro.

A atividade **16** retoma a obra de Willys de Castro, apresentada na abertura desta Unidade.

Atividades

Faça as atividades no caderno.

10. Usando um transferidor, Marcelo desenhou vários ângulos. Meça e registre no caderno as medidas desses ângulos.

a) med($A\hat{O}B$) = 20°

b)

med($A\hat{O}C$) = 50°

c) med($A\hat{O}D$) = 85°

d)

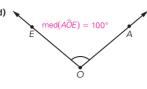
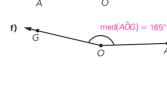
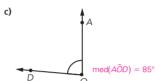
med($A\hat{O}E$) = 100°

e)

med($A\hat{O}F$) = 140°

f) med($A\hat{O}G$) = 165°

Ilustrações: Banco de imagens/Arquivo da editora

Ilustra Cartoon/Arquivo da editora

11. Escreva no caderno o passo a passo para a construção de um ângulo de 45°. A resposta encontra-se na seção *Resoluções* deste Manual.

12. Usando um transferidor, construa no caderno os ângulos $A\hat{O}B$, $C\hat{O}D$ e $E\hat{O}F$ com as seguintes medidas:

a) med($A\hat{O}B$) = 75°; **b)** med($C\hat{O}D$) = 90°; **c)** med($E\hat{O}F$) = 150°.

A resposta encontra-se na seção *Resoluções* deste Manual.

13. Em qual dos horários indicados a seguir os ponteiros das horas e dos minutos de um relógio dão a ideia de ângulo reto? Alternativa **d**.

a) 13 h **b)** 16 h **c)** 19 h **d)** 21 h

14. Copie as frases no caderno e complete-as com os menores números possíveis para que fiquem corretas.

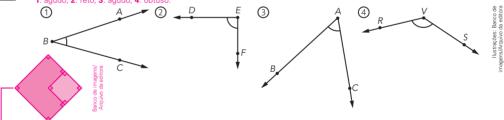
a) Independentemente da posição inicial do ponteiro dos minutos, após ▨ minutos o ângulo formado pelas posições inicial e final desse ponteiro é um ângulo reto. 15

b) Tomando o número 6 como posição inicial do ponteiro dos segundos, após ▨ segundos o ângulo formado pelas posições inicial e final desse ponteiro é um ângulo reto. 15

c) Após ▨ horas o ângulo formado pelas posições inicial e final do ponteiro das horas é um ângulo reto. 3

15. Com a ajuda de um transferidor, meça os ângulos representados e classifique-os em agudo, reto ou obtuso.
1: agudo; **2**: reto; **3**: agudo; **4**: obtuso.

Ilustrações: Banco de imagens/Arquivo da editora

Banco de imagens/Arquivo da editora

16. Retome a obra de Willys de Castro presente na abertura desta Unidade, na qual podemos identificar o formato de um cubo. No caderno, represente umas das faces desse cubo. Depois, indique alguns ângulos nessa representação e as medidas desses ângulos. Exemplo de resposta: Os ângulos medem 90°.

Proposta para o professor

O artigo indicado a seguir traz alguns exemplos de como a Matemática e a Arte podem ser exploradas mutuamente.

PIMENTEL, Edgard. A influência mútua que existe entre Arte e Matemática. *Instituto de Matemática pura e aplicada*, [s. l.], 4 fev. 2021. Disponível em: https://impa.br/noticias/a-influencia-mutua-entre-arte-e-matematica/. Acesso em: 26 abr. 2022.

Ângulos formados por retas

Participe

Faça as atividades no caderno.

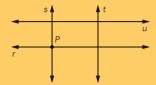
I. Analise novamente o mapa de ruas do começo do capítulo. Depois, responda às perguntas.

a) As ruas Amélia Bueno e Rodolfo Maia têm a praça como elemento comum. Podemos afirmar que essas ruas se cruzam? Sim.

b) Se imaginarmos que cada uma dessas ruas nos dá a ideia de reta e a praça nos dá a ideia de ponto, podemos afirmar que essas ruas se intersectam (se cruzam) em um ponto, que é a praça. Podemos chamar as retas que têm 1 ponto em comum de **retas concorrentes** ou de **retas paralelas**? Retas concorrentes.

c) Todas as ruas que aparecem no mapa têm algum ponto em comum? Não.

d) Quais ruas não têm ponto em comum? Ruas Adelaide e Rodolfo Maia; ruas João Mesquita e Amélia Bueno.

II. Representando todas as ruas do mapa por retas, temos o esquema a seguir.

Nessa representação podemos perceber retas concorrentes e retas paralelas:

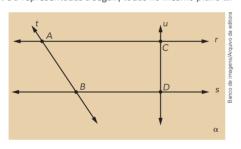
Ⓐ

Ⓑ

Ilustrações: Banco de imagens/Arquivo da editora

O que diferencia uma imagem da outra? Na figura **A** há 2 retas que se cruzam e, na figura **B**, as retas não se cruzam.

Considere as retas *r*, *s*, *t* e *u* representadas a seguir, todas no mesmo plano α.

Banco de imagens/Arquivo da editora

Retas que estão no mesmo plano são **retas coplanares**.

As retas *r* e *s* são coplanares e não se intersectam em ponto algum. Por esse motivo, *r* e *s* são **retas paralelas**.

Retas paralelas são 2 retas coplanares que não se intersectam, ou seja, não têm ponto comum.

Orientações didáticas

Ângulos formados por retas

Na BNCC

Este tópico favorece o desenvolvimento da habilidade **EF06MA22** ao propor a construção de retas paralelas e retas perpendiculares com o apoio de instrumentos como régua e esquadro.

O conceito de retas paralelas e retas concorrentes é apresentado com o apoio da malha quadriculada. Espera-se que os estudantes compreendam que retas paralelas, quando estão no mesmo plano, não têm pontos em comum e retas concorrentes têm apenas 1 ponto comum. Espera-se ainda que notem que quando retas concorrentes formam 4 ângulos retos são chamadas de **retas concorrentes perpendiculares** e quando retas concorrentes formam 4 ângulos não retos são chamadas de **retas concorrentes oblíquas**.

Retome com os estudantes a nomenclatura correta para indicação das retas utilizando letras minúsculas.

Se necessário, solicite a eles que façam no caderno a representação de retas paralelas e retas concorrentes com diversas inclinações.

Participe

Neste boxe é feita a retomada da situação apresentada no *Participe* do tópico “Segmento de reta”, visando ampliar a análise do mapa de ruas, enfatizando a ideia de retas concorrentes e paralelas.

Disponibilize mapas de ruas da cidade onde os estudantes residem para que observem os nomes das ruas, as posições entre elas, quais são paralelas e quais são concorrentes. Peça a eles que identifiquem as ruas que são concorrentes perpendiculares e as que são concorrentes oblíquas. Provavelmente, os estudantes ainda não dominarão a nomenclatura correta, no entanto é importante valorizar e incentivar a fala espontânea, reforçando-a positivamente.

Orientações didáticas

Atividades

Na atividade **17**, solicita-se a análise da posição relativa entre as retas com apoio da malha. A correção dessa atividade pode ser feita na lousa e com a participação dos estudantes. Caso apresentem dúvidas, retome os conceitos de retas paralelas e retas concorrentes. Ao término do preenchimento do quadro proposto no item **a**, faça a leitura com os estudantes.

Já as retas *t* e *r* são coplanares e se intersectam no ponto *A*. Por esse motivo, *t* e *r* são **retas concorrentes**. Da mesma maneira, também são pares de retas concorrentes *t* e *s*, *u* e *r*, *u* e *s*.

Retas concorrentes são 2 retas coplanares que têm 1 único ponto de intersecção (ou de cruzamento, ou de encontro).

Agora, analise novamente a representação anterior e responda: *t* e *u* são retas concorrentes ou paralelas? Retas concorrentes.

Quando 2 retas são concorrentes, elas formam 4 ângulos. Acompanhe os exemplos.

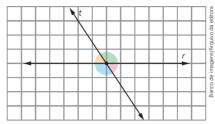
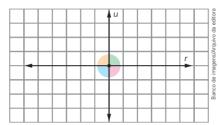



Figura 1.

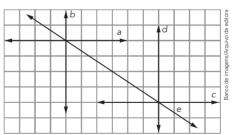
Figura 2.

Na figura **1**, as retas *t* e *r* formam 4 ângulos, mas nenhum deles é um ângulo reto. Nesse caso, as retas são **oblíquas**.
Na figura **2**, as retas *u* e *r* formam 4 ângulos e todos são ângulos retos. Nesse caso, as retas são **perpendiculares**.

Retas perpendiculares são 2 retas concorrentes que formam 4 ângulos retos.
Retas oblíquas são 2 retas concorrentes que não formam ângulos retos.

Atividades

Faça as atividades no caderno.

17. Analise as retas coplanares representadas na malha quadriculada.

Proposta para o professor

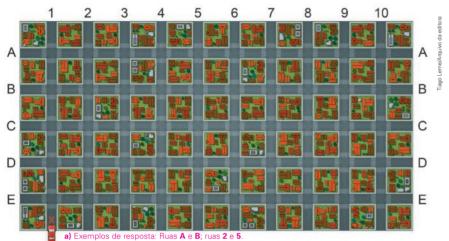
O artigo sugerido a seguir faz uma análise acerca dos conteúdos de Geometria propostos pela BNCC, por meio de um estudo de caso com estudantes do 6º ano em uma escola da rede pública da cidade do Senhor do Bonfim, na Bahia.
SOUZA, Adriana Moreira de; LOPO, Alexandre Boleira. A Geometria na Base Nacional Comum Curricular (BNCC) do Ensino Fundamental. *XVIII Encontro Baiano de Educação Matemática*: a sala de aula de Matemática e suas vertentes. Ilhéus: Universidade Estadual de Santa Cruz, 2019. Disponível em: https://casilhero.com.br/ebem/mini/uploads/anexo_final/29ec92cbe7f01b7d5f6aacda9fbbca47.pdf. Acesso em: 26 abr. 2022.

a) No caderno, copie e complete este quadro, indicando a posição (concorrente ou paralela) de uma reta em relação à outra como nos exemplos.

	a	***b***	***c***	***d***	***e***
a		concorrentes	paralelas	concorrentes	concorrentes
b	concorrentes		concorrentes	paralelas	concorrentes
c	paralelas	concorrentes		concorrentes	concorrentes
d	concorrentes	paralelas	concorrentes		concorrentes
e	concorrentes	concorrentes	concorrentes	concorrentes	

b) Quantos são os pares de retas paralelas nessa imagem? E quantos são os pares de retas concorrentes? 2 pares; 8 pares.

c) Quantos são os pares de retas perpendiculares? Quais são? 4 pares; *a* e *b*, *a* e *d*, *c* e *d*, *c* e *b*.

18. Verifique esta planta do centro de uma cidade.

Tiago Lemes/Arquivo da editora

a) Exemplos de resposta: Ruas **A** e **B**; ruas **2** e **5**.
Os estudantes podem citar qualquer par de ruas nomeadas com letras ou qualquer par de ruas nomeadas com números.

Nessa planta, as ruas são nomeadas com letras ou números.

a) Cite 2 ruas paralelas.

b) Cite 2 ruas concorrentes.

c) Cite 2 ruas perpendiculares.

d) Cite 2 ruas oblíquas. Não há ruas oblíquas nessa planta.

b) Exemplos de resposta: Ruas **A** e **1**; ruas **D** e **7**.
Os estudantes podem citar qualquer par de ruas sendo uma nomeada com letra e a outra nomeada com número.

c) Exemplos de resposta: Ruas **A** e **1**; ruas **D** e **7**.
Como todas as ruas concorrentes são também perpendiculares nessa planta, os estudantes podem citar qualquer par de ruas, sendo uma nomeada com letra e a outra nomeada com número.

19. Responda às questões a seguir considerando a planta da atividade anterior e a trajetória de um automóvel que parte de X pela rua 1, vira a terceira rua à direita (no cruzamento C1), vira a segunda rua à esquerda, vira a primeira rua à direita, segue em frente 7 quarteirões, vira à direita, segue 2 quarteirões, vira novamente à direita e segue mais 2 quarteirões.

a) Em qual cruzamento o automóvel vai parar? D8

b) Quantos ângulos retos podem ser identificados no trajeto feito pelo automóvel? Se necessário, represente a planta da cidade e o trajeto em uma malha quadriculada e destaque no trajeto os ângulos retos. 5 ângulos retos.

c) Descreva o trajeto que um automóvel pode percorrer partindo de X até o cruzamento C10.
A resposta depende do trajeto escolhido pelos estudantes.

Orientações didáticas

Atividades

As atividades trabalham com a leitura de informações contidas em diferentes representações. Na atividade **18**, explora-se um mapa de ruas, enquanto na atividade **19** se faz necessária a leitura e a interpretação de um texto.

Ao propor a resolução do item **b** da atividade **19**, incentive os estudantes a representar a planta da cidade e o trajeto na malha quadriculada; providencie previamente o papel quadriculado. O item **c** dessa atividade propicia que o estudante utilize o raciocínio matemático para descrever a situação proposta, favorecendo o desenvolvimento da habilidade de argumentação.

Permita aos estudantes que realizem as atividades de modo individual; posteriormente, faça a correção coletiva. Se necessário, retome os conceitos apresentados nesta Unidade.

Orientações didáticas

Construindo retas paralelas

Neste tópico, são apresentados os dois tipos de esquadro.

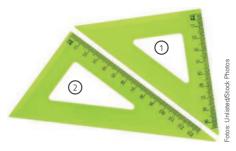
Leia o texto com a turma e faça na lousa o passo a passo demonstrado no Livro do Estudante. Solicite aos estudantes que reproduzam o que você fizer na lousa em uma folha à parte.

Caso perceba que ainda restam dúvidas no manuseio dos instrumentos, reserve um tempo para orientar os estudantes de maneira individual. Você pode também pedir que se organizem em duplas, de modo que consigam auxiliar com mais facilidade aqueles que tenham eventuais dificuldades, favorecendo o exercício da empatia e da cooperação entre os pares.

Construindo retas paralelas

Nas construções geométricas, é importante o uso do esquadro, instrumento que permite desenhar retas paralelas e retas perpendiculares.

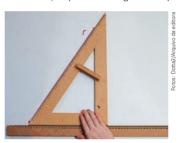
Existem 2 tipos de esquadro. O esquadro 1 tem 2 ângulos que medem 45° e 1 ângulo que mede 90°. O esquadro 2 tem 1 ângulo que mede 30°, 1 ângulo que mede 60° e 1 ângulo que mede 90°.

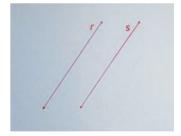
Fotos: Unlisted/Stock Photos

As imagens não estão representadas em proporção.

Vamos traçar uma reta paralela a uma reta contida em um plano usando régua e esquadro. Acompanhe a seguir o algoritmo passo a passo dessa construção.

> Quando empregamos os mesmos passos para resolver questões similares, como solucionar determinado tipo de problema, estamos seguindo um **algoritmo**. Ele pode ser expresso, por exemplo, por palavras, como na construção de retas paralelas apresentada.

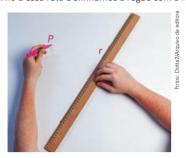
1º) Dada a reta *r*, alinhamos o esquadro com a reta, como indicado, e apoiamos a régua no esquadro.

Fotos: Dotta2/Arquivo da editora

2º) Mantendo a régua firme, deslocamos o esquadro à direita para traçar uma reta paralela à reta *r*.

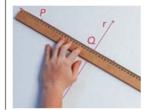
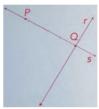
3º) Com o auxílio da régua ou do próprio esquadro, prolongamos o traçado da reta paralela e a nomeamos. Assim, obtemos a reta *s* paralela à reta *r* dada.

Construindo retas perpendiculares

Agora vamos usar uma régua e um esquadro para traçar uma reta perpendicular a uma reta contida em um plano. Acompanhe o algoritmo.

1º) Dada a reta *r*, marcamos um ponto qualquer externo a essa reta e alinhamos a régua com a reta.

Fotos: Dotta2/Arquivo da editora

2º) Apoiamos o esquadro na régua, na posição indicada.

3º) Deslizamos o esquadro até o ponto *P* e traçamos a reta perpendicular à reta *r* e que passa por *P*.

4º) Por fim, marcamos o ponto *Q*, intersecção das 2 retas, e com o auxílio da régua prolongamos o traçado da reta perpendicular e a nomeamos. Assim, obtemos a reta *s* perpendicular à reta *r* dada.

Atividades

Faça as atividades no caderno.

20. Usando uma régua graduada, um compasso e um esquadro, faça o que se pede no caderno.

a) Construa um segmento de reta $\overline{AB}$ de medida 4 cm. As respostas dos itens **a**, **b** e **c** encontram-se na seção *Resoluções* deste Manual.

b) Seguindo os passos para construir retas paralelas, construa uma reta *r* paralela ao segmento de reta $\overline{AB}$.

c) Transporte o segmento de reta $\overline{AB}$ para a reta *r*, obtendo um segmento de reta $\overline{CD}$. Para isso, marque um ponto *C* na reta *r*. Abra o compasso sobre $\overline{AB}$ de modo que a abertura das hastes do compasso tenha exatamente a medida desse segmento. Depois, apoie a ponta-seca (a haste com a ponta) no ponto *C* e marque com a outra ponta do compasso a extremidade *D* sobre a reta *r*.

d) Quanto mede o segmento de reta $\overline{CD}$? 4 cm

e) Construa outros 2 segmentos de reta unindo os pontos *A* e *C*, *B* e *D* de modo a formar um quadrilátero. Já sabemos as medidas de $\overline{AB}$ e $\overline{CD}$. Meça com a régua os outros 2 lados do quadrilátero que você construiu e compare as medidas. Espera-se que as medidas sejam iguais.

21. Usando uma régua graduada e um esquadro, faça o que se pede no caderno. As respostas encontram-se na seção *Resoluções* deste Manual.

a) Construa uma reta *r* qualquer e marque um ponto *P* que não pertença a essa reta.

b) Seguindo os passos para construir retas perpendiculares, construa uma reta *s* perpendicular à reta *r* e que passe por *P*.

Orientações didáticas

Construindo retas perpendiculares

Leia o texto com a turma e faça na lousa o passo a passo demonstrado no Livro do Estudante. Solicite que todos reproduzam o que você estiver fazendo na lousa em uma folha à parte, como foi feito no tópico “Construindo retas paralelas”.

A construção geométrica é um recurso didático que favorece a compreensão dos conceitos geométricos apresentados e desperta e incentiva a criatividade nas construções livres. Além disso, a utilização de instrumentos, como régua e esquadro, ou *softwares* para representações de retas paralelas e perpendiculares favorece o desenvolvimento da habilidade **EF06MA22**.

Atividades

As atividades **20** e **21** exploram o uso de instrumentos como régua, compasso e esquadro para construção de retas paralelas, retas perpendiculares e quadrilátero. Proponha aos estudantes que façam o trabalho em duplas, de modo a favorecer o exercício da cooperação.

Oriente os estudantes em como manusear o compasso, em particular, reforçando o cuidado que devem ter com a ponta-seca para evitar ferimentos.

Na BNCC

Esta seção favorece o desenvolvimento da habilidade **EF06MA23** e mobiliza com maior ênfase a **CG02**, a **CEMAT02**, a **CEMAT03** e a **CEMAT05** ao apresentar o passo a passo para a construção de um quadrilátero usando um *software* dinâmico – GeoGebra – e propondo aos estudantes, em seguida, que analisem os elementos geométricos estudados e reflitam sobre a construção.

É possível que os estudantes já conheçam o GeoGebra dos anos anteriores do Ensino Fundamental. No entanto, cabe relembrar à turma que se trata de um *software* de Matemática dinâmica gratuito e multiplataforma que combina Geometria, Álgebra, tabelas, gráficos, Estatística e Cálculo em um único aplicativo.

Peça aos estudantes que fiquem atentos ao passo a passo descrito no Livro do Estudante. Leia cada um dos itens apresentados com a turma e verifique se todos compreenderam o que deve ser feito, auxiliando-os em caso de dúvidas.

Matemática e tecnologias

Construindo um quadrilátero no GeoGebra

Agora, vamos utilizar o GeoGebra para construir um retângulo. Esta é uma figura geométrica plana de 4 lados (quadrilátero), com 2 pares de lados opostos **congruentes**, ou seja, de mesma medida, e com 4 ângulos retos.

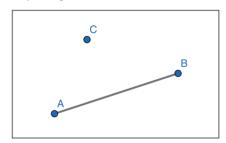
O GeoGebra é um *software* de Geometria dinâmica que pode ser utilizado em computadores, realizando o *download* no *site* https://www.geogebra.org/download; em *smartphones*, baixando o aplicativo na loja oficial de aplicativos do sistema operacional do aparelho; ou acessando-o *on-line* no *site* https://www.geogebra.org/geometry. (Acesso em: 11 jan. 2022.) As imagens apresentadas a seguir são da versão *on-line* de Geometria do GeoGebra.

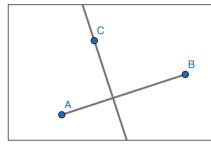
Considerando a construção de retas perpendiculares e retas paralelas, vamos construir um retângulo utilizando o GeoGebra. Para isso, execute o algoritmo passo a passo a seguir.

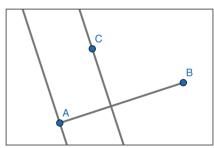
1º) Selecione o ícone "Segmento" na aba "Ferramentas Básicas" e clique com o botão esquerdo do *mouse* em 2 locais diferentes da tela (que nesse caso representa um plano) para definir as extremidades do segmento de reta.

Fotos: Reprodução/GeoGebra.org

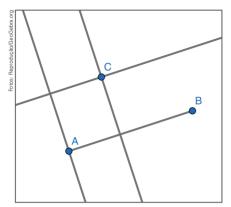
Tela do GeoGebra após o 1º passo.

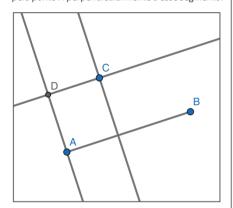
2º) Agora, selecione o ícone "Ponto" na aba "Ferramentas Básicas" e marque 1 ponto em qualquer lugar da tela, de modo que esse ponto não pertença ao segmento de reta $\overline{AB}$.

Tela do GeoGebra após o 2º passo.

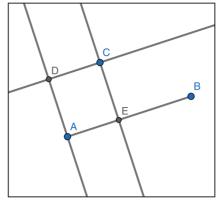
3º) Selecione a opção "MAIS" na aba "Ferramentas Básicas" e clique no ícone "Reta Perpendicular" na aba "Construções". Agora, clique com o botão esquerdo do *mouse* sobre o ponto *C* e, em seguida, sobre o segmento de reta $\overline{AB}$, obtendo a reta perpendicular a $\overline{AB}$ e que passa pelo ponto *C*. Caso a perpendicular traçada não cruze o segmento de reta $\overline{AB}$, use a ferramenta Mover para arrastar o ponto *C* até que cruze.

Tela do GeoGebra após o 3º passo.

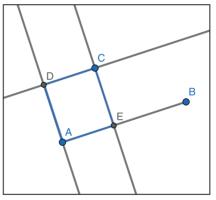
4º) Ainda com o ícone "Reta perpendicular" selecionado, clique com o botão esquerdo do *mouse* sobre o ponto *A* e, em seguida, sobre o segmento de reta $\overline{AB}$, obtendo a reta perpendicular a $\overline{AB}$ e que passa pelo ponto *A*.

Tela do GeoGebra após o 4º passo.

5º) Selecione o ícone "Reta paralela" na aba "Construções" e clique com o botão esquerdo do *mouse* sobre o ponto *C* e, em seguida, sobre o segmento de reta $\overline{AB}$, obtendo a reta paralela a $\overline{AB}$ e que passa pelo ponto *C*.

Fotos: Reprodução/GeoGebra.org

Tela do GeoGebra após o 5º passo.

6º) Selecione o ícone "Ponto" na aba "Ferramentas Básicas" e marque o ponto de intersecção entre a reta paralela ao segmento de reta $\overline{AB}$ e a reta que passa pelo ponto *A* perpendicularmente a esse segmento.

Tela do GeoGebra após o 6º passo.

7º) Ainda com o ícone "Ponto" selecionado, clique com o botão esquerdo do *mouse* no ponto de intersecção do segmento de reta $\overline{AB}$ com a reta que passa pelo ponto *C* perpendicularmente a esse segmento.

Tela do GeoGebra após o 7º passo.

8º) Selecione o ícone "Polígono" na aba "Ferramentas Básicas" e, em seguida, clique com o botão esquerdo do *mouse* nos pontos *A*, *D*, *C*, *E* e *A*, obtendo o retângulo *ADCE*.

Tela do GeoGebra após o 8º passo.

1. Como são chamados os ângulos formados pela reta e pelo segmento de reta $\overline{AB}$ construídos no 3º passo? Selecione o ícone "Ângulo" na aba "Medições", clique com o botão esquerdo do *mouse* na reta e no segmento de reta e determine a medida desses ângulos. Ângulos retos; 90°.

2. O que podemos dizer sobre os lados opostos do retângulo *ADCE* construído?
Os lados opostos do retângulo *ADCE* são congruentes e paralelos.

3. No caderno, escreva o passo a passo para a construção de uma reta perpendicular a uma reta $\overleftrightarrow{AB}$ usando o GeoGebra. Depois, faça a construção no *software* e valide o passo a passo que você criou.
A resposta encontra-se na seção *Resoluções* deste Manual.

Orientações didáticas

Matemática e tecnologias

Comente com os estudantes que as atividades propostas nesta seção servem como alicerce para o desenvolvimento da habilidade **EF07MA23**, que será explorada no 7º ano do Ensino Fundamental.

Proposta para o estudante

Proponha aos estudantes que construam outras representações no GeoGebra, como triângulo equilátero, paralelogramo, losango, trapézio, entre outras.

Proposta para o professor

Para auxiliar no trabalho com o GeoGebra, sugerimos a leitura do artigo a seguir, que apresenta ferramentas e passo a passo de propostas de atividades, incluindo a construção de triângulo equilátero, paralelogramo, losango e trapézio no *software*.

UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA MARIA. *Minicurso de GeoGebra*. Grupo PET Matemática da UFSM, fev. 2016. Disponível em: https://www.ufsm.br/app/uploads/sites/783/2020/02/Apostila_GeoGebra.pdf. Acesso em: 26 abr. 2022.

Orientações didáticas

Na Mídia

Na BNCC

Esta seção mobiliza com maior ênfase a **CG02**, ao apresentar a vida e a obra de um arquiteto brasileiro, incentivando e valorizando a produção intelectual e cultural do país; a **CG06**, ao propor que a partir da leitura do texto os estudantes se apropriem dos conhecimentos e compreendam relações do mundo do trabalho; a **CEMAT01** e a **CEMAT02**, ao mostrar como a Matemática se relaciona com outras ciências e suas contribuições, nesse caso, para a Arquitetura, além de possibilitar a utilização do raciocínio matemático em outros contextos que não o escolar. Permite ainda explorar o TCT *Trabalho*, ao sugerir aos estudantes que realizem uma pesquisa acerca de profissões como a Arquitetura e a Engenharia.

Leia com os estudantes o texto apresentado nesta seção. Aproveite a oportunidade para questionar: “Vocês conhecem outros profissionais brasileiros, de outras áreas, que tenham sido reconhecidos internacionalmente, como Oscar Niemeyer, pelo trabalho desenvolvido?”. Converse com eles sobre a importância de haver um profissional brasileiro reconhecido mundialmente.

A Geometria e a obra de Niemeyer

O arquiteto brasileiro Oscar Niemeyer foi um dos profissionais mais premiados e influentes do mundo.

Seu trabalho, sempre cheio de curvas em concreto que tornavam seu estilo inconfundível, marcou a paisagem urbana do Brasil e de outros países.

Oscar Ribeiro de Almeida de Niemeyer Soares Filho nasceu no bairro das Laranjeiras, na Zona Sul do Rio de Janeiro, no dia 15 de dezembro de 1907 [e morreu no dia 15 de dezembro de 2012]. [...]

Em 1940 Niemeyer conhece Juscelino Kubitschek, então prefeito de Belo Horizonte, e realiza seu primeiro grande projeto, o Conjunto da Pampulha, no bairro na capital mineira, que incluía o cassino, a Casa do Baile, o clube e a igreja de São Francisco de Assis.

[...] Niemeyer projetou o parque Ibirapuera e o Edifício Copan, ambos em São Paulo. Em 1956, com JK na presidência do Brasil, organizou o Plano Piloto de Brasília e foi responsável pela construção da nova capital federal.

Com traços ousados, o filho do modernismo criou o Itamaraty, o Alvorada, o Congresso, a Catedral, a Praça dos Três Poderes, entre outros prédios e monumentos.

[...]

Niemeyer passou a ganhar projeção internacional e nos anos 70 abriu seu escritório na Champs Élysées, em Paris. O arquiteto também projetou a sede da editora Mondadori, em Milão, na Itália.

Wagner Santos de Almeida/Shutterstock

Palácio da Alvorada, em Brasília (DF). Foto de 2017.

Waldemar Manfred Seehagen/Shutterstock

Congresso Nacional, em Brasília (DF). Foto de 2018.

Foi nesse período que ele influenciou a arquitetura mundial. As amizades iam do pintor Cândido Portinari ao maestro Villa-Lobos, passando por Fidel Castro e Chico Buarque.

[...]

Niemeyer sempre defendeu o uso do monumental na arquitetura, com certa obsessão pela leveza em contradição com o concreto. A forma é a curva, com que substituiu a tradição milenar de ângulos e retas.

[...]

A cidade de Niterói é a segunda do Brasil com o maior número de trabalhos do arquiteto, depois de Brasília. Após o consagrado Museu de Arte Contemporânea (MAC), foi projetado o Caminho Niemeyer, um complexo de edificações assinadas pelo mestre e voltado para a cultura e a religião.

OSCAR Niemeyer fez história na arquitetura mundial. *G1*, Rio de Janeiro, 5 dez. 2012. Disponível em: http://g1.globo.com/pop-arte/noticia/2012/12/oscar-niemeyer-fez-historia-na-arquitetura-mundial.html. Acesso em: 11 jan. 2022.

1. Niemeyer formou-se engenheiro arquiteto. Atualmente, a faculdade de Arquitetura é separada da de Engenharia. Pesquise as diversas atividades de um profissional formado em Arquitetura nos dias de hoje. Resposta pessoal.
2. Niemeyer faleceu a 10 dias de completar quantos anos? 105 anos.
3. Quem era o presidente da República em 1956? Juscelino Kubitschek.
4. Quantos anos Brasília tem? A resposta depende do ano em que a atividade for realizada.
5. Identifique elementos geométricos, como retas, semirretas e ângulos, nas obras que aparecem nas imagens. Exemplo de resposta: Elementos que lembram o formato de um paralelepípedo e de parte de uma esfera.

Orientações didáticas

Na Mídia

Ao explorar as atividades da seção, permita aos estudantes que respondam às questões livremente, sem intervenções.

A atividade **1** favorece o desenvolvimento do TCT *Trabalho*. Sugira aos estudantes que façam uma pesquisa na internet ou até que entrevistem um profissional da área. Se possível, convide um arquiteto para ir à escola falar um pouco sobre sua profissão para a turma.

Diga aos estudantes que a profissão do arquiteto é regulamentada pelo Conselho de Arquitetura e Urbanismo (CAU), que tem a função de orientar, disciplinar e fiscalizar o exercício da profissão de arquiteto e urbanista. (Fonte dos dados: CONSELHO DE ARQUITETURA E URBANISMO DO BRASIL. *Apresentação*. Brasília-DF: CAUBR, [20--?]. Disponível em: https://transparencia.caubr.gov.br/apresentacao/. Acesso em: 26 abr. 2022.)

Comente com os estudantes que, apesar do sucesso de Niemeyer, no Brasil há uma prevalência de arquitetas e urbanistas mulheres; elas representam 61% do total de profissionais dessa área em atividade no país. (Fonte dos dados: CONSELHO DE ARQUITETURA E URBANISMO DO BRASIL. *Censo dos Arquitetos e Urbanistas do Brasil*. Brasília-DF: CAUBR, 2018. Disponível em: https://www.caubr.gov.br/wp-content/uploads/2018/03/Censo_CAUBR_06_2015_WEB.pdf. Acesso em: 26 abr. 2022.) Se considerar oportuno, peça aos estudantes que pesquisem outras profissões em que haja prevalência feminina.

Auxilie os estudantes em caso de dúvidas na resolução das atividades **2** a **5**.

Orientações didáticas

Na Unidade

Na BNCC

Esta seção favorece o desenvolvimento das habilidades exploradas ao longo de toda a Unidade e mobiliza com maior ênfase a **CEMAT02**, a **CEMAT06** e a **CG02** ao propor a resolução de atividades diversas por meio de diferentes contextos e estratégias de resolução.

Esta seção traz atividades dos principais conteúdos abordados na Unidade que podem ser utilizadas como ferramentas de avaliação. Proponha a resolução das atividades individualmente. Acompanhe os estudantes durante a realização delas e registre avanços e dificuldades para, ao final, propor novas atividades para remediação coletiva ou individual de defasagens, conforme cada caso.

A seguir, listamos algumas sugestões e estratégias para remediação.

Os erros de resolução nas atividades **1** a **3** podem ser indicativos de alguma dificuldade na interpretação dos conceitos de segmento de reta, ângulo e semirreta. Retome a definição desses conceitos e faça uma nova leitura das alternativas, pausadamente, de modo que os estudantes identifiquem as respostas corretas.

Na atividade **4**, para auxiliar os estudantes na identificação das coordenadas representadas, peça a eles que anotem no caderno as coordenadas de cada ponto separadamente, na seguinte ordem: ponto *A*, ponto *B*, ponto *C* e ponto *D*. Depois, relembre-os de que a primeira coordenada se refere ao eixo das abscissas, e a segunda, ao eixo das ordenadas.

Caso os estudantes indiquem a figura geométrica plana incorreta na atividade **5**, retome na lousa as principais figuras geométricas planas estudadas. Aproveite a oportunidade para relembrar as principais características dessas figuras.

Um erro de resolução na atividade **6** pode indicar alguma dificuldade na identificação das figuras geométricas espaciais. Providencie alguns materiais manipulativos e disponibilize-os em sala de aula, de modo a proporcionar aos estudantes que percebam as diferenças e as características comuns entre os sólidos geométricos.

Na Unidade

1. Em qual das seguintes alternativas o formato indicado lembra um segmento de reta? Alternativa **c**.

a) Uma quadra de vôlei.
b) Uma bola de futebol.
c) A linha que divide o campo de futebol ao meio.
d) A linha da meia-lua do campo de futebol.

2. Em qual das seguintes alternativas o formato indicado lembra um ângulo? Alternativa **a**.

a) Os ponteiros de um relógio.
b) A ponta-seca de um compasso.
c) O tampo de uma mesa.
d) Um lápis.

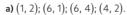
3. Em uma reta *r*, marcamos 3 pontos distintos *A*, *B* e *C*. Indique no caderno a alternativa correta. Alternativa **d**.

a) Só existe 1 semirreta de *r* com origem no ponto *A*.
b) Existem 3 semirretas de *r* com origem no ponto *B*.
c) As semirretas $\overrightarrow{AB}$ e $\overrightarrow{BA}$ não têm ponto em comum.
d) Existem 2 semirretas de *r* com origem no ponto *C*.

4. Caio estava na aula de Geometria e a professora pediu a ele que desenhasse uma figura geométrica plana de 4 lados em um plano cartesiano. O desenho a seguir é o feito por Caio.

Banco de imagens/Arquivo da editora

Quais são as coordenadas dos vértices da figura desenhada por Caio? Alternativa **d**.

a) (1, 2); (6, 1); (6, 4); (4, 2).
b) (1, 2); (1, 6); (4, 6); (4, 2).
c) (2, 1); (1, 6); (4, 6); (2, 4).
d) (2, 1); (6, 1); (6, 4); (2, 4).

5. Sobre o desenho de Caio, qual figura geométrica ele desenhou? Alternativa **b**.

a) Quadrado.
b) Retângulo.
c) Losango.
d) Triângulo.

6. Jaqueline comprou 2 velas para decorar a casa. Uma delas lembra uma pirâmide de base quadrada, e a outra, um prisma de base triangular.

Imagine os sólidos geométricos que essas velas lembram e indique no caderno a alternativa correta. Alternativa **c**.

a) A pirâmide e o prisma possuem 2 bases cada um.
b) O formato da base da pirâmide é igual ao formato da base do prisma.
c) Tanto a pirâmide quanto o prisma têm, cada um, 5 faces.
d) A quantidade de vértices da pirâmide é igual à quantidade de vértices do prisma.

Tiago Leme/Arquivo da editora

7. Com um transferidor, descubra a medida de abertura de cada ângulo a seguir. Depois, classifique-os em reto, raso, agudo ou obtuso.

a) **b)**

45°; ângulo agudo.

110°; ângulo obtuso.

Ilustrações: Banco de imagens/Arquivo da editora

c)

135°; ângulo obtuso.

Banco de imagens/Arquivo da editora

10. Com a régua, trace a reta *m*. Marque um ponto *C* que não pertença à reta *m*. Apoie o lado menor do esquadro na régua, que deve estar completamente apoiada na reta *m*. Deslize o esquadro até o ponto *C* e trace a reta perpendicular à reta *m* e que passa por *C*. Marque o ponto *D*, que é intersecção das 2 retas, e prolongue a reta perpendicular traçada.

8. Marilu é arquiteta e projetou 2 rampas de acesso para serem feitas na entrada da loja de uma cliente. Uma rampa forma um ângulo de 5° de inclinação em relação ao chão, e a outra forma um ângulo de inclinação de 15°. Em qual das rampas as pessoas terão que fazer menos esforço para subir? Para ajudá-lo a responder, desenhe no caderno, com o auxílio de transferidor, um esquema que represente as rampas. A rampa de 5° de inclinação.

9. Renata ajudou Catarina com o estudo das retas. Ela desenhou algumas retas e pediu a Catarina que analisasse cada quadro.

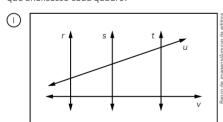
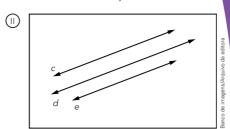
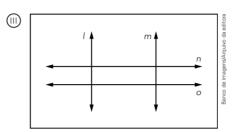
I

Banco de imagens/Arquivo da editora

II

Banco de imagens/Arquivo da editora

III

Banco de imagens/Arquivo da editora

Após a análise dos quadros **I**, **II** e **III**, usando régua, esquadro e transferidor, Catarina fez algumas afirmações. Qual delas não está correta? Alternativa **c**.

a) Nos quadros **I**, **II** e **III** há retas paralelas.

b) No quadro **I** há retas paralelas, retas oblíquas e retas perpendiculares.

c) As retas do quadro **II** são concorrentes.

d) No quadro **III**, as retas que não são paralelas formam ângulos retos.

10. As frases a seguir são de um algoritmo de construção de retas perpendiculares com o uso de régua e esquadro. No caderno, organize as frases na ordem correta para a construção dessas retas perpendiculares.

- Deslize o esquadro até o ponto *C* e trace a reta perpendicular à reta *m* e que passa por *C*.
- Apoie o lado menor do esquadro na régua, que deve estar completamente apoiada na reta *m*.
- Com a régua, trace a reta *m*.
- Marque um ponto *C* que não pertença à reta *m*.
- Marque o ponto *D*, que é intersecção das 2 retas, e prolongue a reta perpendicular traçada.

11. Usando régua, transferidor ou esquadro, desenhe no caderno um quadrado. Depois, registre o passo a passo do algoritmo que você utilizou para desenhar essa figura. A resposta encontra-se na seção *Resoluções* deste Manual.

Orientações didáticas

Na Unidade

Dificuldades na resolução das atividades **7**, **8** e **11** podem ser indicativas de algum problema relacionado ao manuseio dos instrumentos. Retome na lousa como posicionar cada instrumento de maneira correta para a realização das medidas e construções.

Ao responder de maneira errada a atividade **9**, os estudantes podem estar confundindo as nomenclaturas das posições relativas entre as retas. Nesse caso, retome na lousa cada uma delas, construindo um quadro com as representações das posições e seus respectivos nomes.

Um erro de resolução na atividade **10** pode indicar dificuldade de interpretação do passo a passo descrito. Para superar esse obstáculo, sugira aos estudantes que descrevam no caderno, com as próprias palavras, como fariam para construir retas perpendiculares usando os instrumentos propostos. Em seguida, peça que organizem as frases indicadas na atividade na ordem correta.

Dificuldades diferentes das listadas podem surgir, por isso é importante o monitoramento individual e contínuo dos estudantes.

Orientações didáticas

Abertura

Na BNCC

A abertura da Unidade permite mobilizar com maior ênfase a **CG07** e a **CG09** ao propor a análise de um texto que explora questões relacionadas à valorização social e à inclusão de pessoas com deficiência em um contexto esportivo. Favorece ainda o desenvolvimento dos TCTs *Educação em Direitos Humanos* e *Trabalho*, uma vez que permite discutir a necessidade de inclusão de pessoas com deficiência, promovendo a igualdade de oportunidades e o respeito às necessidades especiais dessas pessoas até no mercado de trabalho.

Na abertura desta Unidade é apresentada uma modalidade paralímpica: o *goalball*. Comente que alguns dos objetivos da Paralimpíada são a inclusão social, a valorização e o reconhecimento de atletas com necessidades especiais dentro do esporte, sendo esses princípios necessários à construção da cidadania e ao convívio social.

Aproveite o texto da abertura da Unidade e promova uma conversa sobre a valorização social e a inclusão de pessoas com deficiência. Comente com os estudantes que, desde 1991, uma das principais maneiras de inserção no mercado de trabalho é a determinação legal contida no artigo 93 da Lei nº 8.213, que indica que empresas com 100 ou mais empregados preencham de 2% a 5% dos seus postos de trabalho com Pessoas com Deficiência (PcD) e/ou beneficiários reabilitados pela Previdência Social.

(Fonte dos dados: BRASIL. Ministério do Trabalho e Previdência. *Inclusão de pessoa com deficiência*. Brasília, DF: Secretaria de Trabalho, 14 out. 2020. Disponível em: https://www.gov.br/trabalho-e-previdencia/pt-br/composicao/orgaos-especificos/secretaria-de-trabalho/inspecao/areas-de-atuacao/inclusao-de-pessoa-com-deficiencia. Acesso em: 28 abr. 2022.)

Instigue os estudantes, apresentando questionamentos como: “Vocês acreditam que o artigo 93 da Lei nº 8.213 é suficiente para garantir a inclusão de pessoas com deficiência no mercado de trabalho? Por quê?”; “Que outras políticas públicas poderiam ser criadas para promover a inclusão de pessoas com deficiência, assegurando-lhes igualdade de oportunidades?”.

Jogador de *goalball* exercendo a função de defesa em jogo contra os Estados Unidos da América, nos Jogos Paralímpicos de 2016, no Rio de Janeiro.

O conteúdo da abertura também possibilita o desenvolvimento de um trabalho interdisciplinar com o professor de **Educação Física** que envolva um estudo das modalidades e regras (ou adaptações delas) dos esportes paralímpicos.

A.RICARDO/Shutterstock

Modalidade paralímpica *goalball*

Você conhece uma modalidade paralímpica chamada *goalball*? Essa modalidade, diferente das outras paralímpicas que consistem em adaptações de esportes para pessoas com deficiência, foi desenvolvida exclusivamente para jogadores cegos. O *goalball* foi criado em 1946 pelo austríaco Hanz Lorezen e pelo alemão Sepp Reindle com o objetivo de incluir veteranos da Segunda Guerra Mundial que haviam perdido a visão.

O jogo é baseado nas percepções táteis e auditivas dos atletas, que jogam com vendas nos olhos de modo a assegurar uma igualdade de condições, já que as partidas podem ter pessoas com diferentes graus de deficiência visual. A bola tem 76 cm de medida de diâmetro, 1,25 kg de medida de massa e possui um guizo no interior, auxiliando os jogadores a identificarem sua direção.

As partidas ocorrem em uma quadra com as mesmas medidas das dimensões de uma quadra de vôlei (9 m de largura por 18 m de comprimento), com 1 gol de cada lado, e duram 27 minutos no total, contando com 1 intervalo de 3 minutos entre os 2 tempos.

Cada time conta com 3 jogadores titulares e 3 reservas, que fazem o papel de arremessadores e defensores ao mesmo tempo. O objetivo do jogo é marcar gols no time adversário com arremessos rasteiros. Os espectadores devem se manter em silêncio durante a partida, podendo se manifestar apenas no momento do gol e do intervalo.

O Brasil estreou essa modalidade nos Jogos Paralímpicos de Atenas (2004) com a seleção feminina, que quase subiu ao pódio pela primeira vez em Tóquio (2021), ficando em quarto lugar na disputa do bronze com o Japão. A seleção masculina já subiu ao pódio 3 vezes, conquistando medalha de prata em Londres (2012), bronze no Rio (2016) e ouro em Tóquio (2021).

Fontes dos dados: COMITÊ Paralímpico Brasileiro. *Goalball*. [*S. l.*], [20–?]. Disponível em: https://www.cpb.org.br/modalidades/56/goalball. REDE do Esporte. *Goalball*. [*s. l.*], [201-]. Disponível em: http://rededoesporte.gov.br/pt-br/megaeventos/paraolimpiadas/modalidades/goalball. OLIMPÍADA todo dia. *Brasil bate China e leva inédito ouro no goalball masculino da Paralimpíada*. [*s. l.*], 3 set. 2021. Disponível em: https://www.olimpiadatododia.com.br/goalball/374250-brasil-ouro-goalball-masculino-jogos-paralimpicos/. OLIMPÍADA todo dia. *Brasil para no Japão e repete quarto lugar no goalball feminino de 2016*. [*s. l.*], 3 set. 2021. Disponível em: https://www.olimpiadatododia.com.br/toquio-2020/374105-brasil-bronze-goalball-feminino-jogos-paralimpicos/. Acesso em: 26 nov. 2021.

Você assistiu à última paralimpíada? Caso não tenha assistido, faça uma pesquisa e descubra quais foram as modalidades participantes e, em seguida, responda: Qual delas mais chamou sua atenção? Pesquise também a quantidade de medalhas que o Brasil conquistou no total.

Resposta pessoal. Na edição dos Jogos Paralímpicos de Tóquio (2021), o Brasil conquistou 72 medalhas no total, superando a quantidade de medalhas conquistadas nas anteriores.
Fonte dos dados: GOV.br. *Jogos paralímpicos de Tóquio encerram com recorde de ouros para o Brasil*. [Brasília], 6 set. 2021. Disponível em: https://www.gov.br/pt-br/noticias/cultura-artes-historia-e-esportes/2021/09/jogos-paralimpicos-de-toquio-encerram-com-recorde-de-ouros-para-o-brasil. Acesso em: 26 nov. 2021.

Orientações didáticas

Abertura

O incentivo à pesquisa sugerido nas atividades propostas na abertura da Unidade favorece o desenvolvimento da autonomia dos estudantes, sobretudo por possibilitar a interação com diferentes fontes de informação. Nesse sentido, organize um momento para os estudantes compartilharem oralmente ou por escrito os resultados obtidos nas pesquisas.

Proposta para o estudante

Proponha aos estudantes que façam uma pesquisa sobre as modalidades existentes nos Jogos Paralímpicos. Uma referência para a pesquisa pode ser encontrada no artigo sugerido a seguir.
MARTINS, André. Conheça todas as modalidades da Paralimpíada de Tóquio. *Exame*, São Paulo, 24 ago. 2021. Disponível em: https://exame.com/casual/conheca-todas-as-modalidades-da-paralimpiada-de-toquio/. Acesso em: 18 abr. 2022.

Proposta para o professor

Sugerimos a leitura do artigo "Valorização social: o próximo passo da inclusão de pessoas com deficiência", de Jaques Haber (*Great Place to Work*. [*s. l.*], 20 set. 2019; disponível em: https://gptw.com.br/conteudo/artigos/valorizacao-pessoas-com-deficiencia/; acesso em: 18 abr. 2022), que apresenta reflexões sobre o Dia Nacional de Luta da Pessoa com Deficiência.

Orientações didáticas

Multiplicação

Na BNCC

Este tópico favorece o desenvolvimento das habilidades **EF06MA03**, uma vez que propõe a resolução e elaboração de problemas envolvendo multiplicação com números naturais, empregando diferentes estratégias com e sem uso de calculadora, e **EF06MA12**, ao permitir estimar quantidades e aproximar números para múltiplos da potência de 10 mais próxima. Mobiliza com maior ênfase a **CG05** e desenvolve o TCT *Educação em Direitos Humanos* ao apresentar uma proposta de trabalho com a Lei de Diretrizes e Bases da Educação (LDB), utilizando ferramentas digitais como instrumento de pesquisa de modo reflexivo e consciente. A **CEMAT05** é mobilizada com a utilização da calculadora como instrumento tecnológico para resolução de problemas cotidianos, enquanto as atividades apresentadas após o tópico *Cálculo mental* mobilizam a **CEMAT02** ao propiciar o desenvolvimento do raciocínio lógico. A **CEMAT03** é mobilizada com maior ênfase em *Propriedade distributiva da multiplicação*, ao relacionar Álgebra e Geometria em uma propriedade aritmética.

Neste tópico, retomamos o significado da adição de parcelas iguais da multiplicação, os termos da multiplicação e o algoritmo usual da multiplicação, estudados nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental.

Ao explorar as situações propostas em *As horas de 1 semana* e no *Participe*, proponha aos estudantes que comentem quais estratégias utilizariam para resolver o problema. Valorize a estratégia pessoal de cada um e considere a diversidade de saberes e experiências pessoais. Ambas as situações exploram conhecimentos sobre medidas de tempo que os estudantes já trabalharam em etapas anteriores do Ensino Fundamental. Caso julgue necessário, retome o uso do calendário com eles.

CAPÍTULO 5

Multiplicação

EF06MA03
EF06MA12

Multiplicação

As horas de 1 semana

Em 1 semana há 7 dias. Cada dia tem 24 horas.
Quantas horas 1 semana tem?
Verifique:

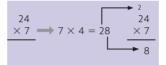
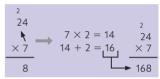
Tiago Donizete Leme/Arquivo da editora

segunda-feira	terça-feira	quarta-feira	quinta-feira	sexta-feira	sábado	domingo	
24 +	24 +	24 +	24 +	24 +	24 +	24	= 168

Devemos adicionar 7 parcelas de 24.
Isso é o mesmo que efetuar uma multiplicação:
7 **vezes** 24 ou 7×24.

$$\begin{array}{r} \overset{2}{24} \\ \times\ 7 \\ \hline 168 \end{array}$$

Podemos fazer esse cálculo de diferentes maneiras. Vamos recordar como fazemos usando o **algoritmo usual** da multiplicação.

Organizamos os números de modo que unidades fiquem embaixo de unidades, dezenas embaixo de dezenas, etc.

Multiplicamos as 4 unidades por 7. Como obtivemos 28 unidades, trocamos 20 unidades por 2 dezenas e registramos 8 unidades.

Então, multiplicamos as 2 dezenas de 24 por 7 e adicionamos as 2 dezenas do cálculo anterior.

Portanto, uma semana tem 168 horas.

> Adicionar quantidades iguais é uma das situações em que empregamos multiplicação.

Para representar uma multiplicação podemos usar o sinal $\times$ ou $\cdot$.

Assim, na situação anterior, temos uma adição de quantidades iguais e podemos dizer que 7×24 (ou $7 \cdot 24$) é o mesmo que $24 + 24 + 24 + 24 + 24 + 24 + 24$. Os números 7 e 24 são chamados **fatores**. O resultado da multiplicação, 168, é chamado **produto**.

Participe — Faça as atividades no caderno.

Gustavo vai à escola 5 dias por semana, de segunda-feira a sexta-feira, e tem aulas das 8 h às 12 h

a) Para saber quantas horas ele fica na escola por semana, qual adição podemos calcular? Qual é o resultado? $4 + 4 + 4 + 4 + 4 = 20$

b) Qual outra operação podemos calcular? Qual é o resultado? Multiplicação: $5 \times 4 = 20$.

c) Então, quantas horas por semana Gustavo fica na escola? 20 horas.

Proposta para o professor

Caso queira ampliar a discussão sobre calendários, sugerimos a referência a seguir, em que é discutida a necessidade da contagem do tempo, apresentando um breve histórico da criação de calendários e alguns exemplos de calendários utilizados:

LAS CASAS, Renato. Calendários. *Observatório Astronômico Frei Rosário*. Caeté, 26 fev. 2002. Disponível em: http://xingu.fisica.ufmg.br:8087/oap/public/pas39.htm. Acesso em: 20 abr. 2022.

Acompanhe outros exemplos de multiplicação.

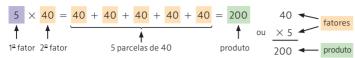
Exemplo 1

Um professor leciona 40 aulas por semana. Quantas aulas ele leciona em 5 semanas?

Devemos adicionar 5 vezes a quantidade 40, que é o mesmo que calcular 5×40.

ou

$$\begin{array}{r} 40 \\ \times\ 5 \\ \hline 200 \end{array}$$

40 e 5: fatores; 200: produto

Em 5 semanas, esse professor leciona 200 aulas.

Exemplo 2

Para uma atividade física, uma professora de Educação Física organizou 5 fileiras de 16 estudantes em cada uma. Quantos estudantes participaram da atividade?

Devemos adicionar 5 vezes a quantidade 16, que é o mesmo que calcular 5×16.

$5 \times 16 = 16 + 16 + 16 + 16 + 16 = 80$

1º fator (5), 2º fator (16), 5 parcelas de 16, produto (80)

ou

$$\begin{array}{r} \overset{3}{1}6 \\ \times\ 5 \\ \hline 80 \end{array}$$

16 e 5: fatores; 80: produto

Participaram dessa atividade, 80 estudantes.

Monkey Business Images/Shutterstock

De acordo com a Lei de Diretrizes e Bases da Educação (LDB), há uma carga horária mínima de aulas a ser cumprida pelas escolas em 1 ano letivo, que deve ser de 800 horas, distribuídas por um mínimo de 200 dias de efetivo trabalho escolar, excluído o tempo reservado aos exames.

Em 2016, a LDB completou 20 anos de criação e é considerada um marco na regulamentação da educação no país. Para saber mais sobre as contribuições da LDB ao longo dos anos, acesse: BRASIL. Ministério da Educação. *Lei de Diretrizes e Bases da Educação completa 20 anos e continua atual*. Disponível em: http://portal.mec.gov.br/ultimas-noticias/211-218175739/43311-lei-de-diretrizes-e-bases-da-educacao-completa-20-anos-e-continua-atual. Acesso em: 2 mar. 2022.

Participe

Faça as atividades no caderno.

Mariana resolveu um problema efetuando uma multiplicação com o algoritmo a seguir.

$$\begin{array}{r} 133 \\ \times\ 312 \\ \hline 266 \\ 1330 \\ +\ 39900 \\ \hline \end{array}$$

266 → 2×133

1330 → 10×133

39 900 →

(Resposta: 133 × 312; 266 → 2 × 133; 1330 → 10 × 133; 39 900 → 300 × 133; 41 496)

a) Copie o algoritmo no caderno e complete-o com as informações que faltam. Qual resultado Mariana encontrou? Resultado: 41 496.

b) No fator 312 dessa multiplicação, qual é o valor posicional dos algarismos 2, 1 e 3? 2 unidades, 1 dezena e 3 centenas.

c) Agora é sua vez: escolha uma multiplicação a ser efetuada e monte no caderno um algoritmo similar ao representado por Mariana. Deixe alguns espaços em branco e, em seguida, peça a um colega que complete o algoritmo. Resposta pessoal.

Caso especial

Quando um dos fatores é 0, o produto é igual a 0.

Por exemplo:

$0 \times 12 = 0$ (nenhuma parcela)

$3 \times 0 = 0 + 0 + 0 = 0$

Orientações didáticas

Multiplicação

O contexto do exemplo **1** permite propor um debate com a turma. Pergunte: "Vocês acreditam que a carga horária de 40 aulas semanais é uma quantidade razoável ou excessiva para o trabalho do professor? Por quê?". Questionamentos como esse contribuem para o desenvolvimento da capacidade de argumentação não matemática dos estudantes.

Em seguida, explore o conteúdo do boxe de sugestão e comente com os estudantes que a LDB serve à educação como a Constituição serve ao conjunto da legislação brasileira. Explique que a LDB abriu espaço para consolidar medidas que ampliaram o acesso ao ensino no Brasil e melhoraram seu financiamento. Ressalte que, assim como a Constituição, a LDB vem sendo atualizada, incluindo temas que foram ganhando importância na sociedade.

Proponha aos estudantes que pesquisem na internet sobre a LDB e escrevam um pequeno texto dissertativo explicando os motivos que tornam a LDB um marco para a educação brasileira. Enfatize a necessidade de utilizar fontes de pesquisa idôneas, como o *site* do Ministério da Educação ou a Subchefia para Assuntos Jurídicos da Casa Civil (disponível em: https://www.planalto.gov.br/ccivil_03/; acesso em: 15 jun. 2022), por exemplo.

Outra forma de pensar e resolver o problema apresentado no exemplo **1** é associá-lo a uma situação de proporcionalidade:

- em 1 semana ——— 40 aulas
- em 5 semanas ——— 5×40 aulas

O exemplo **2** foi resolvido por adição de parcelas iguais e, também, poderia ter sido apresentada uma organização retangular das 5 fileiras com 16 estudantes em cada uma.

Orientações didáticas

Atividades

Nas atividades **1** e **2**, é desenvolvida a noção de multiplicação como adição de parcelas iguais em contextos que envolvem a contagem dos estudantes de uma escola e medidas de tempo.

A configuração retangular associada à multiplicação é explorada nas atividades **3** e **4**. Espera-se que os estudantes utilizem multiplicações para obter o total de bolinhas ou de pastilhas; no entanto, caso eles optem por usar outro procedimento, valorize as estratégias pessoais e peça a eles que as compartilhem com a turma.

O contexto de pontuações feitas por um time de futebol em um campeonato é explorado nas atividades **5** e **6**. Em determinados casos, os estudantes utilizam multiplicações e adições; reforce que são expressões aritméticas (ou expressões numéricas), que estudarão mais adiante. Além disso, verifique se eles percebem que 0 (zero) ponto significa que o time não pontuou.

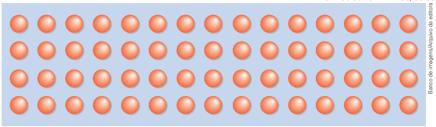
Atividades

Faça as atividades no caderno.

1. Em uma escola há 8 turmas, cada uma com 30 estudantes. Quantos estudantes há nessa escola? 240 estudantes.

2. O ano letivo tem 40 semanas. Cada estudante fica na escola 20 horas por semana quando comparece todos os dias. Se determinado estudante não falta nenhum dia, quantas horas por ano ele fica na escola? 800 horas.

3. Quantas bolinhas há na figura a seguir? No caderno, indique por meio de uma multiplicação e calcule. $4 \times 15 = 60$ ou $15 \times 4 = 60$; 60 bolinhas.

Banco de imagens/Arquivo da editora

4. Em uma parede revestida com pastilhas quadradas, há 60 fileiras de 120 pastilhas. Quantas pastilhas foram usadas para revestir a parede? 7 200 pastilhas.

Texto para as atividades **5** e **6**.

No Campeonato Brasileiro de Futebol masculino, cada time ganha 3 pontos quando vence uma partida, 1 ponto quando empata e não pontua quando perde.

5. No Campeonato Brasileiro de 2020, o campeão, Flamengo, terminou com 21 vitórias, 8 empates e 9 derrotas.

a) Quantos pontos o Flamengo ganhou com as 21 vitórias? 63 pontos.

b) Quantos pontos ele ganhou com os 8 empates? 8 pontos.

c) Quantos pontos ele ganhou com as 9 derrotas? Nenhum ponto.

d) Com quantos pontos o Flamengo foi campeão? 71 pontos.

6. No mesmo campeonato de 2020, o time Grêmio terminou com 14 vitórias, 17 empates e 7 derrotas. Quantos pontos o Grêmio fez nesse campeonato? 59 pontos.

7. Para disputar o Campeonato Paulista de Futebol masculino de 2021, cada time podia inscrever, no máximo, 26 jogadores. Os 16 times participantes inscreveram o máximo possível de jogadores. Quantos jogadores foram inscritos no campeonato? 416 jogadores.

8. Em uma loja de calçados, um modelo de par de sapatos custa R$ 48,00. No ano passado, foram vendidos 20 736 pares desse modelo. Qual foi o total das vendas, em reais, desse modelo no ano passado? R$ 995.328,00.

Leia esta tirinha de Bill Watterson para fazer as atividades **9** e **10**.

© 1986 Bill Watterson/Dist. by Andrews McMeel Syndication

WATTERSON, Bill. *Calvin & Haroldo* – E foi assim que tudo começou. São Paulo: Conrad/Editora do Brasil, 2010. p. 41. Tradução: Luciano Machado e Adriana Schwartz. (As aventuras de Calvin & Haroldo, 1987).

9. Como o Calvin falou que não entende nada de Matemática, vamos ajudá-lo a efetuar as multiplicações apresentadas nos cartões. Efetue no caderno e explique a um colega como você fez cada cálculo.

287 280
40×7182

2 024 000
880×2300

163 200
102×1600

5 639 025
805×7005

10. Calvin pode ter uma ideia dos resultados das multiplicações fazendo estimativas.
Por exemplo, em 40×7182, podemos pensar que o resultado será um pouco maior do que:

$$40 \times 7000 = 280\,000$$

Já em 880×2300, podemos pensar que dá um pouco menos do que:

$$900 \times 2300 = 2\,070\,000$$

a) Faça uma estimativa para 102×1600. Exemplo de resposta: $1600 \times 100 = 160\,000$.

b) E outra para 805×7005. Exemplo de resposta: $800 \times 7000 = 5\,600\,000$.

Mais sobre a calculadora

No capítulo **2**, apresentamos a calculadora e você conheceu algumas das teclas e funções. Agora, acompanhe como podemos calcular o resultado de 607×33 usando a calculadora.

Primeiro, ligue a calculadora utilizando a tecla ON/C; em seguida, digite os algarismos 6, 0 e 7 (nessa ordem). Vai aparecer o número 607 na tela:

Agora, pressione a tecla × e, em seguida, os algarismos 3 e 3. Você pode perceber que o número 607 é substituído na tela pelo número 33:

Finalmente, pressione a tecla =. Vai aparecer o resultado 20 031 na tela:

20031

Ilustrações: Banco de imagens/Arquivo da editora

Atividades

11. Efetue as multiplicações da atividade 9 com o auxílio de uma calculadora e confira se suas estimativas da atividade 10 estão razoáveis. $102 \times 1600 = 163\,200$; $805 \times 7005 = 5\,639\,025$.

12. Elabore um problema cuja resposta seja 168 e que possa ser resolvido com as operações indicadas nos cartões a seguir. Exemplo de resposta: No sábado, um cinema vendeu 6 ingressos de R$ 36,00 e no domingo vendeu 12 ingressos de R$ 32,00. Qual foi a diferença entre os totais arrecadados nesses dias? Resposta: R$ 168,00.

$12 \times 32 = 384$ $6 \times 36 = 216$ $384 - 216 = 168$

13. Calcule as multiplicações a seguir e compare os resultados. Os resultados são iguais.

a) 666×33 21 978

b) $(666 \times 33) \times 1$ 21 978

Propriedade do elemento neutro da multiplicação:
O produto de um número natural por 1 é igual ao próprio número.

Orientações didáticas

Atividades

Após os estudantes lerem a tirinha, comente que nó é uma unidade de medida de velocidade que corresponde ao deslocamento de 1 milha marítima (aproximadamente 1 852 m) em 1 hora.

As atividades **9** e **10** permitem a exploração de estimativas de resultados de multiplicações, nas quais os estudantes devem propor o arredondamento dos fatores para estimar os produtos. Além disso, para avaliar as estimativas, eles devem efetuar as multiplicações. A leitura e interpretação da tirinha apresentada permite o trabalho interdisciplinar com **Língua Portuguesa**.

Mais sobre a calculadora

Providencie previamente calculadoras para a turma. Caso não haja calculadoras suficientes para todos, peça aos estudantes que se organizem em grupos.

Atividades

As atividades **11** e **12** exploram o uso da calculadora, enquanto a atividade **13** apresenta aos estudantes a propriedade do elemento neutro da multiplicação. Proponha a eles que façam as atividades desta seção em duplas, o que pode favorecer a troca de ideias e a cooperação.

Proposta para o professor

Caso queira ampliar o trabalho com a calculadora, leia a referência a seguir, que apresenta o relato de uma experiência de utilização da calculadora em sala de aula.

LORENTE, Francisco Manoel Pereira. *Utilizando a calculadora nas aulas de Matemática*. Disponível em: http://www.diaadiaeducacao.pr.gov.br/portals/pde/arquivos/371-4.pdf. Acesso em: 20 abr. 2022.

Orientações didáticas

Dobro, triplo e quádruplo

Trabalhar com a noção de dobro, triplo e quádruplo permite ao estudante retomar os fatos básicos da multiplicação e ampliar esse conhecimento, para mais adiante compreender o conceito de múltiplo de um número natural. Esse conhecimento também é base para outros assuntos, como problemas de partilha de uma quantidade em partes desiguais e aqueles que envolvem a noção de proporcionalidade.

Atividades

Nas atividades **14** a **16** são exploradas as noções de dobro, triplo e quádruplo. Elas devem ser feitas individualmente, para que se verifique a compreensão de cada estudante sobre o assunto. Se julgar necessário, após a resolução, proponha uma conversa em duplas para que os estudantes exponham os procedimentos utilizados na resolução de cada atividade, propiciando que percebam inadequações e façam eventuais retificações.

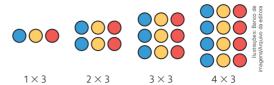
Dobro, triplo e quádruplo

O **dobro** de um número equivale a 2 vezes esse número. Por exemplo, o dobro de 10 é 2×10, que é igual a 20.

O **triplo** de um número equivale a 3 vezes esse número. Por exemplo, o triplo de 10 é 3×10, que é igual a 30.

O **quádruplo** de um número equivale a 4 vezes esse número. Por exemplo, o quádruplo de 10 é 4×10, que é igual a 40.

Verifique a seguir os 3 círculos representados e, na sequência, a representação do dobro, do triplo e do quádruplo da quantidade desses círculos.

Ilustrações: Banco de imagens/Arquivo da editora

Atividades

Faça as atividades no caderno.

14. Copie o quadro no caderno e, em seguida, complete-o preenchendo as colunas.

Número	Dobro	Triplo	Quádruplo
1	2	3	4
5	10	15	20
22	44	66	88
104	208	312	416
0	0	0	0
n	$2n$	$3n$	$4n$

15. Em uma adição de 3 parcelas, a primeira é 18, a segunda é o dobro da primeira e a terceira é o triplo da segunda. Qual é a soma? 162

16. Doze pessoas ganharam na loteria. O prêmio foi repartido da seguinte maneira:

- 3 pessoas receberam R$ 100.264,00 cada uma;
- 2 pessoas receberam R$ 74.466,00 cada uma;
- as demais receberam R$ 32.182,00 cada uma.

Qual foi o valor do prêmio? R$ 674.998,00

Nas próximas atividades vamos apresentar mais algumas propriedades da multiplicação.

17. Temos que:

- $5 \times 8 = 8 + 8 + 8 + 8 + 8$
- $8 \times 5 = 5 + 5 + 5 + 5 + 5 + 5 + 5 + 5$

Quanto é 5×8? E 8×5? 40; 40.

18. Determine os produtos. Depois, compare os resultados obtidos. Os resultados são iguais.

a) 72×15 1 080

b) 15×72 1 080

Faça as atividades no caderno.

Propriedade comutativa da multiplicação:

Em uma multiplicação de 2 ou mais números naturais, a ordem dos fatores não altera o produto (o resultado).

Você pode usar essa propriedade para conferir o resultado de uma multiplicação. Invertendo a ordem dos fatores e refazendo a operação, deve-se obter o mesmo resultado.

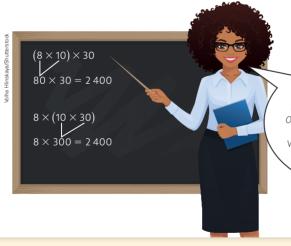
19. Vamos multiplicar os números 14, 20 e 50 em 3 expressões diferentes. Calcule primeiro a multiplicação entre parênteses e, por fim, compare os resultados. Os resultados são iguais.

a) $(14 \times 20) \times 50$ 14000

b) $14 \times (20 \times 50)$ 14000

c) $(14 \times 50) \times 20$ 14000

Propriedade associativa da multiplicação:

Na multiplicação de 3 números naturais, associando os 2 primeiros ou os 2 últimos, obtemos resultados iguais.

Para multiplicar 3 ou mais números naturais, podemos escolher 2 fatores quaisquer para multiplicar primeiro. O resultado deve ser multiplicado pelo outro fator, e assim por diante. Você pode escolher a associação que preferir para facilitar os cálculos a serem feitos.

Orientações didáticas

Atividades

As atividades **17** a **19** apresentam as propriedades comutativa e associativa da multiplicação. Sugerimos que peça aos estudantes que as façam em duplas, o que enriquecerá o aprendizado deles. Ao final, faça uma resolução coletiva, destacando na lousa o que afirmam essas propriedades, mostrando, até mesmo, o uso delas.

Proposta para o estudante

Um pai é 20 anos mais velho que o filho dele. Hoje, a idade do pai é o dobro da idade do filho. Quantos anos tem cada um deles?

Resolução: A diferença entre as idades de pai e filho é 20 anos. Então, precisamos descobrir um par de números em que um seja o dobro do outro e a diferença entre eles seja 20. Esses números são 40 e 20. O estudante deve perceber que, quando a idade do filho for igual à diferença das idades, o pai terá o dobro da idade do filho. Ou que, dobrando a idade que o pai tinha quando o filho nasceu (que corresponde à diferença das idades), a idade correspondente do filho será igual à diferença das idades (metade da idade do pai).

Orientações didáticas

Cálculo mental

Nesta seção, propomos procedimentos de cálculo mental para aumentar o repertório de estratégias dos estudantes na resolução de problemas envolvendo cálculos de adição, subtração e multiplicação.

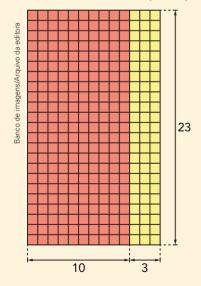
Atividades

Nas atividades **20** a **22**, incentive os estudantes a fazer os cálculos mentalmente. Sugerimos que eles os resolvam em duplas. Percorra a sala enquanto os estudantes trabalham na tarefa; faça intervenções incentivando-os a descrever qual foi a estratégia pensada e a registrar as dificuldades. Proponha uma correção coletiva, ressaltando os pontos que geraram dúvidas.

Propriedade distributiva da multiplicação

Aqui apresentamos a propriedade distributiva da multiplicação em relação à adição. Essa propriedade é importante para estratégias de cálculo mental e no cálculo algébrico, que será estudado a partir do 7º ano do Ensino Fundamental.

É interessante apresentar essa propriedade por meio de uma interpretação geométrica utilizando um retângulo quadriculado para mostrar, por exemplo, $23 \times 13 = 23 \times (10 + 3)$.

Banco de imagens/Arquivo da editora

Cálculo mental

A decomposição de números em centenas, dezenas e unidades pode nos ajudar a fazer cálculos mentalmente. Acompanhe os exemplos a seguir.

Exemplo 1

Para calcular $67 + 84$, podemos pensar assim:

$67 = 60 + 7$ e $84 = 80 + 4$

$60 + 80 = 140$ e $7 + 4 = 11$

$140 + 11 = 151$

Então, $67 + 84 = 151$.

Podemos também pensar como a Juliana:

De 67 para 70 faltam 3... Tirando 3 de 84 para adicionar a 67, a conta fica 70 + 81, que é 151!

Juliana.

Tartila/Shutterstock

Exemplo 2

Agora, vamos calcular $183 - 128$.

De 128 para 130 faltam 2.

De 130 para 180 faltam 50.

De 180 para 183 faltam 3.

Então, de 128 para 183 faltam $2 + 50 + 3$;

logo, $183 - 128 = 55$.

Exemplo 3

Para calcular 12×53, podemos pensar:

$53 = 50 + 3$

$12 \times 50 = 600$ e $12 \times 3 = 36$

$600 + 36 = 636$

Logo, $12 \times 53 = 636$.

Confira o resultado usando a calculadora.

Acompanhe a maneira de calcular de Henrique.

$12 = 10 + 2$

$10 \times 53 = 530$ e $2 \times 53 = 106$

$530 + 106 = 636$

Henrique.

tynyuk/Shutterstock

Atividades

Faça as atividades no caderno.

As próximas atividades devem ser resolvidas em dupla. Efetue os cálculos mentalmente e explique ao colega a estratégia que você utilizou. Escreva as respostas no caderno.

20. Resolva as adições.

a) $175 + 44$ 219 **b)** $92 + 53$ 145 **c)** $168 + 94$ 262

21. Efetue as subtrações.

a) $93 - 56$ 37 **b)** $140 - 72$ 68 **c)** $2\,025 - 1\,998$ 27

22. Agora, calcule as multiplicações.

a) 12×33 396 **b)** 7×42 294 **c)** 5×86 430

Propriedade distributiva da multiplicação

Explicamos anteriormente uma maneira de fazer o cálculo mental de 12×53 que decorre da igualdade:

$$12 \times (50 + 3) = (12 \times 50) + (12 \times 3)$$

Multiplicamos cada parcela por 12 e depois adicionamos os resultados. Aplicamos, assim, a chamada **propriedade distributiva da multiplicação em relação à adição**.

Propriedade distributiva da multiplicação em relação à adição:

O produto de um número por uma soma indicada por 2 ou mais parcelas é igual à soma dos produtos daquele número pelas parcelas.

Atividades

Faça as atividades no caderno.

23. Considere a operação $15 \times (20 + 40)$.

a) Calcule o resultado fazendo a adição e, depois, a multiplicação. $15 \times 60 = 900$

b) Agora, multiplique cada parcela da expressão e faça, por último, a adição. $300 + 600 = 900$

c) Qual modo você acha mais fácil? Resposta pessoal.

24. A uma partida da seleção brasileira de basquetebol, compareceram 10 050 espectadores. O ingresso comum custava R$ 40,00 e foram vendidos 980 ingressos para as cadeiras especiais por R$ 105,00 cada um.

a) Quantas pessoas adquiriram ingressos comuns? 9070 pessoas.

b) Arredonde os números e faça uma estimativa da arrecadação obtida com a venda dos ingressos comuns. Exemplo de resposta: $9000 \times 40 = 360000$; aproximadamente R$ 360.000,00.

c) Estime a arrecadação obtida com a venda dos ingressos para as cadeiras especiais. Depois, estime a arrecadação com a venda de todos os ingressos citados.

d) O que a expressão $40 \times (10050 - 980)$ pode representar? A arrecadação obtida com a venda dos ingressos comuns.

e) Calcule o valor exato da arrecadação com todos os ingressos e confirme sua resposta com uma calculadora. R$ 465.700,00

25. Elabore um problema que possa ser resolvido mentalmente efetuando-se:

$$30 \times 24 = 30 \times (20 + 4) = 600 + 120 = 720$$

Exemplo de resposta: Do início ao fim do mês de abril, quantas horas se passam? Resposta: 720 horas.

24. c) Exemplo de resposta: $980 \times 100 = 98000$; $360000 + 98000 = 458000$; aproximadamente R$ 98.000,00 e R$ 458.000,00, respectivamente.

Expressões aritméticas

Qual é a medida de massa?

A medida de massa de uma vaca equivale a 29 arrobas mais 6 quilogramas.

Qual é a medida de massa dessa vaca, em quilogramas?

Como 1 arroba corresponde a 15 quilogramas, a medida de massa da vaca, em quilogramas, é $(29 \times 15) + 6$. Vamos calcular o valor dessa **expressão numérica**. Os parênteses indicam a operação a ser feita primeiro.

$$(29 \times 15) + 6 = 435 + 6 = 441$$

Então, a medida de massa desse animal é de 441 quilogramas.

Para calcular o valor de expressões numéricas com adições, subtrações e multiplicações, calculamos primeiro as multiplicações. Depois, calculamos as adições e as subtrações na ordem em que aparecem. E, se houver parênteses na expressão numérica, calculamos primeiro as operações dentro deles seguindo essas regras.

Acompanhe o exemplo a seguir.

Ilustra cartoon/Arquivo da editora

Orientações didáticas

Atividades

As atividades **23** a **25** exploram a propriedade distributiva da multiplicação em relação à adição. Peça aos estudantes que façam essas atividades individualmente. Depois, apresente a correção na lousa. Ao corrigir o item **d** da atividade **24**, peça a alguns voluntários que compartilhem as respostas com a turma. É possível que eles utilizem palavras diferentes, mas que expressam a mesma resposta.

Solicite aos estudantes que façam a atividade **25** em duplas e que, no final, cada um resolva o problema elaborado pelo colega.

Expressões aritméticas

Na BNCC

Este tópico favorece o desenvolvimento da habilidade **EF06MA03** ao propor a resolução e a elaboração de problemas envolvendo expressões numéricas com números naturais.

O trabalho feito aqui com expressões aritméticas retoma e amplia o que foi visto no 5º ano. Para que os estudantes percebam a ordem em que as operações de adição, subtração e multiplicação devem ser feitas em uma expressão aritmética, podem ser retratadas situações cotidianas com material manipulável, como no caso de obter o total de frutas quando se compram 2 dúzias de bananas e 3 laranjas. Os estudantes devem perceber que a situação, que poderá ser encenada e vivenciada por eles, pode ser descrita pela seguinte expressão aritmética, que traduz o total de frutas compradas.

$$3 \times 12 + 3 = 15$$

Explore a situação apresentada em "Qual é a medida de massa?" com a turma, revendo as unidades de medida de massa e suas relações:

1 arroba = 15 quilogramas;

1 quilograma = 1 000 gramas.

Proposta para o estudante

Resolva as multiplicações a seguir mentalmente, aplicando algumas das propriedades estudadas dessa operação. Depois, explique a um colega como você pensou e que propriedades aplicou.

Possíveis estratégias de cálculo mental:

a) $17 \times 1 \times 10 = 17 \times 10 = 170$ (uso da propriedade do elemento neutro da multiplicação).

b) $30 \times 20 = 3 \times 10 \times 2 \times 10 = (3 \times 2) \times (10 \times 10) = 6 \times 100 = 600$ (uso da propriedade associativa da multiplicação).

c) $21 \times 30 = 20 \times 30 + 1 \times 30 = 30 \times 20 + 30 = 600 + 30 = 630$ (uso das propriedades distributiva em relação à adição, comutativa e do elemento neutro da multiplicação).

d) $5 \times 37 = 5 \times (30 + 7) = 5 \times 30 + 5 \times 7 = 150 + 35 = 185$ (uso da propriedade distributiva da multiplicação em relação à adição).

Orientações didáticas

Atividades

As atividades desta seção envolvem expressões numéricas com números naturais, com foco nas operações de adição, subtração e multiplicação. Caminhe pela sala de aula enquanto os estudantes realizam as atividades propostas. Verifique se todos compreenderam o passo a passo para resolver uma expressão numérica e auxilie-os em caso de dúvidas.

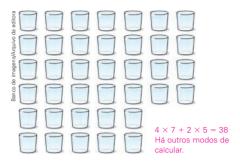
Valorize as diferentes estratégias e resoluções possíveis. Em particular, na atividade **26**, apresente aos estudantes a resolução:

$6 \times 7 - 2 \times 2 =$
$= 42 - 4 = 38$

Faça as atividades no caderno.

26. Quantos copos há nesta cena? Escreva uma expressão aritmética e calcule o valor dela.

Banco de imagens/Arquivo da editora

$4 \times 7 + 2 \times 5 = 38$ Há outros modos de calcular.

As imagens não estão representadas em proporção.

27. Guilherme e Gustavo fizeram 2 provas no processo seletivo para um estágio.

a) Para descobrir a pontuação que cada um obteve, calcule o valor das expressões numéricas a seguir. Se houver sinais de associação, faça primeiro o que está entre parênteses e depois o que está entre colchetes.

1ª prova

Guilherme: $6 \times 4 - 5 + 3 \times 3$ 28

Gustavo: $22 - 2 \times 3 \times 2 + 6 \times 1$ 16

2ª prova

Guilherme: $13 \times [5 - 2 \times (11 - 9)]$ 13

Gustavo: $17 - 2 \times (3 + 5 \times 1 - 8)$ 17

b) Agora, adicione as pontuações e responda: Quem obteve mais pontos? Quantos a mais? Guilherme; 8 pontos a mais.

28. Descubra os algarismos *A*, *B* e *C* na multiplicação a seguir e, depois, responda: Quanto é $(A + B) \times (C - B)$? $A = 1$, $B = 2$, $C = 5$; 9

$$\begin{array}{rrr} & 2 & C \\ \times & & C \\ \hline A & B & 5 \end{array}$$

29. Cássio é confeiteiro e está preparando os doces (10 dúzias de brigadeiros, 8 dúzias e meia de quindins, 75 olhos de sogra, 9 dúzias de cajuzinhos e 68 beijinhos) e os salgados (17 dúzias de empadinhas, 15 dúzias e meia de coxinhas, 18 dúzias de croquetes e 195 bolinhas de queijo) de uma festa de casamento.

30. Exemplo de resposta: Em um mercado, trabalham 12 auxiliares, 8 caixas e 2 gerentes. O salário de cada auxiliar é R$ 1.200,00, de cada caixa é R$ 1.423,00 e dos gerentes, R$ 4.517,00 cada um. Qual é o total da despesa desse mercado com salários? Resposta: R$ 34.818,00.

Ilustra Cartoon/Arquivo da editora

a) Quantos doces Cássio está preparando para a festa de casamento? 473 doces.

b) E quantos salgados? 801 salgados.

30. Elabore um problema a ser resolvido com emprego de calculadora para efetuar o seguinte cálculo: $12 \times 1200 + 8 \times 1423 + 2 \times 4517$. Dê a resposta do problema.

Proposta para o professor

O texto indicado a seguir apresenta uma sugestão de atividade envolvendo expressões numéricas, com a utilização de um jogo como ferramenta de ensino.

- SANTANA DE SOUSA, M. F.; LEITE FUNATO, R. Jogo ASMDP: um instrumento para ensino de expressões numéricas. *Revista BOEM*, Florianópolis, v. 6, n. 10, p. 103-122, 2018. Disponível em: https://www.revistas.udesc.br/index.php/boem/article/view/11904. Acesso em: 30 abr. 2022.

Na olimpíada

Faça as atividades no caderno.

Encha as salas

(Obmep) Os 1641 alunos de uma escola devem ser distribuídos em salas de aula para a prova da Obmep. As capacidades das salas disponíveis e suas respectivas quantidades estão informadas na tabela abaixo:

Capacidade máxima de cada sala	Quantidade de salas disponíveis
30	30
40	12
50	7
55	4

Qual a quantidade mínima de salas que devem ser utilizadas para essa prova? Alternativa **b**.

a) 41 **b)** 43 **c)** 44 **d)** 45 **e)** 47

Rodízio de filhos

(Obmep) Um casal e seus filhos viajaram de férias.

Como reservaram dois quartos em um hotel por 15 noites, decidiram que, em cada noite, dois filhos dormiriam no mesmo quarto de seus pais, e que cada filho dormiria seis vezes no quarto dos pais. Quantos são os filhos do casal? Alternativa **a**.

a) 5
b) 6
c) 7
d) 8
e) 9

As imagens não estão representadas em proporção.

Reprodução/Obmep, 2015.

Os prédios vizinhos

(Obmep) Os edifícios *A* e *B* da figura não possuem janelas em suas laterais e têm o mesmo número de janelas na parte de trás. O edifício *A* tem mais janelas na frente do que atrás; já o edifício *B* tem mais janelas atrás do que na frente.

Qual é o número total de janelas nos dois edifícios? Alternativa **c**.

a) 21
b) 23
c) 44
d) 46
e) 48

Reprodução/Obmep, 2018.

Orientações didáticas

Na olimpíada

O objetivo das 3 questões propostas *Na olimpíada* é desafiar os estudantes, com vista a incentivar a criatividade e o espírito investigativo.

Sugerimos dividir a turma em 3 grandes grupos e propor uma questão para cada grupo, que deverá fazer uma leitura compartilhada do enunciado, discutir as informações e o que é solicitado para elucidar a compreensão do texto. Cada grupo deve propor estratégias de resolução e elaborar um modo de apresentação do que fizeram para o restante da turma. Os estudantes podem organizar um tutorial com o passo a passo da resolução e divulgá-lo como um texto corrido, uma apresentação oral, um cartaz, uma postagem em rede social ou até mesmo um *podcast*. Incentive-os a utilizar diferentes tipos de ferramenta.

Orientações didáticas

Divisão

Na BNCC

Este tópico favorece o desenvolvimento da habilidade **EF06MA03** ao explorar a resolução e a elaboração de problemas envolvendo divisão com números naturais, empregando diferentes estratégias com e sem uso de calculadora. As atividades propostas no *Participe* favorecem o desenvolvimento da **CG02**, da **CEMAT02** e da **CEMAT04**, uma vez que permitem a utilização de estratégias pessoais de resolução, estimulando o espírito crítico e investigativo. Os TCTs *Educação Alimentar e Nutricional, Educação em Direitos Humanos* e *Saúde* podem ser desenvolvidos nas discussões acerca da desigualdade social e da alimentação adequada, promovidas a partir do contexto do boxe *Participe*, além de mobilizar a **CG09**. Os contextos explorados na seção *Atividades* favorecem a mobilização da **CEMAT01**, assim como o trabalho com a calculadora mobiliza a **CEMAT05**.

Nas 2 primeiras páginas deste tópico, exploramos o significado da divisão como repartição em partes iguais, retomando os termos da divisão e trabalhando com divisões exatas (com resto zero).

A situação inicial proposta em "Grupos de quantos?" sugere a distribuição dos estudantes em grupos, situação cotidiana de sala de aula. Se julgar oportuno, amplie a discussão para o caso de sobrarem estudantes nessa distribuição. Pergunte o que deveria ser feito então. Como na situação exposta não houve "sobra", dizemos que a divisão é exata, ou seja, tem resto zero. Ressalte esse fato para a turma.

Ao tratar dos demais exemplos, converse com os estudantes sobre o significado de operação inversa, incentivando-os a verificar que a divisão (exata) é a operação inversa da multiplicação.

CAPÍTULO 6

Divisão

EF06MA03
EF06MA32

Divisão

Grupos de quantos?

A professora preparou uma lista com 8 temas de trabalhos para a turma fazer.

Ilustra Cartoon/Arquivo da editora

As imagens não estão representadas em proporção.

Ela distribuiu os 32 estudantes da sala em 8 grupos com quantidades iguais de estudantes. Cada grupo vai fazer um dos trabalhos.

Quantos estudantes vão ficar em cada grupo? Dividimos os 32 estudantes pelos 8 grupos:

Ilustra Cartoon/Arquivo da editora

Perceba que:

$32 = 8 \times$ ▭

▭ $= 4$, pois $8 \times 4 = 32$.

Portanto, cada grupo vai ficar com 4 estudantes.

Participe

Faça as atividades no caderno.

I. Um *show* promoveu a arrecadação de alimentos para serem doados a instituições de caridade. Foram arrecadados 720 000 quilogramas de alimentos que foram repartidos igualmente entre 6 instituições.

a) Para saber quanto cada uma recebeu, qual operação devemos fazer? Divisão: 720000 ÷ 6.

b) Qual é o resultado dessa operação? 120000

c) Como podemos confirmar a resposta? Fazendo a operação inversa, ou seja, multiplicando 120000 por 6.

d) Qual é o total de quilogramas que cada instituição recebeu? 120000 quilogramas.

e) E qual é o resultado de 720 000 dividido pela quantidade de quilogramas que cada instituição recebeu? 720000 ÷ 120000 = 6

II. Uma das instituições apresenta unidades de atendimento no interior e decidiu repartir igualmente entre elas a quantidade de alimentos que recebeu. Cada unidade de atendimento ficou com 24 000 quilogramas.

a) Sabendo com quantos quilogramas cada unidade de atendimento ficou, qual operação devemos fazer para saber quantas unidades eram? Divisão: 120000 ÷ 24000.

b) Quantas unidades eram? 5

c) Qual operação podemos fazer para confirmar essa resposta? Qual é o resultado? Multiplicação: 5 × 24000 = 120000.

Dividir é repartir em quantidades iguais ou calcular quantos grupos podem ser formados.

Na divisão a seguir, 32 é o **dividendo** e 8 é o **divisor**. O resultado, 4, é o **quociente**. Verifique:

$$32 \div 8 = 4$$

Para indicar uma divisão, podemos usar o sinal ÷ ou :.

$$32 \div 8 = 4 \text{ ou } 32 : 8 = 4\text{, pois } 4 \times 8 = 32$$

O **quociente** é o número que devemos multiplicar pelo divisor para obter o dividendo.

Acompanhe outros exemplos.

Luna tem 28 atividades para resolver em 4 dias antes da volta às aulas. Quantas atividades ela deve resolver por dia sabendo que fará a mesma quantidade em cada um deles?

Podemos representar a divisão que resolve esse problema no algoritmo usual:

dividendo ← 28 | 4 → divisor
resto ← 0 | 7 → quociente

28 (dividendo) ÷ 4 (divisor) = 7 (quociente), pois 7 × 4 = 28

Logo, Luna deve resolver 7 atividades por dia.

A divisão desse problema tem resto 0, portanto é uma divisão **exata**. A divisão é **não exata** quando o resto é diferente de 0, como você vai estudar mais adiante.

A palavra **quociente** deriva da língua latina e significa "quantas vezes". Efetuar, por exemplo, a divisão 32 ÷ 8 é uma maneira de saber quantas vezes 8 cabe em 32.

A divisão é a **operação inversa** da multiplicação. Por exemplo:

divisão →
28 ÷ 4 = 7
28 = 4 × 7
← multiplicação

Orientações didáticas

Participe

No boxe *Participe*, são propostas 2 atividades que exploram a divisão nas quais os estudantes expõem suas hipóteses e/ou conhecimentos e apresentam estratégias pessoais de resolução, estimulando o espírito crítico e investigativo.

Proponha que façam as atividades em duplas ou trios e que comentem a solidariedade e as desigualdades sociais explorando o contexto das atividades.

Proponha ainda algumas reflexões, como: "De que modo podemos ajudar as pessoas em situação de vulnerabilidade social da nossa comunidade?"; "Que políticas públicas devem ser incentivadas para garantir que todas as pessoas tenham acesso à alimentação adequada?".

Incentive-os durante as discussões a exercitar a empatia, o diálogo e o respeito à opinião dos colegas, sem deixar de levar em consideração os direitos humanos.

Orientações didáticas

Participe

Comente com os estudantes que, em fevereiro de 2010, o Direito humano à alimentação adequada (DHAA) foi incluído entre os direitos sociais previstos no artigo 6º da Constituição Federal. (Fonte dos dados: BRASIL. Presidência da República. *Direito humano à alimentação adequada*. *Consea*. Brasília, DF: Presidência da República, [201-]. Disponível em: http://www4.planalto.gov.br/consea/conferencia/documentos/folder-direito-humano-a-alimentacao-adequada. Acesso em: 29 abr. 2022.)

Essa discussão favorece o desenvolvimento dos TCTs *Educação Alimentar e Nutricional*, *Educação em Direitos Humanos* e *Saúde.*

Um grupo de estudantes do 6º ano organizou uma campanha de doação de roupas. Foram arrecadadas 120 peças de roupa que serão distribuídas igualmente entre 4 instituições.

Laura, Pedro e Denis propuseram organizar as peças arrecadadas de maneiras diferentes. Acompanhe.

- Laura propôs que as roupas sejam organizadas em 2 caixas, já que há poucas caixas disponíveis.

$$120 \div 2 = 60$$

Assim, Laura propôs que as peças sejam distribuídas em 2 partes iguais, ou seja, cada caixa terá **metade** da quantidade de peças. A metade de 120 é 60.

- Pedro acha melhor organizar as roupas em 3 caixas, pois estão em um grupo com 3 integrantes.

$$120 \div 3 = 40$$

Assim, Pedro propôs que as peças sejam distribuídas em 3 partes iguais, ou seja, cada caixa com a **terça parte** do total de peças. A terça parte de 120 é 40.

- Já Denis disse que o ideal seria organizar as roupas em 4 caixas, uma vez que as roupas serão doadas a 4 instituições diferentes.

$$120 \div 4 = 30$$

Assim, Denis quer que as peças sejam distribuídas em 4 partes iguais, ou seja, a **quarta parte** do total de peças será colocada em cada caixa. A quarta parte de 120 é 30.

Quantos grupos?

A divisão também é usada para descobrir a quantidade de grupos. Acompanhe um exemplo.

Uma bibliotecária quer organizar 624 livros em seções de 24 livros em cada uma. Quantas seções serão criadas na biblioteca?

Ilustra Cartoon/Arquivo da editora

Podemos resolver esse problema utilizando o algoritmo usual da divisão.

$$624 = \underbrace{24 + 24 + 24 + \ldots}_{\text{Quantas seções?}}$$

Algoritmo	Explicação
624 | 24	Montamos o algoritmo usual da divisão. Temos que 6 centenas divididas por 24 não resulta em pelo menos 1 centena. Assim, trocamos 6 centenas por 60 dezenas e adicionamos as 2 dezenas existentes, totalizando 62 dezenas.
624 | 24 14 2	62 dezenas divididas por 24 é igual a 2 dezenas, restando 14 dezenas ($2 \times 24 = 48$ e $62 - 48 = 14$).
624 | 24 144 2	Trocamos as 14 dezenas por 140 unidades e adicionamos as 4 unidades existentes, obtendo 144 unidades.
624 | 24 144 26 0	144 unidades divididas por 24 é igual a 6 unidades, restando 0 unidade.

Logo, a bibliotecária vai criar 26 seções de livros.

Atividades

Faça as atividades no caderno.

1. Para que a turma respondesse a um questionário com 48 perguntas, o professor decidiu dividir igualmente os 30 estudantes em grupos de 6.

a) Quantos grupos foram formados? 5 grupos.

b) Cada estudante do grupo deveria responder à mesma quantidade de questões. A quantas questões cada estudante respondeu? A 8 questões.

2. Faltam 504 horas para o aniversário da professora Ana Paula. Os estudantes se reuniram para organizar uma festinha. Eles encomendaram 900 docinhos na cantina da escola. Para embalar os doces, a cantina usa caixas com capacidade para 45 unidades cada uma.

a) Quantos dias faltam para o aniversário de Ana Paula? E quantas semanas faltam? 21 dias; 3 semanas.

b) Quantas caixas serão necessárias para embalar os 900 docinhos? 20 caixas.

c) Se os 900 docinhos fossem distribuídos em caixas, todas com a mesma quantidade de doce, quantos doces teriam de caber em cada caixa? Não é possível calcular, pois não foi informada a quantidade de caixas.

Proposta para o professor

Fale com os estudantes sobre o Sistema Nacional de Segurança Alimentar e Nutricional, responsável pelo monitoramento e pela avaliação da segurança alimentar e nutricional do país. Para saber mais, visite:

BRASIL. Ministério da Cidadania. *Sistema Nacional de Segurança Alimentar e Nutricional*. Brasília, DF: Ministério da Cidadania, [20--?]. Disponível em: https://www.gov.br/cidadania/pt-br/acesso-a-informacao/carta-de-servicos/desenvolvimento-social/inclusao-social-e-produtiva-rural/sistema-nacional-de-seguranca-alimentar-e-nutricional. Acesso em: 29 abr. 2022.

3. Regina nasceu em Olímpia, um município do interior de São Paulo, distante 432 quilômetros da capital do estado.

a) Para viajar de Olímpia a São Paulo, quantos litros de gasolina Regina vai gastar se o carro dela percorre 12 quilômetros com 1 litro desse combustível? 36 litros.

b) Se Regina usar um carro movido a etanol, que percorre 8 quilômetros com 1 litro, quantos litros de etanol serão necessários para essa viagem? 54 litros.

c) Em um posto em Olímpia, 3 litros de etanol custam o mesmo que 2 litros de gasolina. Com que tipo de combustível a viagem é mais econômica? O gasto é o mesmo com os 2 tipos de combustível.

4. Marília é uma das ganhadoras de um prêmio de R$ 481.110,00 que será repartido igualmente entre 203 ganhadores. Quanto Marília receberá de prêmio? Faça o cálculo no caderno e confira o resultado aplicando a operação inversa. R$ 2.370,00

5. Responda às perguntas.

a) Quantos meses há em 240 dias? Considere que 1 mês tem 30 dias. 8 meses.

b) Quantas semanas há em 210 dias? 30 semanas.

c) Quantas horas há em 365 dias? 8 760 horas.

d) Quantas dúzias há em 6 dezenas? 5 dúzias.

6. Segundo o texto sobre a modalidade paralímpica *goalball*, apresentado na abertura desta Unidade, as partidas duram 27 minutos no total, já incluindo 1 intervalo de 3 minutos. Sabendo que a partida é dividida em 2 tempos de mesma duração, quantos minutos dura cada tempo? 12 minutos.

7. Na divisão, cada termo recebe um nome. Escreva e nomeie no caderno todos os termos no cálculo da quarta parte de 36. $36 \div 4 = 9$; 36: dividendo; 4: divisor; 9: quociente (o resto é 0).

Usando a calculadora para dividir

No capítulo 5, mostramos como calcular o resultado de uma multiplicação usando a calculadora. Agora, vamos utilizá-la para calcular o resultado da divisão 2 024 ÷ 22.

Primeiro, ligue a calculadora utilizando a tecla ON/C; em seguida, digite os algarismos 2, 0, 2 e 4 (nessa ordem). Vai aparecer o número 2 024 na tela:

2024

Agora, pressione a tecla ÷ e, em seguida, os algarismos 2 e 2. Você pode perceber que o número 2 024 foi substituído na tela pelo número 22:

22

Finalmente, pressione a tecla =. Vai aparecer o resultado 92 na tela:

92

Ilustrações: Banco de imagens/Arquivo da editora

Atividades

Faça as atividades no caderno.

8. Uma compra no valor de R$ 3.255,00 vai ser paga com uma entrada de R$ 995,00 e mais 4 prestações mensais de mesmo valor sem nenhum acréscimo. Qual será o valor de cada prestação? R$ 565,00

9. Em um experimento na aula de Ciências, Rosa coloca uma jarra vazia sobre uma balança e lê no mostrador 450 gramas. Então, ela despeja na jarra 2 copos de água e a indicação passa a ser 810 gramas. Quanto a balança vai indicar se a jarra tiver 5 copos de água? 1 350 gramas.

10. Sabino quer comprar escrivaninhas iguais e cadeiras iguais para mobiliar o escritório. Com R$ 825,00, ele pode comprar 3 escrivaninhas. Para comprar 4 escrivaninhas e 6 cadeiras, ele precisa de R$ 2.228,00. Ficou decidido que serão compradas 5 escrivaninhas e 10 cadeiras. Quanto Sabino vai gastar nessa compra? R$ 3.255,00

Orientações didáticas

Atividades

As atividades **1** a **3** desenvolvem ideias associadas à divisão. Proponha aos estudantes que as resolvam individualmente e identifiquem o significado da divisão associado a cada situação.

Na atividade **1**, para obter a quantidade de grupos formados, no item **a**, a ideia associada é a de "quantas vezes cabe"; já no item **b**, para saber quantas questões cada estudante respondeu, deve-se usar a repartição em partes iguais (a mesma quantidade de questões para cada estudante). Essa reflexão sobre as questões fortalece a compreensão da divisão.

O item **c** da atividade **2** traz um problema com falta de um dado, não sendo possível resolvê-lo. Verifique se os estudantes percebem isso.

Os estudantes podem ter dificuldade para efetuar divisões com números de ordens maiores, por isso sugerimos corrigir coletivamente a atividade **4** depois que todos realizarem os cálculos. Entendemos que a discussão dos procedimentos usados pelos estudantes e a apresentação do passo a passo do algoritmo usual na lousa contribuirão para sanar possíveis dúvidas e proporcionar mais autoconfiança na realização das demais atividades.

Na atividade **5**, além do conhecimento de divisão, os estudantes precisam mobilizar seus conhecimentos de medidas de intervalo de tempo e de agrupamentos de contagem, como dúzia e dezena.

A atividade **6** retoma o tema apresentado na abertura da Unidade. Para saber a duração de cada partida descontando o intervalo, calculamos $27 - 3 = 24$, ou seja, 24 minutos. Para saber a duração de cada tempo, fazemos $24 \div 2 = 12$, ou seja, 12 minutos.

Usando a calculadora para dividir

Providencie previamente calculadoras para a turma. Caso não haja calculadoras suficientes para todos, peça aos estudantes que se organizem em grupos.

Orientações didáticas

Atividades

Nas atividades **11** e **12**, os estudantes devem elaborar problemas envolvendo divisões. A atividade **12** é um desafio para eles. Se julgar necessário, proponha que a resolvam em duplas. Dê um tempo para realizarem a tarefa individualmente e, depois, peça a alguns deles que apresentem seus problemas na lousa. Discuta com a turma os enunciados, validando-os ou não, e peça a todos que contribuam entre si para dar mais clareza às questões e/ou acertar alguma condição que não foi cumprida.

Expressões numéricas com as 4 operações

Na BNCC

Este tópico favorece o desenvolvimento da habilidade **EF06MA03** ao propor a resolução e a elaboração de problemas envolvendo expressões numéricas com números naturais.

Atividades

As atividades desta seção envolvem o trabalho com expressões numéricas com números naturais e as 4 operações matemáticas básicas.

11. Exemplo de resposta: Uma volta no planeta Terra tem aproximadamente 40 000 quilômetros. Se um avião fizesse uma viagem de 1 volta na Terra voando a 800 quilômetros por hora, quantas horas levaria? Resposta: 50 horas.

Faça as atividades no caderno.

11. Copie e complete o problema a seguir no caderno de modo que ele possa ser resolvido por uma divisão: Uma volta no planeta Terra tem aproximadamente 40 000 quilômetros. ▒▒▒▒▒

12. Elabore um problema cuja resposta seja 11 e que possa ser resolvido efetuando-se as operações a seguir.

$12 \times 12 = 144$

$732 + 852 = 1584$

$1584 \div 144 = 11$

Exemplo de resposta: Uma fábrica vende botões embalados em caixas de 1 grosa (12 dúzias). Para atender a um pedido, foram produzidos 732 botões em uma semana e 852 na semana seguinte. De quantas caixas era esse pedido? Resposta: 11 caixas.

Expressões numéricas com as 4 operações

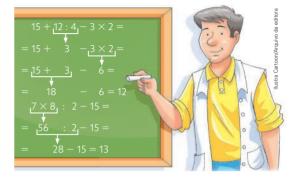
Para calcular o valor de expressões numéricas com as operações de adição, subtração, multiplicação e divisão, devemos seguir algumas etapas.

1ª) Efetuamos as multiplicações e as divisões na ordem em que aparecem.

2ª) Efetuamos as adições e as subtrações na ordem em que aparecem.

3ª) Se houver sinais de associação, fazemos primeiro o que está entre parênteses, seguindo as regras anteriores, e depois o que está entre colchetes.

Acompanhe os exemplos.

Ilustra Cartoon/Arquivo da editora

Atividades

Faça as atividades no caderno.

13. Giovana calculou o valor das expressões numéricas a seguir e concluiu que todas têm resultado ímpar. Calcule você também e verifique se Giovana está certa ou errada. Giovana está certa.

a) $2 + 3 \cdot 4 + 16 : 2 - 7 - 2 \cdot 4$ 7

b) $(3 \cdot 10 + 12) : (4 + 5 \cdot 2)$ 3

c) $113 - 7 \cdot 8 : (3 - 1 \cdot 2)$ 57

d) $32 : [(4 \cdot 2 + 32 : 4) \cdot 2]$ 1

14. Elabore 2 expressões numéricas, ambas com os números 5, 10, 20 e 40 na mesma ordem, e com as operações de adição, multiplicação e divisão, de modo que os valores delas sejam diferentes. Registre-as no caderno. Exemplo de resposta: $40 \div 20 + 10 \times 5 = 52$ e $(40 + 20 \times 10) \div 5 = 48$.

15. Três pessoas foram à feira e compraram laranjas e bananas na mesma barraca. No quadro a seguir, há um resumo de quanto cada uma delas gastou.

Consumidor	Compra	Total gasto
Nice	3 dúzias de laranjas e 4 dúzias de bananas	R$ 39,00
Paulo	5 dúzias de bananas	R$ 30,00
Fernanda	4 dúzias de laranjas e 3 dúzias de bananas	▒▒▒▒▒

a) Quanto a dúzia de bananas custou? R$ 6,00

b) Quanto Nice pagou pelas 3 dúzias de laranjas? R$ 15,00

c) Quanto Fernanda gastou? R$ 38,00

16. Para uma sessão de cinema foram vendidos 28 ingressos de adultos a R$ 30,00 cada um e os demais foram meia-entrada. Deseja-se saber quantas pessoas pagaram meia-entrada sabendo que nessa sessão foram arrecadados R$ 1.380,00.

a) Escreva uma expressão numérica cujo valor seja a resposta desse problema. $(1\,380 - 28 \times 30) \div 15$

b) Qual é a resposta desse problema? 36

17. Elabore um problema que possa ser resolvido mentalmente efetuando-se operações de adição, multiplicação e divisão. Depois, troque com um colega para que ele resolva o problema que você criou e você resolva o dele. Exemplo de resposta: Quatro amigos foram a uma lanchonete e dividiram igualmente uma conta de 2 sucos e 8 salgadinhos. Cada suco custou R$ 10,00, e cada salgadinho, R$ 6,00. Quanto cada um dos amigos gastou? Resposta: R$ 17,00.

Divisão com resto

Torneio de vôlei

O professor de Educação Física vai organizar um torneio de vôlei masculino com os estudantes. Se cada equipe de vôlei tem 6 jogadores, quantas equipes, no máximo, podem ser formadas com 320 meninos?

Ilustra Cartoon/Arquivo da editora

Podemos resolver esse problema usando o algoritmo usual da divisão:

$320 \,|\underline{6}$

Montamos o algoritmo usual da divisão. Temos que 3 centenas divididas por 6 não resulta em pelo menos 1 centena. Assim, trocamos 3 centenas por 30 dezenas e adicionamos as 2 dezenas existentes, obtendo 32 dezenas.

$320 \,|\underline{6}$
2 5

32 dezenas divididas por 6 é igual a 5 dezenas, restando 2 dezenas.

$320 \,|\underline{6}$
20 5

Restaram 2 dezenas, que podem ser trocadas por 20 unidades (já que o algarismo na ordem das unidades do dividendo é 0).

dividendo → 320 |6 ← divisor
−20 53 ← quociente
resto → 2

20 unidades divididas por 6 é igual a 3 unidades, restando 2 unidades. Essa divisão é não exata, pois o resto é diferente de 0.

Logo, podem ser formadas 53 equipes de 6 estudantes cada uma e sobram 2 estudantes.

Ainda considerando esse exemplo, multiplicando o divisor pelo quociente, obtemos a quantidade de estudantes que formam as 53 equipes:

$$53 \times 6 = 318$$

Adicionando a esse produto a quantidade de estudantes que sobraram (resto), temos o total de meninos:

Perceba que a quantidade de estudantes que sobraram (resto da divisão) é menor do que a quantidade de elementos de cada equipe (divisor da divisão). Por quê? Se sobrassem 6 ou mais estudantes, o que seria feito? Seria formado mais um grupo com 6 estudantes.

Na divisão, sempre temos o resto menor do que o divisor:

$$\text{resto} < \text{divisor}$$

Orientações didáticas

Divisão com resto

Na BNCC

Este tópico favorece o desenvolvimento da habilidade **EF06MA03** ao explorar a resolução e a elaboração de problemas envolvendo divisão de números naturais com resto.

Na situação proposta em "Torneio de vôlei", tratamos da divisão com resto diferente de zero (divisão não exata) e apresentamos a relação fundamental da divisão:

$$(\text{dividendo}) =$$
$$= (\text{quociente}) \cdot (\text{divisor}) + (\text{resto})$$

Apresente aos estudantes a seguinte situação: "Carla tem uma coleção de botões organizados em cartelas com 10 botões em cada uma. Hoje ela ganhou mais 27 botões." Pergunte: "Quantas cartelas ela conseguirá completar?"; "Sobraram botões fora da cartela?". Espera-se que os estudantes percebam que se trata de uma situação de divisão em que há sobra. Deixe que eles exponham suas hipóteses e possam comprová-las. Se necessário, permita que utilizem material manipulativo ou desenhos. Ao final, peça que registrem os passos do algoritmo usual para essa divisão.

Explore com os estudantes os possíveis restos de uma divisão por um determinado número. Pergunte a eles: "Quais são os possíveis restos em uma divisão por 5?" (0, 1, 2, 3 e 4); "E quais são os possíveis restos quando dividimos por 9?" (0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 e 8). Garanta que todos tenham compreendido que em uma divisão o resto é sempre menor que o divisor.

Proposta para o professor

Uma sugestão de atividade para abordar o conceito de divisão de números naturais é o Jogo do Nim. No artigo a seguir são apresentadas atividades que podem ser utilizadas caso considere oportuno:

MELO, Carlos Alberto V. de. O jogo do Nim: um problema de divisão. *Revista do Professor de Matemática (RPM)*, Rio de Janeiro, n. 6, 1985. Disponível em: https://www.rpm.org.br/cdrpm/6/13.htm. Acesso em: 19 abr. 2022.

Orientações didáticas

Atividades

Sugerimos que as atividades desta seção sejam realizadas em duplas para que a troca de ideias favoreça o aprendizado.

As atividades **18** a **20** envolvem divisões com resto diferente de zero em variados contextos. Reforce que em muitos casos o resto é importante para a solução do problema.

Na atividade **21**, por exemplo, o item **c** pode ser resolvido de 2 maneiras: uma delas é considerar a produção dos 3 dias e, assim, determinar a quantidade de caixas cheias e a de palitos que sobram; outra é utilizar as respostas obtidas nos itens anteriores e triplicar a quantidade de caixas cheias e a de palitos que sobram em um dia. Assim, sobram mais de 40 palitos, sendo necessário reorganizá-los para encher mais caixas. Discuta com os estudantes essas 2 estratégias de resolução.

As atividades **22** e **23** ampliam e consolidam o conhecimento que os estudantes já têm da divisão não exata, propondo uma reflexão sobre as condições dos termos de uma divisão e a identificação do termo faltante conhecidos os demais. No item **b** da atividade **23**, instigue os estudantes a expor suas hipóteses e apresentar argumentos para validá-las. Como em uma divisão o resto é sempre menor que o divisor, discuta o significado de obter resto 7 em uma divisão por 5. Podem surgir respostas do tipo: "A divisão foi feita de maneira errada" ou "Significa que ainda dá para continuar a dividir e que 7 não é o resto final", entre outras.

A divisão em um contexto de medidas é trabalhada na atividade **25**. Discuta com os estudantes: "Uma pessoa pode dirigir continuamente por 21 horas? O que isso pode acarretar?". Ressalte a importância do resto e o que ele significa nesse contexto: as horas que faltam para completar 21 horas dirigindo.

Faça as atividades no caderno.

18. Mário é professor de Educação Física. No colégio em que ele trabalha, 124 estudantes jogam voleibol. Com quantas equipes, no máximo, Mário pode organizar um campeonato dessa modalidade esportiva? Quantos estudantes sobram? 20 equipes; 4 estudantes.

19. Lara e Nicole são irmãs gêmeas nascidas no dia 16 de fevereiro de 2012, ano bissexto. No 5º aniversário delas, quantas semanas de vida elas completaram? 261 semanas.

> Cada ano tem 365 dias, e os anos bissextos, que ocorrem a cada 4 anos, têm 366 dias.
> No capítulo 9 você vai conhecer mais regras que definem quando um ano é bissexto ou não.

Lopolo/Shutterstock

De acordo com dados divulgados pela Universidade de São Paulo (USP), entre 2002 e 2014, somente na cidade de São Paulo (SP), houve aumento de cerca de 30% no número de nascimento de gêmeos.

20. Contando a partir de um domingo, em que dia da semana cai o milésimo dia? Sexta-feira.

21. Uma indústria de fósforos produz caixas com 40 palitos em cada uma delas. Se a produção diária é de 64 267 palitos:

a) Essa produção dá para preencher quantas caixas? 1 606 caixas.

b) Quantos palitos sobram? 27 palitos.

c) Em 3 dias, quantas caixas são preenchidas? Quantos palitos sobram? 4 820 caixas; 1 palito.

22. Nas turmas do 6º ano de uma escola há 183 estudantes. Os professores de História e Geografia resolveram levar todos esses estudantes para visitar um museu. Para tanto, foi preciso fretar ônibus de uma companhia local. Sabendo que cada ônibus pode levar, no máximo, 30 pessoas (além do motorista) e que haverá 1 professor em cada veículo, quantos ônibus foram necessários? 7 ônibus. Em cada ônibus haverá 1 professor, então pode haver, no máximo, 29 estudantes. 183 ÷ 29 = 6 e resto 9. Logo, para levar todos os estudantes, são necessários 7 ônibus.

23. Responda às perguntas.

a) Em uma divisão, o quociente é 103, o divisor é 45 e o resto é o maior possível. Qual é o dividendo? 4 679

b) Em uma divisão, o resto é 7, o quociente é 3 e o divisor é 5. Essa divisão é possível ou impossível? Por quê? Impossível; porque o resto não pode ser maior do que o divisor.

24. Leia cada afirmação a respeito da operação de divisão e indique no caderno se ela está certa ou errada.

a) O quociente pode ser menor do que o divisor. Certa.

b) O quociente pode ser maior do que o divisor. Certa.

c) O resto pode ser menor do que o quociente. Certa.

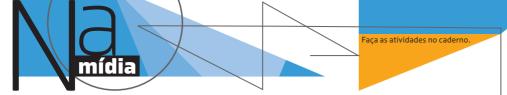
d) O resto pode ser maior do que o quociente. Certa.

e) O resto pode ser menor do que o divisor. Certa.

f) O resto pode ser maior do que o divisor. Errada.

25. Um caminhoneiro fez uma viagem de 1 680 quilômetros e a cada hora em que dirigia ele percorreu 80 quilômetros.

a) Em quantas horas dirigindo ele concluiu a viagem? 21 horas.

b) Sabendo que ele dirigia durante 8 horas por dia, quantos dias e horas durou o percurso da viagem? 2 dias e 5 horas.

Água potável

2. d) Exemplo de resposta: Para fazer uma salada de frutas para um evento, um *chef* de cozinha usou 1 kg de banana, 500 g de maçã e 1 kg de pêssego. Qual foi o total de água gasto, em litro, somente na produção desses produtos? Resposta: 2 111 L.

Na cidade em que você vive há serviços para o tratamento da água? Você sabe dizer qual é a importância do acesso à água potável? Converse com os colegas e o professor.

De acordo com dados da Unicef (sigla em inglês do órgão Fundo das Nações Unidas para a Infância), em 2020, 1 em cada 4 pessoas não tinha água potável gerida de maneira segura nas residências e quase metade da população mundial não tinha acesso a serviços de saneamento básico.

A água potável do planeta está se tornando mais escassa. De acordo com a Agência Nacional de Águas e Saneamento Básico (ANA), estima-se que mais de 97% da água existente no mundo é salgada e não é adequada ao nosso consumo direto nem à irrigação da plantação. Dos menos de 3% de água doce, a maior parte (69%) é de difícil acesso, pois está concentrada nas geleiras, 30% são águas subterrâneas e apenas 1% encontra-se nos rios.

Fontes dos dados: UNICEF. *Bilhões de pessoas não terão acesso a água potável, saneamento e higiene em 2030, a menos que o progresso quadruplique – alertam a OMS e o UNICEF*. Disponível em: https://www.unicef.org/guineabissau/pt/comunicados-de-imprensa/bilh%C3%B5es-de-pessoas-n%C3%A3o-ter%C3%A3o-acesso-%C3%A1gua-pot%C3%A1vel-saneamentso-e-higiene-em. BRASIL. Ministério do Desenvolvimento Regional. Água no mundo. *Agência Nacional de Águas e Saneamento Básico (ANA)*. Disponível em: https://www.gov.br/ana/pt-br/acesso-a-informacao/acoes-e-programas/cooperacao-internacional/agua-no-mundo. Acesso em: 11 mar. 2022.

1. Faça o que é pedido em cada item. Respostas pessoais.

a) Relacione as tarefas diárias em que você e as pessoas que moram com você fazem uso da água.

b) De acordo com dados da Organização das Nações Unidas (ONU), cada pessoa necessita de cerca de 100 litros de água por dia para atender às necessidades básicas de consumo e higiene. Considerando a quantidade de pessoas que moram na sua casa e o consumo médio mensal de água na residência (consulte a conta de água dos últimos meses), compare o consumo por dia e por pessoa com o recomendado pela ONU.

Fonte dos dados: NAÇÕES UNIDAS. *Água*. Disponível em: https://unric.org/pt/agua/. Acesso em: 14 mar. 2022.

c) Compare suas respostas com as de um colega e produzam um texto com propostas para redução do consumo de água em cada residência.

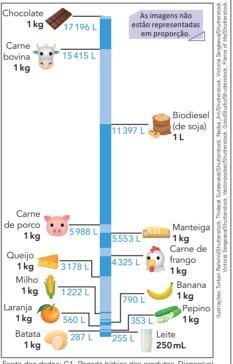
2. Analise no infográfico os dados de pegada hídrica de alguns produtos.

a) Pesquise o que significa **pegada hídrica**. Você já conhecia esse conceito?

b) Organize os dados desse infográfico em uma tabela.

c) Suponha que uma família consome 1 kg de carne bovina por semana. Após 4 semanas (quase 30 dias), qual é o total de litros de água gasto para a produção dessa carne? 61 660 L

d) Com base nas informações do infográfico, elabore um problema e peça a um colega que o resolva.

Pegada hídrica dos produtos

Fonte dos dados: G1. *Pegada hídrica dos produtos*. Disponível em: http://especiais.g1.globo.com/economia/crise-da-agua/pegada-hidrica-dos-produtos/. Acesso em: 14 mar. 2022.

2. a) A pegada hídrica se refere ao volume total de água utilizado na fabricação de um produto ao longo de toda a cadeia produtiva.

2. b) A resposta encontra-se na seção *Resoluções* deste Manual.

Orientações didáticas

Na mídia

Na BNCC

O trabalho com esta seção mobiliza com maior ênfase a **CG07**, a **CG09**, a **CG10**, a **CEMAT02**, a **CEMAT06** e a **CEMAT07**, assim como favorece o desenvolvimento da habilidade **EF06MA32** e dos TCTs *Educação Ambiental* e *Saúde* ao propor uma reflexão acerca de alguns aspectos relacionados à água, como o acesso à água potável, o consumo consciente e o desperdício de água.

O trabalho nesta seção se inicia com uma discussão sobre a importância do acesso à água potável. A resposta à primeira questão apresentada no texto dependerá do município em que a escola estiver localizada; no entanto, é importante explicar aos estudantes que os serviços de água tratada são aqueles que fornecem água potável de fontes localizadas, livre de contaminação e disponível quando necessário, além de possibilitar a utilização de banheiros, cujos resíduos são tratados e descartados com segurança. Na resposta à segunda questão, espera-se que os estudantes comentem que ações de saneamento têm influência direta na prevenção de doenças. O contato com o esgoto e o consumo de água sem tratamento também estão relacionados a altas taxas de mortalidade infantil. Enfatize que a relação entre saúde pública e tratamento de água e esgoto é tão intrínseca que, no Brasil, a vigilância e o controle sobre a qualidade da água são atribuições do Sistema Único de Saúde (SUS). Informe ainda aos estudantes que a legislação brasileira determina que toda água distribuída coletivamente deve ser objeto de vigilância e controle de qualidade, ou seja, todo cidadão deve receber em sua residência água tratada de acordo com o padrão de potabilidade exigido em lei.

Peça aos estudantes que se organizem em duplas para fazer as atividades propostas.

A atividade **1** contribui para o desenvolvimento da habilidade inferencial dos estudantes e da capacidade de argumentar usando raciocínio matemático, de acordo com fatos, dados e informações confiáveis. Também propicia o exercício de apresentação de defesa de ideias que promovem a conscientização socioambiental. Para responder ao item **b**, o estudante precisa: determinar a quantidade de meses a serem analisados (4 meses, por exemplo); adicionar os valores de consumo dos 4 últimos meses e dividir o resultado por 4 para obter o consumo médio mensal na residência (chamamos aqui de CMM); dividir CMM por 30 para obter o CMM por dia na residência; dividir esse último valor pelo número de pessoas da residência para obter o consumo de cada pessoa por dia; e então comparar esse último valor com 100 L. No item **c**, proponha aos estudantes que realizem uma prática de pesquisa, em fontes confiáveis, sobre dicas de economia de água. Seguem algumas: no banho, ensaboar-se com o chuveiro fechado e, ao escovar os dentes, fechar a torneira; verificar, periodicamente, se há vazamentos em torneiras ou descargas e providenciar o conserto; ensaboar toda a louça e enxaguá-la de uma só vez; juntar a roupa a ser lavada ocupando toda a máquina de lavar ou todo o tanque; molhar as plantas com regador e varrer o chão em vez de usar mangueira.

Na atividade **2**, os estudantes farão a leitura e a interpretação de um infográfico. O item **d** envolve a elaboração de problema com base nas informações apresentadas no infográfico. Solicite aos estudantes que compartilhem com toda a turma os problemas elaborados e ressalte a diversidade de questões que podem ser levantadas a partir de um único infográfico.

Orientações didáticas

Potência

Na BNCC

Este tópico favorece o desenvolvimento das habilidades **EF06MA03** ao explorar a resolução e a elaboração de problemas envolvendo a potenciação de números naturais, com e sem o uso de calculadora; e **EF06MA12** ao permitir estimar quantidades e aproximar números para múltiplos da potência de 10 mais próxima. A **CG09**, a **CG10** e o TCT *Processo de envelhecimento, respeito e valorização do Idoso* são mobilizados com maior ênfase ao propor uma discussão acerca da necessidade de garantir os direitos da população idosa do Brasil. Na seção *Atividades*, o trabalho interdisciplinar com a área de **Ciências da Natureza** e com o componente curricular **Língua Portuguesa** contribui para a mobilização da **CEMAT01**, assim como o trabalho com a calculadora mobiliza a **CEMAT05**. Ao explorar o contexto das brincadeiras populares, mobiliza-se com maior ênfase a **CG03**, valorizando uma manifestação cultural brasileira. A **CG02** é mobilizada em atividades em que os estudantes são levados a perceber que as propriedades matemáticas foram desenvolvidas por pessoas em virtude de necessidades.

O tópico explora o conceito e os termos da potenciação.

Aproveite o contexto da situação apresentada (árvore genealógica) e promova um debate sobre a população idosa no Brasil.

Comente com a turma que, segundo dados do Ministério da Saúde, em 2016 o Brasil tinha a 5ª maior população idosa do mundo e que se estima que, em 2030, a quantidade de idosos com mais de 60 anos ultrapassará o total de crianças entre 0 e 14 anos. Ressalte que, diante disso, é de extrema importância a criação e a manutenção de políticas públicas que atendam a essa população. (Fonte dos dados: EM 2030, Brasil terá a 5ª população mais idosa do mundo. *Jornal da USP*, São Paulo, 7 jun. 2016. Disponível em: https://jornal.usp.br/atualidades/em-2030-brasil-tera-a-quinta-populacao-mais-idosa-do-mundo/. Acesso em: 2 maio 2022.)

Converse e reflita com os estudantes sobre a necessidade de garantir os direitos das pessoas idosas.

CAPÍTULO 7

Potenciação

EF06MA02
EF06MA03
EF06MA12

Potência

Quantos bisavós?

Analise os retratos dos pais, avós e bisavós de Gabriela.

Ilustra Cartoon/Arquivo da editora

Você sabia que os direitos da pessoa idosa estão estabelecidos no Estatuto do Idoso? Para divulgar os direitos e inibir possíveis violações ao Estatuto, o Governo do Estado do Paraná e o Conselho Estadual dos Direitos do Idoso promovem campanhas que ficam disponíveis *on-line*. Para saber mais, visite: GOVERNO DO ESTADO DO PARANÁ. Secretaria da Justiça, Família e Trabalho. Conselho Estadual do Direito do Idoso. Disponível em: http://www.cedi.pr.gov.br/. Acesso em: 6 mar. 2022.

Os bisavós de Gabriela estão todos vivos. Quantos eles são?

De acordo com a árvore genealógica, temos que:

- Gabriela tem 2 pais (pai e mãe);
- cada um dos pais tem 2 pais (avós de Gabriela);
- cada um dos avós tem 2 pais (bisavós de Gabriela).

Ao todo, os bisavós de Gabriela são $2 \times 2 \times 2$. Portanto, são 8.

Participe

Faça as atividades no caderno.

I. De acordo com o esquema a seguir, responda às perguntas.

Wilson Jorge Filho/Arquivo da editora

a) Nele há 2 bolinhas azuis. Cada bolinha azul está ligada a 2 bolinhas cor-de-rosa. Quantas são as bolinhas cor-de-rosa? $2 \times 2 = 4$; 4 bolinhas cor-de-rosa.

b) Cada bolinha cor-de-rosa está ligada a 2 bolinhas verdes. Quantas são as bolinhas verdes? $4 \times 2 = 8$; 8 bolinhas verdes.

c) Cada bolinha verde está ligada a 2 bolinhas amarelas. Quantas são as bolinhas amarelas? $8 \times 2 = 16$; 16 bolinhas amarelas.

d) Cada bolinha amarela está ligada a 2 bolinhas marrons. Quantas são as bolinhas marrons? $16 \times 2 = 32$; 32 bolinhas marrons.

e) Para continuar o esquema, cada bolinha marrom será ligada a 2 bolinhas roxas. Quantas serão as bolinhas roxas? $32 \times 2 = 64$; 64 bolinhas roxas.

II. Agora, imagine que são 3 bolinhas azuis, cada uma ligada a 3 bolinhas cor-de-rosa, cada bolinha cor-de-rosa ligada a 3 bolinhas verdes, cada bolinha verde ligada a 3 bolinhas amarelas e cada bolinha amarela ligada a 3 bolinhas marrons.

a) Quantas serão as bolinhas cor-de-rosa? $3 \times 3 = 9$; 9 bolinhas cor-de-rosa.

b) E as verdes? $9 \times 3 = 27$; 27 bolinhas verdes.

c) E as amarelas? $27 \times 3 = 81$; 81 bolinhas amarelas.

d) E as marrons? $81 \times 3 = 243$; 243 bolinhas marrons.

O produto $2 \times 2 \times 2$, de 3 fatores iguais a 2, é exemplo de uma **potência**. Indicamos:

$$2 \times 2 \times 2 = 2^3$$

(Lemos a potência 2^3: “dois elevado à terceira” ou "dois elevado ao cubo".)

Ao efetuar uma multiplicação de fatores iguais, estamos realizando uma operação chamada **potenciação**. Na potenciação:

- a **base** é o fator que se repete;
- o **expoente** é a quantidade de vezes que o fator se repete.

expoente ↓

base → $2^3 = 8$ ← resultado da potenciação

Acompanhe outros exemplos.

Exemplo 1

$10 \times 10 \times 10 \times 10 = 10^4$ ← expoente (Lemos: “dez elevado à quarta”.)

↑ base

Temos:

$10^4 = \underbrace{10 \times 10 \times 10 \times 10}_{\text{4 fatores iguais à base}} = 10\,000$ ← 4ª potência de base 10, ou, simplesmente, 4ª potência de 10.

Exemplo 2

Vamos calcular o valor da potência de base 3 e expoente 5.

$$3^5 = 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 = 243$$

Atividades

Faça as atividades no caderno.

1. Eram 4 irmãos. Cada um tinha 4 automóveis. Cada automóvel, 4 rodas, e cada roda, 4 parafusos.

a) Quantos eram os automóveis? 16 automóveis.

b) Quantas rodas havia ao todo? 64 rodas.

c) E quantos parafusos? 256 parafusos.

2. Indique cada potência no caderno na forma de produto e calcule o valor.

a) 4^3 $4 \times 4 \times 4 = 64$

b) 1^4 $1 \times 1 \times 1 \times 1 = 1$

c) 2^5 $2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 32$

d) 2^6 $2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 64$

3. Escreva no caderno, usando uma potência, as multiplicações indicadas a seguir.

a) $7 \times 7 \times 7$ 7^3

b) $8 \times 8 \times 8 \times 8 \times 8$ 8^5

c) 12×12 12^2

d) $6 \times 6 \times 6 \times 6 \times 6 \times 6 \times 6$ 6^7

Orientações didáticas

Participe

Proponha situações com um arranjo de bolinhas de modo que, ao contar as bolinhas de determinada cor, observa-se o crescimento exponencial, presente no conceito de potenciação. Se achar interessante, explore outras situações do cotidiano nas quais os estudantes possam ver uma aplicação do conceito de potenciação.

Atividades

Nas 4 primeiras atividades, as situações propostas exploram o conceito de potenciação, o reconhecimento de seus termos e cálculos de potências. Proponha que as atividades sejam feitas individualmente; depois, corrija-as de maneira coletiva.

Proposta para o estudante

Para ampliar o trabalho com a habilidade **EF06MA03**, em especial para elaborar problemas que envolvam cálculos com números naturais, proponha aos estudantes a atividade a seguir.

Elabore um problema que envolva cálculo mental aproximado, com a resposta expressa como potência de 10, citando a população da Bahia com cerca de 14 985 284 pessoas e a de Alagoas com cerca de 3 365 351 pessoas. Depois, troque com um colega para que cada um resolva o problema que o outro elaborou.

Orientações didáticas

Atividades

Na atividade **5**, fale sobre a importância de não compartilhar notícias falsas (*fake news*) e sobre o impacto que a ação de compartilhar uma informação para "apenas" 10 pessoas causa cumulativamente.

As atividades restantes desta seção apresentam situações nas quais pode ser aplicado o conceito de potenciação. Mostre aos estudantes como a potenciação pode ser empregada em diferentes contextos da vida cotidiana, na resolução de problemas reais e, também, ao promover no estudante a consciência da importância do conhecimento. Essa relação fica especialmente aparente na atividade **8**, que explora o contexto da disseminação de um vírus que pode ser modelada por meio de um crescimento exponencial. Assim, discuta com os estudantes como foram essenciais as medidas de distanciamento social para diminuir o número de infectados pelo novo coronavírus (Sars-CoV-2), sugerindo um trabalho interdisciplinar com a área de **Ciências da Natureza**.

Pergunte aos estudantes: "E se uma pessoa com o vírus infectasse 5 outras pessoas após 1 dia, como ficaria o esquema? E qual seria a resposta à pergunta?" ($5 + 5^2 + 5^3 + 5^4 + 5^5 = 3\,905$). Ao final de 5 dias, outras 3 905 pessoas seriam infectadas por uma única pessoa inicial.

As imagens não estão representadas em proporção.

Faça as atividades no caderno.

4. Determine no caderno o valor da potência descrita em cada item.

a) A base é 2 e o expoente é 6. 64

b) A base é 0 e o expoente é 9. 0

c) A base é 10 e o expoente é 5. 100 000

d) A base é 6 e o expoente é 2. 36

5. Na segunda-feira, 10 pessoas ficaram sabendo de determinada notícia. Na terça-feira, cada pessoa contou essa notícia para outras 10, e estas, na quarta-feira, contaram, cada uma, para outras 10.

Ilustra Cartoon/Arquivo da editora

a) Quantas pessoas ficaram sabendo da notícia na terça-feira? 100 pessoas.

b) Quantas pessoas ficaram sabendo da notícia na quarta-feira? 1 000 pessoas.

c) Até quarta-feira, quantas pessoas já sabiam da notícia? 1 110 pessoas.

6. Qual número é maior:

a) 3^2 ou 2^3? 3^2

b) 4^2 ou 2^4? São iguais.

c) 5^2 ou 2^5? 2^5

d) 0^3 ou 0^5? São iguais.

7. Em um quadriculado, cada quadradinho é chamado célula. Quantas células há em cada um dos quadriculados representados a seguir? Indique por meio de potenciações com expoente 2.

a)

6^2

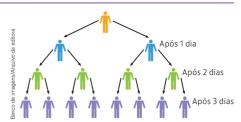
b)

8^2

Ilustrações: Banco de imagens/Arquivo da editora

8. Em fevereiro de 2020 foi confirmado no Brasil o primeiro caso de covid-19, doença causada pelo novo coronavírus. Essa doença contagiosa, por ter atingido grande número de pessoas no mundo todo, foi considerada uma **pandemia**.

O esquema a seguir mostra a disseminação do novo coronavírus, a partir da infecção de 1 pessoa, supondo que cada pessoa com o vírus infecte outras 2 pessoas após 1 dia.

Banco de imagens/Arquivo da editora

Se a disseminação desse vírus continuar se comportando do mesmo modo, quantas pessoas serão infectadas após 5 dias a partir da primeira pessoa infectada?

8. 62 pessoas. Ao final de 5 dias, outras 62 pessoas teriam sido infectadas por 1 pessoa inicial ($2 + 4 + 8 + 16 + 32 = 62$ ou $2^1 + 2^2 + 2^3 + 2^4 + 2^5 = 62$).

9. As imagens a seguir mostram estruturas com formato quadrado construídas com bolinhas de isopor e espetinhos de madeira.

Indique, na forma de potência de expoente 2, a quantidade de bolinhas em cada estrutura.

a)

2^2

b)

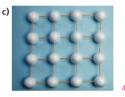
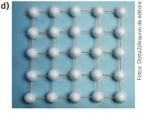
3^2

c)

4^2

d)

5^2

Fotos: Dotta2/Arquivo da editora

A segunda potência de um número é chamada **quadrado** de um número. Assim, 4^2 lemos "quatro ao quadrado", e o quadrado de 5 é 5^2 (lemos: "cinco ao quadrado").

Proposta para o professor

Indicamos a seguir dois textos que podem enriquecer a discussão sobre a pandemia de covid-19:

- BIERNATH, André. Vai passar ou piorar? Os cenários para a pandemia em 2022. *BBC*, Brasil, 31 dez. 2021. Disponível em: https://www.bbc.com/portuguese/internacional-59832726. Acesso em: 19 abr. 2022.
- LÓPEZ-GOÑI, Ignacio. Variante ômicron: como o vírus atua e como podemos nos proteger dele. *BBC*, Brasil, 20 dez. 2021. Disponível em: https://www.bbc.com/portuguese/geral-59734334. Acesso em: 19 abr. 2022.

10. Também podemos usar bolinhas de isopor e espetinhos de madeira para construir uma estrutura de formato parecido com um cubo, como mostra a imagem. Indique a potência de expoente 3 que representa a quantidade de bolinhas nessa estrutura. 2^3

Dotta2/Arquivo da editora

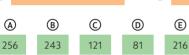
A terceira potência de um número é chamada **cubo** de um número.
Assim, o cubo de 2 é 2^3 (lemos: "dois ao cubo").

11. Calcule o quadrado e o cubo de cada número a seguir.

a) 5 25; 125. **b)** 8 64; 512. **c)** 10 100; 1 000. **d)** 15 225; 3 375.

12. Relacione no caderno as fichas indicadas por símbolos romanos com as fichas indicadas por letras.

Ⓘ cubo de 6 216
Ⓘ Ⓘ 4ª potência de 3 81
Ⓘ Ⓘ Ⓘ 5ª potência de 3 243
Ⓘ Ⓥ 8ª potência de 2 256
Ⓥ quadrado de 11 121

Ⓐ	Ⓑ	Ⓒ	Ⓓ	Ⓔ
256	243	121	81	216

I-E, **II-D**, **III-B**, **IV-A** e **V-C**.

13. Escreva no caderno, sem calcular, como se representa:

a) o dobro de 999; 2×999
b) o quadrado de 999; 999^2
c) o cubo de 999; 999^3
d) o triplo de 999; 3×999
e) o dobro do número natural *n*; $2 \times n$ ou $2n$.
f) o quadrado do número natural *n*; n^2
g) o cubo do número natural *n*; n^3
h) o triplo do número natural *n*. $3 \times n$ ou $3n$.

14. Calcule o valor das potências de base 10 e repare na quantidade de zeros em cada resultado.

a) 10^2 100
b) 10^3 1 000
c) 10^4 10 000
d) 10^5 100 000
e) 10^6 1 000 000
f) 10^7 10 000 000

15. Ao analisar os valores das potências da atividade anterior, o que se pode concluir? Qual é o valor da potência 10^{12}? Como se lê esse número? Exemplo de resposta: O valor da potência de base 10 é sempre o algarismo 1 seguido da quantidade de zeros indicada pelo expoente da potência; 1 000 000 000 000 (12 zeros); um trilhão.

16. Leia esta manchete de um jornal:

"A loteria pode pagar hoje o prêmio de 40 milhões"

Escreva no caderno o número 40 milhões como 4 vezes uma potência de 10 e explique aos colegas como você resolveu esta atividade. 4×10^7; explicação pessoal.

17. No caderno, elabore uma manchete de jornal para divulgar que a população brasileira, em 2021, era estimada em 213 945 000 citando o valor aproximado dessa população para a centena exata de milhão mais próxima. Depois, escreva esse número aproximado como um produto de um número natural menor do que 10 por uma potência de base 10.
Exemplo de resposta: A população brasileira, em 2021, era estimada em 200 milhões de pessoas; $2 \cdot 10^8$.

18. Elabore no caderno uma manchete de jornal para divulgar que, em 2019, foram registrados 68 948 849 voos no mundo citando o valor aproximado para a dezena exata de milhão mais próxima. Depois, escreva esse número aproximado como um produto de um número natural menor do que 10 por uma potência de base 10.
Exemplo de resposta: Em 2019, foram registrados cerca de 70 milhões de voos no mundo; $7 \cdot 10^7$.

Orientações didáticas

Atividades

As atividades **16** a **18** trabalham com manchetes de jornal e possibilitam a interdisciplinaridade com o componente curricular **Língua Portuguesa**.

Além das atividades propostas no Livro do Estudante, peça à turma que pesquise em *sites*, jornais e revistas outras notícias que envolvam conteúdos relacionados à Matemática, que podem extrapolar aqueles já estudados nesta Unidade. É uma boa oportunidade de fazer uma avaliação do conhecimento dos estudantes. Posteriormente, podem ser organizadas uma exposição com as notícias encontradas e uma discussão sobre a presença da Matemática em diversas áreas do conhecimento, valorizando sua utilização.

Proposta para o professor

A leitura sugerida a seguir traz propostas de trabalhos com notícias de jornais e revistas no ensino de Matemática:
COSTA, Orlando Pereira. *A Matemática por trás da notícia*: o uso de revistas e jornais em sala de aula. Universidade Estadual de Londrina, 2008. Disponível em: http://www.diaadiaeducacao.pr.gov.br/portals/pde/arquivos/1502-6.pdf. Acesso em: 2 maio 2022.

Orientações didáticas

Atividades

Nas atividades **19** e **20** e em outras atividades desta Unidade, é enfatizada a utilização da calculadora. Reforce a importância de empregar a calculadora como instrumento que possibilita a descoberta de padrões, como feito na atividade **20**. Esse tipo de atividade auxilia no desenvolvimento do espírito de investigação e da capacidade de produzir argumentos convincentes, recorrendo aos conhecimentos matemáticos para compreender determinado conceito da Matemática.

Expressões numéricas com potenciação

Neste tópico, iniciaremos o trabalho que será desenvolvido na Unidade temática *Álgebra* durante os Anos Finais do Ensino Fundamental. Ele retoma as habilidades trabalhadas no 5º ano, agregando a elas, neste momento, a operação de potenciação.

19. Apertei as seguintes teclas em uma calculadora:

Banco de imagens/Arquivo da editora

O resultado que apareceu no visor foi 390 625.

a) Qual potência calculei? 5^8 **b)** Quanto é 5^9? 1 953 125 **c)** E 5^7? 78 125

20. Com o auxílio de uma calculadora, calcule o valor de:

a) 11^3; 1 331 **b)** 11^4; 14 641 **c)** 11^5. 161 051

21. Analise os exemplos, perceba a regularidade e, sem o auxílio da calculadora, escreva no caderno o valor de cada potência.

$101^2 = 10\,201$ $1\,001^2 = 1\,002\,001$ $10\,001^2 = 100\,020\,001$

a) $100\,001^2$ 10 000 200 001 **b)** $1\,000\,001^2$ 1 000 002 000 001

Expressões numéricas com potenciação

Que número é?

Qual é o valor da expressão numérica $5 \cdot 10^3 + 6 \cdot 10^2 + 7 \cdot 10 + 8$?

Como $10^3 = 1000$ e $10^2 = 100$, temos:

$$5 \cdot 1000 + 6 \cdot 100 + 7 \cdot 10 + 8 =$$
$$= 5000 + 600 + 70 + 8 =$$
$$= 5678$$

O resultado procurado é 5 678.

Para calcular o valor de expressões numéricas com adições, subtrações, multiplicações, divisões e potenciações, primeiro efetuamos separadamente cada potenciação indicada. Em seguida, substituímos o valor de cada potência na expressão e, depois, efetuamos as demais operações indicadas.

Em expressões numéricas com parênteses dentro de colchetes, e estes dentro de chaves, devemos resolver primeiro as operações que estão entre os parênteses, em seguida entre colchetes e, por último, entre chaves, seguindo as demais ordens das operações.

Acompanhe os exemplos a seguir.

Exemplo 1

Vamos calcular $3 \cdot 2^4 + 2^5$.

Temos:

$2^4 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = 16$

$2^5 = 16 \cdot 2 = 32$

Então: $3 \cdot 2^4 + 2^5 =$

$= 3 \cdot 16 + 32 =$

$= 48 + 32 = 80$

Exemplo 2

Vamos calcular $6^2 - 3^2 + (2 + 1)^3$.

Temos:

$6^2 = 6 \cdot 6 = 36$

$3^2 = 3 \cdot 3 = 9$

$(2 + 1)^3 = 3^3 = 3 \cdot 3 \cdot 3 = 27$

Então: $6^2 - 3^2 + (2 + 1)^3 =$

$= 36 - 9 + 27 =$

$= 27 + 27 = 54$

Atividades

Faça as atividades no caderno.

22. Na brincadeira cabra-cega, Ricardo, de olhos vendados, tentava pegar cada um dos amigos. Vamos descobrir a ordem em que as crianças foram pegas calculando o valor das expressões a seguir. O valor de cada expressão corresponde a uma criança pega na brincadeira.

As imagens não estão representadas em proporção.

a) No caderno, associe o valor de cada expressão (indicado na camiseta) ao nome da criança.

Ⓐ $5 \cdot 2^3 + 7^2$ — 89; Maurício.

Ⓑ $5^2 \cdot 3 - 6^2 : 2$ — 57; Gabriela.

Ⓒ $3^2 \cdot 2^4 + 1$ — 145; Alexandre.

Ⓓ $2^4 - 3 \cdot 5 + 3^2$ — 10; André.

Ⓔ $2 \cdot 4^2 + 8^2 : 2^4$ — 36; Luciana.

Ⓕ $17 - 3 \cdot 2^2 + 2^5$ — 37; Priscila.

b) Agora, sabendo que as crianças foram pegas seguindo-se a ordem alfabética associada às expressões, de **A** até **F**, responda: Quem foi pego primeiro? Qual das crianças não foi pega? Maurício; Talita.

23. Quem é o dono de cada pipa? Qual número está na pipa cujo dono não conhecemos? Descubra calculando o valor das expressões no caderno. Raul: pipa 52; Marina: pipa 25; Lílian: pipa 48; e Gabriel: pipa 432; 81 é o número que está na pipa cujo dono não conhecemos.

Orientações didáticas

Atividades

Nas atividades **22** e **23**, são apresentadas brincadeiras populares. Pergunte aos estudantes se já conheciam essas brincadeiras e se o nome delas é o mesmo na região deles. Se achar interessante, levante com a turma os nomes que designam uma pipa nas diferentes regiões do Brasil.

Alerte os estudantes sobre os principais cuidados que devem ter ao empinar pipas: utilizar linha de algodão e sem cerol; não utilizar papel laminado; usar luvas; empinar em locais abertos distantes de fios elétricos e antenas; não empinar em dias chuvosos.

Proposta para o professor

Para ampliar a discussão sobre a importância da brincadeira, sugerimos os vídeos a seguir.

- CONEXÃO FUTURA. Importância do brincar no desenvolvimento infantil. *Conexão*. Canal Futura, YouTube, 25 maio 2017. Disponível em: https://youtu.be/COXY2O1lbE8. Acesso em: 24 abr. 2022.
- UNIFASE. A importância de brincar para o desenvolvimento humano. *Em Questão*. YouTube, 17 abr. 2017. Disponível em: https://www.youtube.com/watch?v=cPDKrc1EPzI. Acesso em: 24 abr. 2022.

Orientações didáticas

Atividades

Nas atividades **24** e **25,** são trabalhadas as expressões numéricas. Para auxiliar os estudantes com eventuais dificuldades neste tópico, proponha que as resolvam em duplas. Dê um tempo para realizarem a tarefa e depois peça a alguns deles que apresentem as resoluções na lousa. Discuta com a turma a necessidade de seguir uma ordem na realização das operações.

24. Calcule no caderno o valor das expressões.

a) $(5 + 1)^2 - 5 \cdot 6$ 6 **b)** $17 - (2 \cdot 2)^2 + (4 - 1)^3$ 28 **c)** $(8 : 2)^3 + (8 - 2)^2$ 100

25. Rogério e os colegas estão na biblioteca da escola escolhendo livros para ler.

Ilustra Cartoon/Arquivo da editora

a) Vamos descobrir quem retirou cada livro calculando o valor das expressões a seguir e associando, no caderno, os valores aos números escritos nas camisetas de cada criança.

Ⓐ *O menino do dedo verde*: $(3 + 2)^2 \cdot 4 - 100$ 0; Raquel.

Ⓑ *A história do livro*: $7 + (5 \cdot 2)^2 - (3^2 - 8)^5$ 106; Ana.

Ⓒ *Caçadas de Pedrinho*: $(5 + 2 \cdot 3)^2 - (17 - 2^4)$ 120; ninguém retirou esse livro.

Ⓓ *Um trem de janelas acesas*: $(3 + 2^2)^2 + 4 \cdot 5^2$ 149; Rogério.

Ⓔ *O Menino Maluquinho*: $(2^4 : 4^2)^{10} + (3^2 - 2^3)^9$ 2; Tales.

Ⓕ *Mano descobre o amor*: $(17 - 2 \cdot 2^3)^3 \cdot (2^5 - 3^3)^2$ 25; Luísa.

b) Agora, responda: Qual desses livros não foi retirado por nenhuma das crianças? Quem retirou o livro *Um trem de janelas acesas?* *Caçadas de Pedrinho*; Rogério.

Propriedades da potenciação

Acompanhe como fazemos para simplificar $10^4 \cdot 10^3$.

$$10^4 \cdot 10^3 = \underbrace{(10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10)}_{\text{4 fatores}} \cdot \underbrace{10 \cdot 10 \cdot 10}_{\text{3 fatores}} = \underbrace{10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10}_{\text{7 fatores}}$$

Então: $10^4 \cdot 10^3 = 10^{4+3} = 10^7$

Simplificar uma expressão numérica é transformá-la em uma expressão com menos operações e cujo valor seja o mesmo.

Nas atividades seguintes, vamos aprender propriedades da potenciação.

Proposta para o estudante

O livro indicado a seguir conta a história de um grupo de amigos que se depara com diversas situações que envolvem o cálculo de expressões aritméticas e as operações fundamentais:
RAMOS, Luzia Faraco. *O que fazer primeiro?* São Paulo: Ática, 2019.

Atividades

Faça as atividades no caderno.

26. Simplifique no caderno.

a) $3^6 \cdot 3^2$ 3^8

b) $2^5 \cdot 2^7$ 2^{12}

c) $2^3 \cdot 2^3 \cdot 2^4$ 2^{10}

d) $10^4 \cdot 10^3 \cdot 10^6 \cdot 10^7$ 10^{20}

27. Faça o que se pede em cada item.

a) No caderno, indique se cada igualdade é verdadeira ou falsa.

I. $2^4 \cdot 2^2 = 4^8$ Falsa.

II. $2^2 \cdot 2^3 = 2^6$ Falsa.

III. $2^{10} \cdot 2^2 \cdot 2^6 = 2^{18}$ Verdadeira.

b) Copie a frase no caderno e substitua ////////// pelo termo correto:

> Para simplificar o produto de potências de mesma base, conservamos a base e ////////// os expoentes.

adicionamos

28. Vamos simplificar $2^8 : 2^5$. Acompanhe:

$$2^8 : 2^5 = \frac{\cancel{2} \cdot \cancel{2} \cdot \cancel{2} \cdot \cancel{2} \cdot \cancel{2} \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2}{\cancel{2} \cdot \cancel{2} \cdot \cancel{2} \cdot \cancel{2} \cdot \cancel{2}} = \underbrace{2 \cdot 2 \cdot 2}_{\text{3 fatores}}$$

Então:

$$2^8 : 2^5 = 2^{8-5} = 2^3$$

Agora é sua vez! Simplifique no caderno.

a) $3^7 : 3^2$ 3^5

b) $10^6 : 10^4$ 10^2

c) $7^5 : 7^3$ 7^2

d) $12^4 : 12^2$ 12^2

29. Faça o que se pede.

a) Copie a frase no caderno e substitua ////////// pelo termo correto:

> Para simplificar o quociente de potências de mesma base, não nula, conservamos a base e ////////// os expoentes. subtraímos

b) Simplifique:

I. $10^7 : 10^2$ 10^5

II. $2^{12} : 2^7$ 2^5

III. $2^{19} : 2^{11}$ 2^8

30. A expressão $(9^2)^3$ indica uma potência de expoente 3 cuja base é a potência 9^2. Dizemos que se trata de uma potência de potência.

Vamos simplificar $(9^2)^3$.

$$(9^2)^3 = 9^2 \cdot 9^2 \cdot 9^2 = 9^{2+2+2} = 9^{3 \cdot 2}$$

Então: $(9^2)^3 = 9^{3 \cdot 2} = 9^6$

Agora é sua vez! Simplifique cada potência de potência no caderno.

a) $(3^5)^2$ 3^{10}

b) $(2^3)^4$ 2^{12}

c) $(5^6)^3$ 5^{18}

d) $(2^5)^4$ 2^{20}

31. Faça o que se pede em cada item.

a) Indique e simplifique:

I. A 5ª potência da 3ª potência de 8. $(8^3)^5 = 8^{15}$

II. A 10ª potência da 4ª potência de 25. $(25^4)^{10} = 25^{40}$

III. O quadrado do cubo de 10. $(10^3)^2 = 10^6$

IV. O cubo do cubo de 7. $(7^3)^3 = 7^9$

b) Copie a frase no caderno e substitua ////////// pelo termo correto:

> Para simplificar uma potência de potência, conservamos a base e ////////// os expoentes.

multiplicamos

Orientações didáticas

Atividades

As atividades **26** a **31** foram desenvolvidas de modo que os estudantes pudessem investigar cada uma das propriedades da potenciação e, depois, conforme o que foi observado nas atividades, generalizar uma propriedade. Esse tipo de exercício colabora para o desenvolvimento da curiosidade intelectual, como indicado na **CG02**, pois entendemos que as propriedades matemáticas não vieram prontas, elas foram construídas e desenvolvidas por pessoas em virtude de necessidades, como indicado na **CEMAT01**.

Proposta para o professor

O artigo indicado a seguir aborda o quanto a história da Matemática é importante no processo de ensino-aprendizagem e pode ajudar na compreensão do desenvolvimento da **CG02** e da **CEMAT01** nos estudantes.

OLIVEIRA, Vanessa Castro; OLIVEIRA, Cristiano Peres; VAZ, Franciele Aparecido. A história da Matemática e o processo de ensino-aprendizagem. *XX Encontro Regional de Estudantes e Matemática da Região Sul*, Bagé, RS, 2014. Disponível em: https://eventos.unipampa.edu.br/eremat/files/2014/12/PO_oliveira_00971876070.pdf. Acesso em: 2 maio 2022.

Orientações didáticas

Casos especiais de potências

Neste tópico, são apresentados dois casos especiais: potências de expoente 1 e potências de expoente 0 (com base não nula). Se julgar pertinente, comente com os estudantes que a expressão 0^0 não tem um valor determinado; por isso, não se define potência com expoente 0 para base nula.

Casos especiais de potências

Vamos conhecer as **potências de expoente 1**.

Para calcular o valor da expressão $2^5 : 2^4$, podemos fazer $2^5 : 2^4 = 32 : 16 = 2$ ou, então, utilizar a propriedade da potenciação, $2^5 : 2^4 = 2^{5-4} = 2^1$. Portanto, $2^1 = 2$.

Também queremos que $3^1 \cdot 3^2 = 3^{1+2} = 3^3$. Para isso, $3^1 = 3$.

$\cdot\ 9 \qquad 27$

Definimos:

Uma potência de expoente 1 é igual à base.

Exemplos

- $2^1 = 2$
- $3^1 = 3$
- $20^1 = 20$
- $1237^1 = 1237$

Agora, vamos conhecer as **potências de expoente 0**.

Para calcular o valor da expressão $6^2 : 6^2$, podemos fazer $6^2 : 6^2 = 36 : 36 = 1$ ou, então, utilizar a propriedade da potenciação, $6^2 : 6^2 = 6^{2-2} = 6^0$. Portanto, $6^0 = 1$.

Também queremos que $3^0 \cdot 3^2 = 3^{0+2} = 3^2$. Para isso, $3^0 = 1$.

$\cdot\ 9 \qquad 9$

Definimos:

Uma potência de base não nula e expoente 0 é igual a 1.

Exemplos

- $6^0 = 1$
- $3^0 = 1$
- $20^0 = 1$
- $100^0 = 1$
- $1237^0 = 1$

Atividades

Faça as atividades no caderno.

32. Determine o valor de cada potência.
a) 7^1 7 **b)** 18^1 18 **c)** 9^0 1 **d)** 272^0 1

33. Classifique cada igualdade em verdadeira ou falsa.
a) $1 = 10^0$ Verdadeira. **b)** $17^0 = 34^0$ Verdadeira.

34. No caderno, indique qual potência é maior em cada item.
a) 120^1 ou 112^0? 120^1 **b)** 312^0 ou 0^{312}? 312^0

35. Calcule o valor de cada potência.
a) 44^{2-2} 1 **b)** $308^{2:2}$ 308

36. Calcule o valor em cada caso.
a) $(8^0)^2$ 1 **b)** $(4^{10})^0$ 1 **c)** $(3^3)^1$ 27 **d)** $(10^1)^4$ 10000

37. Simplifique as expressões aplicando as propriedades da potenciação. Escreva no caderno a forma mais simplificada possível, usando potências.
a) $9^3 \cdot 9^4 \cdot 9$ 9^8 **b)** $3^2 \cdot 3^3 \cdot 4^3 \cdot 4^4$ $3^5 \cdot 4^7$ **c)** $5^{20} : 5^{13}$ 5^7 **d)** $5^{17} : 5^2$ 5^{15} **e)** $(3^2)^3 \cdot (3^3)^4 \cdot 3^5$ 3^{23} **f)** $10^8 : (10^2)^3$ 10^2

38. Qual é o valor de $1^0 + 1^1 + 2^0 + 2^1 + 2^2$? 9

Proposta para o professor

Para conhecer o significado de 0^0, sugerimos a leitura a seguir.
LIMA, E. L. Conceitos e controvérsias. *Revista do Professor de Matemática*, São Paulo, n. 1, 1982, p. 1-5.

39. Se 9^4 é igual a 6 561, quanto é 9^5? E 9^6? 59 049; 531 441.

40. Luciana e Mariana participaram de uma gincana em que foi sorteada uma expressão numérica para cada uma calcular o valor. Esse valor correspondia à caixa que deveria ser aberta para ver a próxima tarefa.

Analise a expressão que cada uma sorteou e responda: Qual caixa Luciana e Mariana abriram? Luciana abriu a caixa com a tarefa 1, e Mariana, a caixa com a tarefa 2.

Luciana: $(2 \cdot 4^3 - 3^2 \cdot 3 \cdot 3^0 - 5^0) : 10^2$

Mariana: $2 \cdot (4^3 - 3^2) : (3^2 + 3^1 - 3^0) - 2^3$

Ilustra Cartoon/Arquivo da editora

41. Brincando com um álbum de figurinhas de animais, Luciana e os amigos escolheram o animal de que cada um mais gostou.

a) Descubra o animal preferido de cada um. Para isso, calcule o valor das expressões e associe, no caderno, os valores aos números que aparecem nas camisetas de Luciana e seus amigos.

Girafa: $2 \cdot 5^1 - 3 \cdot 5^0$
Gabriela (7): girafa;

Elefante: $2^0 + 2^1 + 2^2 + 2^3$
Priscila (15): elefante;

Rinoceronte: $3^2 - 3 \cdot 2^1 + 3^0 \cdot 2^3$
Luciana (11): rinoceronte;

Gorila: $2 \cdot 3^0 + 3 \cdot 2^2 + 4 \cdot 5^2$
Alexandre (114): gorila;

Onça: $2 \cdot [7^2 - (3^1 - 10^0)]$
Fabinho (94): onça;

Leão: $16 : [3^0 + (5^2 - 2 \cdot 5^1)]$
Nicolau (1): leão.

Ilustrações: Ilustra Cartoon/Arquivo da editora

As imagens não estão representadas em proporção.

11	114	7	1	4	15	94
Luciana	Alexandre	Gabriela	Nicolau	Maurício	Priscila	Fabinho

RDVector/Shutterstock

b) De quem não sabemos a preferência? Maurício.

Potências e sistemas de numeração

Sistema de numeração decimal

Analise a decomposição do número 372.

$$372 = 300 + 70 + 2 =$$
$$= 3 \cdot 100 + 7 \cdot 10 + 2 \cdot 1 =$$
$$= \mathbf{3} \cdot 10^2 + \mathbf{7} \cdot 10^1 + \mathbf{2} \cdot 10^0$$

Orientações didáticas

Atividades

Proponha aos estudantes que realizem as atividades desta seção em duplas para favorecer a troca de ideias. Peça que utilizem estratégias pessoais de resolução e auxiliem os colegas em caso de dúvidas.

Caminhe entre as duplas para esclarecer as dúvidas e os entraves dos estudantes. Ao final, elenque algumas das duplas para responder às atividades na lousa, compare e valorize às diferentes resoluções para um mesmo problema.

Orientações didáticas

Potências e sistemas de numeração

Na BNCC

Este tópico favorece o desenvolvimento das habilidades **EF06MA02** e **EF06MA03** ao explorar a resolução e a elaboração de problemas envolvendo potências e o sistema de numeração decimal.

Orientações didáticas

Potência e sistemas de numeração

Neste tópico, é mostrado como é possível escrever um número natural com somas de potências de base 10. Esse é um dos motivos pelos quais utilizamos o sistema de numeração decimal. Mostre como é possível definir outro sistema de numeração mudando o valor da base, algo que será visto mais adiante como o sistema de numeração binário.

Assim, temos que o número 372 pode ser representado por uma adição de potências de 10.

Lembre-se de que, no sistema de numeração decimal, as unidades são contadas de 10 em 10. Nele, 10 unidades formam 1 dezena, 10 dezenas formam 1 centena, etc.

Acompanhe outros exemplos.

- $548 = 5 \cdot 100 + 4 \cdot 10 + 8 = 5 \cdot 10^2 + 4 \cdot 10^1 + 8 \cdot 10^0$
- $9107 = 9 \cdot 1000 + 1 \cdot 100 + 0 \cdot 10 + 7 = 9 \cdot 10^3 + 1 \cdot 10^2 + 0 \cdot 10^1 + 7 \cdot 10^0$

Número escrito no sistema de numeração decimal: da direita para a esquerda, os algarismos indicam de quantas potências de 10 (de cada expoente 0, 1, 2, etc.) ele é composto.

Atividades

Faça as atividades no caderno.

42. Decomponha cada número em uma adição de potências de base 10 e expoente natural.

a) 1958 $1 \cdot 10^3 + 9 \cdot 10^2 + 5 \cdot 10^1 + 8 \cdot 10^0$

b) 32 065 $3 \cdot 10^4 + 2 \cdot 10^3 + 6 \cdot 10^1 + 5 \cdot 10^0$

43. Escreva no caderno que número está representado em cada item.

a) $6 \cdot 10^3 + 7 \cdot 10^2 + 8 \cdot 10^1 + 9 \cdot 10^0$? 6789

b) $2 \cdot 10^3 + 8 \cdot 10^0$? 2008

c) $2 \cdot 10^4 + 5 \cdot 10^3 + 1 \cdot 10^0$? 25 001

d) $6 \cdot 10^5 + 7 \cdot 10^3 + 8 \cdot 10^1$? 607 080

44. Um número escrito no sistema de numeração decimal tem 4 algarismos, sendo 2 algarismos 1, e 2 algarismos 0. Que número é esse? Dê todas as possibilidades e escreva o menor deles usando uma potência de base 10. 1 001, 1 010, 1 100; $1 \cdot 10^3 + 1 \cdot 10^0$.

45. Responda às questões.

a) Qual é o maior número com 5 algarismos? 99 999

b) Qual é o maior número com 5 algarismos diferentes? 98 765

c) Qual é o menor número com 5 algarismos? 10 000

d) Qual é o menor número com 5 algarismos diferentes? 10 234

e) Qual é a decomposição, em potências de base 10, do número indicado no item **d**? $1 \cdot 10^4 + 2 \cdot 10^2 + 3 \cdot 10^1 + 4 \cdot 10^0$

46. Um livro será paginado da página 1 à página 240.

a) Quantos algarismos serão escritos ao paginá-lo? Lembre-se de contar as repetições e de que se trata de paginação feita no sistema de numeração decimal. 612 algarismos.

b) Decomponha o número que representa a quantidade de algarismos usando potências de base 10. $6 \cdot 10^2 + 1 \cdot 10^1 + 2 \cdot 10^0$

47. Quais são os números que se escrevem com 3 algarismos no sistema de numeração decimal usando apenas os algarismos 1 e 2? Decomponha o maior deles usando potências de base 10. 111, 112, 121, 122, 211, 212, 221 e 222; $2 \cdot 10^2 + 2 \cdot 10^1 + 2 \cdot 10^0$.

Sistema de numeração binário

Estudamos que, no sistema de numeração decimal, os algarismos indicam como se decompõe o número em uma adição de potências de 10. Podemos decompor números em uma adição de potências de outras bases. Por exemplo, vamos usar a **base 2**. Lembre-se:

- $2^0 = 1$;
- $2^1 = 2$;
- $2^2 = 4$;
- $2^3 = 8$;
- $2^4 = 16$;
- $2^5 = 32$; etc.

Exemplos

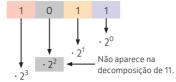
$7 = 4 + 2 + 1 =$
$= 2^2 + 2^1 + 2^0 =$
$= 1 \cdot 2^2 + 1 \cdot 2^1 + 1 \cdot 2^0$

$11 = 8 + 2 + 1 =$
$= 2^3 + 2^1 + 2^0 =$
$= 1 \cdot 2^3 + 0 \cdot 2^2 + 1 \cdot 2^1 + 1 \cdot 2^0$

Proposta para o professor

Para aprofundar a ideia de base de um sistema de numeração, sugerimos a leitura a seguir.

MONTEIRO, Mario Andrade. Sistemas não decimais de numeração posicional. *Revista do Professor de Matemática*, Rio de Janeiro, n. 63, p. 13-15, 2007.

Nessa decomposição, cada potência de 2 com expoente 0, 1, 2, 3, etc. aparece 1 vez ou nenhuma. Os números 7 e 11 escritos no **sistema de numeração de base 2 (sistema binário)** ficam assim, respectivamente:

Número escrito no sistema binário (base 2): da direita para a esquerda, os algarismos indicam de quantas potências de 2 (de cada expoente 0, 1, 2, etc.) ele é composto.

Acompanhe outro exemplo.

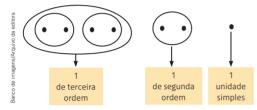
Qual é o número no sistema de numeração decimal que se escreve como 11 001 (lemos: "um, um, zero, zero, um") no sistema binário?

Temos: $1 \cdot 2^4 + 1 \cdot 2^3 + 0 \cdot 2^2 + 0 \cdot 2^1 + 1 \cdot 2^0 = 16 + 8 + 1 = 25$

É o número 25 no sistema de numeração decimal.

Como se conta no sistema binário?

No sistema binário, as unidades são contadas em grupos de 2. Um grupo de 2 unidades simples é 1 unidade de segunda ordem. Um grupo de 2 unidades de segunda ordem é 1 unidade de terceira ordem, e assim por diante.

Banco de imagens/Arquivo da editora

Atividades

Faça as atividades no caderno.

48. No caderno, escreva os números no sistema binário.

a) 3 11 **b)** 4 100 **c)** 5 101 **d)** 6 110 **e)** 13 1 101 **f)** 27 11 011

49. Os números a seguir estão escritos no sistema binário. Escreva-os no caderno no sistema de numeração decimal.

a) 1 010 10 **b)** 11 010 26

50. Decomponha o número 50 em uma adição de potências de 3. O número que multiplica cada potência pode ser 0, 1 ou 2. $1 \cdot 3^3 + 2 \cdot 3^2 + 1 \cdot 3^1 + 2 \cdot 3^0$

51. No caderno, escreva algumas semelhanças e diferenças entre o sistema de numeração decimal e o sistema binário. Exemplo de resposta: Semelhança: ambos os sistemas são posicionais. Diferença: no sistema de numeração decimal, a base é 10, logo são usados 10 algarismos (0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 e 9) para representar todos os números, enquanto, no sistema binário, a base é 2, logo são usados apenas 2 símbolos (0 e 1).

Linguagens de computadores utilizam números escritos no sistema binário, usando apenas os símbolos 0 e 1.

Orientações didáticas

Sistema de numeração binário

Neste tópico, é feita uma breve exploração do sistema binário e são apresentadas atividades nas quais os estudantes terão de converter números para a base 2.

Sugestão para o professor

Para saber mais da utilização de outros sistemas de numeração, sugerimos a leitura do artigo de José Lopes em que é apresentado o sistema de base duodecimal, utilizado pelos sumérios. Para aprofundamento do sistema binário, indicamos a leitura do artigo de Isadora Tristão, a seguir.

- LOPES, José. Mistura de sistemas numéricos. *Superinteressante*, São Paulo, 31 out. 2016. Disponível em: https://super.abril.com.br/ciencia/mistura-de-sistemas-numericos/. Acesso em: 21 abr. 2022.
- TRISTÃO, Isadora. Números binários: O que são, para que servem e como calculá-los. *Conhecimento científico*, [*s. l.*], [202-]. Disponível em: https://conhecimentocientifico.com/numeros-binarios/. Acesso em: 21 abr. 2022.

Orientações didáticas

Na História

Na BNCC

Esta seção mobiliza com maior ênfase a **CG01**, **CEMAT01** e a **CEMAT08** ao mostrar a Matemática como uma ciência humana que foi se desenvolvendo a partir das necessidades e preocupações de diferentes culturas e ao propor a realização de um debate respeitando o modo de pensar dos colegas.

Inicie o trabalho com o texto destacando o modo como os povos apresentados nesta seção representavam os números.

Compare o mapa *Oriente Médio Antigo* com um da mesma região em um atlas atual. Use como referência o mar Mediterrâneo, no Egito, por exemplo. Pergunte aos estudantes: "A Mesopotâmia corresponde a qual país no atlas? E a Pérsia?" (Ao Iraque. Ao Irã.).

Para fazer as atividades, proponha aos estudantes que se organizem em duplas. Depois, discuta com toda a turma as respostas dadas.

Os números nas origens da Matemática

No fim da Idade da Pedra Polida, ou período Neolítico (cerca de 3000 a.C.), alguns povos já haviam se estabelecido em vales de rios caudalosos e se organizado em comunidades agrícolas. Entre esses povos, foram particularmente importantes para a civilização ocidental o povo egípcio (no vale do rio Nilo) e vários outros que habitaram a Mesopotâmia (nos vales dos rios Tigre e Eufrates), designados genericamente por babilônios.

Fonte dos dados: VINCENTINO, Cláudio. *Atlas histórico*: Geral e Brasil. 1. ed. São Paulo: Scipione, 2011. p. 36.

Os escritos matemáticos mais antigos desses povos demonstram, entre outras coisas, o domínio pleno da ideia de número. Por exemplo, no cetro de pedra do rei Menés do Egito (que viveu por volta do ano 3000 a.C.), encontram-se gravados, em símbolos, os números "um milhão e duzentos mil", "quatrocentos mil" e "cento e vinte mil", alusivos a uma de suas vitórias militares.

Não resta dúvida, porém, de que, pelas dificuldades envolvidas, demorou muitos séculos para que esses povos se capacitassem a responder a perguntas do tipo "Quantos...?" para grandes quantidades de elementos. A título de exemplo, no início do século XX, foram encontradas aldeias que ainda limitavam o processo de contagem a "um", "dois" e "muitos".

A necessidade de lidar com quantidades cada vez maiores levou à necessidade de exprimir os números com uma quantidade pequena de símbolos. O uso de uma base para a contagem foi a saída para esse desafio. Por exemplo, os maias, que habitavam a região atualmente conhecida como América Central, desenvolveram um sistema de numeração com base 20. Um estudo envolvendo centenas de povos indígenas americanos revelou o uso das bases 2, 3, 5, 10 e 20, com predominância da base decimal, que se tornou universalizada.

Livro maia do século XI ou XII com números escritos utilizando o sistema de numeração maia.

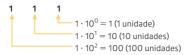
Duas vistas do Osso de Ishango – ferramenta de osso descoberta na área de Ishango, na República Democrática do Congo –, que tem cerca de 20 mil anos e mostra números naturais preservados na forma de agrupamentos de entalhes (unidades).

Proposta para o professor

O livro indicado a seguir expõe um olhar crítico sobre o modo como a História da Matemática tem sido contada ao longo dos tempos. Entre outros assuntos, aborda os sistemas matemáticos desenvolvidos desde a Mesopotâmia até o século XIX, passando pelo Egito antigo, a Grécia clássica e a Idade Média.

ROQUE, T. *História da Matemática*: uma visão crítica, desfazendo mitos e lendas. Rio de Janeiro: Zahar, 2012.

Faça as atividades no caderno.

A base 10, que se firmou com o tempo, pode ser decorrência do fato de os seres humanos terem 10 dedos nas mãos. Se a base é 10, temos que 10 unidades simples formam 1 unidade de segunda ordem, ou seja, 1 dezena; 10 dezenas formam 1 centena; e assim por diante. Mas nem todos os sistemas de numeração de base 10, ou de qualquer outra base, têm a mesma estruturação. O nosso sistema de numeração é **posicional**. Por exemplo, verifique o valor de cada algarismo que forma o número 111.

No sistema de numeração usado no cetro de Menés havia símbolos específicos para representar cada número. Conheça alguns exemplos de símbolos.

Banco de imagens/Arquivo da editora

Esse sistema de numeração egípcio é **decimal**. Mas, quando em um texto egípcio se encontravam os símbolos ∩ ∩ I, o valor associado a eles correspondia à adição $10 + 10 + 1 = 21$, o que é similar ao sistema de numeração romano.

Nosso sistema de numeração, além de decimal, é posicional: o valor de um algarismo depende da posição dele na escrita do número. Mas, no mundo digital, o sistema de base 2, também posicional, é o mais favorável. Um dos motivos é que nesse último sistema se usam apenas 2 símbolos: 0 e 1. Por exemplo, na base 2 o número 1101 exprime o mesmo número que $1 + 0 \cdot 2 + 1 \cdot 2^2 + 1 \cdot 2^3 = 13$ na base 10.

Fontes dos dados: COURANT, Richard; ROBINS, Herbert. *¿Qué es la matemática?*. Tradução para o espanhol de Luis B. Gala. Madrid: Aguilar, 1955. BOYER, Carl B. *História da Matemática*. Tradução para o português de Elza F. Gomide. São Paulo: Edgard Blucher, 1991. EVES, Howard. *Introdução à História da Matemática*. Tradução para o português de Hygino H. Domingues. Campinas: Ed. da Unicamp, 2004.

As respostas encontram-se na seção *Resoluções* deste Manual.

1. No século XX foram estudados povos indígenas da América do Sul que contavam da seguinte maneira: "um", "dois", "três", "quatro", "mão", "mão e um", "mão e dois", etc.
Qual é o sistema de numeração implícito nessa maneira de contar?

2. As bases mais usadas em sistemas de numeração ao longo do tempo foram 5, 10 e 20. Que explicação você daria para esse fato?

3. Mostre com um exemplo que o sistema de numeração romano (tal como o conhecemos atualmente) usava, além da adição dos valores dos símbolos, algumas regras para reduzir a quantidade de símbolos nas representações dos números.

4. Em nosso sistema de numeração (decimal, com o princípio posicional), conseguimos escrever todos os números usando 10 algarismos (0, 1, 2, ..., 9). Em um sistema binário, com o princípio posicional, bastam 2 símbolos. Faça uma pesquisa sobre as vantagens e as desvantagens de esse sistema utilizar menos símbolos nas representações dos números.

Orientações didáticas

Na História

Considere as sugestões de resposta a algumas questões desta seção.

Para a questão **3**, uma resposta possível é que comumente o ser humano tem 5 dedos em cada mão (10 dedos nas 2 mãos) e 5 dedos em cada pé (10 dedos nos 2 pés); assim, entre mãos e pés, o ser humano tem 20 dedos. Possivelmente, os povos antigos contavam usando como base os dedos, itens que são contáveis, próximos e conhecidos.

Para a questão **4**, a resposta sugerida é que, além dos símbolos para 1, 10, 100, 1 000, etc., foram introduzidos, com o tempo, símbolos para 5 (V), 50 (L) e 500 (D). Também, a partir de algum momento, foi adotado um princípio subtrativo, como se vê em: IV = = 5 − 1 = 4; IX = 10 − 1 = 9.

Propostas para o professor

Para aprofundar os conhecimentos sobre sistemas de numeração, sugerimos a leitura do artigo a seguir.
RODRIGUES, Aroldo Eduardo Athias; DINIZ, Hugo Alex. Sistemas de numeração: evolução histórica, fundamentos e sugestões para o ensino. *Ciência e Natura*, Santa Maria, v. 37. Ed. especial PROFMAT, 2015, p. 578-591. Disponível em: https://periodicos.ufsm.br/cienciaenatura/article/download/14664/pdf. Acesso em: 2 maio 2022.
Para conhecer o modo de contagem de um dos povos da América do Sul, sugerimos um jogo que envolve o sistema de numeração Guarani, que pode ser aplicado em sala de aula como exemplo da etnomatemática e para a valorização da história e cultura dos povos indígenas.
RUSSO, Kelly; BARBOSA, Gabriela. *Memória dos números*: Guarani MBYA. Rio de Janeiro: Uerj/CNPQ, 2015. Disponível em: http://www.promovide.febf.uerj.br/biblioteca/nepie/livreto-de-apoio-para-professores-jogo-da-memoria-numeros.pdf. Acesso em: 2 maio 2020.

Orientações didáticas

Calcular o número desconhecido em uma igualdade

Na BNCC

Este tópico favorece o desenvolvimento da habilidade **EF06MA14** ao explorar a propriedade aditiva da igualdade e propor o reconhecimento da seguinte relação: uma igualdade matemática não se altera ao adicionar, subtrair, multiplicar ou dividir os seus 2 membros por um mesmo número. Essa habilidade também é desenvolvida ao ser utilizada para determinar valores desconhecidos na resolução de problemas.

Participe

No boxe *Participe*, propõe-se uma situação que associa o equilíbrio da balança de 2 pratos à ideia de uma igualdade. São propostos também questionamentos que incentivam os estudantes a perceber o que ocorre em uma igualdade quando adicionamos (ou subtraímos) a mesma quantidade a cada um de seus membros, incentivando uma análise crítica da situação e o levantamento de hipóteses que possam ser comprovadas concretamente.

Propriedade da igualdade em relação à adição e à subtração

Sugerimos a resolução guiada do problema a seguir.

"Irene tem 5 anos. A idade de Irene somada à de Clara resulta em 15 anos. Como podemos determinar a idade de Clara?"

Expresse essa situação por meio de uma igualdade e calcule a idade de Clara (10 anos). Em seguida, registre na lousa a propriedade da igualdade que está sendo trabalhada.

CAPÍTULO 8

Introdução à Álgebra

EF06MA03
EF06MA14
EF06MA15

Calcular o número desconhecido em uma igualdade

Participe Faça as atividades no caderno.

As balanças representadas a seguir estão equilibradas.

Ilustrações: Ericson Guilherme Luciano/Arquivo da editora

a) Quantas ● são necessárias para equilibrar um ■? 3

b) Qual número o ■ representa na igualdade ■ + 1 = 4? 3

Em uma igualdade, a expressão matemática à esquerda do sinal = é chamada de **primeiro membro da igualdade,** e a que fica à direita do sinal = é o **segundo membro da igualdade**.

c) Na igualdade ■ + 1 = 4, qual é o primeiro membro? E o segundo? ■ + 1; 4.

d) Subtraindo 1 de ambos os membros da igualdade ■ + 1 = 4, que igualdade obtemos? ■ = 3

e) Quantas ● são necessárias para equilibrar uma ▲? 2

f) Qual número a ▲ representa na igualdade ▲ + 1 + ▲ = ▲ + 3? 2

g) Escreva a igualdade obtida subtraindo uma ▲ em cada membro da igualdade ▲ + 1 + ▲ = ▲ + 3. ▲ + 1 = 3

h) O que acontece com a primeira balança ao retirar uma ● de cada prato? Ela continua em equilíbrio.

i) O que acontece com a segunda balança ao retirar uma ● do prato à direita? Ela se desequilibra.

Propriedade da igualdade em relação à adição e à subtração

As situações que acabamos de apresentar ilustram uma importante propriedade da relação de igualdade matemática.

A relação de igualdade matemática não se altera ao adicionar (ou subtrair) a ambos os membros um mesmo número.

Empregamos essa propriedade para calcular números desconhecidos em uma igualdade, o que pode ser uma boa estratégia para descobrir valores desconhecidos na resolução de problemas.

Faça as atividades no caderno.

1. Para responder, considere a igualdade:

$4 + 3 \times 2 = 15 - 5$

a) Qual é a expressão matemática do primeiro membro? Qual é o valor dela? $4 + 3 \times 2$; 10.

b) Qual é a expressão matemática do segundo membro? Qual é o valor dela? $15 - 5$; 10.

c) A igualdade apresentada é verdadeira ou falsa? Verdadeira.

2. Analise a igualdade $10 - 8 : 4 = 2^3$.

a) Essa igualdade é verdadeira ou falsa? Verdadeira.

b) Se adicionarmos 5 ao primeiro membro, o que deve ser feito para obter uma igualdade verdadeira? Adicionar 5 ao segundo membro.

c) Se subtrairmos 4 do primeiro membro, o que deve ser feito para obter uma igualdade verdadeira? Subtrair 4 do segundo membro.

3. A balança representada a seguir está equilibrada.

Ilustrações: Ericson Guilherme Luciano/Arquivo da editora

a) Quantas ● são necessárias para equilibrar um ■? 5

b) O que ocorre se for colocada uma nova ● no prato à esquerda? A balança fica desequilibrada.

c) Tendo colocado uma nova ● no prato da esquerda, o que precisará ser feito para reequilibrar a balança sem retirá-la? Colocar uma nova ● no prato à direita.

d) Qual número o ■ representa na igualdade ■ + 1 = 6? 5

e) Subtraindo 1 de ambos os membros da igualdade ■ + 1 = 6, qual igualdade obtemos? ■ = 5

4. A balança representada a seguir está equilibrada.

Ilustrações: Ericson Guilherme Luciano/Arquivo da editora

a) Quantas ● são necessárias para equilibrar uma ▲? 3

b) O que ocorre se forem retiradas as duas ▲ do prato à direita? A balança fica desequilibrada.

c) Tendo retirado as duas ▲ do prato à direita, o que precisa ser feito para reequilibrar a balança sem colocá-las de volta? Retirar duas ▲ do prato à esquerda.

d) Qual número a ▲ representa na igualdade ▲ + ▲ + ▲ = ▲ + ▲ + 3? 3

5. Considere a igualdade ◆ − 5 = 3.

a) Qual número o ◆ representa? 8

b) Ao adicionar 5 a ambos os membros, como a igualdade fica? ◆ = 8

6. Que números devemos escrever no lugar dos ▒▒▒▒▒? Escreva no caderno.

a) ▒▒▒▒▒ + 2 194 = 4 000 1 806

b) 614 + ▒▒▒▒▒ = 901 287

7. Que números devemos colocar nos quadrinhos **A**, **B** e **C** de modo que as somas dos números nas fileiras horizontais e nas fileiras verticais sejam todas iguais a 1 000?

A 229	B 771
771	C 229

8. Que números devemos escrever no lugar das letras x e y?

a) $x - 234 = 567$ 801

b) $1750 - y = 175$ 1 575

9. Que número devemos escrever no lugar da letra m para que $20 + m - 30 = 90$ se torne uma igualdade verdadeira? 100

10. Pensei em um número. A ele adicionei 55 e do resultado subtraí 66. Encontrei 33. Em que número pensei? 44

11. Resolva mentalmente: "Pensei em um número. Dele subtraí 25 e obtive resultado 50. Se tivesse adicionado 25 ao número pensado, qual seria o resultado?". 100

Orientações didáticas

Atividades

Nas atividades **1** a **5**, os estudantes devem analisar as relações de igualdade apresentadas, verificando se são verdadeiras ou não, avaliar as situações de balanças de 2 pratos e aplicar a propriedade aditiva da igualdade. Para as atividades **3** e **4**, providencie os materiais envolvidos, de modo que os estudantes possam vivenciar concretamente a situação proposta.

Nas atividades **6** a **11**, são apresentados problemas em que o estudante deve aplicar a propriedade aditiva da igualdade em variados contextos. Ressalte que podemos representar os valores desconhecidos com símbolos ou letras para montar a sentença matemática expressa por uma igualdade.

Destacamos, aqui, a atividade **11**, em que os estudantes podem converter a situação em uma sentença matemática e aplicar a propriedade aditiva da igualdade. No entanto, verifique se eles percebem que o número pensado é o 75.

Orientações didáticas

Participe

Neste boxe, propõe-se uma situação que associa o equilíbrio da balança de 2 pratos à ideia de uma igualdade e são apresentados questionamentos envolvendo a aplicação da propriedade multiplicativa da igualdade. Esta proposta visa incentivar os estudantes a perceber o que ocorre em uma igualdade quando multiplicamos ou dividimos cada membro dela por um mesmo número diferente de zero, levando-os a refletir criticamente e a levantar hipóteses. Sugira a eles que façam desenhos da balança para cada questão proposta.

Propriedade da igualdade em relação à multiplicação e à divisão

Sugerimos a resolução guiada do problema a seguir.

"Cláudio comprou o triplo de frutas que João. Como podemos determinar quantas frutas João comprou?"

Expresse essa situação por meio de uma igualdade e calcule a quantidade de frutas comprada por João. Em seguida, registre na lousa a propriedade da igualdade que está sendo trabalhada.

Participe — Faça as atividades no caderno.

I. De acordo com a imagem, a balança está em equilíbrio.

Ilustrações: Ericson Guilherme Luciano/Arquivo da editora

a) Quantas ● são necessárias para equilibrar um ■? 4

b) Qual número o ■ representa na igualdade: 3 × ■ = 12? 4

c) Na igualdade 3 × ■ = 12, qual é o primeiro membro? E o segundo? 3 × ■; 12.

d) Dividindo por 3 ambos os membros da igualdade 3 × ■ = 12, qual igualdade obtemos? ■ = 4

e) O que acontece com a balança se dobramos a quantidade de objetos em ambos os pratos? A balança continua em equilíbrio.

II. Agora, analise a balança representada a seguir, que também está em equilíbrio.

a) Quantas ● são necessárias para equilibrar um ▲? 2

b) Qual número o ▲ representa na igualdade 2 × ▲ + 1 = 5? 2

c) Escreva a igualdade obtida ao subtrair 1 de ambos os membros da igualdade 2 × ▲ + 1 = 5. 2 × ▲ = 4

d) Escreva a igualdade obtida ao dividir por 2 ambos os membros da igualdade obtida no item anterior. ▲ = 2

e) Qual número o ◆ representa na igualdade ◆ ÷ 5 = 3? 15

f) Qual igualdade obtemos ao multiplicar por 5 ambos os membros de ◆ ÷ 5 = 3? ◆ = 15

Propriedade da igualdade em relação à multiplicação e à divisão

As situações apresentadas no *Participe* ilustram uma importante propriedade da relação de igualdade matemática, que estudamos antes para adição e subtração e que vale também para multiplicação e divisão.

> A relação de igualdade matemática não se altera ao multiplicar (ou dividir) ambos os membros por um mesmo número diferente de 0.

Podemos usar essa propriedade para calcular números desconhecidos em uma igualdade, o que pode ser uma boa estratégia para descobrir valores desconhecidos na resolução de problemas.

Faça as atividades no caderno.

12. No cálculo a seguir, os cartões azuis têm o mesmo valor. Quanto vale cada um? 105

320 + ■ + ■ + ■ = 635

13. Nos cálculos a seguir, cartões de mesma cor têm valores iguais. Quanto vale o cartão azul? E o amarelo? Explique como você pensou. 20; 40; explicação pessoal.

■ + ■ = 60

■ + ■ + ■ = 80

14. No quadro a seguir, que números podem substituir as letras de modo que, multiplicando os números das linhas horizontais ou verticais, o resultado seja sempre 60? Você pode efetuar os cálculos mentalmente.

1	*a* 15	4
b 6	2	*c* 5
d 10	*e* 2	3

15. Alguns cartões com números se desprenderam do quadro e se misturaram a outros. Descubra quais são os cartões e o lugar que cada um deve ocupar.

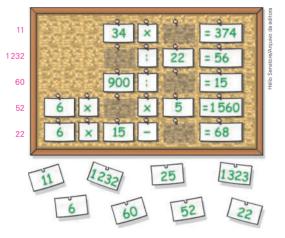
11

1 232

60

52

22

Hélio Senatore/Arquivo da editora

16. Nos cálculos a seguir, cartões de mesma cor têm valores iguais. Quais são esses valores? Explique a um colega como você pensou. Azul: 5 119; vermelho: 896; explicação pessoal.

■ + ■ = 6 015

60 × 15 − 60 : 15 = ■

17. Em que número pensei?

a) Pensei em um número e o multipliquei por 5. Do resultado, subtraí 30 e obtive 55. 17

b) Pensei em um número e o dividi por 4. Do resultado, subtraí 3 e obtive 6. 36

18. Pensei em um número, multipliquei-o por 4 e, do resultado, subtraí 4. Obtive 44. Se eu tivesse dividido o número que pensei por 4 e, ao resultado, adicionado 4, quanto obteria? 7

Orientações didáticas

Atividades

Nas atividades **12** e **13**, os estudantes devem analisar as relações de igualdade apresentadas e aplicar a propriedade multiplicativa da igualdade. Antes de iniciar a atividade **12**, providencie cartões coloridos e material manipulável, como o material dourado, com os quais os estudantes possam vivenciar a resolução de igualdades similares, envolvendo valores menores; por exemplo:

■ + ■ = 16

Proponha que determinem o valor que cada cartão representa. Os estudantes podem fazer essa tarefa em duplas. Após a correção coletiva, solicite que resolvam as atividades **12** e **13** individualmente. Faça a correção coletiva ao final de cada atividade resolvida, para que dúvidas possam ser sanadas antes de passar para a próxima atividade.

Na atividade **13**, os estudantes podem usar a noção de equivalência entre duas expressões por meio de uma igualdade desenvolvida no 5º ano (**EF05MA10**: Concluir, por meio de investigações, que a relação de igualdade existente entre dois membros permanece ao adicionar, subtrair, multiplicar ou dividir cada um desses membros por um mesmo número, para construir a noção de equivalência) e ampliada neste capítulo.

Nas atividades **14** a **18**, os estudantes devem analisar as relações de igualdade apresentadas, convertê-las em sentenças matemáticas e aplicar as propriedades da igualdade nas resoluções.

Orientações didáticas

Problemas sobre partições

Na BNCC

Este tópico favorece o desenvolvimento da habilidade **EF06MA15** ao propor a resolução e a elaboração de problemas envolvendo a partilha de uma quantidade em 2 partes desiguais, com relações aditivas e multiplicativas, razão entre as partes e entre uma das partes e o todo. O tópico mobiliza com maior ênfase a **CG02** e a **CG04** ao promover discussões que incentivam os estudantes a levantar hipóteses e procurar validá-las com argumentos consistentes. A **CG03** é mobilizada ao propor um trabalho que aborda uma língua estrangeira e a leitura de uma obra paradidática que traz informações sobre as características do povo de um país da América do Norte, os Estados Unidos. A seção *Atividades* propicia que os estudantes mobilizem a **CG09** e a **CEMAT08**.

A situação apresentada em "O curso de língua estrangeira" envolve a partilha de uma quantidade em partes desiguais, com relações aditivas entre as partes. O importante é os estudantes perceberem qual é a relação das partes envolvidas na partilha para buscar estratégias de resolução.

Ao longo desse estudo, peça a eles que discutam as situações propostas, levantem hipóteses e apresentem estratégias para a resolução dos problemas.

Ao explorar o mapa apresentado no Livro do Estudante, proponha a realização de um trabalho interdisciplinar com os professores das áreas de **Ciências Humanas** e **Linguagens**. O boxe de sugestão traz uma discussão acerca da diferença entre língua estrangeira e língua materna. Também propõe a leitura de um livro paradidático que faz referência aos Estados Unidos e à língua inglesa.

Problemas sobre partições

O curso de língua estrangeira

Bruno e Enzo querem aprender a língua inglesa para conversar por videochamada com os avós, que são norte-americanos. Os pais deles resolveram matriculá-los em um curso para aprender o idioma falado pelos avós. Eles retiraram R$ 800,00 da conta bancária para fazer a matrícula dos filhos. Como Enzo entrará em uma turma mais avançada, o valor da matrícula dele é R$ 100,00 a mais do que a de Bruno.

Quanto custou a matrícula de cada um deles?

América – Divisão política

Fonte dos dados: CALDINI, Vera; ÍSOLA, Leda. *Atlas geográfico Saraiva*. 4. ed. São Paulo: Saraiva, 2013. p. 96.

Você sabe o que é uma língua estrangeira? Diferentemente da língua materna, que é o idioma que se adquire na infância, no meio em que o indivíduo vive, a língua estrangeira é aquela que se aprende estudando, pois não a adquirimos naturalmente.

Que tal conhecer a história de um menino de 10 anos, muito diferente dos colegas, que se passa nos Estados Unidos, portanto com muitas referências a esse país e à língua inglesa?

RENNHACK, A. M. O.; PALACIO, R. J.; DIAS, R. C. C. A. A. *Extraordinário*. 4. ed. Rio de Janeiro: Intrínseca, 2018.

Vamos esquematizar o raciocínio empregado na resolução desse problema.

$$(\text{MATRÍCULA DE BRUNO}) + (\text{MATRÍCULA DE ENZO}) = 800$$

Como a matrícula de Enzo é R$ 100,00 a mais do que a de Bruno, ela corresponde à matrícula de Bruno mais R$ 100,00. Assim, podemos escrever:

$$(\text{MATRÍCULA DE BRUNO}) + \overbrace{(\text{MATRÍCULA DE BRUNO}) + 100}^{\text{MATRÍCULA DE ENZO}} = 800$$

Subtraímos 100 em ambos os membros da igualdade:

$$(\text{MATRÍCULA DE BRUNO}) + (\text{MATRÍCULA DE BRUNO}) = 700$$

Neste caso, podemos dizer que os R$ 700,00 encontrados correspondem ao dobro do valor da matrícula de Bruno. Então, podemos escrever que: $2 \times (\text{MATRÍCULA DE BRUNO}) = 700$

Dividimos ambos os membros por 2: $(\text{MATRÍCULA DE BRUNO}) = 350$

E, assim: $(\text{MATRÍCULA DE ENZO}) = (\text{MATRÍCULA DE BRUNO}) + 100 = 350 + 100 = 450$

Agora, confira outra maneira de resolver o problema.

Separando R$ 100,00 para pagar o valor a mais da matrícula de Enzo, os valores que faltam para pagar a matrícula de cada um são iguais. Então:

$$800 - 100 = 700$$
$$700 \div 2 = 350$$

Logo, o valor da matrícula de Bruno é R$ 350,00, e a de Enzo, que é R$ 100,00 a mais, é R$ 350,00 + + R$ 100,00, portanto, R$ 450,00.

Vamos conferir? Os pais de Enzo e Bruno retiraram R$ 800,00, e as matrículas dos filhos totalizam:

R$ 450,00 + R$ 350,00 = R$ 800,00

Portanto, os cálculos estão corretos.

> Sempre verifique se a resposta está correta de acordo com as informações dadas.

Compartilhando o celular

Frederico deixa os filhos Rafaela e Enrico usarem o celular durante 2 horas em todos os domingos. Como 1 hora tem 60 minutos, 2 horas são 120 minutos. Pelo fato de Rafaela ser mais velha, Frederico estabeleceu que ela pode usar o celular pelo dobro do tempo que Enrico usa. A quantos minutos cada um tem direito?

Analise o esquema.

$$(\text{TEMPO DA RAFAELA}) = 2 \times (\text{TEMPO DO ENRICO})$$
$$(\text{TEMPO TOTAL DE AMBOS}) = (\text{TEMPO DO ENRICO}) + 2 \times (\text{TEMPO DO ENRICO})$$
$$(\text{TEMPO TOTAL DE AMBOS}) = 3 \times (\text{TEMPO DO ENRICO})$$
$$120 = 3 \times (\text{TEMPO DO ENRICO})$$

Ou seja: $3 \times (\text{TEMPO DO ENRICO}) = 120$

Dividindo ambos os membros da igualdade por 3, obtemos:

$$(\text{TEMPO DO ENRICO}) = 40$$

Então: $(\text{TEMPO DA RAFAELA}) = 2 \times (\text{TEMPO DO ENRICO}) = 2 \times 40 = 80$

Agora, confira outra maneira de escrever a resolução desse problema.

O tempo total dos filhos é 120 minutos. Como o tempo da Rafaela é 2 vezes o tempo do Enrico, concluímos que o tempo total de ambos é 3 vezes o tempo do Enrico.

Assim, dividindo o tempo total por 3, obtemos o tempo do Enrico. Então:

Tempo do Enrico: $120 : 3 = 40$

Tempo da Rafaela: $2 \times 40 = 80$

Logo, Rafaela fica 80 minutos com o celular, e Enrico, 40 minutos.

Conferindo: $80 + 40 = 120$

Orientações didáticas

Problemas sobre partições

Faça com a turma o passo a passo sugerido no Livro do Estudante. É importante que todos compreendam como a situação proposta foi resolvida para que consigam fazer o que se pede na seção *Atividades*.

Abra um espaço para que os estudantes exponham suas dúvidas. É importante que eles se sintam à vontade neste momento.

Pergunte se utilizariam outras estratégias para a resolução dos problemas e, em caso afirmativo, peça que compartilhem essas estratégias com os colegas da turma, ressaltando que todas devem ser valorizadas.

Orientações didáticas

Atividades

Nas atividades **19** e **20**, são apresentados problemas de partilha em partes desiguais com relações aditivas entre as partes. As questões também envolvem outras relações, para que os estudantes reflitam, levantem hipóteses, montem estratégias de resolução com base no que estudaram sobre as operações e as propriedades da igualdade e façam a verificação das respostas comparando-as com as informações dadas.

Se considerar oportuno, resolva a atividade **19** coletivamente, fazendo um passo a passo similar ao executado no exemplo “O curso de língua estrangeira”.

Destacamos aqui a atividade **20**, na qual se espera que os estudantes percebam que a idade de Gustavo está sendo informada de 2 maneiras: Gustavo tem 3 anos a mais que Arnaldo e 7 anos a mais que Eliete, a mais nova dos 3. Então, deve-se verificar que haviam se passado 4 anos desde o nascimento de Arnaldo quando Eliete nasceu.

Nas atividades **21** a **28**, o estudante deve analisar problemas de partilha em partes desiguais com relações multiplicativas entre as partes, ou aditivas e multiplicativas. Sugerimos a resolução dos problemas em duplas (ou trios). Ao final da resolução de cada atividade, peça aos representantes de algumas duplas que apresentem na lousa a estratégia utilizada na resolução. Discuta com a turma as dificuldades encontradas. Este trabalho favorece o desenvolvimento da **CG09** e da **CEMAT08**.

Atividades

19. d) Calculando a soma e a diferença dos resultados. A soma deve ser R$ 3.572,00, e a diferença, R$ 840,00.

As imagens não estão representadas em proporção.

Faça as atividades no caderno.

19. Roberto e Renata ganham, juntos, R$ 3.572,00 por mês. Renata ganha R$ 840,00 a mais do que Roberto.

a) Do total de ambos os salários, subtraindo o que Renata ganha a mais, quanto sobra? R$ 2.732,00

b) Quanto Roberto ganha? R$ 1.366,00

c) Quanto Renata ganha? R$ 2.206,00

d) Como você pode conferir se as respostas dos itens **b** e **c** estão corretas?

20. As idades de 3 irmãos somam 116 anos. Gustavo, o mais velho, tem 3 anos a mais do que Arnaldo e 7 anos a mais do que Eliete, a mais nova. **a)** 4 anos.

a) Quantos anos Arnaldo tem a mais do que Eliete?

b) Da soma das 3 idades, subtraindo os anos que Gustavo e Arnaldo têm a mais do que Eliete, quantos anos sobram? 105 anos.

c) Qual é a idade de Eliete? 35 anos.

d) E a de Arnaldo? 39 anos.

e) E a de Gustavo? 42 anos.

Verifique se as respostas dos itens **c**, **d** e **e** estão corretas de acordo com os dados do problema.

21. A soma de 2 números é 144. O maior deles é o triplo do menor.

a) Se o maior número é 3 vezes o menor, a soma desses números é quantas vezes o menor? 4 vezes.

b) Qual é o menor número? 36

c) Qual é o maior? 108

Verifique se as respostas dos itens **b** e **c** estão corretas.

22. As populações dos municípios Paraíso e Bela Vista totalizam 69 600 habitantes. Paraíso tem o **quíntuplo** (5 vezes) da população de Bela Vista.

a) Quantos são os habitantes de Bela Vista? 11 600 habitantes.

b) E de Paraíso? 58 000 habitantes.

23. Para comemorar 10 anos de funcionamento, uma loja distribuiu a quantia de R$ 10.000,00 em prêmios ao gerente e aos 6 vendedores. Se os vendedores receberam partes iguais e o gerente recebeu o dobro do valor de um vendedor, quanto cada um recebeu? Cada vendedor: R$ 1.250,00; gerente: R$ 2.500,00.

24. As idades de 2 irmãos são números ímpares consecutivos. Adicionando a idade do mais novo, João, ao triplo da idade do mais velho, Alcides, o resultado é exatamente 90 anos.

a) Quantos anos Alcides tem a mais do que João? 2 anos.

b) A idade de Alcides adicionada ao triplo dela dá quantos anos? 92 anos.

c) Essa soma é quantas vezes a idade de Alcides? 4 vezes.

d) Qual é a idade de Alcides? 23 anos.

e) E qual é a idade de João? 21 anos.

Verifique se as respostas dos itens **d** e **e** estão corretas de acordo com as informações dadas.

25. Em um voo com 77 passageiros, a companhia aérea arrecadou um total de R$ 26.470,00 em passagens. Foram vendidas passagens para a classe econômica, a R$ 335,00 cada uma, e para a classe *comfort*, a R$ 380,00 cada uma.

a) Se todos os passageiros tivessem viajado na classe econômica, quanto teria sido arrecadado? R$ 25.795,00

b) Quanto foi arrecadado a mais do que o valor calculado no item **a**? R$ 675,00

c) Cada passageiro da classe *comfort* contribui com quanto a mais na arrecadação? R$ 45,00

d) Quantos eram os passageiros na classe *comfort*? 15 passageiros.

e) E na classe econômica? 62 passageiros.

Confira se as respostas dos itens **d** e **e** estão corretas.

26. Mário e Paula foram com o filho Joaquim a um *show* beneficente no estádio municipal. Um pouco antes do início, foi anunciado pelo alto-falante o público presente, 2 640 pessoas, e o total da renda arrecadada com a venda dos ingressos, R$ 129.000,00. Verifique no cartaz o preço de cada ingresso e responda: Quantos ingressos de arquibancada foram vendidos? 2 250 ingressos.

Ilustra Cartoon/Arquivo da editora

27. André tem 3 anos a mais do que Ricardo. A idade de André mais o quíntuplo da idade de Ricardo é igual a 75 anos.

a) Qual é a idade de Ricardo? 12 anos.

b) E qual é a idade de André? 15 anos.

28. Miguel fez 12 cortes de cabelo e recebeu R$ 435,00. Se ele cobra o preço mostrado no cartaz, quantos foram os cortes feitos em adultos? 9 cortes.

Ilustra Cartoon/Arquivo da editora

Na Unidade

Faça as atividades no caderno.

2. Exemplo de resposta: Em uma sala de cinema há 18 fileiras com 20 poltronas em cada uma. Quantas poltronas há nessa sala de cinema? Resposta: 360 poltronas.

1. Descubra os algarismos que estão faltando nesta operação e indique, no caderno, a soma deles. 16

5. Exemplo de resposta: Marcela comprou uma geladeira por R$ 3.900,00, que foram divididos em 12 prestações iguais. Qual valor ela pagará em cada prestação? Resposta: R$ 325,00.

2. Elabore um problema cuja resolução tenha a multiplicação 18 × 20 e resolva-o.

3. Entre as opções a seguir, qual é a melhor estimativa para 9 021 · 1995? Alternativa **d**.

a) 90 mil. **c)** 9 milhões.
b) 180 mil. **d)** 18 milhões.

4. (Fuvest-SP) Num bolão, sete amigos ganharam vinte e um milhões, sessenta e três mil e quarenta e dois reais. O prêmio foi dividido em sete partes iguais. Logo, o que cada um recebeu, em reais, foi:

a) 3.009.006,00. **c)** 3.090.006,00.
b) 3.009.006,50. **d)** 3.090.006,50.

Alternativa **a**.

5. Elabore um problema cuja resolução tenha a operação 3 900 ÷ 12 e resolva-o.

6. (UFRJ) Em uma divisão cujo divisor é 29, temos o quociente igual a 15. Sabendo que o resto dessa divisão é o maior possível, podemos afirmar que seu dividendo é igual a: Alternativa **d**.

a) 391. **c)** 435.
b) 407. **d)** 463.

Ericson Guilherme Luciano/ Arquivo da editora

7. Dividindo por 5 ambos os membros da igualdade 5 · ■ = 35, qual igualdade obtemos? ■ = 7

8. (Saresp) Durante uma brincadeira de adivinhação, Juliana pedia que seus amigos falassem dois números para que ela dissesse um terceiro número, que era calculado a partir da seguinte regra: Juliana usava o primeiro número como base e o segundo como expoente e então calculava a potência. Essa regra, porém, somente ela conhecia e a brincadeira era descobrir a tal regra.
Nessa brincadeira, Mateus falou os números: 21 e 3, nessa ordem. Portanto, o número encontrado por Juliana foi: Alternativa **d**.

a) 504. **c)** 1323.
b) 882. **d)** 9 261.

9. 10^6 é quantas vezes 10^3? Alternativa **d**.

a) 2 vezes. **c)** 100 vezes.
b) 10 vezes. **d)** 1000 vezes.

10. (Saresp) A soma da idade de Carlos e João é 45 anos. Sabendo que a idade de Carlos é o dobro da idade de João, podemos dizer que a idade de Carlos é: Alternativa **b**.

a) 20 anos. **c)** 40 anos.
b) 30 anos. **d)** 50 anos.

11. (Saresp) Um caminhão suporta cargas de até 3 000 quilos. Qual é o maior número de caixas que ele pode transportar, se cada uma delas pesa 120 quilos? Alternativa **a**.

a) 25 **c)** 27
b) 26 **d)** 28

12. (Saresp) A professora colocou o seguinte desafio:

- Pensei em um número.
- Multipliquei por 12.
- Somei 10 ao resultado, obtendo 58.
- Em qual número eu pensei?

Júlia resolveu corretamente o desafio, obtendo o número: Alternativa **d**.

a) 1. **c)** 3.
b) 2. **d)** 4.

13. (Saresp) Na eleição para a escolha do representante da turma de Carolina, concorreram três candidatos e todos os 36 alunos votaram, não havendo votos nulos nem votos em branco. O 1º colocado obteve o triplo dos votos dados ao 2º colocado. Já o último colocado recebeu apenas 4 votos. O número de votos conquistados pelo vencedor foi: Alternativa **c**.

a) 12. **c)** 24.
b) 18. **d)** 36.

14. No caderno, converta o número 34 para o sistema binário. 100010

Orientações didáticas

Na Unidade

Na BNCC

Esta seção favorece o desenvolvimento das habilidades exploradas ao longo de toda a Unidade e mobiliza com maior ênfase a **CEMAT02**, a **CEMAT06** e a **CG02** ao propor a resolução de atividades diversas por meio de diferentes contextos e estratégias.

Esta seção traz atividades dos principais conteúdos abordados na Unidade que podem ser utilizadas como ferramentas de avaliação. Proponha a resolução das atividades individualmente. Acompanhe os estudantes durante a realização delas e registre avanços e dificuldades para, ao final, propor novas atividades para remediação coletiva ou individual de defasagens, conforme cada caso.

A seguir, listamos algumas sugestões e estratégias para remediação.

Na atividade **1**, a dificuldade pode advir de procedimentos errados ao aplicar o algoritmo ou da consideração incorreta dos algarismos para adicionar. Na remediação, proponha atividades específicas para cada caso.

Nas atividades **2** e **5**, o estudante pode propor um problema que não conduza à multiplicação dada. Proponha atividades de remediação envolvendo problemas em que seja preciso completar dados ou alterá-los. Outra forma é propor uma roda de conversa após essa análise dos problemas com a turma, promovendo a oportunidade de os estudantes exporem seu modo de pensar e suas reflexões sobre a fala dos colegas.

Se ocorrerem dificuldades na compreensão dos números apresentados nas alternativas da atividade **3**, pode ser proposto um ditado de números desse tipo para que os estudantes os registrem somente com algarismos. Caso haja dúvidas no arredondamento ou na estimativa da multiplicação dada, proponha atividades similares com números menores.

Na atividade **4**, espera-se que o estudante perceba que, neste caso, fazer uma estimativa do resultado não é suficiente. Para dúvidas quanto a considerar o número corretamente, caso a dificuldade surja ao efetuar a divisão, proponha, como remediação, que o estudante registre o número em um quadro de ordens.

Nas atividades **8** e **9**, o objetivo é verificar se o estudante compreendeu o significado da potenciação e se identifica seus termos.

Verificar se o estudante compreendeu as características do sistema de numeração decimal e se consegue estender a conversão de um número na base 10 para a base 2 (sistema binário) é o objetivo da atividade **14**.

Outras dificuldades diferentes das listadas podem surgir; por isso, é importante o monitoramento individual e contínuo dos estudantes.

Orientações didáticas

Abertura

Na BNCC

A abertura da Unidade permite mobilizar com maior ênfase a **CG02** ao explorar um texto e uma imagem que possibilitam exercitar a curiosidade intelectual e promover um trabalho interdisciplinar com as áreas de **Ciências Humanas**, **Ciências da Natureza** e com o componente curricular **Língua Portuguesa**, assim como a **CG07** e a **CG09** ao aproveitar o contexto da abertura para propor debates sobre a cooperação, argumentando de acordo com informações estudadas e com respeito à opinião dos demais. É possível ainda desenvolver os TCTs *Vida Familiar e Social* e *Trabalho* ao serem abordados aspectos relacionados ao modo de organização social das formigas e ao trabalho em equipe por elas executado.

Ao explorar a abertura da Unidade, peça aos estudantes que analisem a imagem apresentada antes de ler o texto. Pergunte a eles: “O que vocês acham que essa imagem representa?”. Permita que respondam usando as próprias palavras e dê espaço para que debatam caso haja diferentes pontos de vista. Em seguida, peça a eles que leiam o texto e faça uma nova pergunta: “Como o texto e a imagem se relacionam?”.

Espera-se que os estudantes percebam que tanto o texto quanto a imagem têm como temática o trabalho cooperativo entre as formigas. Enfatize que as formigas são insetos comprovadamente sociais e que necessitam do trabalho em grupo para viver. Explique que, ao longo da evolução, esse modo de organização provou ser o mais eficiente dentro desse estilo de sociedade e permitiu aos grupos atingirem níveis extremamente elevados de sucesso, ao ponto de não serem mais capazes de viver isolados da sociedade em geral.

Instigue os estudantes com perguntas do tipo: “Quais são as vantagens do trabalho em cooperação?”; “O trabalho cooperativo também é mais vantajoso nas relações humanas? Por quê?”. Ao responder a esses questionamentos, eles desenvolvem a habilidade de argumentação e de defesa de pontos de vista.

Reprodução do Livro do Estudante em tamanho reduzido.

Formigas levam, cooperativamente, para a toca algo que servirá diretamente como alimento ou para o cultivo de fungo que será ingerido por elas. As formigas podem ter comprimento medindo de 2 mm a 20 mm, dependendo da espécie.

Yaping/Shutterstock

Trabalho cooperativo das formigas

Você já viu um grupo de formigas carregando algo? As formigas são conhecidas não apenas pelo trabalho colaborativo que realizam para estocar alimentos, mas também pelos benefícios que elas trazem para a natureza, como aprofunda o trecho a seguir, retirado do *site* Eureka Brasil.

[...]

Conhecidos por qualquer pessoa, esses insetos formam imensas sociedades no solo, árvores e residências. Cada sociedade é comandada por uma ou mais fêmeas, as rainhas, que recebem alimento, abrigo e proteção por outras castas de formigas: as operárias e os soldados. A **simbiose** é tão perfeita entre esses organismos que um formigueiro pode existir por anos, onde cada indivíduo tem sua participação no sucesso e manutenção do todo.

[...]

Logo de cara as formigas exercem papel importante na aeração e incorporação de matéria orgânica ao solo. Ao escavar, para construir suas galerias, as formigas revolvem o solo. Isso permite que o ar atmosférico penetre nas camadas mais baixas de terra para ser utilizado por milhares de organismos que vivem ali. Um solo aerado apresenta espaços entre os grãos de terra que irão abrigar, além do oxigênio, a água das chuvas que ficará disponível para as plantas. Além disso, o solo mais fofo facilitará o desenvolvimento das raízes.

Potencializando esses benefícios, ao carregar aquilo que "rouba" dos humanos (e outros produtos [...]) para seus formigueiros, as formigas levam matéria orgânica ao solo. Essa matéria orgânica irá se decompor e fornecer nutrientes necessários ao desenvolvimento dos vegetais.

[...]

BOTELHO, Túlio Lima. Formigas: as defensoras da natureza. *Eureka Brasil*, 28 fev. 2018. Disponível em: http://eurekabrasil.com/mantenedoras-da-natureza/. Acesso em: 19 nov. 2021

- Após a leitura do texto, anote no caderno as palavras cujo significado você não conhece, pesquise no dicionário e escreva o significado delas. Depois que compreender o significado dessas palavras, releia o texto. Resposta pessoal.
- Você conhece algum outro inseto que faz trabalhos cooperativos com outros da mesma espécie e/ou traz benefícios para a natureza? Que lições podemos levar como aprendizado para nossa vida em relação ao comportamento das formigas? A resposta encontra-se na seção *Resoluções* deste Manual.

Orientações didáticas

Abertura

Antes de pedir aos estudantes que respondam às questões propostas na abertura, verifique a possibilidade de realização de um trabalho interdisciplinar com os professores das áreas de **Ciências Humanas**, **Ciências da Natureza** e **Língua Portuguesa**. Podem ser explorados aspectos relacionados à organização social, cooperação, estrutura física das formigas, entre outros, além do próprio trabalho com o texto.

Peça aos estudantes que respondam individualmente à primeira questão. Em seguida, solicite que compartilhem com os colegas as palavras pesquisadas e seus respectivos significados.

Organize os estudantes em grupos. Peça a eles que pesquisem outros insetos que façam trabalhos cooperativos. Em seguida, solicite que reflitam e realizem um debate acerca da terceira questão proposta. Por exemplo, as abelhas, além de terem um trabalho cooperativo na produção do mel, contribuem para a reprodução das plantas ao transportarem o pólen. Podemos levar como aprendizado para a vida a importância do trabalho em equipe e a preocupação com o coletivo, ou seja, a colaboração de todos para se chegar a um resultado com impacto positivo para todos. Permita que discutam livremente e os instigue a argumentar com base nas informações. Valorize a diversidade de opiniões e incentive os estudantes a respeitar o modo de pensar dos colegas.

Proposta para o professor

O artigo a seguir traz uma proposta interessante de trabalho transdisciplinar envolvendo a história natural das formigas e as possíveis associações que podem ser feitas em um contexto de conscientização ecológica.
MELLO, Rodrigo. A relevância da vida social das formigas na estruturação dos ecossistemas terrestres: ciência e literatura como proposta transdisciplinar de conscientização ecológica. *Revista Terceiro Incluído*, Goiânia, v. 4, n. 1, p. 24-43, 2014. Disponível em: https://www.revistas.ufg.br/teri/article/view/33942. Acesso em: 5 maio 2022.

Orientações didáticas

Noção de divisibilidade

Na BNCC

Este tópico favorece o desenvolvimento das habilidades: **EF06MA03** ao propor a resolução de problemas que envolvam cálculos sem uso de calculadora; e **EF06MA05** ao estabelecer, por meio de investigações, critérios de divisibilidade. Mobiliza com maior ênfase a **CG05** e os TCTs *Ciência e Tecnologia* e *Saúde* ao explorar a história da pesquisa e do desenvolvimento das escovas dentais, bem como a importância da escovação de dentes. A **CG04** é mobilizada ao propor aos estudantes que compartilhem informações pesquisadas utilizando diferentes meios de comunicação.

Este capítulo tem como objetivo explorar com os estudantes o conceito de divisibilidade.

Sugerimos que, ao apresentar a resolução das atividades propostas, reveja o algoritmo da divisão com os estudantes, pois é possível que alguns deles ainda não tenham domínio completo dos procedimentos de divisão com 2 ou mais algarismos. Destaque sempre o dividendo, o divisor, o quociente e o resto.

O contexto de “As embalagens de escovas de dente” permite desenvolver um trabalho com os TCTs *Ciência e Tecnologia* e *Saúde*. Divida a turma em grupos, de modo que parte pesquise a produção de escovas de dente, curiosidades, mudanças ao longo do tempo e tecnologias utilizadas. A outra parte da turma deve pesquisar a importância da escovação dos dentes para a manutenção da saúde. Como fechamento da atividade, proponha que os estudantes compartilhem as descobertas usando como instrumento de divulgação cartazes, panfletos, vídeos, que podem ser divulgados nas redes sociais da escola, ou até mesmo a elaboração de *podcasts*, entre outros. Esse trabalho pode ser desenvolvido em parceria com os professores da área de **Ciências da Natureza**.

Participe

As situações apresentadas no boxe podem ser exploradas antes do trabalho com “As embalagens de escovas de dente” para avaliação de conhecimentos prévios dos estudantes ou, depois, para consolidação do que foi explanado. Verifique as características da sua turma e avalie a melhor estratégia a ser utilizada.

CAPÍTULO 9 Divisibilidade

EF06MA03
EF06MA04
EF06MA05
EF06MA34

Noção de divisibilidade

As embalagens de escovas de dente

A produção diária de uma fábrica de escovas de dente é de 17 482 escovas. Cada embalagem comporta 3 escovas. É possível embalar o total de escovas produzidas em um dia deixando todas as embalagens cheias? E se a produção for aumentada para 54 321 escovas?

Kuraev/Shutterstock

Escovas de dente sendo embaladas em uma fábrica.

Vamos efetuar as divisões:

```
17 482 | 3           54 321 | 3
 24      5 827        24      18 107
  08                   03
   22                   021
    1                     0
```

Percebemos que, no primeiro caso, sobra 1 escova. No segundo, nenhuma. Assim, na produção de 54 321 escovas, todas as embalagens ficarão cheias, sem sobra.

Participe — Faça as atividades no caderno.

I. As figurinhas de um álbum são vendidas em envelopes. Cada envelope contém 4 figurinhas. Em um dia foram impressas 56 862 figurinhas.

a) Qual operação devemos fazer para saber quantos envelopes foram feitos? Divisão: 56 862 : 4.

b) Quantos envelopes foram feitos? 14 215 envelopes.

c) Sobrou alguma figurinha? Se sim, quantas? Sim, sobraram 2 figurinhas.

d) Se fossem envelopes com 6 figurinhas, sobraria alguma? Se sim, quantas? Não.

II. Se fossem impressas 65 268 figurinhas e cada envelope contivesse:

a) 4 figurinhas, sobraria alguma? Se sim, quantas? Não.

b) 6 figurinhas, sobraria alguma? Se sim, quantas? Não.

c) 8 figurinhas, sobraria alguma? Se sim, quantas? Sim, sobrariam 4 figurinhas.

III. Dividindo 12 por 4, a divisão é **exata** (o resto é 0). Por isso, dizemos que 12 é **divisível** por 4.

a) O número 56 862 é divisível por 4? E por 6? Por quê? Não, porque a divisão de 56862 por 4 não é exata; sim, porque a divisão de 56862 por 6 é exata.

b) O número 65 268 é divisível por 4? E por 6? E por 8? Sim; sim; não.

c) O número 0 é divisível por 4? E por 6? E por 8? Sim; sim; sim.

Proposta para o estudante

A seguir, apresentamos algumas propostas para o desenvolvimento do trabalho com divisores. Analise o momento mais oportuno para realizar cada uma delas.

Divisão exata e divisão não exata

Inicie esse tema com algumas perguntas que envolvam várias divisões começando com números pequenos e aumentando, aos poucos, o grau de dificuldade. Note que em alguns casos a divisão é exata, ou seja o resto é zero, e em outros não. Com base nesses resultados, é possível introduzir o conceito de divisibilidade: se um número é divisível ou não por outro.

Divisão exata

Comente com os estudantes que utilizamos o conceito de divisão exata em inúmeras situações do nosso cotidiano. Utilize a quantidade de estudantes da turma e peça que formem grupos de 2, 3, 4 ou 5 componentes, verificando em quais casos não sobra nenhum estudante fora de grupos, ou seja, quando a divisão é exata. Aproveite a situação para reforçar o conceito de par e ímpar.

O número 54 321 é **divisível** por 3 (a divisão é exata, com resto 0), enquanto 17 482 **não é divisível** por 3 (o resto não é 0).

Um número natural é **divisível** por outro quando a divisão do primeiro pelo segundo é exata (resto igual a 0).

Observação: O número 0 é divisível por qualquer número natural não nulo. Acompanhe os exemplos.

0 |2 → 0 0 0 |5 → 0 0 0 |13 → 0 0

Perceba que as divisões são exatas (resto igual a 0).

É possível saber se um número natural é divisível por outro sem precisar fazer a divisão? Sim.

Nas próximas atividades, vamos aprender a identificar se um número natural é divisível por 2, por 3, por 4, por 5 e por outros números sem efetuar a divisão.

Nesta Unidade estamos lidando com números naturais. Por isso, apesar de às vezes escrevermos apenas "números", nos referimos a "números naturais".

Atividades

2. 26; 31 e resto 1; 118 e resto 1; 200; 305 e resto 1; 553.

Faça as atividades no caderno.

1. Júlia fez a lição de Matemática, mas nem tudo o que ela fez está correto. Refaça a lição de Júlia no caderno, corrigindo o que ela errou. Ela concluiu que:

a) 427 é divisível por 7; Certo.

427 |7
07 61
0

b) 680 é divisível por 12;

680 |12
60 55
0

680 |12
80 56
8

Errado, 680 não é divisível por 12.

c) 53 não é divisível por 5; Certo.

53 |5
03 10
3

d) 209 não é divisível por 11.

209 |11
89 18
1

209 |11
99 19
0

Errado, 209 é divisível por 11.

A seguir, vamos descobrir quais números naturais são divisíveis por 2.
Lembre-se de que os números naturais **pares** são os que terminam em 0, 2, 4, 6 ou 8. Os que terminam em 1, 3, 5, 7 ou 9 são os **ímpares**.

2. Dados os números 52, 63, 237, 400, 611 e 1106, divida-os por 2 utilizando o algoritmo da divisão.

a) Que resto você encontrou na divisão dos números pares por 2? 0

b) Que resto você encontrou na divisão dos números ímpares por 2? 1

c) Os números pares são divisíveis por 2? Por quê? Sim; porque as divisões têm resto 0.

d) Os números ímpares são divisíveis por 2? Por quê? Não; porque as divisões não têm resto 0.

e) Escreva a frase a seguir no caderno substituindo ▨ por uma palavra que a torne verdadeira.

Entre os números dados, são divisíveis por 2 apenas os que são números ▨. pares

O que você verificou com os números dessa atividade são casos particulares da seguinte propriedade:

Todo número natural par é divisível por 2.
E todo número natural ímpar não é divisível por 2.

3. 7 vezes, pois entre os números 11 e 25 há 7 números que são divisíveis por 2.

3. Cláudio está fazendo 25 anos. Dos 11 anos até hoje, quantas vezes ele teve idades representadas por um número divisível por 2? Explique.

4. Sem efetuar divisões, identifique quais dos números a seguir são divisíveis por 2 e escreva-os no caderno.

- 12
- 3
- 0
- 1
- 78
- 102
- 555
- 3 347
- 1 234
- 134
- 11 101
- 13 890

12, 78, 102, 134, 1 234, 0 e 13 890.

Orientações didáticas

Atividades

Para que os estudantes façam a atividade **1**, retome o conceito de divisibilidade lembrando que um número será divisível por outro quando a divisão do primeiro pelo segundo for exata, ou seja, o resto for igual a zero.

A atividade **2** sugere a divisão de números por 2, tendo como objetivo mostrar que todo número par é divisível por 2. É importante relembrar que números pares são todos os números terminados em 0, 2, 4, 6 ou 8, ressaltando que o zero é par porque, em sua divisão por qualquer número diferente de 0, o quociente é 0 e o resto é 0. Sugerimos lembrar aos estudantes que, sendo n um número natural diferente de 0, teremos $0 : n = 0$ e que não é possível efetuar $n : 0$ (não existe).

Na atividade **4**, para identificar quais números são divisíveis por 2, o estudante deverá verificar quais dos números dados são pares, ou seja, terminam em 0, 2, 4, 6 ou 8. Encontrar soluções usando a criatividade ou por meio da abstração de processos contribui para o desenvolvimento do pensamento computacional.

Proposta para o estudante

Divisibilidade por 2

Construa com os estudantes um quadro, como o apresentado a seguir, pedindo que o pintem destacando as células que apresentam números pares.

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
10	11	12	13	14	15	16	17	18	19
20	21	22	23	24	25	26	27	28	29
30	31	32	33	34	35	36	37	38	39
40	41	42	43	44	45	46	47	48	49

Verifique que os números destacados, organizados em ordem crescente, representam a sequência dos números pares, pois o algarismo das unidades é sempre 0, 2, 4, 6 ou 8 e todos são divisíveis por 2.

Orientações didáticas

Atividades

Na atividade **5**, os estudantes devem deduzir o critério de divisibilidade por 3; já na atividade **7** devem aplicar o critério de divisibilidade por 3.

Na atividade **8**, espera-se que os estudantes percebam que o número 17 482 não é divisível por 3, pois a soma de seus algarismos é 22, que não é divisível por 3, e que o número 54 321 é divisível por 3, pois a soma de seus algarismos é 15, que é divisível por 3.

Ao explorar a atividade **9**, peça aos estudantes que notem que as divisões efetuadas são exatas ($54 : 6 = 9$ e $216 : 6 = 36$) e que 54 e 216 são divisíveis por 2 (números pares) e por 3 ($5 + 4 = 9$ e $216 = 2 + 1 + 6 = 9$).

A atividade **10** tem como objetivo levar os estudantes a deduzir o critério de divisibilidade por 6.

Formule algumas perguntas que envolvam várias divisões entre alguns números e cuja dificuldade vá sendo, aos poucos, aumentada, verificando as divisões exatas e não exatas. Aproveite, para isso, o momento em que os estudantes estiverem fazendo as atividades.

Peça a eles que efetuem sucessivas divisões de números de 2 algarismos por 2, permitindo que notem que, quando o número for par, será divisível por 2 e, quando for ímpar, a divisão não será exata e o resto será 1. A seguir, a ordem de grandeza do dividendo pode ser aumentada, permitindo assim que os estudantes deduzam o critério de divisibilidade por 2.

Para que os estudantes assimilem o critério de divisibilidade por 3, o professor poderá também sugerir inicialmente divisões com números de 2 algarismos, divisíveis ou não por 3, verificando que quando a divisão for exata o número será divisível por 3 e quando a divisão não for exata o resto será 1 ou 2. Em seguida, poderá pedir que efetuem divisões com 3 ou mais algarismos no dividendo, levando-os a verificar que a soma dos algarismos de números divisíveis por 3 são múltiplos de 3.

245 | 3 → resto 2, quociente 81; 372 | 3 → resto 0, quociente 124; 447 | 3 → resto 0, quociente 149; 1468 | 3 → resto 1, quociente 489; 2445 | 3 → resto 0, quociente 815

Vamos descobrir a seguir quais números são divisíveis por 3.

5. São dados os números 245, 372, 447, 1 468 e 2 445.

a) Efetue, no caderno, a divisão desses números por 3.

b) Identifique quais desses números são divisíveis por 3. Depois, copie os quadros a seguir no caderno e complete-os. As respostas encontram-se na seção *Resoluções* deste Manual.

Número divisível por 3	Soma de todos os algarismos do número	A soma é divisível por 3?
//////////	//////////	//////////

Número não divisível por 3	Soma de todos os algarismos do número	A soma é divisível por 3?
//////////	//////////	//////////

c) Reescreva a frase no caderno substituindo ////////// por uma palavra que a torne verdadeira.

Dos números dados, são divisíveis por 3 aqueles cuja soma de todos os algarismos dele ////////// um número divisível por 3. é

O que você verificou com os números dessa atividade são casos particulares da seguinte propriedade:

Um número natural é divisível por 3 quando a soma de todos os algarismos dele é um número divisível por 3.

6. Sem efetuar divisões, identifique quais dos números a seguir são divisíveis por 3 e escreva-os no caderno. 12, 78, 102, 3, 0, 555 e 13 890.

- 12
- 11 101
- 0
- 78
- 1
- 3 347
- 102
- 1 234
- 555
- 134
- 3
- 13 890

7. a) Sim; 1 figurinha, porque $1 + 9 + 7 + 2 + 6 = 25$, tirando 1 fica 24, que é divisível por 3.

7. Tente responder sem efetuar as divisões dos números dados.

a) Se forem embaladas 19 726 figurinhas em pacotes com 3 unidades cada e se todos os pacotes ficarem cheios, vai sobrar alguma figurinha? Se sim, quantas figurinhas vão sobrar?

b) E se forem 59 175 figurinhas, vai sobrar alguma? Não, porque 59 175 é divisível por 3.

8. Resolva, no caderno, o problema "As embalagens de escovas de dente", no começo deste tópico, sem efetuar divisões dos números dados. Para isso, é preciso saber que 17 482 não é divisível por 3, mas que 54 321 é.

Agora, vamos descobrir quais números são divisíveis por 6.

9. Divida por 6 os números 54 e 216, que são divisíveis por 2 e por 3. Qual é o resto de cada divisão? 9 e 36; resto 0.

10. Faça o que se pede em cada item.

a) Copie o quadro a seguir no caderno e complete-o com os números 158, 99, 731, 192 e 846. As respostas encontram-se na seção *Resoluções* deste Manual.

Número dado	É divisível por 2?	É divisível por 3?	É divisível por 6?
//////////	//////////	//////////	//////////

b) Copie no caderno e complete:

Entre os números dados, são divisíveis por 6 aqueles que também são divisíveis por ////////// e por //////////. 2; 3

O que você verificou com os números dessa atividade são casos particulares da seguinte propriedade:

Todo número natural é divisível por 6 quando também é divisível por 2 e por 3.

11. Quais desses números são divisíveis por 6? Registre-os no caderno. 12 300, 67 890 e 112 704.

- 12 300
- 41 102
- 56 789
- 67 890
- 70 234
- 112 704

12. Analise os números a seguir.

- 102
- 103
- 104
- 105
- 106
- 107
- 108
- 109
- 110
- 111
- 112
- 113
- 114
- 115
- 116
- 117
- 118
- 119

10. a) As respostas encontram-se na seção *Resoluções* deste Manual.

20. Exemplos de resposta: Um número de 2 algarismos que é divisível por 5 começa com 4 e é ímpar. Qual número é esse? Resposta: 45.
O número 341 é divisível por 3? Por quê? Resposta: Não, pois 3 + 4 + 1 = 8, e 8 não é divisível por 3.
Tenho 78 balas para dividir igualmente entre 6 amigos. Vai sobrar alguma bala após a divisão? Por quê? Resposta: Não, pois 78 é divisível por 6.

Faça as atividades no caderno.

a) Quais desses números são divisíveis por 2? 102, 104, 106, 108, 110, 112, 114, 116 e 118.
b) Quais desses números são divisíveis por 3? 102, 105, 108, 111, 114 e 117.
c) Escreva no caderno todos os números compreendidos entre 101 e 120 que são divisíveis por 6. 102, 108 e 114.

Vamos descobrir agora quais números são divisíveis por 5.

13. Com qual algarismo terminam os resultados da tabuada do 5? 0 ou 5.

14. Efetue, no caderno, as divisões por 5 e analise os resultados obtidos.

3 427 | 5 → resto 2, quociente 685
275 | 5 → resto 0, quociente 55
4 680 | 5 → resto 0, quociente 936
693 | 5 → resto 3, quociente 138

a) O número 3 427 é divisível por 5? Com qual algarismo ele termina? Não; 7.
b) 275 é divisível por 5? Com qual algarismo ele termina? Sim; 5.
c) 4 680 é divisível por 5? Com qual algarismo ele termina? Sim; 0.
d) 693 é divisível por 5? Com qual algarismo ele termina? Não; 3.
e) Dos números dados, os que são divisíveis por 5 terminam com qual algarismo? 0 ou 5.

O que você verificou com os números dessa atividade são casos particulares da seguinte propriedade:

Todo número natural que termina com o algarismo 0 ou 5 é divisível por 5.

15. Sem efetuar divisões, identifique, entre os números a seguir, os que são divisíveis por 5 e escreva-os no caderno. 75, 210, 13 260, 0, 5, 4 080 e 12 345.

- 13
- 75
- 96
- 210
- 13 260
- 1
- 888
- 0
- 5
- 7 346
- 4 080
- 12 345

16. Forme 4 números de 3 algarismos cada um usando os algarismos 4, 1 e outro à sua escolha. Todos os números devem ser divisíveis por 5. 410, 415, 140 e 145.

17. Copie no caderno o número de 3 algarismos de cada item e complete com o algarismo que falta para que a afirmação seja verdadeira.

a) 74▨ é divisível por 3. 1, 4 ou 7.
b) 876▨ é divisível por 3 e por 5. 0

18. O número 26▨ tem 3 algarismos. Sabendo que esse número é divisível por 2 e por 3, descubra o terceiro algarismo. 4

19. Um número de 3 algarismos começa com 7 e termina com 3. O algarismo do meio é desconhecido.

Descubra qual deve ser esse algarismo para que o número seja divisível:

a) por 2; Qualquer que seja o algarismo do meio, o número não será divisível por 2.
b) por 3. 2, 5 ou 8

20. Invente 3 atividades sobre divisibilidade. Depois, troque com um colega para que um responda às atividades do outro. Por fim, verifique se o colega respondeu corretamente.

Orientações didáticas

Atividades

As atividades desta página continuam explorando noções de divisibilidade.

Aproveite as atividades para levar os estudantes a deduzir o critério de divisibilidade por 5, apresentando sucessivas divisões de números de 2 ou mais algarismos por 5 e verificando que, no caso de a divisão ser exata, o dividendo deve ter como último algarismo o 0 ou o 5.

Ao explorar a atividade **14**, retome a tabuada do 5 com os estudantes verificando que todos os resultados terminam em 0 ou 5.

As atividades **15** e **16** permitem aplicar o critério de divisibilidade por 5.

Na atividade **18**, para ser divisível por 2, o último algarismo deve ser par.

A atividade **19** permite explorar os critérios de divisibilidade de uma forma indireta.

Orientações didáticas

Critérios de divisibilidade

Na BNCC

Este tópico favorece o desenvolvimento das habilidades: **EF06MA03** ao solicitar a resolução de problemas envolvendo cálculos, levando os estudantes a compreender os processos neles envolvidos; **EF06MA04** ao propor a construção de algoritmo em linguagem natural e representá-lo por fluxograma; **EF06MA05** ao permitir o estabelecimento de critério de divisibilidade; e **EF06MA34** ao solicitar a interpretação e o desenvolvimento de fluxogramas simples. Mobiliza com maior ênfase a **CG02** e a **CEMAT06** ao propor a resolução de situações-problema em múltiplos contextos. O boxe *Participe* permite desenvolver os TCTs *Saúde* e *Educação Alimentar e Nutricional* ao propor um trabalho com alimentação saudável. Ao apresentar situações em que os estudantes reconheçam a Matemática como ferramenta tecnológica para alicerçar descobertas e construções em diversas áreas (envolvendo o pensamento computacional), mobiliza-se com maior ênfase a **CEMAT01**, assim como o uso da calculadora na resolução de alguns problemas mobiliza a **CEMAT05**.

Os critérios de divisibilidade são regras que permitem verificar se o número inteiro é divisor de outro número inteiro. Ao assimilarem esses critérios, os estudantes vão adquirir conhecimentos que facilitam a resolução de problemas relacionados à divisão básica e, consequentemente, a resolução de expressões numéricas de maior complexidade. Para que assimilem as técnicas é melhor explorá-las contextualizando-as em situações-problema que possam ocorrer na realidade dos estudantes.

O Livro do Estudante se refere a um algoritmo como uma sequência de passos sugeridos para resolver uma questão e faz uso disso para apresentar os critérios de divisibilidade e sua representação por meio de fluxograma.

É importante que os estudantes se familiarizem com o termo **algoritmo**, pois este será muito utilizado na linguagem matemática, assim como na linguagem de programação.

Critérios de divisibilidade

Os **critérios de divisibilidade** são regras que nos permitem reconhecer se um número é ou não é divisível por outro sem efetuar a divisão. Vamos resumir os critérios relacionados às divisões que você explorou nas atividades anteriores.

- Um número é divisível por 2 quando ele é par.
- Um número é divisível por 3 quando a soma de todos os algarismos dele é divisível por 3.
- Um número é divisível por 5 quando termina em 0 ou 5.
- Um número é divisível por 6 quando é divisível por 2 e por 3.

Exemplo 1

Para saber se 1536 é divisível por 2, podemos seguir estes passos:

1º) Verificamos com qual algarismo termina o número: 6.

2º) Verificamos se o número é par: é par.

3º) Concluímos com os passos anteriores: 1536 é divisível por 2.

Exemplo 2

Para saber se 57 249 é divisível por 2, procedemos do mesmo modo.

1º) Verificamos com qual algarismo termina o número: 9.

2º) Verificamos se o número é par: não é par.

3º) Concluímos com os passos anteriores: 57 249 não é divisível por 2.

Como você já estudou no capítulo *Divisão* da Unidade 3, quando empregamos os mesmos passos para resolver questões similares, estamos seguindo um **algoritmo**. Além de poder ser expresso por palavras, um algoritmo também pode ser representado por meio de um esquema gráfico denominado **fluxograma**.

Um **algoritmo** é um conjunto ordenado de operações (passos, procedimentos ou ações) que permite solucionar um problema.
Fluxograma é uma representação gráfica que apresenta a sequência de operações de um algoritmo; também é chamado de **diagrama de fluxo**.

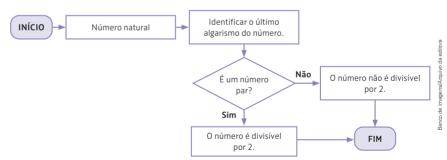
O algoritmo para saber se um número é divisível por 2 pode ser descrito assim:

1º) Verificar com qual algarismo termina o número.

2º) Decidir se o número é ou não é par.

3º) Concluir se o número é ou não é divisível por 2.

Esse algoritmo pode ser representado por meio do fluxograma a seguir.

Banco de imagens/Arquivo da editora

Para construir um fluxograma, utilizamos as figuras indicadas a seguir. Essas figuras são interligadas por setas que indicam o fluxo a ser seguido.

Para indicar o início e o fim.

Para indicar um procedimento.

Para indicar uma tomada de decisão (responder a uma pergunta que deve admitir uma resposta "sim" ou "não").

Banco de imagens/Arquivo da editora

A seguir, vamos estudar outros critérios de divisibilidade e apresentar fluxogramas nos diferentes casos.

Participe

Faça as atividades no caderno.

I. Em um mercado, as maçãs são embaladas de 2 em 2 em bandejas de papelão. Para comprar 4 maçãs, coloca-se 2 bandejas em um saquinho plástico.

Estúdio Mil/Arquivo da editora

Considerando 84 maçãs, responda no caderno.

a) Quantas bandejas podem ser formadas? Sobra alguma maçã? Se sim, quantas? 42 bandejas; não.

b) Com essas bandejas, quantos saquinhos de 2 bandejas podem ser montados? Sobra alguma bandeja? Se sim, quantas? 21 saquinhos; não.

c) O número 84 é divisível por 2? Sim.

d) Qual é o quociente da divisão de 84 por 2? 42

e) Esse quociente é um número divisível por 2? Sim.

f) Pense nas 84 maçãs embaladas em saquinhos de 4 maçãs. Sobra alguma maçã? Se sim, quantas? Não.

g) O número 84 é divisível por 4? Sim.

h) Se fossem 86 maçãs, quantas bandejas de 2 maçãs seriam? E quantos saquinhos com 2 bandejas cada um? Sobraria alguma bandeja fora dos saquinhos? Se sim, quantas? 43 bandejas; 21 saquinhos; sim, sobraria 1 bandeja.

i) Se fossem 86 maçãs embaladas em saquinhos de 4 unidades, sobraria alguma maçã? Se sim, quantas? Sim, sobrariam 2 maçãs.

j) O número 86 é divisível por 4? Não.

II. Copie os itens no caderno e complete-os de modo a tornar cada afirmação correta.

a) 84 dividido por 2 dá ▨▨▨, que é divisível por 2; 84 ▨▨▨ divisível por 4. 42; é.

b) 86 dividido por 2 dá ▨▨▨, que não é divisível por 2; 86 ▨▨▨ divisível por 4. 43; não é.

III. Dividindo 50 por 2, o quociente é divisível por 2? 50 é divisível por 4? Não; não.

IV. Dividindo 52 por 2, o quociente é divisível por 2? 52 é divisível por 4? Sim; sim.

V. Existe número ímpar divisível por 4? Justifique. Não, pois um número divisível por 4 também é divisível por 2 e apenas os números pares são divisíveis por 2.

VI. Copie e complete no caderno:

Entre os números 50, 52, 84 e 86, apresentados nesta seção, são divisíveis por 4 aqueles que são números pares e, se divididos por 2, resultam em quociente . par (ou divisível por 2)

O que você verificou com os números dessas atividades são casos particulares da seguinte propriedade:

> Para um número natural ser divisível por 4, ele deve ser divisível por 2 e o quociente obtido também deve ser divisível por 2.

Orientações didáticas

Critérios de divisibilidade

Apresente aos estudantes o algoritmo como uma simples "receita" que podemos utilizar para executar uma tarefa ou resolver algum problema. Comente que um fluxograma é um tipo de diagrama que representa o algoritmo. O fluxograma pode ser representado por meio de gráficos que ilustram a transição de informações entre os elementos que o compõem, ou seja, é a sequência operacional do desenvolvimento de um processo.

Construir esquemas contribui para o desenvolvimento do raciocínio, o que é importante para ajudar no processo de construção de argumentações fundamentadas em dados. Além disso, envolve a criação de passos e soluções até alcançar um objetivo, importante princípio para o desenvolvimento do pensamento computacional.

Peça aos estudantes que efetuem algumas operações e notem suas regularidades. Por exemplo, verificar que todos os números pares são divisíveis por 2; que, quando um número for divisível por 3, a soma de seus algarismos é um múltiplo de 3; que, para ser divisível por 4, o número deve ser também divisível por 2; que, para ser divisível por 5, deve terminar em 0 ou 5; que, para um número ser divisível por 6, ele deve ser divisível por 2 e por 3, e assim sucessivamente.

O ideal é que os estudantes cheguem a pelo menos algum dos critérios por conclusão própria, antes de enunciá-los.

Participe

Aproveite o tema sugerido para questionar os estudantes sobre a ingestão diária de frutas. Pergunte, por exemplo, quantas porções de frutas eles consomem ao dia. Caso identifique pouco consumo de frutas pode-se propor uma campanha de alimentação saudável na escola com foco nas frutas de sua região. Essa proposta favorece o trabalho com os TCTs *Diversidade Cultural*, *Saúde* e *Educação Alimentar e Nutricional*.

Orientações didáticas

Atividades

As atividades dessa seção permitem o trabalho com algoritmos e fluxogramas. Antes de iniciá-las, leia para os estudantes o texto indicado a seguir, que pode motivá-los a entender a importância dos estudos envolvendo esses 2 elementos como ferramentas tecnológicas que podem alicerçar descobertas e construções, com impactos em diversas áreas, inclusive no mundo do trabalho:

> [...]
>
> Os avanços tecnológicos estão cada vez mais presentes no cotidiano. O uso de computadores, *smartphones* e outros *gadgets* está difundido e tornou-se fundamental para a vida em sociedade. Muitos serviços de áreas consideradas essenciais, como bancos, transporte e alimentação, já utilizam tecnologias digitais, muitas vezes impondo o uso destas ao usuário comum.
>
> Consequentemente, o mercado de trabalho se transforma e passa a requisitar determinadas habilidades, como a capacidade de resolver problemas, criatividade, comunicação e raciocínio lógico. Ademais, o setor educacional é igualmente atingido, pois ele estará formando os cidadãos e trabalhadores que utilizarão tecnologias progressivamente mais avançadas. Diante da inevitável transformação do setor educacional, a Matemática atua como peça fundamental, dado que ela abriga a base do mecanismo que constrói a modernidade.
>
> É preciso, portanto, aproximar a Matemática ensinada na escola do mundo real, manifestando sua ligação com as novas invenções e assim ratificar sua importância. Para tanto, dever-se-á pensar conteúdos matemáticos diretamente ligados aos problemas atuais, além de abordagens pedagógicas que estimulem o desenvolvimento do pensamento matemático. Neste caso, é essencial que os estudantes detenham conhecimento básico do Pensamento Computacional (PC) e da lógica de programação, visto que o mundo se torna cada vez mais computadorizado. Além disso, a iminente integração da inteligência artificial mudará a vida e o mercado de trabalho para todos.
>
> [...]
>
> O desenvolvimento do PC, no entanto, não está limitado à construção de algoritmos que resolvam determinados problemas. É fundamental que, em seguida, a sequência de argumentos e ações lógicas bem determinadas seja representada de alguma forma. Nesse sentido, o texto da BNCC aponta os fluxogramas como o recurso didático para constituir e simbolizar a solução de problemas matemáticos [...]

VIEIRA JÚNIOR, José Eudes. *Fluxogramas*: análise da proposta de uma coleção de livros didáticos de Matemática. 2021. Trabalho de Conclusão de Curso (Licenciatura em Matemática) – Centro de Ciências Exatas e da Natureza, Universidade Federal da Paraíba, João Pessoa, 2021. Disponível em: https://repositorio.ufpb.br/jspui/bitstream/123456789/21676/1/JEVJ21122021.pdf. Acesso em: 7 maio 2022.

Faça as atividades no caderno.

21. O algoritmo apresentado a seguir pode ser utilizado para saber se um número natural é divisível por 3. Leia-o e depois faça o que se pede.

1º) Adicionar os algarismos do número.

2º) Decidir se a soma calculada é ou não é divisível por 3.

3º) Concluir se o número é divisível por 3.

Represente esse algoritmo no caderno por meio de um fluxograma. A resposta encontra-se na seção *Resoluções* deste Manual.

22. Descreva um algoritmo para saber se um número natural é divisível por 5. Depois, represente esse algoritmo por meio de um fluxograma. A resposta encontra-se na seção *Resoluções* deste Manual.

23. Copie o fluxograma no caderno e complete-o para saber se um número natural é divisível por 6.

Banco de imagens/Arquivo da editora

A seguir, vamos explorar mais atividades de divisibilidade, descobrir outras propriedades e conhecer quais números são divisíveis por 8, 9 e 10.

24. Considere os números 14 290, 1 056, 34 e 32.

a) Algum desses números é divisível por 4? Se sim, quais? Sim; 1 056 e 32.

b) A soma de 2 dos números divisíveis por 4 é divisível por 4? Sim.

c) A soma de um número divisível por 4 com um número que não é divisível por 4 é divisível por 4? Verifique todas as possibilidades com os números dados. Não.

25. Um saco tinha 60 laranjas e outro, menor, 36. Todas as laranjas foram colocadas em um mesmo caixote.

a) Quantas dúzias de laranjas havia no saco maior? E no menor? 5 dúzias; 3 dúzias.

b) Quantas dúzias ficaram no caixote? 8 dúzias.

c) 60 é divisível por 12? E 36 é divisível por 12? Sim; sim.

d) 60 + 36 é divisível por 12? Sim.

26. Exemplo de resposta: Um mercado tem 66 pacotes de arroz armazenados igualmente em 11 prateleiras e precisa acomodar mais 110 pacotes junto a eles. É possível que todas as prateleiras fiquem com a mesma quantidade de embalagens? Por quê? Resposta: Sim, porque 66 e 110 são divisíveis por 11, logo 66 + 110 também é divisível por 11.

26. Explique com suas palavras por que o raciocínio a seguir é correto. Depois, invente um problema que pode ser resolvido utilizando esse raciocínio.

"O número 66 é divisível por 11, e 110 também. Então, como 176 = 66 + 110, concluímos que 176 é divisível por 11."

O que você verificou com os números dessa atividade é um caso particular da seguinte propriedade:

Se 2 números são divisíveis por um mesmo número, então a soma deles também é divisível por esse número.

27. Nem todo número terminado em 0 é divisível por 4. Por exemplo, 10 não é divisível por 4; 20 é, mas 30 não é. Já os números terminados em 00 são todos divisíveis por 4. Por exemplo, 100 é divisível por 4; 200 também é, assim como 300.

Explique por que os números terminados em 00 são divisíveis por 4. Porque são obtidos adicionando parcelas de 100, e 100 é divisível por 4.

28. Entre os números a seguir, quais são divisíveis por 4? 336, 540, 1 608, 1 776 e 18 092.

- 336
- 540
- 1608
- 1776
- 3 458
- 18 092

29. Descreva no caderno um algoritmo para saber se um número natural é divisível por 4. Depois, troque com um colega para que cada um represente o algoritmo do outro em um fluxograma.
A resposta encontra-se na seção *Resoluções* deste Manual.

30. Todo número maior do que 100 é a soma de um número terminado em 00 com outro formado pelos 2 últimos algarismos na ordem dada.

a) Aplicando isso, copie e complete, no caderno, o quadro a seguir.

Número dado	Número formado pelos 2 últimos algarismos	O número formado é divisível por 4?	Número dado representado por uma adição	O número dado é divisível por 4?
316	16	Sim	300 + 16	Sim
4 148	48	Sim	4 100 + 48	Sim
11 222	22	Não	11 200 + 22	Não
101 010	10	Não	101 000 + 10	Não
123 456	56	Sim	123 400 + 56	Sim

b) Compare, em cada linha, as respostas da terceira e da quinta colunas e responda às questões no caderno. Nos números divisíveis por 4, os 2 últimos algarismos formam um número divisível por 4? Sim.

c) Nos números não divisíveis por 4, os 2 últimos algarismos formam um número divisível por 4? Não.

No *site* https://www.calendarr.com/brasil/ano-bissexto/ (acesso em: 23 fev. 2022) você encontra informações sobre o motivo de existirem anos bissextos, sua importância e como surgiram.

O que você verificou com os números dessa atividade são casos particulares da seguinte propriedade:

Um número natural maior do que 100 é divisível por 4 quando os 2 últimos algarismos formam um número divisível por 4.

Texto para as atividades **31** e **32**.

Nos anos bissextos – que ocorrem de 4 em 4 anos –, o mês de fevereiro tem 29 dias. Os números correspondentes a anos bissextos são divisíveis por 4. Mas atenção: os anos terminados em 00 só são bissextos quando também são divisíveis por 400.

31. A folha do calendário que Pedro está analisando está rasgada e ele não consegue saber de que ano é.

Considerando o texto anterior, Pedro ficou em dúvida entre 2 anos. Quais foram eles? Explique. 2012 e 2016, pois são divisíveis por 4.

Ilustrações: Artur Fujita/Arquivo da editora

32. Sobre os anos bissextos, responda aos itens a seguir.

a) Quais anos da década de 2021 (2021-2030) são bissextos? 2024 e 2028.

b) O ano 3000 será bissexto? Por quê? **b)** Não; porque, apesar de terminar em 00, não é divisível por 400.

c) O ano em que você nasceu foi bissexto? Resposta pessoal.

33. O número 1 000 é divisível por 8. Podemos provar esse fato fazendo a divisão. Sabendo disso, sem efetuar a divisão, explique por que todo número terminado em 000 é divisível por 8.
Como 1 000 é divisível por 8, todo número terminado em 000 também é, porque é obtido adicionando parcelas de 1 000.

```
1000 | 8
 20    125
  40
   0
```


Orientações didáticas

Atividades

Na atividade **28**, para verificar quais dos números dados são divisíveis por 4, sugerimos que retome com os estudantes o critério de divisibilidade por 4, que enuncia: "Se os 2 últimos algarismos de um número formarem um número múltiplo de 4, então o número inteiro será divisível por 4"; assim, teremos:

- 336 é divisível por 4 pois 36 é múltiplo de 4;
- 540 é divisível por 4 pois 40 é múltiplo de 4;
- 1 608 é divisível por 4 pois 8 é múltiplo de 4;
- 1 776 é divisível por 4 pois 76 é múltiplo de 4;
- 3 458 não é divisível por 4 pois 58 não é múltiplo de 4;
- 18 092 é divisível por 4 pois 92 é múltiplo de 4.

As atividades **31** e **32** exploram o calendário. Na atividade **31**, como o calendário apresenta o mês de fevereiro com 29 dias podemos concluir que o ano é bissexto e, como ele deve ser divisível por 4, pode ser 2012 ou 2016.

Na atividade **33**, permita que os estudantes respondam utilizando as próprias palavras, o que contribuirá para o desenvolvimento da habilidade de argumentar matematicamente. Espera-se que eles percebam que, efetuando a divisão, verifica-se que 1 000 é divisível por 8, assim todo número terminado em 000 também será divisível por 8, porque poderá ser obtido adicionando parcelas de 1 000. Por exemplo: 2 000 = 1 000 + 1 000, como 1 000 é divisível por 8, a soma de 2 parcelas de 1 000 também será.

Proposta para o estudante

Proponha aos estudantes que visitem o *site* a seguir para conhecer a origem dos anos bissextos:

RIOGA, Letícia. A origem dos anos bissextos. *Espaço do conhecimento*. [*s. l.*], [20--?]. Disponível em: https://www.ufmg.br/espacodoconhecimento/origem-anos-bissextos/. Acesso em: 7 maio 2022.

Orientações didáticas

Atividades

A atividade **34** explora o uso da calculadora, mobilizando com maior ênfase a **CEMAT05**.

Sugerimos que as demais atividades sejam realizadas em duplas, contribuindo para o desenvolvimento da cooperação entre os estudantes, e que, posteriormente, seja feita a correção coletiva de cada uma delas.

41. a) Sim, pois é um número par.
b) Sim, pois a soma de todos os algarismos é 45, que é divisível por 3.
c) Não, pois os 2 últimos algarismos (90) não formam um número divisível por 4.
d) Sim, pois termina em 0.

Faça as atividades no caderno.

34. Use uma calculadora, se necessário, e responda às perguntas no caderno.

a) 54 000 é divisível por 8? E 160? E 54 160? Sim; sim; sim.

b) 60 000 é divisível por 8? E 100? E 60 100? Sim; não; não.

c) Nos números divisíveis por 8, os 3 últimos algarismos formam um número divisível por 8? Sim.

d) Nos números não divisíveis por 8, os 3 últimos algarismos formam um número divisível por 8? Não.

35. De acordo com os números da atividade anterior, explique oralmente para um colega como podemos saber se um número maior do que 1 000 é divisível por 8 sem efetuar a divisão desse número por 8. Ouça também a explicação do colega.

O que você verificou com os números das atividades anteriores são casos particulares da seguinte propriedade: Exemplo de resposta: Analisando o número formado pelos 3 últimos algarismos, se for divisível por 8 então o número em questão também é divisível por 8.

> Um número natural maior do que 1 000 é divisível por 8 quando os 3 últimos algarismos formam um número divisível por 8.

36. Verifique se os números a seguir são divisíveis por 9. Use uma calculadora se precisar.

a) 720 e 7 + 2 + 0 Sim; sim.

b) 477 e 4 + 7 + 7 Sim; sim.

c) 1348 e 1 + 3 + 4 + 8 Não; não.

37. De acordo com a atividade anterior, responda às questões no caderno.

a) Nos números divisíveis por 9, a soma de todos os algarismos também é divisível por 9? Sim.

b) Nos números não divisíveis por 9, a soma de todos os algarismos é divisível por 9? Não.

O que você verificou com os números das atividades anteriores são casos particulares da seguinte propriedade:

> Um número natural é divisível por 9 quando a soma de todos os algarismos é um número divisível por 9.

38. Sem efetuar a divisão, responda: Quais dos números a seguir são divisíveis por 9? 945, 108, 4 698 e 30 222.

- 945
- 1 378
- 10 101
- 108
- 4 698
- 30 222

39. O jornaleiro me disse que, com o dinheiro que eu tinha, poderia comprar mais de 440 figurinhas e menos de 470. Quantas figurinhas posso comprar se preciso reparti-las em quantidades iguais entre mim e meus 8 primos? 441, 450, 459 ou 468 figurinhas.

Ilustrações: Artur Fujita/Arquivo da editora

40. Responda às perguntas no caderno.

a) Com qual algarismo terminam os resultados da tabuada do 10? 0

b) Quais dos números a seguir são divisíveis por 10? 120, 8 000, 950

- 120
- 905
- 950
- 101
- 8 000

O que você verificou com os números dessa atividade são casos particulares da seguinte propriedade:

> Todo número natural que termina com o algarismo 0 é divisível por 10.

41. Responda no caderno e explique, sem efetuar divisões: O número 1 234 567 890 é ou não é divisível:

a) por 2?
b) por 3?
c) por 4?
d) por 5?
e) por 6?
f) por 8?
g) por 9?
h) por 10?

42. Retomando a abertura desta Unidade, imagine que, para estocar comida para o inverno, as 208 formigas operárias serão divididas em grupos com mais de 3 e menos de 7 formigas, de modo que nenhuma delas fique sem grupo. Nessas condições, como as formigas devem ser organizadas para que todos os grupos fiquem com o mesmo número de formigas? Em 52 grupos com 4 formigas em cada um.

41. e) Sim, pois é divisível por 2 e por 3.
f) Não, pois os 3 últimos algarismos (890) não formam um número divisível por 8.
g) Sim, pois a soma de todos os algarismos é 45, que é divisível por 9.
h) Sim, pois termina em 0.

Proposta para o professor

Sugerimos a leitura do artigo a seguir, pois ele trata, especificamente na Proposição 3, de uma proposta de demonstração dos critérios de divisibilidade por 3 (e por 9) por meio do desenvolvimento lógico da teoria, de forma que os estudantes são convidados à reflexão acerca de desse critério.

HELLMEISTER, Ana Carolina. Lógica através de exemplos: vamos usar a RPM? *Revista do Professor de Matemática*, v. 47, p. 32-38, 2001. Disponível em: http://www.educadores.diaadia.pr.gov.br/arquivos/File/2010/veiculos_de_comunicacao/RPM/RPM47/RPM47_08.PDF. Acesso em: 15 jun 2022.

Na mídia

Faça as atividades no caderno.

Menino de 12 anos descobre regra de divisibilidade por 7

O jovem nigeriano Chika Ofili, de 12 anos, descobriu [em 2019] uma fórmula matemática que facilita o estudo da divisão. A descoberta permite mostrar rapidamente se um número [...] é divisível por sete. Para isso, basta pegar o último dígito de qualquer número, multiplicar por 5 e adicionar à parte restante, assim terá um novo número obtido. Se esse novo número é divisível por 7, o número original é divisível por 7.

[...]

A professora Miss Mary Ellis, também chefe do departamento de matemática da *Westminster Under School*, escola de Londres, em que Chika estuda, disse em um artigo no jornal educacional que o aluno descobriu a fórmula após um trabalho passado para as férias.

No trabalho, Chika teve que estudar o livro *First steps for problem solvers*, em tradução livre, Primeiros passos para resolvedores de problemas, publicado pela United Kingdom Mathematics Trust (UKMT). No livro, são apresentados testes de divisibilidade usados para solucionar rapidamente números divisíveis por 2, 3, 4, 5, 6, 8 e 9, mas o algarismo 7 não havia teste simples, assim Chika desenvolveu sua ideia.

[...]

Graças à descoberta, Chika Ofili ganhou o prêmio *TruLittle Hero Awards*, na cerimônia organizada pela Cause4Children Limited, que tem o objetivo de reconhecer, comemorar e recompensar realizações notáveis de crianças e jovens notáveis com menos de 17 anos no Reino Unido.

[...]

PESTANA, Lucas. Menino de 12 anos descobre fórmula matemática que ajuda o estudo da divisão. *Correio Braziliense*, 19 nov. 2019. Disponível em: https://www.correiobraziliense.com.br/app/noticia/mundo/2019/11/19/interna_mundo,807535/menino-de-12-anos-descobre-formula-matematica-que-ajuda-o-estudo-da-di.shtm. Acesso em: 2 dez. 2021.

Westminster Under School, Londres/Arquivo da escola

Estudante Chika Ofili em 2019.

Orientações didáticas

Na mídia

Na BNCC

Esta seção favorece o desenvolvimento das habilidades: **EF06MA04** ao propor a construção de algoritmo em linguagem natural e representá-lo por fluxograma; **EF06MA05** ao permitir o estabelecimento de critério de divisibilidade; e **EF06MA34** ao solicitar a interpretação e o desenvolvimento de fluxogramas simples. Mobiliza com maior ênfase a **CG02** e a **CEMAT06** ao propor a resolução de situações-problema utilizando algoritmos e fluxogramas, além de contribuir para o desenvolvimento das habilidades de argumentação matemática e utilização do pensamento computacional.

Peça aos estudantes que leiam individualmente o texto proposto. Em seguida, pergunte a eles: "Por que vocês acham que Chika recebeu um prêmio pela sua descoberta?"; "Por que ela é importante?".

Dê espaço para que discutam livremente, sempre os orientando a respeitar as opiniões dos demais colegas de turma.

Comente com os estudantes que, em 2019, a brasileira Mariana Bigolin Groff, de 17 anos, ficou em 1º lugar na Olimpíada Europeia Feminina de Matemática – título inédito para o país. Com base nesse contexto, instigue-os a responder a outras perguntas, como: "Qual a importância de ter uma estudante brasileira, ex-aluna de escola pública, ganhando um prêmio como este? Por quê?".

Aproveite a oportunidade para promover uma discussão sobre a importância do incentivo da participação de estudantes brasileiros em competições científicas, sobretudo a participação feminina, que ainda tem pouca adesão. Ressalte que, quanto maior o nível de ensino, menor é a participação das mulheres nas áreas de ciências exatas. Instigue os estudantes a refletir sobre os motivos. Essa é uma boa oportunidade para desenvolver um trabalho interdisciplinar com o professor de **História**.

Proposta para o professor

Na seção *Na mídia*, é apresentada uma proposta envolvendo o critério de divisibilidade por 7; no entanto, apresentamos aqui outra sugestão:

Um número é divisível por 7 se o dobro do seu último algarismo subtraído do número sem o último algarismo resulta em um número divisível por 7. Se a diferença ainda é grande, repetimos o processo até verificar a divisão por 7.

Exemplo **1**: 176 456 é divisível por 7 pois, aplicando o critério apresentado, temos:

Número sem o último algarismo: 17 645

Dobro do último algarismo: $2 \cdot 6 = 12$

Diferença entre o número sem o último algarismo e o dobro do último algarismo: $17\,645 - 12 = 17\,633$

Como a diferença ainda é grande, repetimos sucessivamente o processo com a diferença obtida no processo anterior até que seja possível verificar se o resultado é um múltiplo de 7.

Assim, temos: $1\,763 - 6 = 1\,757$; $175 - 14 = 161$; $16 - 2 = 14$.

Como 14 é divisível por 7, podemos concluir que 176 456 é divisível por 7.

Exemplo **2**: 8 361 não é divisível por 7, pois:

Número sem o último algarismo: 836

Dobro do último algarismo: $2 \cdot 1 = 2$

Diferença entre o número sem o último algarismo e o dobro do último algarismo: $836 - 2 = 834$

Como a diferença ainda é grande, repetimos sucessivamente o processo com a diferença obtida no processo anterior até que seja possível verificar se o resultado é um múltiplo de 7.

Assim, temos: $83 - 8 = 75$.

Como 75 não é divisível por 7 podemos concluir que 8 361 não é divisível por 7.

Orientações didáticas

Na mídia

Se considerar oportuno, apresente o trecho a seguir para suscitar os debates sobre a desigualdade de gênero na Matemática:

A desigualdade de gênero na matemática nos dias atuais

Historicamente falando, as mulheres sempre foram excluídas da ciência, principalmente das ciências consideradas masculinas, como é o caso da matemática, [...] a desigualdade de gênero continua sendo realidade global, e essa desigualdade aumenta de acordo com o nível, como afirma o artigo "Relatório da Unesco Iesalc afirma que a desigualdade de gênero no ensino superior continua a ser um problema universal" da Unesco Iesalc, 2021, que mostra que, no mundo todo em se tratando de ensino superior, as mulheres representam 53% dos graduados e mestres em 2014, mas, quando se olham os concluintes do doutorado, as mulheres representam 44% do total.

Quando falamos em matemática é que esses números assustam, como podemos ver no artigo "Desigualdade de gênero é realidade global na matemática" do IMPA, 2020, que diz que as mulheres são 42% dos ingressantes na graduação na área no Brasil, mas apenas 27% entre os alunos de mestrado e 24% entre os de doutorado, o que significa que a matemática continua tendo um número maior [de] homens e que as mulheres ainda não se sentem totalmente confortáveis em aprofundar seus estudos nessa área.

[...]

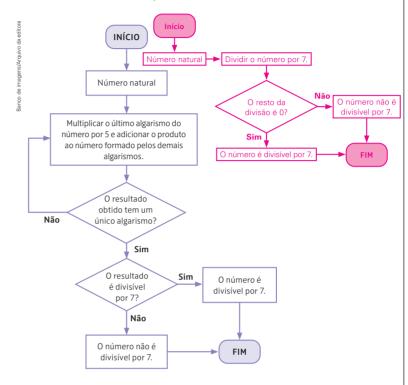
NUNES, Maria Sara Andrade. *A desigualdade de gênero na Matemática*: aspectos históricos e atuais. 2021. Trabalho de Conclusão de Curso (Licenciatura em Matemática) – Centro de Ciências Exatas e da Natureza, Universidade Federal da Paraíba, João Pessoa, 2021. Disponível em: https://repositorio.ufpb.br/jspui/bitstream/123456789/20616/1/MSAN06082021.pdf. Acesso em: 7 maio 2022.

Peça aos estudantes que resolvam individualmente as atividades propostas e os auxilie em caso de dúvidas.

Na atividade **4**, incentive os estudantes a justificar suas respostas usando as próprias palavras e o raciocínio matemático. Peça a eles que as compartilhem com os colegas e verifique se a turma entrou em consenso em relação ao melhor método a ser utilizado.

Faça as atividades no caderno.

Esse critério de divisibilidade por 7 já era conhecido antes de ser "descoberto" por Chika. Por exemplo, na *Revista do Professor de Matemática*, número 12, publicada em 1988 pela Sociedade Brasileira de Matemática, há um artigo sobre divisibilidade no qual se encontra esse critério. É claro que isso não invalida a premiação dele – há muito mérito no fato de ele ter chegado ao método por conta própria, uma vez que a informação não estava presente no material a ele disponibilizado.

1. O fluxograma a seguir, inspirado na ideia de Chika, pode ser seguido até que o número natural que se deseja verificar a divisibilidade por 7 seja transformado em um número de um único algarismo, sendo imediata a determinação se o número inicial é ou não divisível por 7.

Siga as instruções do fluxograma para verificar se o número 182 é divisível por 7. Depois, efetue a divisão de 182 por 7 e determine o resto da divisão para confirmar sua resposta. 182 é divisível por 7; resto 0.

2. Empregando o critério usado por Chika, verifique se 3 101 é divisível por 7. Depois, divida 3 101 por 7 e determine o resto da divisão para confirmar sua resposta. 3 101 é divisível por 7; resto 0.

3. Descubra se o número 40 136 é divisível por 7 efetuando a divisão e, depois, aplicando o critério utilizado por Chika. 40 136 não é divisível por 7.

4. Na sua opinião, qual dos métodos aplicados nos itens anteriores você achou mais fácil: fazer a divisão ou usar o critério de Chika? Resposta pessoal.

5. Faça um fluxograma que apresente o passo a passo para saber se um número é divisível por 7 efetuando a divisão.

Proposta para o professor

Sugerimos a leitura do trabalho a seguir para enriquecer as discussões sobre a desigualdade de gênero na Matemática: NUNES, Maria Sara A. *A desigualdade de gênero na Matemática*: aspectos históricos e atuais. 2021. Trabalho de Conclusão de Curso (Licenciatura em Matemática) – Centro de Ciências Exatas e da Natureza, Universidade Federal da Paraíba, João Pessoa, 2021. Disponível em: https://repositorio.ufpb.br/jspui/bitstream/123456789/20616/1/MSAN06082021.pdf. Acesso em: 7 maio 2022.

Números primos e fatoração

O que é número primo?

No quadro **1** estão representados os números naturais de 2 a 50.

Vamos riscar todos os números divisíveis por 2 em **vermelho**, mantendo apenas o próprio 2.

Em seguida, vamos considerar entre os números não riscados os que são divisíveis por 3, riscando-os em **roxo** e mantendo apenas o próprio 3.

Faremos o mesmo para os números divisíveis por 5, riscando-os em **azul**, e para os divisíveis por 7, riscando-os em **amarelo**. Após todas as marcações, teremos o quadro **2**.

	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50

Quadro 1.

	2	3	~~4~~	5	~~6~~	7	~~8~~	~~9~~	~~10~~
11	~~12~~	13	~~14~~	~~15~~	~~16~~	17	~~18~~	19	~~20~~
~~21~~	~~22~~	23	~~24~~	~~25~~	~~26~~	~~27~~	~~28~~	29	~~30~~
31	~~32~~	~~33~~	~~34~~	~~35~~	~~36~~	37	~~38~~	~~39~~	~~40~~
41	~~42~~	43	~~44~~	~~45~~	~~46~~	47	~~48~~	~~49~~	~~50~~

Quadro 2.

No quadro **2**, riscamos os números divisíveis por 2, 3, 5 e 7, com exceção deles próprios. Mas por que não riscamos aqueles que são divisíveis por 4, 6, 8 e 9?

Na verdade, eles já estão riscados, pois os números divisíveis por 4 também são divisíveis por 2; os divisíveis por 6 também são divisíveis por 2 e por 3; os divisíveis por 8 também são divisíveis por 2 e por 4; e os divisíveis por 9 também são divisíveis por 3.

Os números que não foram riscados são denominados **números primos**. Você sabe o que é um número primo?

> Um número natural maior do que 1 é **primo** quando só é divisível por 1 e por ele mesmo.

Os números 2, 3, 5, 7, 11 e 13, por exemplo, são números primos. Cada um deles é divisível somente por 2 números: o número 1 e o próprio número.

Números como 4, 6, 8, 9, 10, 12 e 15 são **números compostos**. Cada um deles é divisível por mais de 2 números, isto é, por 1, pelo próprio número e por outros números.

> Um número natural maior do que 1 é **composto** quando é divisível por mais de 2 números naturais.

Note que, de acordo com a explicação anterior, os números 0 e 1 não entram na classificação de primo nem na de composto. Lendo a seção *Na História* do capítulo 11, você vai descobrir a origem desses nomes.

Atividades

Faça as atividades no caderno.

1. Responda às questões sobre números primos.

a) O número 21 é divisível por quais números naturais não nulos? 21 é primo? 1, 3, 7 e 21; não.

b) O número 23 é divisível por quais números naturais não nulos? 23 é primo? 1 e 23; sim.

2. Existe um número par que também é número primo. Qual é esse número? 2

3. Dê 3 exemplos de:

a) números ímpares primos; Resposta pessoal.

b) números ímpares compostos. Resposta pessoal.

Orientações didáticas

O que é número primo?

Na BNCC

Este tópico favorece o desenvolvimento da habilidade **EF06MA05** ao propor a classificação de números naturais em primos e compostos e estabelecer relações entre números.

Os números primos são importantes na área computacional, pois são usados na informática, na proteção de informações e senhas bancárias e na codificação e decodificação de documentos.

Retome com os estudantes que no tópico "Critérios da divisibilidade" estudamos que alguns números têm vários divisores e outros possuem apenas 2 divisores.

Por exemplo:

- 2 é divisível por 1 e por 2, possui 2 divisores;
- 4 é divisível por 1, 2 e por 4, possui 3 divisores;
- 7 é divisível por 1 e por 7, possui 2 divisores;
- 12 é divisível por 1, 2, 3, 4, 6 e por 12, possui 6 divisores.

Com base nessa constatação, defina número primo como o número natural que possui apenas 2 divisores, o 1 e ele mesmo. No exemplo acima, o 2 e o 7 são primos.

Números que possuem mais que 2 divisores são denominados compostos.

Consideramos importante ressaltar que o número 1 não é primo, pois não tem divisores naturais distintos, e o zero também não é primo, pois tem infinitos divisores.

Atividades

Ao propor a atividade **1**, retome com os estudantes que um número é primo quando possui 2 únicos divisores: o número 1 e ele mesmo.

Na atividade **2**, ressalte que o único número par e primo é o 2, pois todos os outros números pares são divisíveis por 2.

Na atividade **3**, vale verificar que números compostos são os números que não são primos.

Orientações didáticas

Atividades

A atividade **4** tem como objetivo levar os estudantes a reconhecer os números primos menores que 100.

Espera-se que os estudantes reconheçam e apliquem a ideia de múltiplos e divisores para identificar números primos.

Peça a eles que leiam o texto e acompanhem os exemplos apresentados no Livro do Estudante. Se considerar oportuno, solicite que façam um resumo no caderno com as principais ideias apresentadas no texto, enfatizando como identificar um número primo. Pode-se ainda pedir aos estudantes que construam um fluxograma para representar o processo de identificação de números primos e compostos.

Ressaltamos que reconhecer um padrão, generalizar uma regra e aplicá-la em diversas situações são aspectos essenciais para o desenvolvimento do pensamento computacional.

Ao explorar o boxe do tópico, comente com os estudantes que o matemático grego Eratóstenes (276 a.C.-194 a.C.), nascido em Cirene, criou esse dispositivo prático para determinação de um número primo. Explique à turma como utilizá-lo:

1. Escolha um número: por exemplo 30;
2. Considere o maior número primo que, multiplicado por ele mesmo, não seja maior do que 30; no caso 5, pois $5 \cdot 5 = 25 < 30$ e $7 \cdot 7 = 49 > 30$.
3. Liste todos os números inteiros entre 2 e 30;
4. Remova dessa lista todos os múltiplos de 2, exceto o 2;
5. Repita o método com o 3, removendo todos os seus múltiplos da lista e depois, de novo, com o 5;
6. Como o 5 foi o número escolhido no passo **2**, não é necessário remover mais nenhum outro número;
7. A lista que resulta contém apenas os primos entre 2 e 30.

4. Você conheceu os números primos até 50.

a) Quais são eles?
2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31, 37, 41, 43 e 47.

b) No caderno, construa um quadro com os números naturais maiores do que 50 e menores do que 100.
A resposta encontra-se na seção *Resoluções* deste Manual.

c) Descubra os números primos entre 50 e 100 procedendo da seguinte maneira:
- primeiro, risque no quadro os números divisíveis por 2, 3, 5 e 7;
- depois, verifique se cada número que sobrou é primo ou não.

São primos: 53, 59, 61, 67, 71, 73, 79, 83, 89 e 97.

Como reconhecer um número primo

O filósofo e matemático grego Pitágoras de Samos (que viveu entre 585 a.C. e 500 a.C., aproximadamente) e os seguidores das ideias dele, os chamados pitagóricos, perceberam que há 2 tipos de número natural maior do que 1: os números primos e os números compostos.

Não sabemos exatamente o quanto avançou o estudo dos pitagóricos em relação aos números primos, mas sabemos que esse estudo ajudou o também matemático grego Euclides de Alexandria (que nasceu no século III a.C.) a provar que o conjunto dos números primos é infinito. Na seção *Na História* do capítulo 11, conheceremos um pouco mais sobre o estudo dos números primos.

Para saber se um número é primo, devemos dividi-lo sucessivamente pelos números primos menores do que ele (2, 3, 5, 7, etc.) e verificar o que acontece.

- Obtendo resto 0 em alguma divisão, o número não é primo.
- Se nenhum resto é 0, o número é primo.

Alberto De Stefano/Arquivo da editora

Eratóstenes (276 a.C.-194 a.C.) foi um matemático grego que desenvolveu um algoritmo – que ficou conhecido como *Crivo de Eratóstenes* – para determinar números naturais primos. Visite o *site* https://matematicando.net.br/o-crivo-de-eratostenes-numeros-primos/ (acesso em: 25 fev. 2022) para conhecer os passos que devem ser seguidos para construir o Crivo de Eratóstenes.

Acompanhe alguns exemplos.

Exemplo 1

Considere o número 187.

- 187 não é divisível por 2, porque não é par.
- 187 não é divisível por 3, porque a soma de todos os algarismos ($1 + 8 + 7 = 16$) não é divisível por 3.
- 187 não é divisível por 5, porque não termina em 0 ou 5.
- 187 não é divisível por 7, porque nessa divisão ocorre resto 5.

$$\begin{array}{r|l} 187 & 7 \\ \cline{2-2} 47 & 26 \\ 5 & \end{array}$$

- 187 é divisível por 11, porque nessa divisão ocorre resto 0.

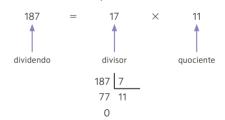
Então, 187 não é primo.

$$\begin{array}{r|l} 187 & 11 \\ \cline{2-2} 77 & 17 \\ 0 & \end{array}$$

Observação

Da última divisão podemos escrever que:

Trocando a ordem dos fatores, concluímos que 187 também é divisível por 17:

$$\begin{array}{r|l} 187 & 7 \\ \cline{2-2} 77 & 11 \\ 0 & \end{array}$$

Em uma dessas divisões, o divisor é menor do que o quociente; na outra, é maior.

Exemplo 2

Agora, considere o número 197.

- 197 não é divisível por 2, porque não é par.
- 197 não é divisível por 3, porque a soma de todos os algarismos ($1 + 9 + 7 = 17$) não é divisível por 3.
- 197 não é divisível por 5, porque não termina em 0 ou 5.
- 197 não é divisível por 7, porque nessa divisão ocorre resto 1. O quociente (28) é maior do que o divisor (7).

197 | 7
57 28
1

- 197 não é divisível por 11, porque nessa divisão ocorre resto 10.

  Note que, aumentando o divisor, de 7 para 11, diminui o quociente, de 28 para 17. Mas o quociente (17) ainda é maior do que o divisor (11).

197 | 11
87 17
10

- 197 não é divisível por 13, porque nessa divisão ocorre resto 2. O quociente (15) é maior do que o divisor (13).

197 | 13
67 15
2

- 197 não é divisível por 17, porque nessa divisão ocorre resto 10. O quociente (11) é menor do que o divisor (17).

197 | 17
27 11
10

Ao efetuar as divisões, em todas convém notar que, se o divisor aumenta, o quociente diminui.

Assim, verificamos que, entre todos os números primos menores do que 17, nenhum é divisor de 197 e não precisamos continuar as divisões. Se houvesse alguma divisão exata com o divisor maior do que o quociente, já teríamos encontrado outra com o divisor menor do que o quociente. Não havendo divisão exata, concluímos que 197 é número primo.

Para saber se um número natural não nulo é primo, dividimos sucessivamente pelos números primos 2, 3, 5, 7, 11, ... Se nenhuma das divisões apresentar resto 0, até que o quociente seja menor do que o divisor, o número é primo; caso contrário, o número é composto.

Atividades

Faça as atividades no caderno.

5. Copie os números no caderno, classifique-os em primo ou composto e justifique sua resposta.

a) 127 Primo, pois só é divisível por 1 e por ele mesmo.

b) 217 Composto, pois é divisível por 1, 7, 31 e por ele mesmo.

c) 271 Primo, pois só é divisível por 1 e por ele mesmo.

d) 721 Composto, pois é divisível por 1, 7, 103 e por ele mesmo.

6. Descubra os números e responda no caderno.

a) Qual é o menor número primo maior do que 500? 503

b) Qual é o menor número primo maior do que 800? 809

7. Responda às questões e explique com suas palavras como você pensou.

a) Qual é o menor número natural primo que se escreve com 4 algarismos? 1 009; explicação pessoal.

b) Qual é o maior número primo que se escreve com 3 algarismos? 997; explicação pessoal.

8. Use os algarismos 2, 4 e 9, uma vez cada um, para formar números de 3 algarismos.

a) Quantos números você pode formar? 6 números.

b) Quais desses números são primos? Justifique.

b) Nenhum, pois qualquer que seja a ordem dos algarismos, a soma sempre vai ser 15 ($2 + 4 + 9 = 15$), ou seja, será divisível por 3. Além disso, será divisível por 2 se tiver os algarismos 2 ou 4 na ordem das unidades.

Proposta para o estudante

Sugira aos estudantes que acessem o portal da Obmep para interagir com o jogo *Caça-primos*:

PORTAL DA OBMEP. *Divisibilidade*. Rio de Janeiro, [20--?]. Disponível em: https://portaldaobmep.impa.br/index.php/modulo/ver?modulo=23&tipo=5. Acesso em: 7 maio 2022.

Orientações didáticas

Atividades

As atividades dessa seção exploram o reconhecimento de números primos.

Na atividade **5**, retome com os estudantes que, para determinar se um número não é primo, basta encontrar um divisor desse número diferente de 1 ou dele mesmo. Podemos ainda dividir o número sucessivamente pelos números primos até que o quociente seja menor ou igual ao divisor.

Ao explorar a atividade **7**, comente com os estudantes que o menor número de 4 algarismos é o 1 000 e que o maior número de 3 algarismos é o 999. Em seguida, peça a eles que resolvam cada item proposto.

Orientações didáticas

Decomposição de um número em produto

Na BNCC

Este tópico favorece o desenvolvimento da habilidade **EF06MA05** ao propor a decomposição de números em fatores primos.

Para introduzir a decomposição de números em fatores primos, sugerimos que discuta com os estudantes a relação entre a palavra "fatoração" e a decomposição em fatores primos. Incentive-os a perceber que a palavra "fatoração" lembra "fator", uma nomenclatura que eles já conhecem dos termos de uma multiplicação.

É importante ressaltar que fatorar um número significa escrevê-lo em forma de produto. No caso, quando os fatores forem números primos, então o número estará decomposto em fatores primos.

Por exemplo, $24 = 2 \cdot 12$, que é uma forma de fatorar o número 24. Se continuarmos fatorando o número 24 até o escrevermos apenas com fatores primos, no caso $24 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 = 2^3 \cdot 3$, teremos obtido a decomposição do 24 em fatores primos por fatorações sucessivas.

Você poderá apresentar uma maneira mais prática de decompor um número em fatores primos pelas divisões sucessivas. Nesse método, o primeiro divisor será sempre o primeiro número primo que divide o dividendo. O resultado será o quociente, que, por sua vez, será dividido pelo mesmo número primo utilizado anteriormente ou pelo próximo número primo que dividir o número. As divisões sucessivas terminam quando obtivermos 1 no quociente.

Por exemplo, no caso de 180, o menor número primo que o divide é 2. Depois, devemos dividir o quociente encontrado pelo menor número primo que o divide e assim sucessivamente até obtermos 1 no quociente.

180	2
090	2
045	3
015	3
05	5
0	1

Desse modo, a fatoração de 180 é $2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 5 = 2^2 \cdot 3^2 \cdot 5$.

Decomposição de um número em produto

As idades dos irmãos

A soma das idades de 2 irmãos corresponde à idade do pai deles: 45 anos.

Se as idades dos irmãos forem multiplicadas, o número que se obtém é o da idade completada pelo Brasil no ano 2000.

Qual é a idade do irmão mais velho?

Acompanhe o raciocínio.

Em 2000, o Brasil completou 500 anos. Logo, o produto das idades dos irmãos é 500. As multiplicações de 2 fatores com resultado 500 são:

Ilustra Cartoon/Arquivo da editora

$1 \cdot 500$ $\quad$ $5 \cdot 100$

$2 \cdot 250$ $\quad$ $10 \cdot 50$

$4 \cdot 125$ $\quad$ $20 \cdot 25$

Como a soma das idades é 45 anos, vamos adicionar os fatores possíveis para descobrir as idades:

$1 + 500 = 501$ $\quad$ $5 + 100 = 105$

$2 + 250 = 252$ $\quad$ $10 + 50 = 60$

$4 + 125 = 129$ $\quad$ $20 + 25 = 45$

As idades são 20 e 25 anos. Então, o mais velho tem 25 anos.

Atividades

Faça as atividades no caderno.

9. A professora de Matemática pediu aos estudantes que formassem grupos para fazer um trabalho. Todos os grupos deviam ter a mesma quantidade de integrantes; era preciso formar mais de um grupo, e ninguém poderia ficar sozinho. Como a turma tem 36 estudantes, poderiam ser formados, por exemplo, 4 grupos com 9 estudantes $(4 \cdot 9 = 36)$. Existem outras possibilidades de formação desses grupos. Quais são elas? 2 grupos de 18; 3 grupos de 12; 6 grupos de 6; 9 grupos de 4; 12 grupos de 3; 18 grupos de 2.

10. Em um colégio há 2 turmas de 6º ano, uma delas com 5 estudantes a mais que a outra. Multiplicando a quantidade de estudantes das 2 turmas, o resultado dá 300. a) $1 \cdot 300$; $2 \cdot 150$; $3 \cdot 100$; $4 \cdot 75$; $5 \cdot 60$; $6 \cdot 50$; $10 \cdot 30$; $12 \cdot 25$; $15 \cdot 20$

a) Escreva, no caderno, as multiplicações de 2 números que dão como resultado 300.

b) Quantos estudantes há em cada turma? 15 estudantes e 20 estudantes.

11. Na Grécia antiga, Pitágoras e os pitagóricos costumavam associar números a formas geométricas. As imagens a seguir são da seção *Na História* do capítulo 11 e mostram como os pitagóricos interpretavam os números primos e os números compostos.

8 (número composto) $\quad$ 5 (número primo)

Banco de imagens/Arquivo da editora

Um número composto pode ser representado por mais de 1 linha de pedrinhas em formato retangular. Já um número primo pode ser representado por apenas 1 linha.

Laís deseja dispor os 90 brigadeiros da festa de aniversário dela de maneira retangular, de modo que tenha mais de 1 linha de brigadeiros. De quantos modos ela pode organizar os brigadeiros? Quais são esses modos? 10 modos; 2 linhas e 45 colunas, ou 3 linhas e 30 colunas, ou 5 linhas e 18 colunas, ou 6 linhas e 15 colunas, ou 9 linhas e 10 colunas, ou 10 linhas e 9 colunas, ou 15 linhas e 6 colunas, ou 18 linhas e 5 colunas, ou 30 linhas e 3 colunas, ou 45 linhas e 2 colunas.

Para um número ser decomposto por divisões sucessivas, ele deve ser inteiro, não primo e maior que do 1. A decomposição em fatores primos é única para cada número.

Atividades

Proponha que os estudantes resolvam as atividades individualmente e, em seguida, faça a correção delas.

Fatoração de um número

No problema "As idades dos irmãos", obtivemos algumas multiplicações de 2 fatores de resultado 500:

$1 \cdot 500$	$5 \cdot 100$
$2 \cdot 250$	$10 \cdot 50$
$4 \cdot 125$	$20 \cdot 25$

Essas são algumas das **decomposições** de 500 em produto.
Há outras decomposições, com mais de 2 fatores, como:

$2 \cdot 2 \cdot 125$	$2 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 10$
$5 \cdot 10 \cdot 10$	$2 \cdot 2 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5$

Decompor um número em produto significa indicar uma ou mais multiplicações que têm como resultado aquele número.

Participe

Faça as atividades no caderno.

I. Vamos trabalhar com o número 60. Faça os registros no caderno.

a) Indique 3 multiplicações de 2 fatores de resultado 60. Exemplo de resposta: $1 \cdot 60$, $2 \cdot 30$, $3 \cdot 20$, $4 \cdot 15$.

b) Escreva 3 modos de decompor 60 em produto com mais de 2 fatores. Exemplo de resposta: $1 \cdot 6 \cdot 10$; $2 \cdot 3 \cdot 10$; $3 \cdot 4 \cdot 5$.

c) Existe um modo de decompor o número 60 em que todos os fatores são números primos. Faça essa decomposição. $2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 5$

II. Agora, considere o número 40.

a) Ele é primo ou composto? Por quê? Composto, pois é divisível por mais números além do 1 e dele mesmo.

b) Ele é divisível por quais números naturais? 1, 2, 4, 5, 8, 10, 20 e 40.

c) Decomponha no caderno o número 40 em produto, de modo que todos os fatores sejam primos. $2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 5$

Todo número natural maior do que 1 ou é primo ou é composto e, neste caso, pode ser decomposto em um produto de fatores primos. Além disso, todo número composto admite **uma única** decomposição em fatores primos, sem levar em conta a ordem dos fatores. Essa decomposição em fatores primos também é chamada **fatoração** do número considerado.

Vamos estudar agora um modo de organizar os cálculos para decompor um número em fatores primos, ou seja, para fatorar esse número.

Qual é o menor número primo pelo qual 60 é divisível? Como 60 é par, é divisível por 2.

$$\begin{array}{r|l} 60 & 2 \\ \hline 0 & 30 \end{array}$$

O quociente dessa divisão é 30.

Agora, vamos determinar o menor número primo pelo qual 30 é divisível. Como 30 é par, é divisível por 2.

$$\begin{array}{r|l} 30 & 2 \\ \hline 10 & 15 \\ 0 & \end{array}$$

O quociente dessa divisão é 15.

Orientações didáticas

Fatoração de um número

Na BNCC

Este tópico favorece o desenvolvimento da habilidade **EF06MA05** ao propor a fatoração de números naturais.

Participe

As atividades propostas possibilitam explorar a decomposição de um número como um produto de fatores primos. Permita que os estudantes as resolvam utilizando estratégias pessoais.

Proposta para o professor

Sugerimos a leitura da pesquisa a seguir, que evidencia as praxeologias didáticas e matemáticas existentes no Brasil para o estudo da fatoração, as relações pessoais de estudantes e professores com esse objeto, além de explorar atividades que possam favorecer aplicações em contextos variados intra e extramatemáticos no Ensino Fundamental. A pesquisa destaca que professores e estudantes desconhecem a finalidade da fatoração no ensino; desse modo, não a aplicam em tarefas em que tal conhecimento é facilitador, bem como que a aplicação do Percurso de Estudo e Pesquisa (PEP) em um grupo de estudantes do Ensino Médio e de futuros professores sinaliza – entre outros aspectos – dificuldades associadas ao caráter protomatemático da fatoração.

GUADAGNINI, Míriam do Rocio. *Fatoração*: por que estudá-la desde o Ensino Fundamental? Tese de doutorado em Educação Matemática pela Universidade Anhanguera de São Paulo, São Paulo, 2018. Disponível em: https://repositorio.pgsskroton.com/bitstream/123456789/21811/1/M%C3%8DRIAM%20GUADAGNINI.pdf. Acesso em: 7 maio 2022.

Orientações didáticas

Participe

Para que os estudantes assimilem o método prático para decompor um número em fatores primos é necessário que conheçam os critérios de divisibilidade, dominem a técnica para efetuar divisões e reconheçam pelo menos os 10 primeiros números primos (2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23 e 29) para realizar com habilidade as divisões sucessivas necessárias. Vale verificar que poderão substituir o símbolo (×) da multiplicação pelo ponto (·).

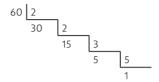
Vamos agora determinar o menor número primo pelo qual 15 é divisível. Como 15 é ímpar, não é divisível por 2; mas esse número é divisível por 3, pois a soma de todos os algarismos é divisível por 3.

$$\begin{array}{r|l} 15 & 3 \\ \hline 0 & 5 \end{array}$$

O quociente dessa divisão é 5.

Repetindo esse procedimento até obter quociente 1, a sequência de divisões feitas é:

$$\begin{array}{r|l} 60 & 2 \\ \hline 0 & 30 \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} 30 & 2 \\ \hline 10 & 15 \\ 0 & \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} 15 & 3 \\ \hline 0 & 5 \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} 5 & 5 \\ \hline 0 & 1 \end{array}$$

Calculando mentalmente os quocientes, podemos representar o processo assim:

Também é usual indicar esse processo do modo a seguir, com um traço vertical:

$$\begin{array}{r|l} 60 & 2 \\ 30 & 2 \\ 15 & 3 \\ 5 & 5 \\ 1 & \end{array}$$

Quociente das divisões →

A decomposição do número 60 em fatores primos, ou seja, a fatoração desse número é: $60 = 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 5$.

Também podemos usar potências: $60 = 2^2 \cdot 3 \cdot 5$.

> Nesta Unidade estamos lidando com fatoração como produto de números primos. Por isso, apesar de às vezes escrevermos apenas "fatoração", subentende-se que seja "fatoração em produto de fatores primos".

Participe

Faça as atividades no caderno.

I. Copie no caderno e complete a decomposição do número 40 em fatores primos.

$$\begin{array}{r|l} 40 & 2 \\ 20 & 2 \\ 10 & 2 \\ 5 & 5 \\ 1 & \end{array}$$

$40 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 5$

$40 = 2^3 \cdot 5$

II. Faça os registros no caderno.

a) O número 19 pode ser fatorado? Por quê? Não; porque é primo.

b) O número 28 pode ser fatorado? Por quê? Sim; porque é maior do que 1 e não é primo.

c) Fatore os números dos itens anteriores em que a resposta foi "Sim". $28 = 2 \cdot 2 \cdot 7$ ou $28 = 2^2 \cdot 7$.

Proposta para o estudante

Sugerimos que os estudantes leiam o texto a seguir como incentivo ao estudo de números primos:

Entenda por que os números primos são importantes nos dias atuais

[...]

Antes de tudo, vamos aos básicos. O número primo é um número divisível apenas por ele mesmo e por 1. [...]. Graças a essa propriedade, todos os números existentes podem ser quebrados em números primos, num processo conhecido como fatoração. [...]

A questão é que, quanto maior o número fica, mais difícil é para fatorá-lo.

[...]

Os números primos servem [...] como base de uma série de algoritmos de segurança, como é o caso do RSA. [...] há uma chave pública, que pode ser de conhecimento geral, que consiste em dois números primos grandes, que permitem criptografar uma mensagem, e uma secreta, com outros números, que possibilitam remover a encriptação. Assim, as pessoas poderiam enviar mensagens para você usando sua chave pública, e só você poderia lê-las, usando sua chave secreta para desencriptar. Qualquer outra pessoa precisaria fatorar [...] os números enormes para descobrir os primos envolvidos no processo.

Essa ideia é base da criptografia por trás de coisas simples que fazem parte do nosso dia a dia, como, por exemplo, transmitir o número do cartão de crédito para uma loja *on-line* ou fazer o *login* em um *site* de um banco.

SANTINO, Renato. Entenda por que os números primos são importantes nos dias atuais. *Olhar digital*, [*s. l.*], 21 jan. 2016. Disponível em: https://olhardigital.com.br/2016/01/21/seguranca/entenda-por-que-os-numeros-primos-sao-importantes-nos-dias-atuais/. Acesso em: 7 maio 2022.

Atividades

Faça as atividades no caderno.

12. No caderno, fatore cada número a seguir e indique a fatoração usando potências, quando possível.

a) 48 $2^4 \cdot 3$
b) 92 $2^2 \cdot 23$
c) 98 $2 \cdot 7^2$
d) 120 $2^3 \cdot 3 \cdot 5$
e) 168 $2^3 \cdot 3 \cdot 7$
f) 180 $2^2 \cdot 3^2 \cdot 5$
g) 225 $3^2 \cdot 5^2$
h) 250 $2 \cdot 5^3$
i) 308 $2^2 \cdot 7 \cdot 11$

13. Copie os cartões a seguir no caderno e faça a correspondência de cada número dos cartões laranja à fatoração correspondente nos cartões verdes. **A-3; B-4; C-1; D-2; E-6.**

Cartões laranja	Cartões verdes
Ⓐ 140	① $3^2 \cdot 5 \cdot 11^2$
Ⓑ 500	② $2 \cdot 5^2 \cdot 13$
Ⓒ 5 445	③ $2^2 \cdot 5 \cdot 7$
Ⓓ 650	④ $2^2 \cdot 5^3$
Ⓔ 3 900	⑤ $2^{10} \cdot 3$
	⑥ $2^2 \cdot 3 \cdot 5^2 \cdot 13$

A fatoração que sobra é a de que número? 3 072

14. Qual é o menor fator primo de cada número?

a) 65 5
b) 221 13
c) 323 17
d) 29 29

15. O produto de 2 números naturais é 80.

a) Que números podem ser esses? 1 e 80; 2 e 40; 4 e 20; 5 e 16; 8 e 10.
b) Considerando que a soma deles é 21, quais são os números? 5 e 16.
c) Considerando que a soma deles é a menor possível, quais são os números? 8 e 10.

16. Decompondo um número em fatores primos, obtemos 2^{10}. Esse número é divisível por todos os números a seguir, exceto um. Qual? Alternativa **a**.

a) 80
b) 64
c) 32
d) 128
e) 16

Na olimpíada

Outro planeta. Oba!

(Obmep) No planeta Pemob as semanas têm 5 dias: Aba, Eba, Iba, Oba e Uba, nessa ordem. Os anos são divididos em 6 meses com 27 dias cada um. Se o primeiro dia de um certo ano foi Eba, qual foi o último dia desse ano? Alternativa **c**.

a) Aba
b) Eba
c) Iba
d) Oba
e) Uba

Reprodução/Obmep, 2019.

Orientações didáticas

Atividades

As atividades dessa seção exploram a fatoração em números primos.

Na atividade **12**, sugerimos orientar os estudantes a utilizar o método de divisões sucessivas para fatorar os números.

Proponha que realizem as atividades **13** a **16** em duplas, favorecendo assim a troca de ideias e a aprendizagem colaborativa.

Na olimpíada

A atividade dessa seção utiliza um contexto fictício para trabalhar a fatoração em números primos. Situações similares a essa podem incentivar a turma nos estudos dos números primos. Sempre que possível, oportunize que os estudantes façam atividades lúdicas ou com temáticas de interesse de sua faixa etária.

Proposta para o professor

A leitura indicada a seguir traz um estudo de caso envolvendo aprendizagem colaborativa nas aulas de Matemática para estudantes do 6º ano do Ensino Fundamental. Ainda que as atividades propostas no estudo de caso não se refiram à fatoração, a análise do texto permite verificar a importância da implementação de metodologias cooperativas em sala de aula:

CONCEIÇÃO, Elaine L. R.; GUÉRIOS, Ettiénne C. Aprendizagem colaborativa na Matemática: Sala de Aula como Grupo Colaborativo para Efetivação da Aprendizagem no Ensino Fundamental. *In*: PARANÁ. Secretaria da Educação. *Os desafios da escola pública paranaense na perspectiva do professor PDE* – Artigos, 2016. [Curitiba]: Secretaria da Educação, 2016. v. 1. Disponível em: http://www.diaadiaeducacao.pr.gov.br/portals/cadernospde/pdebusca/producoes_pde/2016/2016_artigo_mat_ufpr_elainedelucenarodriguesconceicao.pdf. Acesso em: 7 maio 2022.

Orientações didáticas

Os múltiplos de um número

Na BNCC

Este tópico favorece o desenvolvimento das habilidades: **EF06MA05** ao propor a classificação de números naturais em primos e compostos, estabelecendo relações entre números; e **EF06MA06** ao explorar a resolução e elaboração de problemas envolvendo as ideias de múltiplos. A seção *Atividades* mobiliza com maior ênfase a **CG02**, a **CG09**, a **CEMAT02** e a **CEMAT08** ao oportunizar que os estudantes vivenciem situações de formulação e resolução de problemas, assim como permitir o desenvolvimento do raciocínio lógico e a interação com os pares, incentivando-os a trabalhar de modo cooperativo.

Este tópico apresenta aos estudantes os múltiplos de um número natural, mostrando a possibilidade de determinar o menor múltiplo comum de 2 ou mais números. Além disso, apresenta os divisores de um número natural, evidenciando a possibilidade de determinar o maior divisor comum entre 2 ou mais números.

Sugerimos que, por meio de exemplos, você mostre aos estudantes que:

a) os múltiplos de um número natural são infinitos;

b) o zero é o primeiro múltiplo de qualquer número natural; partindo do zero, o conjunto de múltiplos de um número pode ser obtido pela soma do número anterior com o número do qual se deseja ter os múltiplos.

Após a definição dos múltiplos de 2 ou mais números naturais, é possível determinarmos o menor múltiplo comum entre eles.

Acreditamos que apresentar o menor múltiplo comum entre 2 ou mais números pela enumeração dos conjuntos dos múltiplos, num primeiro momento, pode tornar o conceito mais acessível e claro para os estudantes, que posteriormente serão apresentados à forma prática, ou seja, ao algoritmo usualmente utilizado para a determinação desse número.

Por exemplo, é possível pedir aos estudantes que determinem os conjuntos dos múltiplos de 3 e 8:

M(3) = {**0**, 3, 6, 9, 12, 15, 18, 21, **24**, 27, 30, ...}

M(8) = {**0**, 8, 16, **24**, 32, 40, 48, 56, ...}

Múltiplos e divisores de um número natural

Os múltiplos de um número

Tomando os números naturais 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, ... e multiplicando cada um deles por 2, obtemos:

$$2 \cdot 0 = 0,\ 2 \cdot 1 = 2,\ 2 \cdot 2 = 4,\ 2 \cdot 3 = 6,\ 2 \cdot 4 = 8,\ 2 \cdot 5 = 10,\ 2 \cdot 6 = 12,\ 2 \cdot 7 = 14,\ \ldots$$

Os números obtidos são pares, e esses números também são chamados **múltiplos** de 2, porque são obtidos multiplicando os números naturais por 2.

Multiplicando os números naturais por 3, obtemos os **múltiplos** de 3, que são: 0, 3, 6, 9, 12, 15, 18, 21, ...

Os múltiplos de 4 são: 0, 4, 8, 12, 16, 20, 24, 28, ...

Os múltiplos de 5 são: 0, 5, 10, 15, 20, 25, 30, 35, ...

Os **múltiplos** de um número natural são obtidos quando multiplicamos os números naturais por esse número.

Multiplicando-se qualquer número natural por 0, o resultado é sempre 0. Assim, 0 é múltiplo de todos os números naturais.

Como saber se é múltiplo?

Os múltiplos de 6 são: 0, 6, 12, 18, 24, 30, 36, 42, ...

Será que 228 é múltiplo de 6?

Precisamos descobrir se 228 é produto de algum número natural por 6. Para isso, vamos analisar se 228 é divisível por 6:

- 228 é par, logo é divisível por 2;
- a soma de todos os algarismos é $2 + 2 + 8 = 12$, e 12 é divisível por 3, logo 228 é divisível por 3.

Então, 228 é divisível por 6.

Agora, para sabermos qual é o número que, ao multiplicar por 6, resulta em 228, vamos efetuar a seguinte divisão:

$$\begin{array}{r|l} 228 & 6 \\ \hline 48 & 38 \\ 0 & \end{array} \qquad 228 = 6 \cdot 38$$

Logo, 228 é múltiplo de 6 (e também de 38).

Um número natural é **múltiplo** de outro não nulo quando ele é **divisível** por esse outro número.

Todo número par é divisível por 2. Os múltiplos de 2 são os números pares.

Todo número natural que termina em 0 ou 5 é divisível por 5. Os múltiplos de 5 terminam em 0 ou 5.

Um número natural é divisível por 10 quando termina em 0. Os múltiplos não nulos de 10 são: $10 \cdot 1$, $10 \cdot 2$, $10 \cdot 3$, $10 \cdot 4$, $10 \cdot 5$, ...; portanto, são 10, 20, 30, 40, 50, etc. Todos terminam em 0.

A seguir, destacar os primeiros múltiplos comuns dos 2 conjuntos e definir o mínimo múltiplo comum como o menor múltiplo comum entre 3 e 8, que no caso é o 24, pois o zero não pode ser considerado porque é múltiplo de todos os números.

13. Sim; não; exemplo de raciocínio: como 187 198 = 187 187 + 11, então esse número também é múltiplo de 11, mas, como 187 178 = 187 187 − 9, esse número não é múltiplo de 11.

Atividades

14. Exemplo de resposta: A chegada de Cristóvão Colombo à América ocorreu numa data em que o ano é múltiplo do dia? Resposta: Não.

Faça as atividades no caderno.

1. Escreva no caderno os múltiplos de 6 menores do que 50. 0, 6, 12, 18, 24, 30, 36, 42 e 48.

2. Quais são os múltiplos de 7 maiores do que 30 e menores do que 60? 35, 42, 49 e 56.

3. Analise os números no quadro a seguir e responda no caderno.

3	11	42	44
22	2	0	81
40	55	7	88
34	99	13	66

a) Quais desses números são múltiplos de 11? 0, 11, 22, 44, 55, 66, 88 e 99.

b) Quais múltiplos de 11 menores do que 100 não aparecem no quadro apresentado anteriormente? 33 e 77.

4. Escreva no caderno os 6 primeiros múltiplos não nulos de 100. 100, 200, 300, 400, 500 e 600.

5. Copie no caderno e complete:

Um número natural não nulo é divisível por 100 quando os 2 últimos algarismos são ▒▒▒▒. 00

6. Escreva no caderno os 6 primeiros múltiplos não nulos de 1000. 1000, 2000, 3000, 4000, 5000 e 6000.

7. Copie no caderno e complete:

Um número natural não nulo é divisível por 1000 quando os ▒▒▒▒ últimos algarismos são ▒▒▒▒. 3; 000.

8. Verifique quais dos números naturais indicados a seguir são divisíveis por 100, quais são divisíveis por 1000 e quais são divisíveis por ambos.

a) 200 100
b) 1000 100 e 1000
c) 1300 100
d) 10 500 100
e) 20 000 100 e 1000.
f) 50 050

f) Não é divisível por 100 nem por 1000.

9. Efetuando uma divisão, responda às perguntas. Se necessário, use uma calculadora.

a) 3 220 é múltiplo de 7? Sim.

b) 11 433 é múltiplo de 7? Não.

10. Copie cada item no caderno e substitua cada ▒▒▒▒ por um número do quadro, de modo que todas as afirmações fiquem corretas. Use apenas um número por afirmação sem repeti-lo.

333	335	340	341	348

a) ▒▒▒▒ é múltiplo de 5. 335

b) ▒▒▒▒ é múltiplo de 11. 341

c) ▒▒▒▒ é múltiplo de 10. 340

d) ▒▒▒▒ é múltiplo de 3. 333

e) ▒▒▒▒ é múltiplo de 6. 348

11. Descubra qual é o menor número natural:

a) múltiplo de 12 com 3 algarismos; 108

b) múltiplo de 18 com 3 algarismos; 108

c) múltiplo de 12 e de 18 e diferente de 0. 36

12. Mariana nasceu no primeiro ano múltiplo de 7 deste século. Quantos anos ela completará em 2029? 27 anos.

13. Sabendo que 187 187 é um múltiplo de 11, pode-se concluir que 187 198 também é múltiplo de 11? E 187 178? Explique a um colega como você pensou.

14. Elabore um problema que envolva a ideia de múltiplo de um número e use a data da chegada da expedição de Cristóvão Colombo à América em 12 de outubro de 1492.

15. Construa um quadro no caderno com os números de 1 até 50 e faça o que se pede.

a) Use lápis azul para cercar com uma linha os múltiplos de 6. 6, 12, 18, 24, 30, 36, 42 e 48.

b) Use lápis vermelho para fazer um **X** nos múltiplos de 8. 8, 16, 24, 32, 40 e 48.

c) Indique os múltiplos comuns de 6 e 8 que você marcou no quadro. 24 e 48.

d) Indique o menor múltiplo comum e não nulo de 6 e 8. 24

16. Se Raul joga basquete nos dias pares e pratica natação em todos os dias múltiplos de 3, em quais dias do mês de maio ele pratica os 2 esportes? Nos dias 6, 12, 18, 24 e 30.

17. Em um ponto de ônibus, passa um ônibus da linha **A**, de 15 em 15 minutos, e um da linha **B**, de 20 em 20 minutos. Supondo que não haja atrasos, se passarem juntos em um certo instante, de quanto em quanto tempo voltarão a passar juntos? De 60 em 60 minutos.

18. Elabore e resolva um problema que contenha:

- caixa com 3 mudas de roseira;
- caixa com 5 mudas de girassol;
- como solução um múltiplo comum.

18. Exemplo de resposta: Um jardineiro quer plantar mudas de roseira em um canteiro e mudas de girassol em outro de modo que cada canteiro tenha o mesmo número de mudas. As mudas de roseira vêm em caixas com 3 unidades cada uma e, as de girassol, em caixas com 5 unidades cada uma. Sabendo que em cada canteiro serão plantadas todas as mudas das caixas escolhidas, qual é o menor número de mudas que ele pode plantar em cada canteiro? Resposta: 15 mudas.

Orientações didáticas

Atividades

Sugerimos que as atividades desta seção sejam realizadas em pequenos grupos, com 4 estudantes, para incentivar a interação entre os pares. Depois, peça aos grupos que troquem entre si as resoluções das atividades, fazendo a correção do que foi produzido pelo outro grupo.

Solicite a grupos voluntários que compartilhem suas estratégias de resolução e finalize com a correção das atividades de modo coletivo.

Enfatizamos, na atividade **18**, que a elaboração de problemas contribui para o desenvolvimento do pensamento computacional e para construir o raciocínio que auxilia na promoção da argumentação.

Proposta para o estudante

Sugira aos estudantes que acessem o portal da Obmep para interagir com o jogo *Achando múltiplos*:

PORTAL DA OBMEP. *Divisibilidade.* Rio de Janeiro, [20--?]. Disponível em: https://portaldaobmep.impa.br/index.php/modulo/ver?modulo=23&tipo=5. Acesso em: 7 maio 2022.

Orientações didáticas
Os divisores de um número

Na BNCC

Este tópico favorece o desenvolvimento das habilidades: **EF06MA05** ao propor a classificação de números naturais em primos e compostos, estabelecendo relações entre números; e **EF06MA06** ao explorar a resolução e elaboração de problemas envolvendo as ideias de divisor. O TCT *Diversidade Cultural* pode ser desenvolvido ao utilizar o contexto da produção de ovos para falar acerca dos povos do campo, valorizando seus saberes e fazeres. A seção *Atividades* mobiliza com maior ênfase a **CG02** e a **CEMAT02** ao oportunizar que os estudantes vivenciem situações de formulação e resolução de problemas, assim como permitir o desenvolvimento de raciocínio lógico. O contexto da atividade **32** favorece o desenvolvimento do TCT *Educação para o Consumo.*

A situação proposta em “As caixas de ovos” permite promover positivamente a imagem dos povos do campo. Proponha a realização de uma pesquisa sobre o sistema de produção de ovos, destacando aspectos como produtividade, qualidade dos ovos, valor nutricional, consumo, comportamento e qualidade das aves, criação livre ou em confinamento, os quais auxiliarão no desenvolvimento da autonomia dos estudantes. Enfatize a importância de realizar as pesquisas utilizando fontes confiáveis, assim como a necessidade de tomadas de decisões e formação de opinião de acordo com informações e dados.

Explique aos estudantes que, para determinarmos todos os divisores de um número, podemos utilizar o conceito de divisibilidade. Por exemplo, para determinarmos os divisores de 36 podemos começar com o 1 e o 36, pois $1 \cdot 36 = 36$, depois o 2 e o 18, pois $36 : 2 = 18$, depois o 3 e o 12, pois $36 : 3 = 12$, depois o 4 e o 9, pois $36 : 4 = 9$, e finalmente o 6, pois $36 : 6 = 6$. Assim temos:

$D(36) = \{1, 2, 3, 4, 6, 9, 12, 18, 36\}$

Após a definição dos divisores de 2 ou mais números naturais, é possível determinarmos o maior divisor comum entre eles.

Acreditamos que apresentar o maior divisor comum entre 2 ou mais números pela enumeração dos conjuntos dos múltiplos, em um primeiro momento, pode tornar o conceito mais acessível e claro para os estudantes, que posteriormente serão apresentados à forma prática, ou seja, ao algoritmo usualmente utilizado para a determinação desse número.

Os divisores de um número

As caixas de ovos

Teodoro vende ovos em uma barraca na feira. Ele recebeu da granja 180 ovos para revender e precisa embalá-los. Porém, Teodoro só dispõe de embalagens para 8 ovos ou para 1 dúzia.

Qual tipo de embalagem ele deve escolher para que todas fiquem completas e com a mesma quantidade de ovos?

Ilustra Cartoon/Arquivo da editora

Para responder à pergunta, precisamos saber se 180 é divisível por 8 ou por 12.

$$\begin{array}{r|l} 180 & 8 \\ \hline 20 & 22 \\ 4 & \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} 180 & 12 \\ \hline 60 & 15 \\ 0 & \end{array}$$

Como 180 não é divisível por 8, as embalagens para 8 ovos não são as indicadas, pois uma delas ficaria incompleta. Usando as embalagens para 12 ovos, Teodoro vai preencher 15 delas e não sobrará ovo algum.

> Dizemos que um número natural diferente de 0 é **divisor** de outro número natural quando o segundo é **divisível** pelo primeiro.

Por ser divisível por 12, o número 180 é múltiplo de 12, e dizemos que 12 é divisor de 180.

Divisores de um número são também chamados **fatores** desse número.

$$\underbrace{180 : 12}_{} = 15 \text{ porque } \underbrace{15 \cdot 12}_{} = 180$$

180 é divisível por 12. 12 é divisor de 180.

15 e 12 são fatores (ou divisores) de 180. 180 é múltiplo de 12 e de 15.

Participe — Faça as atividades no caderno.

I. Como apresentado, o número 12, que divide exatamente 180, é um divisor de 180. Já o número 8 não é divisor de 180, porque 180 não é divisível por 8.

Há outros divisores de 180.

a) Qual operação devemos fazer para saber se 9 é divisor de 180? Divisão: 180 : 9.

b) 9 é divisor de 180? Por quê? Sim, porque 180 é divisível por 9.

c) Qual operação devemos fazer para saber se 24 é divisor de 180? Divisão: 180 : 24.

d) 24 é divisor de 180? Por quê? Não, porque 180 não é divisível por 24.

e) 36 é divisor de 180? Sim.

II. O número 96 tem 6 divisores que se escrevem com 2 algarismos.

a) 12 é divisor de 96? Sim.

b) 18 é divisor de 96? Não.

c) Descubra quais são os divisores de 96 que se escrevem com 2 algarismos. 12, 16, 24, 32, 48 e 96.

Participe

As atividades propostas permitem explorar os divisores de um número. Permita que os estudantes as resolvam utilizando estratégias pessoais.

Proposta para o estudante

Sugira aos estudantes que visitem o *site* da Empresa Brasileira de Pesquisa Agropecuária (Embrapa). Nele é possível encontrar alguns artigos que os auxiliarão nas pesquisas sobre a produção de ovos: EMBRAPA. Disponível em: https://www.embrapa.br/. Acesso em: 7 maio 2022.

Faça as atividades no caderno.

19. Pense e responda no caderno: a) Sim, porque 36 é divisível por 9.

a) 9 é divisor de 36? Por quê?

b) 11 é divisor de 36? Por quê? b) Não, porque 36 não é divisível por 11.

20. Divida 245 por 25 e por 35. Depois, responda no caderno:

a) 25 é divisor de 245? Não.

b) 35 é divisor de 245? Sim.

21. Use uma calculadora e responda:

a) 16 é divisor de 322 240? Sim.

b) 19 é divisor de 422 700? Não.

c) 59 é divisor de 2 360? Sim.

d) 45 é divisor de 14 350? Não.

22. Copie os itens no caderno e substitua ////////// pelo número 2, 5, 6 ou 10, de modo que todas as afirmações fiquem verdadeiras. Use apenas um número por afirmação sem repeti-lo.

a) ////////// é divisor de 275. 5

b) ////////// é divisor de 28. 2

c) ////////// é divisor de 150. 10

d) ////////// é divisor de 108. 6

23. Copie as afirmações no caderno e complete-as com os números 3, 116, 205 e 680, um em cada afirmação e sem repetir os números, de modo que todas fiquem corretas.

a) 3 é divisor de //////////. 3

b) 10 é divisor de //////////. 680

c) ////////// é múltiplo de 2. 116

d) ////////// é múltiplo de 5. 205

24. "Em 20 de julho de 2019 completaram-se 50 anos da chegada do primeiro ser humano à Lua, em voo da nave Apollo 11 realizado no ano de 1969."

Usando apenas números dessa notícia, escreva no caderno uma sentença verdadeira com a expressão "é múltiplo de" e outra com a expressão "é divisor de". 1 969 é múltiplo de 11; 11 é divisor de 1 969.

25. Responda às perguntas no caderno. Respostas pessoais.

a) O dia em que você nasceu é um divisor do ano em que você nasceu?

b) O ano atual é múltiplo da sua idade?

26. Considere as cartelas **A**, **B** e **C**:

Cartela A

1	2	3
4	6	7
10	11	12

Cartela B

1	2	3
4	5	7
8	9	12

Cartela C

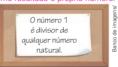
1	2	3
5	6	7
8	9	10

a) Em qual dessas cartelas você encontra todos os divisores de 10? Quais são eles? Cartela **C**; 1, 2, 5 e 10.

b) Em qual estão todos os divisores de 12? Quais são eles? Cartela **A**; 1, 2, 3, 4, 6 e 12.

c) E em qual você encontra todos os divisores de 8? Quais são eles? Cartela **B**; 1, 2, 4 e 8.

27. A frase escrita no cartaz está certa ou errada? Justifique. Certa, pois qualquer número dividido por 1 tem como resultado o próprio número.

Banco de imagens/Arquivo da editora

28. Decompondo o número 18 em fatores primos, obtemos: $18 = 2 \cdot 3^2$, ou $18 = 2 \cdot 3 \cdot 3$. Então, 2 e 3 são os divisores primos de 18. Outros divisores desse número são obtidos fazendo multiplicações de fatores que aparecem na decomposição. Sem esquecer o 1, que é divisor de qualquer número natural, escreva no caderno todos os divisores de 18. 1, 2, 3, 6, 9 e 18.

29. Fatore os números dados e descubra todos os divisores deles. Em cada caso, explique como você pensou.

a) 110 b) 72

a) 1, 2, 5, 10, 11, 22, 55 e 110; explicação pessoal.
b) 1, 2, 3, 4, 6, 8, 9, 12, 18, 24, 36 e 72; explicação pessoal.

Texto para as atividades **30** e **31**:

Os divisores de 6 são 1, 2, 3 e 6. Excluindo ele mesmo e adicionando os outros divisores, obtemos 6:

$$1 + 2 + 3 = 6$$

Por isso, 6 é chamado **número perfeito**.

Um **número** é **perfeito** quando é igual à soma dos divisores dele, excluindo ele mesmo.

Já os divisores de 8 são 1, 2, 4 e 8. Excluindo ele mesmo e adicionando os outros divisores, obtemos 7, que é o antecessor de 8. Por isso, 8 é chamado **número quase perfeito**.

Um número natural é **quase perfeito** quando a soma dos divisores dele, excluindo ele mesmo, é o antecessor dele.

30. Verifique e responda:

a) 10 é um número perfeito? Não; 1 + 2 + 5 = 8.

b) 28 é um número perfeito? Sim; 1 + 2 + 4 + 7 + 14 = 28.

c) 10 é um número quase perfeito? Não; 1 + 2 + 5 = 8.

d) 32 é um número quase perfeito? Sim; 1 + 2 + 4 + 8 + 16 = 31.

Orientações didáticas

Atividades

As atividades dessa seção exploram o conceito de divisores de um número. Peça aos estudantes que as resolvam individualmente e os auxilie em caso de dúvidas.

A atividade **27** contribui para o desenvolvimento da habilidade de argumentação matemática. Sempre que possível, proponha aos estudantes que realizem atividades similares a esta.

Proposta para o estudante

Fundamentada em um antigo jogo popular, o *Jogo do Pin* ajuda os estudantes a entender o conceito de múltiplos de um número natural.

A regra é simples: começando do 1, o jogador deve contar em voz alta os números trocando pela palavra "pin" os múltiplos de um número previamente escolhido.

Por exemplo, com os múltiplos de 4, o jogador diz: 1, 2, 3, pin, 5, 6, 7, pin, 9, 10, 11, pin, 13, 14, 15, pin, ...

Com os múltiplos de 6: 1, 2, 3, 4, 5, pin, 7, 8, 9, 10, 11, pin, 13, 14, 15, 16, 17, pin, ...

Ganha o jogador que conseguir contar a maior quantidade de números sem errar.

Pode-se dividir a turma em grupos e propor uma competição utilizando diferentes múltiplos para cada grupo.

Há uma variação do jogo, na qual se podem explorar divisores de um número natural. A dinâmica é a mesma: escolhe-se um número e cada jogador, começando do 1, conta os números em voz alta substituindo seus divisores pela palavra "pin".

Vamos exemplificar com o número 20: o jogador deverá dizer pin, pin, 3, pin, pin, 6, 7, 8, 9, pin, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, pin. Ao jogar, os estudantes são obrigados a pensar nos divisores do número dado antes de contar os números em voz alta.

Orientações didáticas

Atividades

Na atividade **32**, como o único divisor de 44 entre 6 e 12 é o 11, as batatas devem ser acondicionadas em 4 saquinhos com 11 batatas em cada um. Aproveite o tema dessa atividade para propor um debate ou pesquisa sobre o que é feito com os alimentos que não são vendidos na feira (sobras), o aumento de desperdício de alimentos no Brasil e o que os feirantes e consumidores poderiam fazer para minimizar isso.

Na olimpíada

Proponha aos estudantes que realizem as atividades individualmente e, em seguida, peça a um voluntário que apresente a estratégia de resolução utilizada.

34. Exemplo de resposta: Uma costureira tem 2 pedaços de tecido com comprimento de 90 e 120 centímetros cada um. Ela quer dividi-los em partes iguais com o maior comprimento possível sem que sobre nada. Qual deve ser a medida de comprimento, em centímetros, de cada uma das partes? Resposta: 30 cm.

37. Exemplo de resposta: Um jogo para 2 ou mais participantes contém 12 fichas vermelhas e 20 fichas amarelas que devem ser distribuídas igualmente entre os participantes sem sobrar nenhuma ficha. Qual é o número máximo de participantes que esse jogo pode ter? Resposta: 4 participantes.

Faça as atividades no caderno.

31. De 10 a 20 há algum número natural perfeito ou quase perfeito? Qual (ou quais)? Sim, 16 é quase perfeito.

32. Na banca do Harumi estavam sobrando 44 batatas no final da feira e ele decidiu embalá-las em saquinhos com quantidades iguais entre meia dúzia e 1 dúzia de batatas cada um. Quantas batatas ele colocou em cada saquinho? 11 batatas.

33. Considere os números naturais 12 e 20.

a) Quais divisores de 12 também são divisores de 20? 1, 2 e 4.

b) Qual é o maior divisor comum de 12 e 20? 4

34. Elabore um problema que possa ser revolvido com divisores e cuja solução seja 30 cm.

35. Um marceneiro recebeu 40 toras com 8 metros de comprimento cada uma e 60 toras com 6 metros de comprimento cada uma. Ele deve cortar todas as toras nos maiores pedaços possíveis e de mesmo tamanho. Qual será o comprimento de cada pedaço? Quantos pedaços serão obtidos? 2 metros; 340 pedaços.

36. Para entregar 2 encomendas em uma escola, uma de 28 livros e outra de 36 livros, um livreiro quer empacotá-los colocando mais de 1 em cada pacote e todos os pacotes com a mesma quantidade de livros.

a) Quantos livros ele pode colocar em cada pacote? 2 ou 4 livros.

b) Quantos livros ele deve colocar para fazer o menor número possível de pacotes? 4 livros.

c) Na condição do item anterior, quantos pacotes ele vai fazer? 16 pacotes.

37. Elabore um problema que contenha as seguintes informações:

- 12 fichas vermelhas;
- 20 fichas amarelas;
- número máximo de participantes.

Depois, troque com um colega para ele resolver o problema que você elaborou enquanto você resolve o problema dele.

38. Um confeiteiro recebeu uma encomenda de 200 quindins e 340 brigadeiros.

Utilizando a situação descrita, elabore um problema em que seja necessário calcular a menor quantidade de bandejas que o confeiteiro deve usar para colocar os doces sem misturá-los.

39. Elabore um problema que possa ter a resolução a seguir.

Os divisores de 18 são: 1, 2, 3, 6, 9 e 18.

Os divisores de 24 são: 1, 2, 3, 4, 6, 8, 12 e 24.

Divisores comuns: 1, 2, 3 e 6.

- $18 : 6 = 3$
- $24 : 6 = 4$
- $3 + 4 = 7$

Resposta: 7

40. Os números 20 e 21 têm algum divisor comum? Qual (ou quais)? Sim; 1.

Dois números são chamados **primos entre si** quando o único divisor comum deles é 1.

41. Reescreva as frases a seguir no caderno usando uma das expressões entre parênteses. **a)** são **b)** não são

a) Os números 18 e 25 (são/não são) primos entre si.

b) Os números 14 e 21 (são/não são) primos entre si.

38. Exemplo de resposta: Um confeiteiro recebeu uma encomenda de 200 quindins e 340 brigadeiros. Ele precisa fazer a entrega dos doces em bandejas com a mesma quantidade de doces em cada uma, sem misturá-los em uma mesma bandeja. Para montar o menor número de bandejas possível, quantos doces o confeiteiro deve colocar em cada uma? Resposta: 20 doces.

39. Exemplo de resposta: Para participarem de uma gincana, 18 meninos e 24 meninas devem formar grupos com a mesma quantidade de pessoas, sem misturar meninos com meninas. Qual é a menor quantidade possível de grupos a serem formados? Resposta: 7 grupos.

Na olimpíada

Os múltiplos de 7

(Obmep) O número 4 580 254 é múltiplo de 7. Qual dos números a seguir também é múltiplo de 7? Alternativa **c**.

a) 4 580 249
b) 4 580 248
c) 4 580 247
d) 4 580 246
e) 4 580 245

Reprodução/Obmep, 2015.

Os múltiplos de 13

(Obmep) Isabel escreveu em seu caderno o maior número de três algarismos que é múltiplo de 13. Qual é a soma dos algarismos do número que ela escreveu? Alternativa **c**.

a) 23
b) 24
c) 25
d) 26
e) 27

Proposta para o estudante

Sugira aos estudantes que acessem o portal da Obmep para interagir com o jogo *Achando os divisores*:

PORTAL DA OBMEP. *Divisibilidade*. Rio de Janeiro, [20--?]. Disponível em: https://portaldaobmep.impa.br/index.php/modulo/ver?modulo=23&tipo=5. Acesso em: 7 maio 2022.

Faça as atividades no caderno.

Números primos e números compostos

Foi na escola fundada pelo filósofo e matemático grego Pitágoras de Samos, na colônia grega de Crotona, no sul da Itália, que o raciocínio foi adotado como a grande vantagem para a pesquisa matemática.

Uma das áreas da Matemática mais estudadas por Pitágoras e os seguidores dele foi a Aritmética, restrita aos números naturais não nulos, pois por muito tempo eles acharam, equivocadamente, como depois se descobriu, que esses números e as relações entre eles bastavam para o entendimento quantitativo do mundo que os cercava.

Segundo alguns relatos históricos, nos primeiros tempos os pitagóricos identificavam os números naturais não nulos com conjuntos de pedrinhas ou de "pontos" na areia. E foi talvez por esse meio que perceberam que há 2 tipos de número natural maior do que 1: os números primos e os números compostos.

Eles perceberam que alguns números podem ser representados por um conjunto de pedrinhas dispostas em formato retangular; por exemplo, o número 8 pode ser representado por 2 linhas e 4 colunas de pedrinhas, ou vice-versa (imagem **1**). O mesmo tipo de raciocínio se aplica aos números 4, 6, 9, 10, 15 (neste último caso, 5 linhas e 3 colunas, ou vice-versa), etc.

yiannisscheidt/Shutterstock

Estátua de Pitágoras, na ilha de Samos, Grécia. Foto de 2016.

Mas perceberam também que, para outros números, só há um jeito: uma única linha com todas as pedrinhas; por exemplo, o número 5 (imagem **2**), assim como os números 2, 3, 5, 7, etc. Como se reduzem unicamente a 1 linha, a primeira, esses tipos de número foram chamados **números primos**. Os já citados números 4, 6, 8, 9, 10, ... são **números compostos**, pois são compostos de mais de 1 linha de pedrinhas.

8 (número composto) 5 (número primo)

Imagem **1**. Imagem **2**.

Ilustrações: Banco de imagens/ Arquivo da editora

Como dissemos, não se sabe exatamente o quanto os pitagóricos avançaram no estudo dos números primos. Mas a contribuição deles à Aritmética deixou marcas que foram exploradas profundamente, com raciocínios bastante rigorosos, na obra *Os Elementos* (c. 300 a.C.), do também matemático grego Euclides de Alexandria, uma das publicações mais importantes de toda a história da Matemática.

Orientações didáticas

Na História

Na BNCC

Esta seção mobiliza com maior ênfase o desenvolvimento da **CG01** e da **CEMAT01** ao promover a valorização e a utilização de conhecimentos historicamente construídos para entender a realidade, permitindo reconhecer que a Matemática é uma ciência humana, fruto das necessidades e preocupações de diferentes culturas, em diferentes momentos históricos.

Proponha aos estudantes que leiam o texto individualmente. Em seguida, verifique se compreenderam o conteúdo e se têm dúvidas em relação ao significado de alguma palavra, incentivando-os a pesquisar os significados em um dicionário físico ou *on-line*.

Enfatize a importância do estudo da história da Matemática. Explique aos estudantes que, ao compreenderem a Matemática como uma ciência humana que se desenvolve de acordo com as necessidades dos povos, é possível desenvolver atitudes mais críticas e menos passivas.

Proposta para o professor

O artigo a seguir enfatiza a utilização da história da Matemática como suporte didático para a aprendizagem de conceitos matemáticos:

CAVALCANTE, Marlon T. M. *et al*. A importância de estudar a história da Matemática nos anos finais do Ensino Fundamental: análise de livros didáticos. *In*: XI Encontro Nacional de Educação Matemática, jul. 2013, Curitiba. *Anais* [...]. Curitiba: SBEM, 2013. Disponível em: http://sbem.iuri0094.hospedagemdesites.ws/anais/XIENEM/pdf/483_1731_ID.pdf. Acesso em: 7 maio 2022.

Orientações didáticas

Na História

Proponha aos estudantes que realizem as atividades dessa seção em duplas para que troquem ideias.

Na atividade **1**, com base na definição de primos gêmeos como sendo números primos cuja diferença entre eles é 2, podemos concluir que são primos gêmeos: 5 e 3, 7 e 5, 13 e 11, 19 e 17, 103 e 101.

Na atividade **2**, sugerimos que desafie os estudantes no sentido de encontrar contraexemplos.

Na atividade **3**, para verificarmos a conjectura de que todo número natural par pode ser expresso por uma diferença entre 2 números primos de inúmeras maneiras, podemos obter o número 10 por meio de 5 subtrações entre números primos:

$10 = 17 - 7 = 23 - 13 =$

$= 29 - 19 = 41 - 31 = 53 - 43$

Na atividade **4**, podemos verificar que, de 91 a 100, existe apenas 1 (um) número primo: 97.

Na atividade **5**, sugerimos que inicialmente peça aos estudantes que apresentem palíndromos com 3 ou mais algarismos para depois encontrar 5 palíndromos de 3 algarismos que sejam números primos, por exemplo: 131, 151, 181, 313, 757.

Faça as atividades no caderno.

Além de definir satisfatoriamente o conceito de número primo, Euclides provou diversas propriedades desses números, entre as quais que há infinitos números primos. Euclides na verdade não usou a palavra "infinito". Ele provou, há mais de 2300 anos, que, dada uma coleção qualquer de números primos, por mais elementos que tenha, sempre há números primos maiores do que os da coleção. Por exemplo, o número 13 é maior do que os 4 primeiros números primos, que são 2, 3, 5 e 7. Mas, se considerarmos, por exemplo, um conjunto com 1 bilhão de números primos, há números primos maiores do que todos esses números.

O fato de haver infinitos números primos é ainda mais surpreendente porque se pode provar que há sequências de números naturais consecutivos, com tantos números quantos se deseje, em que não há nenhum número primo. É possível construir, por exemplo, uma sequência de 1000 números naturais consecutivos em que nenhum deles é primo.

Como essas sequências, com frequência, são formadas de números muito grandes, nos limitaremos a dar estes exemplos simples:

- 3 números naturais consecutivos sem nenhum primo: 8, 9, 10;
- 6 números naturais consecutivos sem nenhum primo: 90, 91, 92, 93, 94, 95.

E atenção: não se deve confundir a ideia de que há infinitos números primos com uma quantidade muito grande de números. Por exemplo, Arquimedes de Siracusa (287 a.C.-212 a.C.), importante filósofo e matemático grego, provou, com base em medições astronômicas disponíveis na época, que o Universo limitado pela esfera das estrelas fixas poderia ser preenchido com menos de 10^{51} grãos de areia, uma quantidade enormemente grande (o número que a expressa é formado pelo algarismo 1 seguido de 51 algarismos 0). Ou seja, Arquimedes mostrou que o conjunto de grãos de areia necessários para preencher o Universo, segundo a concepção usada por ele, é finito.

Fontes dos dados: SANTOS, José Plínio de Oliveira. *Introdução à teoria dos números*. Rio de Janeiro: IMPA, 2006; GUNDLACH, Bernard H. *Números e numerais*. Tradução de Hygino H. Domingues. São Paulo: Atual, 1998; ORE, Oystein. *Number Theory and its History*. New York: McGraw-Hill Book Company, 1948.

1. Dois números naturais são chamados **primos gêmeos** se ambos são números primos e se a diferença entre eles é 2. Encontre 5 pares de números primos gêmeos, um deles formado de números maiores do que 100. Exemplos de resposta: 5 e 3, 7 e 5, 13 e 11, 19 e 17, 103 e 101.
2. Em 1742, o matemático Christian Goldbach (1690-1764), nascido na região histórica da Prússia, afirmou que todo número natural par maior do que 2 pode ser expresso como uma soma de 2 números primos.

   Por exemplo: $12 = 5 + 7$ e $28 = 11 + 17$.

   Não há provas de que essa afirmação seja verdadeira, mas não se conhecem exemplos que mostrem que ela é falsa.

   Trata-se então, até agora, de uma **conjectura**.

   No caderno, escreva como soma de 2 números primos os seguintes números naturais: 94, 116 e 318.
   Exemplo de resposta: $94 = 47 + 47$; $116 = 37 + 79$; $318 = 139 + 179$.
3. Outra conjectura da Aritmética é que todo número natural par pode ser expresso por uma diferença entre 2 números primos de inúmeras maneiras.

   Por exemplo: $6 = 17 - 11 = 29 - 23 = 23 - 17 = 137 - 131 = \ldots$

   No caderno, escreva o número 10 como diferença entre 2 números primos de 5 maneiras diferentes.
   Exemplo de resposta: $10 = 17 - 7 = 23 - 13 = 29 - 19 = 41 - 31 = 53 - 43$.
4. Divida os números de 1 a 100 em grupos: de 1 a 10, de 11 a 20, ..., de 91 a 100. Em qual desses grupos há menos números primos? Quantos números primos e quais são eles? De 91 a 100; apenas 1 número primo: 97.
5. Um **palíndromo** é um número que, lido da direita para a esquerda, ou vice-versa, exprime o mesmo número, como 23532. Encontre 5 palíndromos de 3 algarismos que sejam números primos.

   (**Dica**: despreze a busca por números cujo algarismo da unidade seja 0, 2, 4, 5, 6 ou 8.)
   Exemplo de resposta: Quaisquer 5 números entre: 101, 131, 151, 181, 191, 313, 353, 373, 383, 727, 757, 787, 797, 919 e 929.

Na Unidade

Faça as atividades no caderno.

1. O número 765 é divisível por quantos números naturais menores do que 10? Alternativa **c**.

a) 2 **b)** 3 **c)** 4 **d)** 5

2. 6////41 representa um número de 4 algarismos. Esse número deve ser divisível por 3. Quantas são as possibilidades para o algarismo desconhecido, representado por ////? Alternativa **c**.

a) 1 **b)** 2 **c)** 3 **d)** 4

3. Considere o menor número natural divisível por 6 que se escreve usando apenas os algarismos 1 e 0. Esse número dividido por 4 deixa resto: Alternativa **c**.

a) 0. **b)** 1. **c)** 2. **d)** 3.

4. Babilônia é um pequeno distrito da cidade de Delfinópolis (MG). Vamos supor que uma rua de Babilônia tenha apenas 8 casas, numeradas por 7, 12, 19, 25, 31, 39, 46 e 53.

a) Adicionando os números das casas que são números primos, qual número obtemos? 110

b) Como os demais números, que não são primos, são chamados? Números compostos.

c) No caderno, decomponha esses números em fatores primos. $12 = 2^2 \cdot 3$ ou $12 = 2 \cdot 2 \cdot 3$; $25 = 5^2$ ou $25 = 5 \cdot 5$; $39 = 3 \cdot 13$; $46 = 2 \cdot 23$.

5. No início do capítulo **10**, você acompanhou o passo a passo para determinar todos os números naturais de 2 a 50 que são números primos.

Agora, no caderno, copie o algoritmo passo a passo a seguir e complete as ações para determinar todos os números naturais primos de 1 a 50. Depois, represente o algoritmo em um fluxograma.

O fluxograma encontra-se na seção *Resoluções* deste Manual.

- Escreva todos os números entre 1 e 50.
- Risque o número 1, pois ele ////////// é primo. não
- Contorne o número 2 (primeiro número natural primo) e risque todos os múltiplos de 2 maiores do que ele, pois não são primos.
- Contorne o número 3 e risque todos os múltiplos de ////////// maiores do que ele que não foram riscados. 3
- Contorne o número 5 e risque ////////// que não foram riscados. todos os múltiplos de 5 maiores do que ele
- Contorne o número 7 e //////////. risque todos os múltiplos de 7 maiores do que ele que não foram riscados
- Contorne todos os números não riscados. Os números contornados são todos os ////////// de 1 a 50. números primos

6. O número de 3 algarismos 41//// deve ser primo. Quantas são as possibilidades para o algarismo desconhecido, representado por ////?

a) Nenhuma. **c)** 2

b) 1 Alternativa **b**. **d)** 3

7. A soma de 3 números naturais consecutivos é sempre um número: Alternativa **d**.

a) par. **c)** primo.

b) ímpar. **d)** múltiplo de 3.

8. **(Saresp)** Dentre os números 56, 45, 40 e 35, aquele que é múltiplo de 4 e 7 é:

a) 56. Alternativa **a**. **c)** 40.

b) 45. **d)** 35.

9. **(Saresp)** O teatro Martins Pena tem 243 poltronas. O número de poltronas do teatro equivale a:

a) 3^4. **c)** 3^6.

b) 3^5. Alternativa **b**. **d)** 3^7.

10. **(UFRN)** Duas escolas, **X** e **Y**, decidiram organizar uma gincana estudantil na qual os alunos devem formar todas as equipes com o mesmo número de componentes. Foram selecionados 49 alunos da escola **X** e 63 alunos da escola **Y**. Cada aluno deve participar de apenas uma equipe.

Assim, o número de equipes participantes das escolas **X** e **Y** será, respectivamente:

a) 7 e 9. Alternativa **a**. **c)** 8 e 9.

b) 6 e 9 **d)** 7 e 8.

11. **(Saresp)** Paulão trabalha na seção de embalagens de bolinhas de gude. Ele só usa embalagens de dois tipos: caixa azul, para 6 bolinhas, ou caixa verde, para 8 bolinhas. Paulão calculou que, com a quantidade de bolinhas produzida sexta-feira passada, ele poderia ter usado apenas caixas azuis, sem que sobrasse nenhuma bolinha. Pensando mais um pouco, ele observou que, se usasse apenas as caixas verdes, teria acontecido o mesmo!

[Indique no caderno] a alternativa que mostra o número de bolinhas que Paulão embalou nessa sexta-feira.

a) 102 **c)** 126

b) 120 Alternativa **b**. **d)** 184

Orientações didáticas

Na Unidade

Na BNCC

Esta seção favorece o desenvolvimento das habilidades exploradas ao longo de toda a Unidade e mobiliza com maior ênfase a **CEMAT02**, a **CEMAT06** e a **CG02** ao propor a resolução de atividades diversas, por meio de diferentes contextos e estratégias de resolução.

Esta seção traz atividades dos principais conteúdos abordados na Unidade que podem ser utilizadas como ferramentas de avaliação. Proponha a resolução das atividades individualmente. Acompanhe os estudantes durante a realização delas e registre avanços e dificuldades para, ao final, propor novas atividades para remediação coletiva ou individual de defasagens, conforme cada caso.

A seguir, listamos algumas sugestões e estratégias para remediação.

Os erros de resolução nas atividades **1** a **3** podem ser indicativos de alguma dificuldade na determinação dos critérios de divisibilidade de um número. Resolva as atividades com os estudantes, verificando, coletivamente, os divisores dos números. Por exemplo, para os divisores de 765 menores que do 10, temos:

- 765 é divisível por 1, já que todos os números são divisíveis por 1;
- 765 não é divisível por 2, porque não é par;
- 765 é divisível por 3, pois $7 + 6 + 5 = 18$, que é múltiplo de 3;
- 765 não é divisível por 4, pois 65 não é divisível por 4;
- 765 é divisível por 5, pois termina em 5;
- 765 não é divisível por 6, pois é divisível por 3, mas não é por 2;
- 765 não é divisível por 7, porque o quociente não é exato;
- 765 não é divisível por 8, pois o quociente não é exato;
- 765 é divisível por 9, pois $7 + 6 + 5 = 18$, que é múltiplo de 9.

Nas atividades **4** e **6**, para auxiliar os estudantes na compreensão do que são números primos e compostos, retome o conteúdo do tópico “O que é número primo”.

Erros de resolução nas atividades **8** a **11** podem indicar dificuldades de interpretação dos dados dos problemas, bem como na determinação de múltiplos e divisores. Para superar esse obstáculo, retome a leitura dos enunciados pausadamente e registre na lousa cada dado conforme for avançando a leitura, solicitando ajuda aos estudantes nessa organização, bem como levando-os à interpretação do enunciado e à decisão de quais estratégias devem ser utilizadas.

Orientações didáticas

Abertura

Na BNCC

A abertura da Unidade permite mobilizar com maior ênfase a **CG01**, a **CG03**, a **CG06** e a **CEMAT01** ao explorar a receita de um bolo de fubá, tipicamente brasileira. Favorece ainda o desenvolvimento do TCT *Diversidade Cultural*, uma vez que permite debater sobre aspectos relacionados à cultura regional. Também permite mobilizar os TCTs *Educação Alimentar e Nutricional* e *Saúde* ao propor que os estudantes pesquisem acerca dos alimentos brasileiros ricos em nutrientes.

Aproveite o contexto da abertura da Unidade e promova uma conversa com os estudantes sobre a diversidade cultural. Peça a eles que leiam o texto de abertura, depois comente com a turma que muitas receitas fazem parte da cultura dos povos e são carregadas de histórias que fazem parte da cultura popular e do regionalismo brasileiro. Em seguida, solicite a eles que respondam às questões apresentadas.

Na questão da abertura da Unidade, sugira a eles que perguntem aos adultos responsáveis se eles conhecem algum prato típico da região em que vivem ou até mesmo de outra região do Brasil. Depois, proponha a eles que compartilhem as receitas com a turma. Pode ser que os mesmos pratos apresentem receitas com pequenas variações. Explique a eles que essas diferenças, provavelmente, se devem ao fato de que muitas receitas são passadas de geração em geração, refletindo a memória familiar. Enfatize para os estudantes que uma receita culinária oferece a possibilidade de se descobrir um pouco da história e da cultura de uma sociedade ou de um segmento. Por meio da observação e da leitura das receitas culinárias, podem ser decifrados seus códigos implícitos, como emoções, lembranças, tradições, etc.

Se considerar oportuno, convide os professores de **História** e **Língua Portuguesa** para a elaboração de um projeto interdisciplinar, envolvendo receitas e a influência da culinária africana no Brasil.

Ao trabalhar com as questões envolvendo frações, permita que os estudantes respondam livremente, dê espaço para que usem as próprias palavras e valorize cada resposta dada.

Reprodução do Livro do Estudante em tamanho reduzido.

Proposta para o professor

Para enriquecer o trabalho com o texto “A história do bolo de fubá” e conhecer mais da culinária africana no Brasil, sugerimos:

TURMINHA DO MPF. Saiba mais sobre a influência africana na comida brasileira. *EBC*, [*s. l.*], 23 mar. 2016. Disponível em: https://memoria.ebc.com.br/infantil/voce-sabia/2016/03/saiba-mais-sobre-influencia-africana-na-comida-brasileira.

FSV. Comida africana no Brasil: conheça pratos da culinária afro-brasileira. *Fui ser viajante*, [*s. l.*], 23 jul. 2021. Disponível em: https://www.fuiserviajante.com/gastronomia/comidas-de-origem-africana/.

Acesso em: 22 abr. 2022.

A história do bolo de fubá

Você já comeu um bolo de fubá quentinho em um café da tarde ou outra refeição? A palavra "fubá" é de origem africana e significa "farinha de milho ou arroz". Esse bolo tipicamente brasileiro já existe há mais de 500 anos e, como o próprio nome já diz, tem como ingrediente principal a farinha de milho.

Antes mesmo de o Brasil ser colonizado pelos portugueses, os povos indígenas já cultivavam grandes plantações de milho e já utilizavam a sua farinha em diversas receitas.

Na época da colonização do Brasil, a farinha de trigo tinha um custo muito alto, o que fez com que a farinha de milho se popularizasse ainda mais e, com a influência dos portugueses e africanos que vieram ao país, fosse criado o famoso bolo de fubá, além de outras deliciosas receitas.

Para fazer esse bolo em uma fôrma média, que rende 12 pedaços, basta utilizar os seguintes ingredientes: 2 copos de fubá, 1 copo de farinha de trigo, 1 copo de óleo de milho, 2 copos de leite, $1\frac{1}{2}$ copo de açúcar, 3 ovos e 1 colher de sopa de fermento químico. Há variações da receita que contam com outros ingredientes, como erva-doce, coco ralado e goiabada.

É preciso bater todos os ingredientes no liquidificador, menos o fermento, que deve ser acrescentado ao final. Em seguida, colocar a mistura em uma fôrma untada com manteiga e farinha de trigo (caso opte por acrescentar goiabada, isso deve ser feito neste momento, espalhando os pedacinhos passados no fubá sobre a massa). Por fim, é só levar ao forno pré-aquecido em temperatura média por aproximadamente 20 minutos.

Viu como é fácil? Se você ainda não fez um bolo de fubá, agora já pode tentar fazer! Junte-se com seus familiares e experimente o prazer de cozinhar em família.

Fonte dos dados: BOLO de fubá cremoso e seus 500 anos de história; veja receita. *Catraca livre*, [*s. l.*], 13 ago. 2021. Disponível em: https://catracalivre.com.br/gastronomia/bolo-de-fuba-cremoso-e-seus-500-anos-de-historia-veja-receita/. Acesso em: 19 nov. 2021.

Faça uma busca na internet para analisar outras receitas. Existe alguma receita típica na sua região? Qual? Você já reparou que muitas receitas utilizam frações para expressar a quantidade dos ingredientes? Por que você acha que essa representação é utilizada? Que outras representações poderiam ser utilizadas no lugar das frações?

As respostas encontram-se na seção *Resoluções* deste Manual.

Orientações didáticas

Abertura

Também é possível explorar, por meio desse contexto, a importância do consumo de alimentos saudáveis, como frutas e hortaliças. Pergunte aos estudantes: "Vocês sabem quais frutas e hortaliças são tipicamente brasileiras?". Peça então que se organizem em pequenos grupos e façam uma pesquisa considerando essa pergunta. Comente com os estudantes que o Ministério da Saúde disponibilizou uma cartilha com os alimentos regionais brasileiros que pode ser acessada gratuitamente. Lá, é possível encontrar alimentos de cada região, suas características, uso culinário, valor nutricional, entre outras informações. É possível a realização de um trabalho interdisciplinar com os professores das áreas de **Ciências Humanas** e **Ciências da Natureza** ao explorar esta temática. Você pode organizar os estudantes em grupos, de modo que cada um deles pesquise acerca dos alimentos de cada região, e depois propor uma exposição para toda a turma.

Proposta para o estudante

O material sobre os alimentos regionais brasileiros pode ser consultado em: BRASIL. Ministério da Saúde. Secretaria de Atenção à Saúde. Departamento de Atenção Básica. *Alimentos regionais brasileiros*. 2. ed. Brasília-DF: Ministério da Saúde, 2015. Disponível em: https://bvsms.saude.gov.br/bvs/publicacoes/alimentos_regionais_brasileiros_2ed.pdf. Acesso em: 3 maio 2022.

Orientações didáticas

Frações da unidade

Na BNCC

Este tópico favorece o desenvolvimento da habilidade **EF06MA07** ao permitir a compreensão de frações associadas à ideia de parte de inteiro. Mobiliza com maior ênfase a **CEMAT05** ao propor a utilização do tangram como ferramenta de ensino.

O tangram e suas peças são explorados, e relaciona-se as peças com o todo (quadrado montado com as 7 peças). Também é feita a introdução do conceito de fração e seus termos.

CAPÍTULO 12

O que é fração?

EF06MA01
EF06MA07
EF06MA08
EF06MA09
EF06MA15

Frações da unidade

Separando e juntando partes

Você conhece o material representado na imagem?

Trata-se de um quebra-cabeça milenar, de origem chinesa, chamado *Tch'i Tch'iao pan*, que significa "as sete tábuas da argúcia".

Esse quebra-cabeça – conhecido pelo nome de **tangram** – é formado por 7 peças, com as quais é possível construir uma figura com o formato de um quadrado.

Verifique as peças que compõem o tangram:

5 triângulos. 1 quadrado. 1 paralelogramo.

Ilustrações: Ericson Guilherme Luciano/Arquivo da editora

Com as 7 peças do tangram é possível formar diferentes imagens. Verifique algumas delas:

Representação de um gato. Representação de um coelho.

Banco de imagens/Arquivo da editora

Participe Faça as atividades no caderno.

Com um colega, resolva as atividades a seguir.

I. Considere que a figura com o formato de um quadrado obtida ao juntar as 7 peças do tangram representa uma unidade (1).

Agora, faça o que se pede.

a) Desenhe um quadrado do tamanho da unidade e divida a região delimitada pelo quadrado apenas em regiões triangulares do tamanho da peça rosa do tangram. Desenho de um quadrado com as 2 diagonais traçadas, formando 4 regiões triangulares.

b) Quantas peças triangulares rosa são necessárias para formar a unidade? 4 peças.

c) Que parte da unidade representa cada peça triangular rosa? Um quarto.

d) Como se representa essa parte numericamente? $\frac{1}{4}$

e) Agora, desenhe no caderno 4 quadrados divididos em regiões triangulares iguais ao que desenhou no item **a**. Na primeira figura, pinte 1 parte triangular; na segunda, 2 partes triangulares; na terceira, 3; e, na última, pinte as 4 partes.

Ericson Guilherme Luciano/Arquivo da editora

Proposta para o professor

Caso queira utilizar um simulador de tangram, visite o *site* a seguir.
MATHIGON. Disponível em: https://pt.mathigon.org/tangram. Acesso em: 3 maio 2022.

f) Próximo a cada figura que você desenhou, escreva com palavras e numericamente que parte da unidade representa as partes pintadas da figura.

g) A unidade inteira é representada numericamente por 1, mas no item anterior você a representou de outra maneira. Qual é? $\frac{4}{4}$

II. Na figura apresentada a seguir, dividimos a unidade (a região delimitada pelo quadrado) em partes triangulares iguais a uma das peças presentes no tangram.

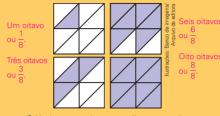
a) Qual é a cor dessa peça triangular no tangram? Azul-escuro.

b) Quantas peças triangulares iguais a essa são necessárias para compor a unidade? 8 peças.

c) Que parte da unidade representa cada um desses triângulos? Um oitavo.

d) Como se representa essa parte numericamente? $\frac{1}{8}$

e) No caderno, escreva com palavras e numericamente que parte da unidade está pintada em cada figura a seguir.

Ilustrações: Banco de imagens/Arquivo da editora

f) No item anterior, como ficou numericamente representada a unidade inteira? De qual outra maneira numérica poderia ser representada? $\frac{8}{8}$; 1.

Como já estudamos em anos anteriores, os números $\frac{1}{4}, \frac{2}{4}, \frac{3}{4}, \frac{4}{4}, \frac{1}{8}, \frac{3}{8}, \frac{6}{8}$ e $\frac{8}{8}$ são exemplos de **frações**.

Podemos dizer que fração é um número que representa partes de um **inteiro** ou **todo**.

Nas frações, o número representado abaixo do traço é chamado **denominador** e indica em quantas partes iguais a unidade (inteiro ou todo) foi dividida. O número representado acima do traço é chamado **numerador** e indica quantas partes da unidade foram tomadas. Por exemplo:

$\frac{3}{8}$ 3 ← numerador; 8 ← denominador — 3 partes de 8 partes da unidade (lemos: três oitavos).

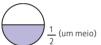
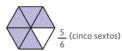
O numerador e o denominador são os **termos** da fração. Acompanhe outros exemplos de frações.

$\frac{1}{2}$ (um meio)

$\frac{2}{3}$ (dois terços)

$\frac{5}{6}$ (cinco sextos)

$\frac{4}{9}$ (quatro nonos)

Ilustrações: Banco de imagens/Arquivo da editora

Frações de um conjunto

Filhos e filhas

O casal Andrezza e Fabrício tem 5 filhos: Alfredo, Carla, Ênio, Lucas e Marisa.

Contando a quantidade de pessoas dessa família, verificamos que são 7 pessoas. Esse total de pessoas pode ser representado numericamente por $\frac{7}{7}$ (sete sétimos).

Nessa família, os homens representam $\frac{4}{7}$ (quatro sétimos) do total de pessoas, e as mulheres representam $\frac{3}{7}$ (três sétimos) do total de pessoas. Nesse caso, as frações são números que representam partes de um conjunto de elementos, o conjunto das pessoas dessa família.

Jack Hollingsworth/Getty Images

Família de Andrezza e Fabrício.

Orientações didáticas

Participe

No boxe *Participe*, a atividade **I** compara um dos triângulos grandes (o rosa) com o quadrado montado (o inteiro). Questione: "Que fração esse triângulo é do todo?", "Quantos desses triângulos são necessários para recobrir o quadrado?", entre outras perguntas.

Na atividade **II** desse boxe, a comparação é feita entre o triângulo médio (o azul-escuro) e o quadrado todo. Essa atividade também favorece o trabalho com o TCT *Diversidade Cultural*, uma vez que o tangram é um exemplo de *game* matemático chinês e pode demonstrar como culturas diferentes lidam com as proporções e frações.

Frações de um conjunto

Na BNCC

Este tópico favorece o desenvolvimento da habilidade **EF06MA07** ao permitir a compreensão de frações associadas à ideia de resultado de divisão. Em "Os meses do ano", mobiliza-se com maior ênfase a **CEMAT01**, uma vez que apresenta a matemática como instrumento de organização da experiência de vida humana.

Proposta para o estudante

Apresente o vídeo "Animações de frações no tangram". Depois da apresentação, peça aos estudantes que tentem replicar partes dessa animação em uma malha quadriculada.

ESCOBAR. Daniel Mattos. Animação das frações no tangram. *YouTube*, 5 jul. 2016. Disponível em: https://www.youtube.com/watch?v=7zLc43lqxbM. Acesso em: 22 abr. 2022.

Orientações didáticas

Participe

As atividades apresentadas no boxe *Participe* podem ser realizadas antes da apresentação do tópico “Frações de um conjunto” para avaliação de conhecimentos prévios ou após, como proposto no Livro do Estudante. Verifique o que considera mais adequado para sua turma.

Frações de um conjunto

Na situação proposta em “Os meses do ano”, são exploradas frações associadas aos elementos de um calendário, relacionando meses a partes do ano e dias da semana a partes do total de dias do mês considerado. Proponha aos estudantes os seguintes questionamentos: “O que mudaria se o mês fosse fevereiro em vez de junho?”; “E se fosse dezembro?”. Sugira que cada estudante converse com um colega e que elaborem outras questões envolvendo os calendários apresentados e frações.

Frações de uma quantidade

Na BNCC

Este tópico favorece o desenvolvimento da habilidade **EF06MA07** ao permitir a compreensão de frações associadas à ideia de resultado de divisão.

Proponha aos estudantes um problema envolvendo partes de 1 dúzia, retomando o contexto da abertura desta Unidade.

“Com a ajuda do pai, Zuri decidiu fazer o bolo de fubá. Para isso, eles compraram 1 dúzia de ovos e separaram $\frac{1}{4}$ deles para usar. Eles separaram a quantidade de ovos prevista na receita?”

Nessa situação, queremos saber se $\frac{1}{4}$ da quantidade total de ovos (12 ovos) é igual a 3. Então, devemos dividir os 12 ovos em 4 grupos com a mesma quantidade de ovos, ou seja, efetuar 12 : 4. Cada grupo terá 3 ovos, pois 12 : 4 = 3. Podemos escrever: $\frac{1}{4}$ de 12 = 3, pois 12 : 4 = 3.

Assim, Zuri e o pai separaram a quantidade de ovos prevista na receita, que são 3 ovos.

“Depois de fazer o bolo, que fração sobrou da quantidade total? Quantos ovos sobraram?”

$\frac{1}{4}$ de 12 = 3, pois 12 : 4 = 3; $\frac{3}{4}$ de 12 = 3 × $\frac{1}{4}$ de 12 = 3 × 3 = 9.

Zuri e o pai usaram 3 ovos $\left(\frac{1}{4} \text{ de } 12\right)$ e restaram 9 ovos $\left(\frac{3}{4} \text{ de } 12\right)$.

Participe — Faça as atividades no caderno.

a) Em $\frac{4}{7}$, qual é o denominador? O que ele representa? 7; quantos elementos há no conjunto.

b) Na fração $\frac{4}{7}$, qual é o numerador? O que ele representa? 4; quantos elementos do conjunto foram tomados.

c) Como podemos representar numericamente uma fração do total de pessoas dessa família? $\frac{7}{7}$

Os meses do ano

No ano há 4 meses de 30 dias (abril, junho, setembro e novembro); 7 meses de 31 dias (janeiro, março, maio, julho, agosto, outubro e dezembro); e 1 mês de 28 dias (fevereiro), que tem 29 dias nos anos bissextos.

Os meses mais longos representam $\frac{7}{12}$ (sete doze avos) do total de meses do ano. O mês mais curto representa $\frac{1}{12}$ (um doze avos) do total de meses do ano.

Fevereiro

D	S	T	Q	Q	S	S
						1
2	3	4	5	6	7	8
9	10	11	12	13	14	15
16	17	18	19	20	21	22
23	24	25	26	27	28	

Junho

D	S	T	Q	Q	S	S
1	2	3	4	5	6	7
8	9	10	11	12	13	14
15	16	17	18	19	20	21
22	23	24	25	26	27	28
29	30					

Dezembro

D	S	T	Q	Q	S	S
	1	2	3	4	5	6
7	8	9	10	11	12	13
14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27
28	29	30	31			

Ilustrações: Banco de imagens/Arquivo da editora

Que fração representa os domingos no mês de junho desse calendário? $\frac{5}{30}$

E as terças-feiras? $\frac{4}{30}$

Podemos afirmar que a fração $\frac{26}{30}$ (vinte e seis trinta avos) é uma fração do conjunto dos dias do mês de junho? Por quê? Sim, porque o total de elementos do conjunto dos dias do mês de junho é igual a 30.

Frações de uma quantidade

Partes de 1 ano

Em um ano, $\frac{1}{3}$ (um terço) dos meses tem exatos 30 dias. Quantos meses do ano têm exatos 30 dias?

Lemos a fração $\frac{1}{3}$ como: um terço. Ela também corresponde à terça parte do inteiro ou da quantidade total.

- 12 meses correspondem ao inteiro, à quantidade total de meses do ano;
- $\frac{1}{3}$ corresponde à terça parte do inteiro, ou seja, à terça parte de 12.

Dividindo os 12 meses em 3 grupos com a mesma quantidade, temos:

Jan.	Fev.	Mar.	Abr.	Maio	Jun.
Jul.	Ago.	Set.	Out.	Nov.	Dez.

Cada grupo tem 4 meses. Então, $\frac{1}{3}$ do ano corresponde a 4 meses.

Na prática, para determinar a terça parte de 12, podemos calcular o resultado da divisão 12 : 3.

$$12 : 3 = 4$$

Logo, 4 meses do ano têm exatos 30 dias.

Independentemente de quais meses do ano considerarmos em cada um dos 3 grupos, em cada um dos 3 grupos haverá sempre 4 meses, pois 12 : 3 = 4.

Leitura de fração

Para realizar a leitura de uma fração, ou para escrevê-las por extenso, você deve ler o numerador e, em seguida, o denominador de cada fração. Verifique como lemos alguns denominadores.

Numerador	Denominador	Exemplo de fração	Como lemos
1	2	$\frac{1}{2}$	Um **meio** ou **metade**
2	3	$\frac{2}{3}$	Dois **terços**
1	4	$\frac{1}{4}$	Um **quarto**
3	5	$\frac{3}{5}$	Três **quintos**
5	6	$\frac{5}{6}$	Cinco **sextos**
2	7	$\frac{2}{7}$	Dois **sétimos**
7	8	$\frac{7}{8}$	Sete **oitavos**

Numerador	Denominador	Exemplo de fração	Como lemos
5	9	$\frac{5}{9}$	Cinco **nonos**
7	10	$\frac{7}{10}$	Sete **décimos**
10	11	$\frac{10}{11}$	Dez **onze avos**
10	12	$\frac{10}{12}$	Dez **doze avos**
7	13	$\frac{7}{13}$	Sete **treze avos**
13	100	$\frac{13}{100}$	Treze **centésimos**
1	1000	$\frac{1}{1\,000}$	Um **milésimo**

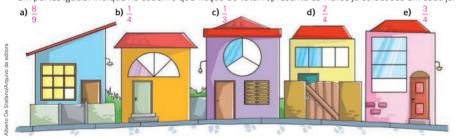
Avo é a terminação da palavra "oitavo". Significa "pequena parte de um todo, pouca coisa" e é usada na leitura de denominadores de 2 ou mais algarismos que não sejam múltiplos de 10.

Atividades

Faça as atividades no caderno.

1. No caderno, escreva as frações por extenso e represente-as por meio de figuras.
Os exemplos de figuras encontram-se na seção *Resoluções* deste Manual.

a) $\frac{1}{2}$ Um meio.
b) $\frac{3}{4}$ Três quartos.
c) $\frac{8}{11}$ Oito onze avos.
d) $\frac{1}{15}$ Um quinze avos.
e) $\frac{2}{3}$ Dois terços.
f) $\frac{7}{10}$ Sete décimos.
g) $\frac{51}{100}$ Cinquenta e um centésimos.
h) $\frac{11}{35}$ Onze trinta e cinco avos.

2. Um vidraceiro está colocando vidros coloridos nas janelas das casas de uma rua, com cada janela dividida em partes iguais. Indique no caderno que fração do total representa os vidros já colocados em cada janela.

a) $\frac{8}{9}$ b) $\frac{1}{4}$ c) $\frac{1}{3}$ d) $\frac{2}{4}$ e) $\frac{3}{4}$

Alberto De Stefano/Arquivo da editora

Orientações didáticas

Leitura de fração

Na BNCC

Este tópico favorece o desenvolvimento das habilidades **EF06MA01, EF06MA07, EF06MA08 e EF06MA09** ao propor a leitura e a escrita de frações, a comparação de frações e a elaboração e resolução de problemas envolvendo frações. As atividades propostas mobilizam com maior ênfase a **CEMAT05** e a **CEMAT06**, uma vez que a matemática é apresentada como ferramenta para solucionar alguns problemas reais ou abstratos. A **CG04**, a **CG07** e a **CEMAT02** também são mobilizadas na seção *Atividades*.

Proponha aos estudantes que se reúnam em duplas e criem 3 exemplos de frações e suas escritas por extenso (como são lidas). Em seguida, cada dupla pode apresentar seus exemplos para a classe para debaterem se os registros da leitura de cada fração estão corretos.

Atividades

Nas atividades **1** a **5**, explora-se a leitura, a identificação dos termos e a representação de uma fração de um inteiro dado em variados contextos. Há casos em que os estudantes devem avaliar a figura (ou a quantidade dada) para determinar a fração associada e outros em que são dadas as frações para que o estudante represente o desenho. Desse modo, os estudantes podem conhecer globalmente a ideia de fração como parte de um todo.

Orientações didáticas

Atividades

Nas atividades **3** a **6**, os estudantes devem mobilizar seus conhecimentos relativos à identificação ou à representação de frações como parte de um todo para aplicá-los na resolução de problemas, em variados contextos. Sugerimos que essas atividades sejam feitas em duplas, o que propicia aos estudantes uma ampliação do repertório de estratégias para resolução.

Nas atividades **7** e **8**, são exploradas a leitura e a escrita das frações. Se julgar necessário, amplie as questões, registrando outros itens na lousa ou propondo um ditado de frações para a turma.

3. Esta é uma barra do chocolate CHOKO, que é dividida em partes iguais, cada uma com uma letra do nome.

Alberto De Stefano/Arquivo da editora

Alexandre já comeu as partes correspondentes às letras C e H.

a) Que fração da barra de chocolate Alexandre comeu? $\frac{2}{5}$

b) Qual é o denominador da fração do item **a**? E o numerador? 5; 2.

c) Que fração representa a parte que sobrou da barra de chocolate? $\frac{3}{5}$

d) Qual é o denominador da fração do item **c**? E o numerador? 5; 3.

4. Analise a foto que Ricardo tirou com 4 amigos e 4 amigas na excursão ao parque de diversões.

chrisatpps/Shutterstock; wavebreakmedia/Shutterstock

Porta-retrato com a fotografia de Ricardo e os colegas.

a) Que fração do total de pessoas nessa foto corresponde ao número de meninos? $\frac{5}{9}$

b) Que fração do total de pessoas corresponde ao número de meninas? $\frac{4}{9}$

5. Este é um ladrilho de cerâmica muito utilizado para recobrir o chão. Desenhe no caderno a representação desse ladrilho e pinte $\frac{2}{3}$ dele de uma cor e $\frac{1}{3}$ de outra. A resposta encontra-se na seção *Resoluções* deste Manual.

Sakda tiew/Shutterstock

6. Em uma Olimpíada de Matemática, inscreveram-se 250 estudantes. O prêmio para os 50 melhores é uma excursão. Gabriela, Alexandre, Ricardo, Luciana, Maurício, Leonardo, Paulo, Renato, Pedro, Priscila e Jussara inscreveram-se na Olimpíada e vão se reunir na casa de Gabriela para estudar. Gabriela tem muitos livros, distribuídos em uma estante com 7 prateleiras. Destas, 3 estão repletas de livros de Matemática, e as outras, com livros de outras disciplinas.

a) Do grupo que vai se reunir para estudar na casa de Gabriela, que fração corresponde aos meninos? $\frac{7}{11}$

b) Que fração corresponde às meninas? $\frac{4}{11}$

c) Do total de estudantes que vão participar da Olimpíada, que fração corresponde aos estudantes que vão ganhar a excursão? $\frac{50}{250}$

d) Que fração do total dos estudantes inscritos na Olimpíada corresponde ao grupo que inclui Gabriela e os colegas que vão se reunir na casa dela? $\frac{11}{250}$

e) Que fração indica as prateleiras da estante de Gabriela que não estão com livros de Matemática? $\frac{4}{7}$

7. Como devem ser lidas as frações a seguir?

a) $\frac{1}{6}$ Um sexto.

b) $\frac{9}{1000}$ Nove milésimos.

c) $\frac{4}{7}$ Quatro sétimos.

d) $\frac{5}{12}$ Cinco doze avos.

e) $\frac{11}{50}$ Onze cinquenta avos.

f) $\frac{7}{13}$ Sete treze avos.

8. No caderno, escreva como fração:

a) quatrocentos e vinte e três milésimos; $\frac{423}{1\,000}$

b) dois décimos; $\frac{2}{10}$

c) sete vinte avos; $\frac{7}{20}$

d) três centésimos; $\frac{3}{100}$

e) três quintos. $\frac{3}{5}$

9. Calcule no caderno a fração de cada quantidade. Se necessário represente com desenhos.

a) A quarta parte de 20. 5

b) A quinta parte de 30. 6

c) $\frac{1}{3}$ de 24. 8

10. Sabe-se que $\frac{2}{7}$ de um número são 14.

a) Quanto é $\frac{1}{7}$ desse número? Explique com suas palavras como você pensou.

b) Qual é o número? Justifique.

10. a) 7; exemplo de explicação: se $\frac{2}{7}$ de uma quantidade é igual a 14, então $\frac{1}{7}$ corresponde a 14 : 2, que é igual a 7.

10. b) 49; exemplo de justificativa: se $\frac{1}{7}$ de uma quantidade é igual 7, então $\frac{7}{7}$ corresponde a 7×7, que é igual a 49.

17. Exemplo de resposta: Estudos apontam que $\frac{3}{5}$ dos 215 000 000 brasileiros (estimativa do IBGE para a população do país no início de 2022) eram sedentários. Quantos brasileiros foram classificados como sedentários? Resposta: 129 000 000 brasileiros.

Faça as atividades no caderno.

11. Calcule no caderno:

a) $\frac{5}{7}$ de 14; 10 b) $\frac{3}{4}$ de 24; 18 c) $\frac{2}{5}$ de 20. 8

12. Descubra qual é o número em cada caso e justifique sua resposta.

a) $\frac{1}{3}$ dele é 5. 15 b) $\frac{4}{5}$ dele são 28. 35

13. Lucas tem 3 anos. A idade de Lucas é $\frac{3}{5}$ da idade da prima dele. Quantos anos a prima de Lucas tem? 5 anos.

14. Ricardo está preocupado com a quantidade de faltas que ele tem. Ele sabe que não pode faltar (sem justificativa) a mais de $\frac{1}{4}$ das aulas dadas de cada disciplina. Se a turma de Ricardo tiver 180 aulas de Matemática durante o ano, qual será o número máximo de faltas que ele poderá ter nessa disciplina? 45 faltas.

15. No 6º ano da escola em que Indaiá estuda, $\frac{5}{9}$ dos estudantes são da turma **A** e $\frac{1}{12}$ deles são canhotos. Ao todo há 40 estudantes na turma **A**. Quantos canhotos há no 6º ano? 6 canhotos.

16. Hoje é o festival de música que acontece anualmente na cidade onde Roberto mora e todos os ingressos foram vendidos. Foram vendidos 75 000 ingressos e apenas $\frac{2}{5}$ das pessoas que compraram o ingresso já entraram no local do evento. Quantas pessoas ainda faltam entrar no festival? 45 000 pessoas.

17. Elabore um problema cuja resolução envolva calcular $\frac{3}{5}$ de 215 000 000. Depois, peça a um colega que o resolva.

18. Sofia e o pai dela foram conhecer uma cidade que fica a 87 quilômetros de onde moram. Apenas $\frac{2}{3}$ da estrada que leva à cidade são asfaltados. Durante a viagem, 170 veículos passaram por eles, dos quais $\frac{4}{5}$ eram automóveis. O restante eram caminhões. No meio do caminho, Jurandir, pai de Sofia, parou no restaurante do Cuca para almoçar. A despesa foi de 54 reais, quantia equivalente a $\frac{1}{4}$ do dinheiro que Jurandir levava.

a) Qual é o comprimento do trecho dessa estrada que não tem asfalto? 29 quilômetros.

b) Quantos caminhões passaram por Sofia e seu pai? 34 caminhões.

c) Que quantia Jurandir levou nessa viagem? 216 reais.

19. Elabore um problema, a ser resolvido mentalmente, sobre uma partilha de uma quantidade em 2 partes diferentes, citando uma delas como fração do total repartido.

20. Elabore um problema que possa ser resolvido calculando $\frac{3}{4}$ de 12 e $\frac{1}{4}$ de 12.

21. Elabore um problema sobre repartição de uma quantia em que uma das partes seja $\frac{3}{5}$ da quantia e isso corresponda a R$ 300,00.

19. Exemplo de resposta: Antônio e Carla gastaram R$ 35,00 em uma lanchonete, sendo que Antônio pagou $\frac{3}{5}$ da conta. Qual é o valor, em reais, da parte que Carla pagou? Resposta: R$ 14,00.

Tipos de fração

Analise estes exemplos de frações de uma figura circular. Compare o numerador e o denominador de cada fração antes de resolver as atividades do *Participe* a seguir.

20. Exemplo de resposta: Karina e Daniela vão percorrer uma trilha de 12 quilômetros. Sabendo que Karina já percorreu $\frac{3}{4}$ do total e Daniela, $\frac{1}{4}$ do total, quantos quilômetros cada uma já percorreu? Resposta: Karina: 9 km; Daniela: 3 km.

$\frac{1}{3}$ $\frac{3}{7}$ $\frac{4}{4}$ $\frac{7}{3}$ $\frac{20}{10}$

Ilustrações: Banco de imagens/Arquivo da editora

21. Exemplo de resposta: O avô de Carlos e de João vai distribuir certa quantia entre eles. Como Carlos é mais velho do que João receberá $\frac{3}{5}$ do valor, enquanto João receberá o restante. Se Carlos recebeu R$ 300,00, qual é o valor total que o avô vai distribuir? Resposta: R$ 500,00.

Orientações didáticas

Atividades

Nas atividades **11** a **21**, é explorado o cálculo de fração de uma quantidade em diferentes situações. Sugerimos que seja dado um tempo para os estudantes resolverem individualmente. Em seguida, se julgar pertinente, reúna os estudantes em duplas para que refaçam cada atividade. Nesse momento, ao final de cada atividade, promova uma correção coletiva. Isso pode dirimir possíveis dúvidas e auxiliar na resolução das próximas atividades. Ao fazer a correção, releia o enunciado de cada questão em conjunto com os estudantes para que eles percebam como devem buscar as informações relevantes para estabelecer estratégias de resolução.

Compartilhe e debata com a turma toda sobre os diferentes procedimentos que surgirem. Se julgar necessário, propicie aos estudantes que vivenciem os passos dessa resolução com material manipulativo para, depois, fazerem uma generalização da estratégia para essa classe de problemas, o que oportuniza o pensamento computacional e a argumentação.

Tipos de fração

Na BNCC

Este tópico favorece o desenvolvimento das habilidades **EF06MA07**, **EF06MA08**, **EF06MA09** e **EF06MA15** ao propor o reconhecimento dos tipos de fração por meio da resolução e da elaboração de problemas. Mobiliza-se com maior ênfase a **CEMAT05** no trabalho com atividades que desenvolvem o pensamento computacional. A atividade **38** favorece o trabalho com a **CG07**, uma vez que os estudantes precisam argumentar sobre sua estratégia de resolução.

Orientações didáticas

Participe

No boxe *Participe*, na atividade **I**, é apresentado o conceito de **fração própria**. Ressalte que esse tipo de fração é sempre menor do que a unidade, isto é, são frações menores do que 1. Espera-se que os estudantes percebam que todas as frações próprias cujos termos são números naturais se localizam entre 0 e 1, já que são maiores que zero e menores que 1.

Nas atividades **II** e **III**, é explorado o conceito de **fração imprópria**. Ressalte que para esse tipo há frações impróprias que são números racionais fracionários maiores do que 1 e há frações impróprias que representam números naturais maiores do que 1, iguais a 1 ou iguais a zero.

O conceito de **fração aparente** é considerado na atividade **IV**. Optamos por tratar a fração aparente como um caso particular de fração imprópria. Ressalte que as frações aparentes cujos termos são números naturais sempre representam números naturais, que podem ser maiores do que 1, iguais a 1 ou iguais a zero. Toda fração aparente é também uma fração imprópria, que, no caso, representa um número natural.

Participe — Faça as atividades no caderno.

I. A seguir, a figura circular representa a unidade.

a) Que fração da figura a parte colorida representa? $\frac{2}{3}$

b) Qual é o denominador dessa fração? 3

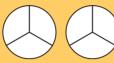
c) Qual é o numerador da fração? 2

> Quando o numerador é menor do que o denominador, a fração é chamada **fração própria**.

d) A fração do item **a** é uma fração própria? Sim.

e) Comparando a fração do item **a** com a unidade, podemos dizer que ela é maior, menor ou igual à unidade? Você acha que isso acontece com toda fração própria? Menor; resposta esperada: toda fração própria é menor do que a unidade.

f) Dê mais 3 exemplos de frações próprias e, no caderno, represente cada uma delas com figuras. O exemplo de resposta encontra-se na seção *Resoluções* deste Manual.

II. Cada figura circular a seguir representa uma unidade.

a) Em quantas partes cada uma das figuras está dividida? 3 partes.

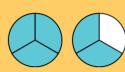
b) Que fração da unidade cada parte representa? $\frac{1}{3}$

III. Agora, analise as figuras circulares.

a) No total, quantas partes foram coloridas? 5 partes.

b) Que fração de 1 desses círculos representa as partes coloridas das 2 figuras juntas? $\frac{5}{3}$

c) Qual é o denominador dessa fração? 3

d) Qual é o numerador da fração? 5

> Quando o numerador é maior ou igual ao denominador, a fração é chamada **fração imprópria**.

e) A fração do item **b** é uma fração imprópria? Sim.

f) Comparando a fração do item **b** com a unidade, podemos dizer que ela é maior, menor ou igual? Você acha que isso acontece com toda fração imprópria? Maior; resposta esperada: toda fração imprópria é maior ou igual à unidade.

g) Dê mais 3 exemplos de frações impróprias e, no caderno, represente-as com figuras. O exemplo de resposta encontra-se na seção *Resoluções* deste Manual.

IV. A seguir, temos 2 unidades, cada uma representada por uma figura circular.

a) Em quantas partes cada uma das unidades está dividida? 3 partes.

b) Quantas dessas partes foram coloridas? 6 partes.

c) Que fração de 1 desses círculos representa as partes coloridas das 2 figuras juntas? $\frac{6}{3}$

d) Qual é o denominador dessa fração? 3

e) Qual é o numerador da fração? 6

f) Relacionando o numerador dessa fração com o denominador, podemos afirmar que o numerador é múltiplo do denominador? Sim.

> Quando o numerador é múltiplo do denominador, a fração é chamada **fração aparente**.

g) A fração do item **c** é uma fração aparente? Sim.

h) Quantas unidades inteiras a fração do item **c** representa? 2 unidades inteiras.

i) Que número natural a fração do item **c** representa? 2

j) Dê mais 3 exemplos de frações aparentes, indique no caderno os números naturais que elas representam e represente-as usando figuras. O exemplo de resposta encontra-se na seção *Resoluções* deste Manual.

Ilustrações: Banco de imagens/Arquivo da editora

Assim, como nos exemplos que você estudou no *Participe*, comparando o numerador e o denominador de uma fração podemos classificá-la em própria $\left(\text{exemplos: } \frac{2}{5}, \frac{3}{4}, \frac{5}{12}, \frac{10}{11}, \frac{1}{2}, \frac{7}{60}\right)$, imprópria $\left(\text{exemplos: } \frac{4}{4}, \frac{7}{5}, \frac{10}{3}, \frac{20}{10}, \frac{21}{2}\right)$ ou aparente $\left(\text{exemplos: } \frac{4}{4}, \frac{6}{3}, \frac{9}{3}, \frac{20}{10}, \frac{8}{2}\right)$.

> Note que todas as frações aparentes, como as citadas anteriormente, são também frações impróprias. Frações aparentes são maneiras de representar números naturais.

Exemplos:

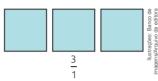
- $\frac{5}{5} = 1$
- $\frac{6}{3} = 2$
- $\frac{9}{3} = 3$
- $\frac{20}{10} = 2$
- $\frac{8}{2} = 4$

Também existem frações aparentes de denominador 1. Verifique:

$\frac{1}{1}$

$\frac{2}{1}$

$\frac{3}{1}$

Ilustrações: Banco de imagens/Arquivo da editora

A fração $\frac{1}{1}$ representa uma unidade, pois $\frac{1}{1} = 1$; $\frac{2}{1}$ representa 2 unidades, pois $\frac{2}{1} = 2$; $\frac{3}{1}$ representa 3 unidades, pois $\frac{3}{1} = 3$; e assim por diante.

24. Própria: $\frac{2}{7}$; impróprias: $\frac{11}{3}, \frac{9}{4}, \frac{19}{8}, \frac{8}{4}, \frac{14}{7}, \frac{10}{1}, \frac{120}{10}$; aparentes: $\frac{8}{4}, \frac{14}{7}, \frac{10}{1}, \frac{120}{10}$.

Atividades

Faça as atividades no caderno.

22. Analise as 3 figuras.

Figura 1

Figura 2

Figura 3

Ilustrações: Banco de imagens/Arquivo da editora

a) Figura **1**: $\frac{4}{4}$; figura **2**: $\frac{3}{4}$; figura **3**: $\frac{7}{4}$.

a) Que fração representa as partes coloridas em cada figura?

b) Classifique cada fração como própria, imprópria e/ou aparente.

c) Analise novamente as figuras dadas e, usando as frações obtidas no item **a**, copie a sentença a seguir no caderno e substitua cada ////// por um número de modo que a igualdade seja verdadeira.

$$\frac{7}{4} = \frac{//////}{//////} + \frac{//////}{//////}$$

(4, 4; 3, 4)

d) Quantas unidades inteiras a fração $\frac{4}{4}$ representa? 1

b) Figura **1**: fração imprópria e aparente; figura **2**: fração própria; figura **3**: fração imprópria.

e) Copie e complete a sentença substituindo ////// pelos números que tornam a igualdade verdadeira.

$$\frac{7}{4} = 1 \text{ inteiro} + \frac{//////}{//////}$$

(3, 4)

23. Classifique as seguintes frações como próprias, impróprias e/ou aparentes. Para cada uma delas, faça no caderno uma representação figural.

a) $\frac{2}{8}$ c) $\frac{5}{6}$ e) $\frac{4}{4}$ g) $\frac{9}{1}$

b) $\frac{8}{2}$ d) $\frac{6}{5}$ f) $\frac{1}{9}$

As respostas encontram-se na seção *Resoluções* deste Manual.

24. Copie o quadro no caderno e utilize as frações a seguir para completá-lo.

$$\frac{11}{3}, \frac{9}{4}, \frac{19}{8}, \frac{2}{7}, \frac{8}{4}, \frac{14}{7}, \frac{10}{1}, \frac{120}{10}$$

Fração própria	Fração imprópria	Fração aparente
//////////////	//////////////	//////////////

Orientações didáticas

Atividades

Verifique se os conceitos de fração própria, fração imprópria e fração aparente foram compreendidos por todos nas atividades **23** e **24**. Se julgar necessário, solicite aos estudantes que ainda tenham dúvidas que escrevam na lousa exemplos de cada tipo com o auxílio dos demais. Depois, apresentamos frações aparentes que têm denominador 1. Solicite a cada estudante que formule 2 exemplos desse tipo, associando ao número natural representado, sem que haja repetição. Comente que, nesse caso, lemos “zero sobre um”; “um sobre um”; “dois sobre um”; “três sobre um”; e assim por diante.

Orientações didáticas

Atividades

As atividades **25** a **30** exploram outros tipos de fração e suas associações com os inteiros que elas podem representar.

Na atividade **25**, é introduzida a forma mista de uma fração imprópria não aparente. Comente que essa forma mista também é chamada de **número misto**, pois nela há uma parte inteira (dada por um número natural) e uma parte fracionária (não inteira) dada por uma fração própria.

Sugerimos que o restante dessas atividades também seja feito individualmente. Se julgar necessário, após a resolução, proponha uma conversa em duplas para que cada estudante exponha seus procedimentos para o colega, oportunizando a eles que percebam inadequações e façam retificações em suas resoluções. Promova uma correção coletiva ao final da realização de cada atividade, o que contribuirá para a assertividade dos estudantes nas atividades seguintes.

Fração como quociente

Neste tópico, tratamos do significado de fração como quociente da divisão entre 2 números naturais cujo resultado não é um número natural, ampliando o que já foi feito no 5º ano do Ensino Fundamental.

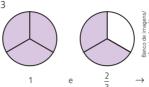
26. Os desenhos encontram-se na seção *Resoluções* deste Manual. $\frac{11}{3} = 3\frac{2}{3}$; $\frac{9}{4} = 2\frac{1}{4}$; $\frac{19}{8} = 2\frac{3}{8}$.

28. d) Exemplo de resposta: $\frac{3}{1}$, $\frac{6}{2}$, $\frac{15}{5}$, $\frac{27}{9}$, $\frac{36}{12}$.

Faça as atividades no caderno.

25. Verifique outro modo numérico de representar a fração $\frac{5}{3}$:

1 e $\frac{2}{3}$ → $1\frac{2}{3}$

Banco de imagens/Arquivo da editora

A representação $1\frac{2}{3}$ é a **forma mista** da fração $\frac{5}{3}$; também chamamos essa representação de **número misto**. Significa que $\frac{5}{3}$ representa 1 unidade e 2 terços de outra unidade, ou seja, $\frac{5}{3} = 1 + \frac{2}{3}$.

Agora responda: Qual é a forma mista da fração $\frac{7}{4}$? $1\frac{3}{4}$

26. Utilizando apenas as frações impróprias e não aparentes da atividade **24**, desenhe no caderno as figuras que elas representam e escreva as formas mistas correspondentes.

Toda fração imprópria e não aparente pode ser escrita na forma mista (como número misto).

27. Que número natural as frações aparentes $\frac{3}{3}$, $\frac{4}{4}$, $\frac{5}{5}$ e $\frac{23}{23}$ representam? 1

28. Faça o que se pede em cada item.

a) No caderno, copie e complete o quadro apenas com as frações aparentes que você obteve na atividade **24**. $\frac{8}{4} = 2$; $\frac{14}{7} = 2$; $\frac{10}{1} = 10$; $\frac{120}{10} = 12$.

Fração aparente	Representação como número natural
//////////////////	//////////////////

b) No quadro, aparecem 2 frações que representam o número 2. Escreva outras 2 frações que também representem 2. Exemplo de resposta: $\frac{24}{12}$ e $\frac{18}{9}$.

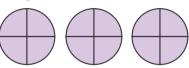
c) Represente o número 2 como fração de denominador 6. $\frac{12}{6}$

d) Escreva 5 frações que representem um mesmo número natural maior do que 2.

29. Qual número natural as frações aparentes $\frac{0}{1}$, $\frac{0}{3}$ e $\frac{0}{17}$ representam? 0

A fração $\frac{0}{3}$ pode ser interpretada assim: a unidade foi dividida em 3 partes iguais e não tomamos nenhuma parte dela.

30. Cada figura circular representa uma unidade.

Banco de imagens/Arquivo da editora

a) Que fração representa as partes coloridas das 3 figuras? $\frac{12}{4}$

b) Classifique essa fração como própria, imprópria e/ou aparente. Imprópria e aparente.

c) A fração $\frac{12}{4}$ corresponde a quantos inteiros? 3 inteiros.

Fração como quociente

A ideia de fração também se relaciona com a operação de divisão. Acompanhe alguns exemplos.

- Dividindo 2 maçãs igualmente entre 4 crianças, quanto da fruta (o inteiro) cada uma vai receber?

  Como não é possível dar 1 maçã inteira para cada criança, é necessário cortá-las em partes iguais para dividir entre as crianças.

  Cortando cada maçã em 4 partes iguais (quartos da fruta), ficamos com 8 quartos da fruta e, dividindo-os igualmente entre as 4 crianças, cada uma vai receber 2 quartos. Assim, cada criança recebe $\frac{2}{4}$ de maçã.

  Então, $2 : 4 = \frac{2}{4}$.

Ilustra Cartoon/Arquivo da editora

A fração $\frac{2}{4}$ é uma maneira de representar o quociente da divisão de 2 por 4. Há outro modo de dividir essas maçãs? Voltaremos a essa questão mais adiante.

- E se fossem 3 crianças?

Dividindo cada maçã em 3 partes iguais (terços da maçã), ficaríamos com 6 terços de maçã e daríamos 2 terços para cada criança.

Cada criança vai receber $\frac{2}{3}$ de maçã.

Então, $2 : 3 = \frac{2}{3}$.

Ilustrações: Ilustra Cartoon/Arquivo da editora

- E se fossem 10 maçãs e 3 crianças?

Vamos dividir 10 por 3.

$$\begin{array}{r|l} 10 & 3 \\ \hline 1 & 3 \end{array}$$

Dividindo 10 maçãs por 3 crianças, cada criança receberá 3 maçãs e ainda sobrará 1 maçã a ser repartida entre elas.

Então, dividindo uma das maçãs em 3 partes iguais e dando 1 terço para cada uma, cada criança vai receber 3 maçãs mais $\frac{1}{3}$ de maçã, ou seja, $3\frac{1}{3}$ maçãs. Portanto, $10 : 3 = 3\frac{1}{3}$.

Toda fração representa o quociente da divisão do numerador pelo denominador. Como não se divide por 0, o denominador é sempre um número não nulo.

Atividades

Faça as atividades no caderno.

31. b) Exemplo de resolução: Como $7 \times 3 = 21$, então cada neto receberá 3 barras inteiras e sobrarão 3 barras para serem divididas em 7 partes iguais, obtendo-se 21 partes de $\frac{1}{7}$ de barra. Cada neto deve receber 3 barras e 3 partes de $\frac{1}{7}$ de barra.

31. Jonas tem 7 netos. Ele comprou 24 barras de chocolate e quer dividi-las igualmente entre eles. Ajude-o a fazer a divisão.

a) Quanto das barras de chocolate Jonas deve dar a cada neto? $3\frac{3}{7}$ barras.

b) Como fazer para cada um receber sua parte?

32. Cada fração a seguir representa o quociente de uma divisão exata. Escreva esse quociente em cada item.

a) $\frac{40}{2}$ 20 **b)** $\frac{88}{11}$ 8 **c)** $\frac{113}{113}$ 1 **d)** $\frac{24}{12}$ 2

33. Em cada item, divida o numerador pelo denominador, compare os resultados e escreva no caderno qual fração é maior.

a) $\frac{24}{12}$ e $\frac{36}{6}$. $\frac{36}{6}$ **b)** $\frac{102}{3}$ e $\frac{255}{15}$. $\frac{102}{3}$

34. Agora, divida o numerador pelo denominador, compare os resultados e, no caderno, escreva as frações em ordem crescente. Se necessário, use uma calculadora.

$\frac{48}{4}, \frac{55}{11}, \frac{513}{19}, \frac{156}{12}$ $\frac{55}{11} < \frac{48}{4} < \frac{156}{12} < \frac{513}{19}$

35. A fração $\frac{18}{7}$ é uma fração imprópria. Você pode escrevê-la na forma mista por meio da divisão do numerador pelo denominador.

$$\begin{array}{r|l} 18 & 7 \\ \hline 4 & 2 \end{array}$$

a) Efetue a divisão no caderno.

b) Qual é o quociente dessa divisão? 2

c) Quantas unidades inteiras estão contidas em $\frac{18}{7}$? 2 unidades.

d) Qual é o resto dessa divisão? 4

e) Separando as unidades inteiras contidas em $\frac{18}{7}$, quantos sétimos sobram? $\frac{4}{7}$

f) Como se escreve $\frac{18}{7}$ na forma mista? $2\frac{4}{7}$

36. No caderno, escreva na forma mista as seguintes frações impróprias.

a) $\frac{26}{5}$ $5\frac{1}{5}$ **c)** $\frac{59}{2}$ $29\frac{1}{2}$ **e)** $\frac{147}{13}$ $11\frac{4}{13}$

b) $\frac{47}{6}$ $7\frac{5}{6}$ **d)** $\frac{125}{8}$ $15\frac{5}{8}$ **f)** $\frac{1313}{25}$ $52\frac{13}{25}$

Orientações didáticas

Atividades

Nesse bloco de atividades, os estudantes devem aplicar os conhecimentos construídos sobre a fração como quociente. Sugerimos que as atividades sejam resolvidas em duplas. Percorra a sala enquanto os estudantes realizam a tarefa, faça intervenções incentivando-os a descrever a estratégia pensada e registre as dificuldades. Faça uma correção coletiva, ressaltando os pontos que geraram dúvidas.

Na atividade **31**, é oportunizado o desenvolvimento do pensamento computacional, favorecendo o trabalho com a **CEMAT05**, em que os estudantes buscam estratégias de resolução que podem ser aplicadas a problemas dessa mesma categoria.

Orientações didáticas

Como transformar um número misto em fração imprópria

Neste tópico, são apresentados dois procedimentos para a transformação de números mistos em frações impróprias. O primeiro procedimento decompõe o número misto em duas frações e as adiciona; o segundo, de maneira mais direta, realiza a transformação por meio de uma multiplicação e uma adição.

Organize a turma em duplas ou trios e entregue, em uma folha de papel, o primeiro procedimento para metade das duplas e o segundo procedimento para a outra metade. Proponha que leiam e conversem sobre o procedimento que receberam entre os componentes da dupla e criem outros exemplos. Ao final dessa tarefa, escolha alguns representantes de duplas para explicar o procedimento analisado e os exemplos criados. Faça um fechamento para sanar as dúvidas que ainda existirem. Solicite que eles comparem os dois procedimentos de cálculo, que mais adiante podem ser utilizados na simplificação de frações e ao efetuarem as operações com frações, e concluam qual dos modos apresentados foi considerado o mais fácil pela turma.

Atividades

Nas atividades **37** a **42**, explora-se a forma mista de uma fração imprópria não aparente e a transformação desse número misto na fração imprópria que o gerou. Proponha que façam essas atividades em duplas para debaterem os pontos divergentes na maneira de pensar e elaborarem uma resolução comum. Ao final, peça a um estudante de cada dupla que apresente alguma das resoluções feitas.

As atividades **38** a **40** favorecem o trabalho com a **CEMAT05**, uma vez que propõem a resolução de problemas do cotidiano. As atividades **40** e **41** favorecem o desenvolvimento da habilidade **EF06MA15**, pois envolvem partilha em partes desiguais.

Como transformar um número misto em fração imprópria

Para transformar um número misto, por exemplo, $1\frac{2}{3}$, em fração imprópria, procedemos da seguinte maneira.

1º) Transformamos o número natural que aparece na forma mista em fração aparente utilizando o mesmo denominador da parte fracionária:

$$1\frac{2}{3} = \frac{3}{3} + \frac{2}{3}$$

41. Exemplo de resposta: Dois sócios devem repartir um lucro de R$ 323.490,00 de modo que um deles receba 2 terços do que o outro receber. Quanto cabe a cada um? Resposta: Um sócio receberá R$ 129.396,00 e o outro, R$ 194.094,00.

2º) Deixando as 2 partes com denominadores iguais, podemos representar a fração imprópria em relação ao inteiro:

$$1\frac{2}{3} = \frac{3}{3} + \frac{2}{3} = \frac{5}{3}$$

De um modo mais direto, procedemos assim:

$$1\frac{2}{3} = \frac{3 \cdot 1 + 2}{3} = \frac{3 + 2}{3} = \frac{5}{3}$$

42. Exemplo de resposta: A manutenção preventiva do carro de Manoel custou R$ 360,00. Sabendo que o custo do óleo correspondeu a $\frac{5}{4}$ do custo com os filtros, determine quanto custou cada um dos serviços. Resposta: Óleo do motor: R$ 200,00; filtros: R$ 160,00.

Atividades

Faça as atividades no caderno.

37. No caderno, transforme cada número misto em fração imprópria.

a) $2\frac{1}{3}$ $\frac{7}{3}$

b) $1\frac{2}{7}$ $\frac{9}{7}$

c) $4\frac{2}{7}$ $\frac{30}{7}$

d) $2\frac{1}{2}$ $\frac{5}{2}$

e) $2\frac{3}{5}$ $\frac{13}{5}$

f) $3\frac{5}{11}$ $\frac{38}{11}$

38. Marco já pagou 240 reais da compra de uma bicicleta para o filho. Ainda falta pagar $1\frac{5}{8}$ do total pago. Quanto falta pagar? Por quanto ele comprou a bicicleta? Explique como você pensou.

Zentangle/Shutterstock

390 reais; 630 reais; explicação pessoal.

39. Bruno tem um álbum com 64 figurinhas coladas. Enzo, o irmão mais velho dele, tem o mesmo álbum e já colou $1\frac{7}{8}$ da quantidade de figurinhas que Bruno colou.

a) Quantas figurinhas Enzo já colou? 120 figurinhas.

b) Se faltam 76 figurinhas para Enzo completar o álbum, quantas figurinhas o álbum completo tem? 196 figurinhas.

c) Quantas figurinhas faltam para Bruno completar o álbum? 132 figurinhas.

40. Abner e Bruna formaram uma dupla para participar de um *quiz on-line* no qual responderam a um questionário de 18 perguntas. A quantas perguntas cada um respondeu, se Abner respondeu à metade do número de perguntas respondidas por Bruna?

Dica: Se Abner respondeu à metade do número de perguntas respondidas por Bruna, podemos considerar que Bruna respondeu a 2 partes e Abner respondeu a 1 parte das questões, de um total de 3 partes.

Abner: 6 perguntas; Bruna: 12 perguntas.

41. Elabore um problema, a ser resolvido com o uso de calculadora, sobre uma partilha em 2 partes diferentes de modo que uma seja fração da outra.

42. Elabore e resolva um problema que envolva a fração $\frac{5}{4}$ e a seguinte situação: A manutenção preventiva do carro de Manoel custou R$ 360,00. Parte dessa quantia refere-se ao custo com óleo do motor e outra parte, aos filtros.

Faça as atividades no caderno.

Pesquisa e história das frações

Pesquisar é uma tarefa habitual na vida de um estudante. Mas você sabe o que significa **pesquisar**?

Significa informar-se a respeito de algo, investigar, examinar minuciosamente determinado tema. É uma ação em busca de conhecimento, a partir da curiosidade ou da inquietação de uma ou mais pessoas acerca de determinado assunto. Uma pesquisa é uma investigação!

Um tipo de pesquisa que fazemos na escola é a **pesquisa bibliográfica**. Ela consiste na coleta de informações sobre o tema em textos, livros, artigos, *sites*, etc., os quais chamamos de **fontes de informação**.

Etapas de uma pesquisa bibliográfica

Introdução

Texto curto que indica claramente o tema abordado ou a questão a ser respondida e o objetivo da pesquisa.

Desenvolvimento

- Busca de informações em fontes confiáveis* e em diferentes fontes, como livros, revistas, *sites*, etc., para verificar se as informações são corretas.
- Leitura atenta dos textos encontrados para destacar as informações que se relacionam com o tema da pesquisa.
- Descrição por meio de um texto explicativo, com as próprias palavras, destacando as ideias principais e a resposta da questão de pesquisa, caso haja uma.

Conclusão

- Elaboração de uma conclusão do que foi pesquisado, de acordo com dados confiáveis e com argumentos que a justifiquem.
- Apresentação dos resultados da pesquisa por meio de texto, cartaz, pôster, infográfico, história em quadrinhos, seminário, vídeo, *podcast*, etc.

Referências bibliográficas

As fontes consultadas e utilizadas, de fato, na pesquisa devem ser listadas no final como referências bibliográficas.

*Não se deve copiar todas as informações encontradas. Nas redes sociais, encontramos muitas informações que não são confiáveis, pois o autor não pesquisou o suficiente ou porque ele expressou a própria opinião sobre o assunto. E ainda podem existir *fake news*, que são notícias falsas.

Agora que você conheceu as etapas de uma pesquisa bibliográfica, pratique pesquisando!

Vamos iniciar um projeto de pesquisa bibliográfica.

Tema da pesquisa: História do surgimento das frações.

Questões da pesquisa: Como surgiram as frações? E por que foi necessário criá-las?

Para responder às questões da pesquisa, siga as instruções dadas em cada etapa de elaboração da investigação.

Introdução – Explique, por meio de um texto, que o tema da pesquisa é a história do surgimento das frações, comente o que é fração e que o objetivo do projeto é conhecer como e por qual motivo as frações foram criadas.

Desenvolvimento – Para organizar e estruturar esta etapa da pesquisa, busque por fontes de informações. Certifique-se de que as fontes auxiliem a responder às questões da pesquisa e que são confiáveis. Leia a seguir exemplos de trechos de textos informativos.

Orientações didáticas

Na História

Na BNCC

Esta seção mobiliza com maior ênfase a **CG01**, a **CG02**, a **CG05**, a **CEMAT01**, a **CEMAT02** e a **CEMAT05** ao propor que os estudantes pesquisem e produzam conhecimentos, visando a apresentar e explicar as principais etapas de uma pesquisa estruturada e oportunizar uma prática ativa que contribua para o desenvolvimento intelectual do estudante por meio de um exercício crítico-reflexivo.

O tema de pesquisa proposto para os estudantes é a história do surgimento das frações. Inicie o trabalho convidando: "Vamos conversar sobre pesquisa?". Assim, pode-se propor um debate inicial com os estudantes sobre o significado de pesquisar, relacionando-o a investigar. Os estudantes precisam compreender que a pesquisa escolar não deve ser uma atividade de "copiar" e, atualmente, com o uso da tecnologia, "colar". A proposta é que eles adquiram um "comportamento pesquisador", por isso a situação de aprendizagem proposta tem o objetivo de fomentar nos estudantes as habilidades de: selecionar e compartilhar informações, ler, compreender e interpretar textos, consultar de maneira crítica fontes de informação diferentes e confiáveis e sintetizar e expor o que aprendeu.

É importante enfatizar com os estudantes que a principal característica de uma pesquisa bibliográfica são as fontes confiáveis que a fundamentam. A estrutura deve ser constituída por: introdução, desenvolvimento e conclusão (LAKATOS, 2021, p. 51), além das referências bibliográficas.

Na **introdução**, é importante ficar claro para os estudantes que nem sempre o tema de pesquisa envolve uma questão de pesquisa. No caso da atividade proposta, o tema de pesquisa foi elaborado como perguntas: "Como surgiram as frações? E por que foi necessário criá-las?", devendo, então, ser respondidas.

Por se tratar de uma atividade inicial sobre pesquisa, direcionada ao 6º ano, os conceitos que envolvem as etapas da pesquisa não foram aprofundados.

Apresente aos estudantes um exemplo do texto a ser escrito na introdução:

"Neste texto será apresentada a história do surgimento das frações, com o objetivo de conhecer o motivo que levou o ser humano a criar as frações.

Fração é a representação matemática de um número que não é inteiro. Ela é composta por um numerador, que é a representação da parte considerada, e um denominador, que é a representação do todo.

[...]"

Orientações didáticas

Na História

No **desenvolvimento**, são apresentados 2 textos que explicam o contexto em que os egípcios viviam quando sentiram a necessidade de criar os números fracionários. A ideia é que o estudante entenda o que se espera dele: buscar as fontes (mais de uma), ler, compreender, interpretar e escrever um texto do que entendeu.

- Sugestão: Proponha aos estudantes que reescrevam o texto do exemplo, conforme os 2 textos dados no Livro do Estudante, em duplas (para que um possa apoiar o outro no entendimento).
- As questões propostas na produção da atividade têm a função de direcionar os estudantes na busca de informações para desenvolver a pesquisa. Essas questões são, geralmente: "O quê?", "Quem?", "Quando?", "Como?", "Onde?", "Por quê?".

Oriente os estudantes a anotar as **referências bibliográficas** utilizadas seguindo as normas da ABNT (Associação Brasileira de Normas Técnicas), conforme o resumo estrutural a seguir.

- **Para livro**: [SOBRENOME DO AUTOR], [Nome do autor]. [*Título do livro*]. [edição, se houver]. [Cidade]: [Editora], [ano da publicação]. ([nome da coleção, se houver]).
- **Para artigo de revista**: [SOBRENOME DO AUTOR], [nome do autor]. [Título do artigo]. [*Nome da revista*], [Cidade]: [Editora], [ano da publicação]. [volume], [número da publicação], [número da(s) página(s)].
- **Para artigo de jornal**: [SOBRENOME DO AUTOR], [Nome do autor]. [Título do artigo]. [*Nome do jornal*], [número da(s) página(s)], [dia mês e ano da publicação].
- **Para texto da internet (em geral)**: [SOBRENOME DO AUTOR], [Nome do autor]. [Título do artigo]. [*nome do site*], [dia, mês e ano da publicação, se houver]. Disponível em: <URL>. Acesso em: [dia, mês e ano].

Outras informações a serem dadas aos estudantes:

- Comente a importância de guardarmos anotadas as referências para que estejam disponíveis em futuras consultas, até mesmo para não sermos vítimas de *fake news*.
- Utilize como fontes de pesquisa: instituições de estudos reconhecidas, centros de pesquisas e universidades e reconhecidos especialistas de áreas.
- Os livros, sejam impressos, sejam digitais, são fontes que presumem credibilidade, pois, depois de publicados, o conteúdo não pode ser modificado.

Faça as atividades no caderno.

O rei Sesóstris, em torno do ano 3000 a.C., repartiu todo o Egito entre os habitantes, dando, a cada um, uma parte igual e retangular de terra, com a obrigação de pagar, por ano, um certo tributo. Se a porção de alguns fosse diminuída pelo rio Nilo, por causa da enchente, ele deveria procurar o rei e dizer o que tinha acontecido à sua terra. Ao mesmo tempo, o rei enviava medidores no local e fazia medir a terra, para saber de quanto ela estava diminuída e de só fazer pagar o tributo conforme o que tivesse ficado de terra. (Caraça, 2002, p. 32.)

Por volta do ano 3000 a.C., um antigo faraó de nome Sesóstris, repartiu o solo do Egito, às margens do rio Nilo, entre seus habitantes. Se o rio levava qualquer parte do lote de um homem, o faraó mandava funcionários examinarem e determinarem por medida a extensão exata da perda. (Guelli, 2008, p. 22.)

Ilustrações: Banco de imagens/Arquivo da editora

Note que temos 2 fontes de informação que nos ajudam a compreender como era o contexto do povo egípcio da época. Com as informações dadas, podemos compreender as ideias principais, interpretar e reescrever com as próprias palavras um novo texto, sem perder o sentido original das informações, para responder às seguintes questões: Quando surgiram as primeiras ideias de fração de que temos registros? Quem ou qual civilização apresentou essas ideias? Qual era o contexto vivido por esse povo?

Note que esse contexto nos apresenta um problema, que é a perda de terra ocasionada pelas cheias do rio. Mas ainda não sabemos por que foi necessária a criação das frações. Então, precisamos buscar mais informações em outras fontes confiáveis.

Agora é a sua vez! As questões a seguir ainda precisam ser respondidas: As respostas encontram-se na seção *Resoluções* deste Manual.

- Qual problema surgiu e motivou a criação das frações?
- Qual era o instrumento de medida utilizado para medir das dimensões terras?
- Como os matemáticos da época resolveram esse problema?

Faça uma pesquisa para descobrir as respostas a essas questões. Elas servem de guia para auxiliar a escrever esta etapa da pesquisa, mas não devem aparecer no texto. Também é importante consultar mais de uma fonte*, para poder compará-las e perceber se as informações são consistentes.

Conclusão – Agora que você já conhece a história das frações, escreva um texto contendo as etapas da pesquisa: introdução, desenvolvimento e conclusão.

Apresente o resultado de sua pesquisa para os demais estudantes por meio de uma história em quadrinhos. Para isso, pense nos personagens que farão parte dela e no roteiro envolvendo a história das frações. Elabore um enredo curto com um final bem fundamentado. Em seguida, com os colegas e o professor, escolham um local na escola para expor em mural as HQs sobre a história das frações.

*A lista a seguir contém as fontes utilizadas nos textos dados e outras que podem ser utilizadas para a realização de sua pesquisa. Mas você também pode consultar outras.

- CARAÇA, Bento de Jesus. *Conceitos fundamentais da Matemática*. Lisboa: Gradiva, 2002.
- GUELLI, Oscar. *A invenção dos números*. São Paulo: Ática, 2008. (Contando a História da Matemática).
- POMMER, Wagner Marcelo; MORAES, Franco Vinicius Pinto de. Frações unitárias: contribuições da História da Matemática para o ensino dos números racionais. *Remat* (Revista Eletrônica da Matemática), Bento Gonçalves, IFRS, v. 7, n. 2, p. e2003, 2021. Disponível em: https://periodicos.ifrs.edu.br/index.php/REMAT/article/view/4816. Acesso em: 23 abr. 2022.
- TV ESCOLA. O que é e quem inventou a ideia de fração? *EBC*, [*s. l.*], 5 jan. 2016. Disponível em: https://memoria.ebc.com.br/infantil/voce-sabia/2016/01/o-que-sao-e-quem-inventou-ideia-de-fracao. Acesso em: 23 abr. 2022.
- GPIMEM UNESP. *Frações*: história, definição, tipos de frações e operações. 23 jul. 2022. 4 min 5 s. Disponível em: https://www.youtube.com/watch?v=C7Jc0DVssx8. Acesso em: 23 abr. 2022.

- Os conteúdos disponíveis em *sites* e *blogs* da internet podem apresentar resultados diferentes, em outros momentos, ou serem retirados do ar a qualquer instante.
- Na confecção da HQ, podem ser utilizadas ferramentas digitais se estiverem disponíveis.

Proposta para o professor

Outras referências bibliográficas que podem ser utilizadas para o desenvolvimento da pesquisa são:

BERLINGOFF, William P.; GOUVÊA, Fernando Q. *A Matemática através dos tempos*: um guia fácil e prático para professores e entusiastas. Trad.: GOMIDE, Elza F.; CASTRO, Helena. São Paulo: Edgard Blucher, 2010.

BOYER, Carl B. *História da Matemática*. Trad.: GOMIDE, Elza F. São Paulo: Edgard Blucher, 1996.

LAKATOS, Eva M.; MARCONI, Marina de A. *Fundamentos de metodologia científica*. 9. ed. Rio de Janeiro: GEN/Atlas, 2021.

ROQUE, Tatiana. *História da Matemática*: Uma visão crítica, desfazendo mitos e lendas. Rio de Janeiro: Jorge Zahar, 2012.

Frações equivalentes e comparação de frações

EF06MA04
EF06MA07
EF06MA34

Conceito de frações equivalentes

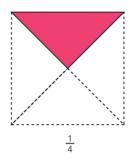
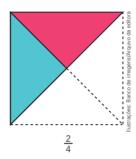
De volta ao tangram

Vamos estudar um pouco mais as frações utilizando o tangram.

Considerando a região quadrada formada pelo tangram como um inteiro, cada peça triangular maior (azul e rosa) do tangram representa que parte do inteiro? E as 2 peças triangulares maiores azul e rosa, juntas, representam que parte do inteiro?

$\frac{1}{4}$

$\frac{2}{4}$

Ilustrações: Banco de imagens/Arquivo da editora

Vamos dividir a unidade em 2 partes iguais e pintar 1 delas de lilás. A parte pintada representa $\frac{1}{2}$ do inteiro.

Banco de imagens/Arquivo da editora

$\frac{1}{2}$ do inteiro, um meio ou metade do inteiro.

Compare a parte representada pela fração $\frac{2}{4}$ com a parte representada pela fração $\frac{1}{2}$. O que podemos concluir?

Ambas representam a metade do inteiro.

Na figura a seguir, a parte pintada também representa $\frac{2}{4}$ do inteiro e equivale à metade do inteiro.

No tópico *Fração como quociente* do capítulo anterior, resolvemos a divisão de 2 maçãs entre 4 crianças e descobrimos que cada uma ficará com $\frac{2}{4}$ de maçã. Mas podemos resolver de outra maneira: dividindo cada maçã ao meio e dando $\frac{1}{2}$ de maçã a cada criança.

Banco de imagens/Arquivo da editora

Por essa situação, também podemos perceber que $\frac{2}{4}$ e $\frac{1}{2}$ representam a mesma quantidade.

Portanto, $\frac{2}{4}$ e $\frac{1}{2}$ são frações que representam a mesma parte do inteiro: metade.

As frações $\frac{2}{4}$ e $\frac{1}{2}$ são chamadas **frações equivalentes**.

Indicamos: $\frac{2}{4} = \frac{1}{2}$.

Orientações didáticas

Conceito de frações equivalentes

Na BNCC

Este tópico favorece o desenvolvimento das habilidades **EF06MA04** e **EF06MA34** ao propor a interpretação de fluxogramas simples e a resolução de problemas por meio de fluxogramas e da habilidade **EF06MA07** na identificação de frações equivalentes. Mobiliza com maior ênfase a **CG02**, a **CEMAT02**, a **CEMAT03** e a **CEMAT06**.

Antes de iniciar o assunto, incentive os estudantes a expor o que já sabem sobre esse tema. Por exemplo, distribua círculos de papel idênticos para eles, já previamente repartidos em 2, 4 e 8 partes iguais. Peça que pintem partes em cada círculo para representar as frações um meio (metade), dois quartos e quatro oitavos. Depois, questione: "Em cada círculo, a parte pintada representa que parte do círculo?"; "Em qual círculo pintamos a metade dele?"; "Considerando que os círculos são idênticos (representam o mesmo inteiro), em qual deles a parte pintada é a maior?".

Orientações didáticas

Conceito de frações equivalentes

A situação proposta em "Quem comeu mais chocolate?" pode ser encenada para toda a turma. Proponha situações similares para outros estudantes mostrarem à turma. Faça um fechamento, destacando na lousa quando 2 ou mais frações forem equivalentes, garantindo que todos tenham compreendido esse conceito.

Como reconhecer frações equivalentes?

Neste tópico, apresentamos um procedimento para reconhecer quando 2 frações são equivalentes sem representá-las por desenhos. Debata as estratégias apresentadas e valide-as ou não com toda a turma, solicitando que eles justifiquem a discordância e proponham reformulação. Isso oportuniza aos estudantes elaborarem argumentos convincentes.

Quem comeu mais chocolate?

Luiz e Otávio ganharam barras de chocolate do mesmo tamanho. A barra de Luiz era dividida em 6 partes iguais e ele comeu 4 delas. A de Otávio era dividida em 3 partes iguais e ele comeu 2 partes.

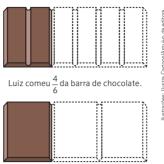
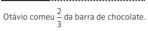
Quem comeu mais chocolate?

Acompanhe:

Luiz comeu $\frac{4}{6}$ da barra de chocolate.

Otávio comeu $\frac{2}{3}$ da barra de chocolate.

Ilustrações: Ilustra Cartoon/Arquivo da editora

Ilustrações: Ilustra Cartoon/Arquivo da editora

As imagens não estão representadas em proporção.

Comparando as imagens, é possível notar que ambos comeram quantidades iguais da barra de chocolate. As frações $\frac{4}{6}$ e $\frac{2}{3}$ representam a mesma parte do inteiro e, por isso, são frações equivalentes.

Podemos indicar assim: $\frac{4}{6} = \frac{2}{3}$.

> Duas ou mais frações que representam a mesma parte de um inteiro (da unidade) são chamadas **frações equivalentes**.

Como reconhecer frações equivalentes?

Como podemos verificar se 2 frações são equivalentes?

Podemos representar as frações como partes de inteiros, usando figuras, como nos exemplos anteriores, e analisar a equivalência ou não. Acompanhe um exemplo.

$\frac{1}{2} = \frac{2}{4} = \frac{3}{6} = \frac{8}{16}$

Ilustrações: Banco de imagens/Arquivo da editora

Também podemos analisar os termos das frações. Por exemplo, nas frações equivalentes, perceba que:

$\frac{2}{4} = \frac{1}{2}$ e $2 \cdot 2 = 4 \cdot 1$ $\qquad$ $\frac{4}{6} = \frac{2}{3}$ e $4 \cdot 3 = 6 \cdot 2$

Para saber se $\frac{9}{12}$ e $\frac{6}{8}$, por exemplo, são frações equivalentes, procedemos da seguinte maneira.

1º) Multiplicamos o numerador da primeira fração pelo denominador da segunda fração:

$\frac{9}{12} \searrow \frac{6}{8}$ (numerador da primeira fração vezes denominador da segunda fração: $9 \cdot 8 = 72$)

2º) Multiplicamos o denominador da primeira fração pelo numerador da segunda fração:

$\frac{9}{12} \nearrow \frac{6}{8}$ (denominador da primeira fração vezes numerador da segunda fração: $12 \cdot 6 = 72$)

3º) Comparamos os resultados obtidos e, se os produtos forem iguais, as frações são equivalentes:

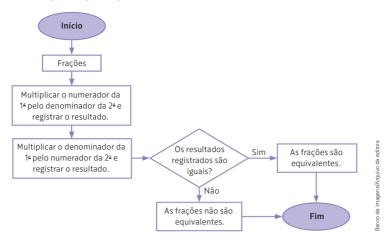
$9 \cdot 8 = 72 \qquad 12 \cdot 6 = 72$

Portanto, concluímos que: $\frac{9}{12} = \frac{6}{8}$.

Proposta para o estudante

Caso deseje aprofundar o estudo das frações equivalentes, sugerimos o simulador a seguir, que possibilita a comparação de frações equivalentes utilizando registros de representação numérico e algébrico:
UNIVERSITY OF COLORADO. Frações: Igualdade. *PHET*, [20--?]. Disponível em: https://phet.colorado.edu/pt_BR/simulations/fractions-equality. Acesso em: 1º maio 2022.

Acompanhe o fluxograma a seguir, que representa um modo de determinar se 2 frações são equivalentes, e compare-o com o passo a passo apresentado anteriormente.

Participe Faça as atividades no caderno.

I. Considere a fração $\frac{2}{3}$ e resolva os itens a seguir no caderno.

a) Multiplique os termos dessa fração por 2. Que fração você obtém? $\frac{4}{6}$

b) Verifique se a fração que você obteve no item **a** é equivalente à fração $\frac{2}{3}$. $\frac{2}{3} = \frac{4}{6}$

c) Multiplique os termos da fração $\frac{2}{3}$ por 7. Que fração você obtém? $\frac{14}{21}$

d) Verifique se a fração que você obteve no item **c** é equivalente à fração $\frac{2}{3}$. $\frac{2}{3} = \frac{14}{21}$

e) Multiplique os termos da fração $\frac{2}{3}$ por 10. Que fração você obtém? $\frac{20}{30}$

f) Verifique se a fração que você obteve no item **e** é equivalente à fração $\frac{2}{3}$. $\frac{2}{3} = \frac{20}{30}$

g) Represente a fração $\frac{2}{3}$ e as frações equivalentes que você obteve usando figuras.
A resposta encontra-se na seção *Resoluções* deste Manual.

II. Agora, considere a fração $\frac{20}{30}$ e resolva no caderno.

a) Divida os termos dessa fração por 2. Que fração você obtém? $\frac{10}{15}$

b) Verifique se a fração que você obteve no item **a** é equivalente à fração $\frac{20}{30}$ e represente-as usando figuras.
b) A resposta encontra-se na seção *Resoluções* deste Manual.

c) Divida os termos da fração $\frac{20}{30}$ por 5. Que fração você obtém? $\frac{4}{6}$

d) Verifique se a fração que você obteve no item **c** é equivalente à fração $\frac{20}{30}$. $\frac{20}{30} = \frac{4}{6}$

e) Divida os termos da fração $\frac{20}{30}$ por 10. Que fração você obtém? $\frac{2}{3}$

f) Verifique se a fração que você obteve no item **e** é equivalente à fração $\frac{20}{30}$. $\frac{20}{30} = \frac{2}{3}$

Quando multiplicamos (ou dividimos) os termos de uma fração por um mesmo número natural maior do que 1, obtemos uma fração equivalente à fração inicial.

Orientações didáticas

Como reconhecer frações equivalentes?

Aqui apresentamos um exemplo de fluxograma que descreve o procedimento para verificar se 2 frações são equivalentes, conforme dado anteriormente. Analise cada parte do fluxograma com a turma, pedindo que expliquem as etapas apresentadas. Proponha pares de frações na lousa para que os estudantes, em dupla, simulem o uso desse fluxograma.

Esse trabalho, em que é representado um algoritmo para verificar se 2 frações são equivalentes, promove elementos do pensamento computacional.

Participe

O boxe *Participe* propõe atividades que permitem aos estudantes a consolidação da compreensão do conceito de frações equivalentes. Peça a eles que resolvam as atividades individualmente e, depois, faça a correção coletiva das atividades.

Dê espaço para que os estudantes levantem suas dúvidas no momento da correção e verifique se algum deles utilizou alguma estratégia diferente de resolução. Valorize todas as estratégias utilizadas e, caso as dúvidas persistam, escolha uma das atividades da seção *Atividades* para ser resolvida com o auxílio de toda a turma.

Proposta para o estudante

Para aprofundar a compreensão de frações no cotidiano, sugerimos o livro paradidático a seguir.
RAMOS, Luzia F. *Frações sem mistérios*. 19. ed. São Paulo: Ática, 2019.

Orientações didáticas

Atividades

Na atividade **1**, os estudantes utilizam o fluxograma apresentado anteriormente para verificar a equivalência entre cada par de frações propostas. Ao final, promova uma correção coletiva e ressalte os procedimentos aplicados, garantindo que todos os compreendam.

Nessas atividades, são propostos problemas envolvendo frações equivalentes e como obter frações equivalentes sob determinadas condições. Destacamos a atividade **2**, da qual espera-se que os estudantes percebam o que ocorreu de um denominador para outro ou de um numerador para outro, nos pares de frações, para que façam o mesmo a fim de obter o valor desconhecido. Debata com os estudantes sobre quais foram as estratégias utilizadas para a obtenção da fração equivalente. Entendemos que essa conversa pode auxiliar no desenvolvimento das outras atividades dessa seção.

Simplificação de frações

Na BNCC

Este tópico favorece o desenvolvimento da habilidade **EF06MA07** ao propor a realização de atividades que envolvem a simplificação de frações. Mobiliza com maior ênfase a **CEMAT02** ao solicitar que os estudantes investiguem situações para resolver problemas. Desenvolve ainda o TCT *Educação Financeira* ao sugerir o reconhecimento de valores de cédulas e moedas do sistema monetário brasileiro.

Participe

No boxe *Participe*, são propostos questionamentos que levam os estudantes a perceber o processo de simplificação de uma fração, determinando frações com numeradores e denominadores possíveis.

Atividades

Faça as atividades no caderno.

1. Utilize o fluxograma apresentado anteriormente para classificar cada igualdade como verdadeira ou falsa.

a) $\frac{1}{2} = \frac{3}{6}$ Verdadeira. **b)** $\frac{1}{3} = \frac{4}{9}$ Falsa. **c)** $\frac{4}{10} = \frac{2}{5}$ Verdadeira. **d)** $\frac{2}{5} = \frac{6}{15}$ Verdadeira.

2. Responda às perguntas e explique aos colegas como você pensou. Explicações pessoais.

a) Devemos multiplicar os termos da fração $\frac{1}{2}$ por um número para obter uma fração equivalente de denominador 12. Que número é esse? 6

b) Devemos dividir os termos da fração $\frac{24}{36}$ por um número para obter uma fração equivalente de numerador 12. Que número é esse? 2

c) Devemos multiplicar os termos da fração $\frac{3}{8}$ por um número para obter uma fração equivalente de denominador 40. Qual é o número procurado? 5

d) Devemos dividir os termos da fração $\frac{10}{15}$ por um número para obter uma fração equivalente de numerador 2. Qual é o número desconhecido? 5

3. Copie as frações no caderno e substitua cada ▨ pelo número que torna cada igualdade verdadeira.

a) $\frac{1}{3} = \frac{▨}{12}$ 4

b) $\frac{35}{28} = \frac{▨}{4}$ 5

c) $\frac{5}{4} = \frac{15}{▨}$ 12

d) $\frac{7}{5} = \frac{42}{▨}$ 30

e) $\frac{11}{2} = \frac{▨}{10}$ 55

Banco de imagens/Arquivo da editora

4. Como você estudou anteriormente, temos que 2 números naturais são primos entre si quando só o 1 é divisor comum deles. Obtenha uma fração equivalente a $\frac{20}{45}$ que tenha numerador e denominador primos entre si. $\frac{4}{9}$

5. Que fração é equivalente a $\frac{12}{13}$ e a soma do numerador e denominador é 50? Explique como você pensou. $\frac{24}{26}$; explicação pessoal.

6. Adivinhe! Sou uma fração equivalente a $\frac{2}{5}$. A diferença dos meus termos é 21. Que fração sou eu? Explique como você pensou. $\frac{14}{35}$; explicação pessoal.

Simplificação de frações

Participe

Faça as atividades no caderno.

Considere a fração $\frac{12}{16}$.

a) O número 12 é divisível por quais números naturais? 1, 2, 3, 4, 6 e 12.

b) O número 16 é divisível por quais números naturais? 1, 2, 4, 8 e 16.

c) Quais são os divisores comuns de 12 e 16, ou seja, os números que são divisores tanto de 12 quanto de 16? 1, 2 e 4.

d) Divida os termos da fração pelos divisores comuns de 12 e 16. Que frações você obtém? $\frac{12}{16}$, $\frac{6}{8}$ e $\frac{3}{4}$.

e) As frações que você obteve no item **d** são equivalentes? Justifique sua resposta.
Sim; exemplo de resposta: pois são obtidas dividindo-se os termos da fração pelo mesmo número natural não nulo.

Dizemos que as frações escritas com termos menores do que os termos de $\frac{12}{16}$ são frações equivalentes mais simples do que ela.

f) Copie as igualdades no caderno e complete-as substituindo ▒▒ pelas frações mais simples do que $\frac{12}{16}$.

$\frac{12}{16} = \frac{▒}{▒}$ $\frac{6}{8}$ $= \frac{▒}{▒}$ $\frac{3}{4}$

g) Qual dessas frações é a mais simples de todas? $\frac{3}{4}$

h) É possível obter uma fração equivalente mais simples do que a fração do item **g**? Por quê? Não, porque 3 e 4 são primos entre si.

Simplificar uma fração significa determinar outra fração que seja equivalente a ela, mas que tenha numerador e denominador menores.

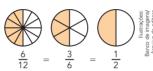
Para simplificar uma fração, basta dividir os termos dela por um mesmo número natural maior do que 1 e obter termos menores do que os iniciais.

Quando simplificamos uma fração e obtemos uma nova fração que não pode ser simplificada (porque os termos são primos entre si), dizemos que foi obtida a **forma irredutível** da fração dada.

Por exemplo, no *Participe*, simplificamos a fração $\frac{12}{16}$ até obtermos a forma irredutível dela, que é $\frac{3}{4}$.

Acompanhe outro exemplo.

$\frac{6}{12} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$

Ilustrações: Banco de imagens/ Arquivo da editora

A forma irredutível da fração $\frac{6}{12}$ é $\frac{1}{2}$.

Atividades

Faça as atividades no caderno.

7. Copie as frações a seguir no caderno e associe cada fração dos cartões amarelos com a forma irredutível dos cartões azuis. A-II; B-III; C-IV; D-I.

Ⓐ $\frac{30}{45}$ Ⓑ $\frac{120}{440}$ Ⓒ $\frac{8}{20}$ Ⓓ $\frac{25}{60}$

Ⓘ $\frac{5}{12}$ Ⓘⓘ $\frac{2}{3}$ ⅢⅢ $\frac{3}{11}$ Ⅳ $\frac{2}{5}$

8. Uma fração própria, na forma irredutível, apresenta numerador e denominador que somam 15. Que fração é essa? Escreva todas as possibilidades. $\frac{1}{14}$, $\frac{2}{13}$, $\frac{4}{11}$ e $\frac{7}{8}$

9. Escreva no caderno a forma irredutível de cada fração a seguir.

a) $\frac{66}{99}$ $\frac{2}{3}$

b) $\frac{666}{999}$ $\frac{2}{3}$

10. Simplifique as frações até obter a forma irredutível.

a) $\frac{3}{6}$ $\frac{1}{2}$

b) $\frac{4}{12}$ $\frac{1}{3}$

c) $\frac{9}{18}$ $\frac{1}{2}$

d) $\frac{63}{105}$ $\frac{3}{5}$

e) $\frac{250}{150}$ $\frac{5}{3}$

f) $\frac{147}{189}$ $\frac{7}{9}$

Orientações didáticas

Proponha o seguinte questionamento: "Para obter frações equivalentes, podemos tanto multiplicar quanto dividir seus termos por um mesmo número diferente de zero?"; "Quais desses procedimentos podem ser aplicados para obtermos frações mais simples que uma fração dada?". Espera-se que percebam que somente por meio da divisão dos termos por um número natural maior do que 1 é que se consegue simplificar uma fração.

Atividades

Nesse bloco de atividades, os estudantes precisam mobilizar os conhecimentos construídos sobre simplificação de frações e fração irredutível.

Destacamos as atividades **7** e **8**, nas quais indicamos que sejam verificadas as estratégias utilizadas. Pergunte aos estudantes de que maneira eles obtiveram as frações que satisfazem as condições dadas. Uma questão em relação à atividade **8** é a seguinte: "Por que a fração três doze avos não está na resposta?". Espera-se que percebam que essa fração não está na forma irredutível.

Orientações didáticas

Atividades

Sugerimos que as atividades **9** a **19** sejam feitas em duplas para que a troca de ideias seja um promotor de aprendizagem, com vista a ampliar o repertório de estratégias dos estudantes. Acompanhe as duplas, notando e registrando dúvidas que podem ser debatidas e retomadas durante a correção. A atividade **17** favorece o trabalho com o TCT *Educação Financeira*, uma vez que incentiva o conhecimento dos valores monetários de cada moeda brasileira. Comente com os estudantes que as moedas de 1 centavo deixaram de ser emitidas em 2004, devido à sua baixa circulação e ao alto custo de produção.

11. Escreva 3 frações no caderno e simplifique-as até obter a forma irredutível de cada uma delas. Exemplo de resposta: $\frac{12}{24}=\frac{1}{2}$; $\frac{54}{28}=\frac{27}{14}$ e $\frac{84}{72}=\frac{7}{6}$.

12. Considere as frações $\frac{20}{50}$ e $\frac{62}{155}$.

a) Qual é a forma irredutível da fração $\frac{20}{50}$? $\frac{2}{5}$

b) Qual é a forma irredutível da fração $\frac{62}{155}$? $\frac{2}{5}$

c) Compare os resultados obtidos nos itens **a** e **b**. São iguais.

> Duas frações que têm a mesma forma irredutível são **frações equivalentes**.

13. Simplifique as frações $\frac{120}{90}$ e $\frac{100}{75}$ e responda: Elas são equivalentes? $\frac{4}{3}$, $\frac{4}{3}$; sim.

14. Descubra os pares que vão dançar na festa da escola associando no caderno cada fração à esquerda à forma irredutível à direita. Alexandre e Priscila; Maurício e Gabriela; Pedro e Luciana.

Alexandre $\frac{18}{21}$	Gabriela $\frac{11}{5}$
Ricardo $\frac{42}{18}$	Luciana $\frac{2}{5}$
Maurício $\frac{220}{100}$	Priscila $\frac{6}{7}$
Pedro $\frac{40}{100}$	Andreia $\frac{7}{5}$

- Agora, responda: Quem não vai dançar na festa? Ricardo e Andreia.

15. As frações $\frac{30}{105}$ e $\frac{40}{126}$ são equivalentes? Simplifique-as, responda e explique como você fez. $\frac{2}{7}$, $\frac{20}{63}$; não são equivalentes; explicação pessoal.

16. Quais das frações indicadas nas fichas são equivalentes a:

a) $\frac{84}{126}$? $\frac{14}{21}$; $\frac{2}{3}$.

$\frac{42}{84}$ $\frac{14}{21}$ $\frac{2}{3}$ $\frac{21}{28}$ $\frac{126}{84}$

b) $\frac{55}{99}$? $\frac{125}{225}$; $\frac{15}{27}$.

$\frac{44}{88}$ $\frac{66}{111}$ $\frac{125}{225}$ $\frac{15}{27}$

17. No sistema monetário brasileiro, 1 real equivale a 100 centavos de real e as moedas são de 1 centavo, 5 centavos, 10 centavos, 25 centavos, 50 centavos e de 1 real. Responda às questões indicando a fração na forma irredutível.

a) A que fração do real corresponde a moeda de 5 centavos? $\frac{1}{20}$

b) E a de 25 centavos? $\frac{1}{4}$

18. Qual é a fração:

a) que é equivalente a $\frac{40}{65}$ e tem o menor denominador possível? $\frac{8}{13}$

b) que é equivalente a $\frac{10}{85}$ e cuja soma dos termos é a menor possível? $\frac{2}{17}$

19. Determine 2 frações com denominadores iguais, sendo uma delas equivalente a $\frac{3}{4}$ e a outra equivalente a $\frac{5}{6}$. Exemplos de resposta: $\frac{9}{12}$ e $\frac{10}{12}$; $\frac{18}{24}$ e $\frac{20}{24}$.

Proposta para o estudante

O jogo Papa fração possibilita o estudo da comparação de frações. As regras e os detalhes do jogo podem ser consultados na obra ou no *site* a seguir.

SMOLE, Kátia Stocco; DINIZ, Maria Ignez; CÂNDIDO, Patrícia. *Cadernos do Mathema*. v. 1. Porto Alegre: Artmed, 2007.

MATHEMA. *Papa todas de frações*, São Paulo, 19 set. 2019. Disponível em: https://mathema.com.br/jogos-e-atividades/papa-todas-de-fracoes/. Acesso em: 16 jun. 2022.

Comparação de frações

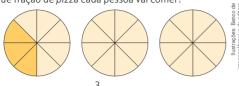
As *pizzas*

A família Ribeiro, formada por 8 pessoas, foi a uma pizzaria. João (o pai) pediu 3 *pizzas* e pensou: "Vou pedir que repartam cada *pizza* em 8 pedaços iguais. Assim, distribuo 3 pedaços para cada pessoa".

Que fração de *pizza* cada pessoa vai comer?

Ilustrações: Banco de imagens/Arquivo da editora

Cada pessoa vai comer $\frac{3}{8}$ de *pizza*.

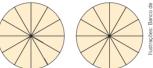
Dmitry_Tsvetkov/Shutterstock

Pizza dividida em 8 pedaços iguais.

Pouco antes de as *pizzas* ficarem prontas, juntaram-se à família Ribeiro mais 4 sobrinhos de João. Ele pensou rápido e pediu ao garçom que repartisse cada *pizza* em 12 pedaços iguais e distribuísse 3 pedaços para cada pessoa. Quanto cada uma comeu?

Ilustrações: Banco de imagens/Arquivo da editora

Cada uma comeu $\frac{3}{12}$ de *pizza*.

Participe

Faça as atividades no caderno.

I. Retome o problema "As *pizzas*".

Ilustrações: Banco de imagens/Arquivo da editora

a) A fração $\frac{3}{12}$ representa uma parte maior ou uma parte menor do que a representada por $\frac{3}{8}$? Então, em qual das situações João iria comer mais pizza? Menor; se a *pizza* fosse dividida para 8 pessoas.

b) Copie as frações no caderno e compare-as substituindo ▨ por > ou < para obter uma sentença matemática verdadeira.

$\frac{3}{12}$ ▨ $\frac{3}{8}$ <

c) Compare os numeradores das frações $\frac{3}{12}$ e $\frac{3}{8}$. São iguais.

d) Qual das frações, $\frac{3}{12}$ ou $\frac{3}{8}$, tem o maior denominador? $\frac{3}{12}$

e) No item anterior, as frações têm numeradores iguais. A fração menor é a que tem o maior ou a que tem o menor denominador? O maior.

Orientações didáticas

Comparação de frações

Na BNCC

Este tópico favorece o desenvolvimento da habilidade **EF06MA07** ao propor a realização de atividades que envolvem a comparação de frações. Mobiliza com maior ênfase a **CEMAT04**, a **CEMAT07** e a **CG10** no boxe *Participe*. A **CEMAT05** é mobilizada nos problemas propostos na seção *Atividades*.

Neste tópico, tratamos da comparação de frações. No trabalho feito anteriormente, o estudante já fez algumas comparações entre frações e a unidade e já estudou que 2 frações equivalentes representam a mesma parte do todo. "Se 2 frações não são equivalentes entre si, como saber qual delas é a maior?". Converse com os estudantes sobre isso e verifique que conhecimentos eles já construíram acerca desse assunto. Dê espaço para que eles exponham suas hipóteses.

Na situação proposta em "As *pizzas*", os estudantes podem verificar qual das frações comparadas é a maior com o auxílio de representações por meio de figuras.

Participe

A atividade **I** do boxe *Participe* retoma a situação da *pizza* e mostra essa comparação. Na atividade **II**, que usa as peças do tangram para comparar frações, são utilizadas figuras, representando os casos de comparação de frações com numeradores iguais e de frações com denominadores iguais. Na atividade **III**, são apresentados outros exemplos de comparação de 2 frações com denominadores iguais, também com a utilização de figuras.

Antes de apresentar os outros exemplos, faça um fechamento dos 2 casos tratados no boxe *Participe* para a comparação de 2 frações.

Orientações didáticas

Comparação de frações

Continuando o trabalho com comparações de frações, apresente e debata sobre o exemplo que trata da comparação das frações $\frac{5}{8}$ e $\frac{5}{16}$. Em seguida, questione os estudantes: "E se as frações não tiverem numeradores iguais nem denominadores iguais, como podemos determinar a maior fração sem a utilização de figuras?"; "Em alguns casos especiais, até dá para saber facilmente. Se uma das frações é própria e a outra fração é imprópria não nula, você sabe dizer qual é a maior delas?"; "Em outro exemplo, qual fração é a maior: $\frac{4}{5}$ ou $\frac{3}{4}$?"; "Você sabe determinar a fração equivalente a $\frac{4}{5}$ que tem denominador 20?"; "E a fração equivalente a $\frac{3}{4}$ que tem denominador 20?"; "Dá para saber qual dessas 2 frações equivalentes obtidas é a maior?".

Debatendo questões desse tipo, os estudantes podem intuir o que deve ser feito para comparar 2 frações quaisquer. Em seguida, formalize o resultado desses questionamentos e elabore coletivamente um fluxograma que apresente o processo necessário para comparar 2 frações. Esse trabalho favorece o desenvolvimento de pensamento computacional nos estudantes.

II. Analise as peças em destaque no tangram e faça o que se pede.

Ilustrações: Banco de imagens/Arquivo da editora

a) Que fração do tangram a peça triangular maior rosa representa? E a peça triangular azul-escura? Qual dessas 2 peças representa uma menor parte do tangram todo? $\frac{1}{4}$; $\frac{1}{8}$; a peça azul-escura.

b) Copie a sentença matemática a seguir no caderno substituindo ▨ pelas frações correspondentes às peças triangulares rosa e azul-escura do tangram de maneira que a sentença seja verdadeira.

$\frac{▨}{▨} < \frac{▨}{▨}$ $\frac{1}{8} < \frac{1}{4}$

c) No item anterior, os numeradores das frações são iguais. A fração menor é a que tem denominador maior ou menor? Maior.

d) Pense na fração que representa as 2 peças triangulares maiores rosa e a azul-clara do tangram. Copie a sentença matemática a seguir no caderno substituindo ▨ pelas frações correspondentes a 1 peça triangular maior do tangram e a 2 dessas mesmas peças de maneira que a sentença seja verdadeira.

$\frac{▨}{▨} < \frac{▨}{▨}$ $\frac{1}{4} < \frac{2}{4}$

e) No item anterior, as frações têm denominadores iguais. A fração menor é a que tem numerador maior ou menor? Menor.

III. Considere as figuras circulares iguais a seguir.

a) Copie a frase no caderno e complete a primeira sentença com a fração representada em cada figura. Em seguida, simplifique as frações e complete a segunda sentença matemática.

$\frac{4}{8} < \frac{6}{8}$ $\frac{▨}{▨} < \frac{▨}{▨}$; logo, simplificando as frações, temos: $\frac{▨}{▨} < \frac{▨}{▨}$ $\frac{1}{2} < \frac{3}{4}$

b) No item anterior, antes de simplificar as frações, elas tinham mesmo denominador. Nesse caso, a fração menor é a que tem numerador maior ou menor? Menor.

No *Participe*, fizemos comparação de frações. Acompanhe mais estes exemplos e como podemos comparar frações de numeradores ou denominadores iguais.

Para comparar as frações $\frac{5}{8}$ e $\frac{5}{16}$, escolhemos uma figura e a representamos duas vezes, uma delas dividida em 8 partes iguais e, a outra, em 16 partes iguais. Então, representamos as frações.

Ilustrações: Banco de imagens/Arquivo da editora

$\frac{5}{8}$

$\frac{5}{16}$

Visualmente, podemos perceber que $\frac{5}{16}$ é uma parte menor do que $\frac{5}{8}$. Assim, temos $\frac{5}{16} < \frac{5}{8}$.

As frações $\frac{5}{8}$ e $\frac{5}{16}$ têm numeradores iguais. Como $16 > 8$, concluímos que $\frac{5}{16} < \frac{5}{8}$.

Quando 2 frações têm numeradores iguais, a menor delas é a que tem maior denominador.

Agora, para comparar as frações $\frac{7}{16}$ e $\frac{10}{16}$, escolhemos uma figura, a representamos duas vezes, as dividimos em 16 partes iguais, e representamos as frações.

$\frac{7}{16}$ $\frac{10}{16}$ Visualmente, podemos perceber que $\frac{7}{16} < \frac{10}{16}$.

As frações $\frac{7}{16}$ e $\frac{10}{16}$ têm denominadores iguais. Como $7 < 10$, concluímos que $\frac{7}{16} < \frac{10}{16}$.

Quando 2 frações têm denominadores iguais, a menor delas é a que tem menor numerador.

Agora, vamos comparar as frações $\frac{7}{8}$ e $\frac{5}{6}$.

Essas frações têm numeradores diferentes e denominadores diferentes. Para compará-las, escolhemos uma figura e a representamos duas vezes, uma delas dividida em 8 partes iguais e, a outra, em 6 partes iguais. Então, representamos as frações.

$\frac{7}{8}$ $\frac{5}{6}$ Visualmente, podemos perceber que $\frac{7}{8} > \frac{5}{6}$.

Também podemos escrever frações equivalentes a elas e que tenham ou o mesmo numerador, ou o mesmo denominador.

Vamos determinar frações equivalentes com o mesmo denominador, ou seja, vamos reduzi-las ao mesmo denominador, que será um múltiplo não nulo dos 2 denominadores iniciais.

Os múltiplos não nulos de 8 são: 8, 16, 24, 32, ...

8 e 16 são múltiplos de 8, mas não são múltiplos de 6; 24 é múltiplo de ambos. Então, vamos escrever a fração equivalente a cada fração inicial com denominador 24.

$\frac{7}{8} = \frac{\square}{24}$ (:) $\xrightarrow{24 : 8 = 3}$ $\frac{7}{8} = \frac{21}{24}$ (× 3)

Também poderíamos partir da fração $\frac{5}{6}$, acompanhe o raciocínio.

$\frac{5}{6} = \frac{\square}{24}$ (:) $\xrightarrow{24 : 6 = 4}$ $\frac{5}{6} = \frac{20}{24}$ (× 4)

Agora, basta compararmos as frações de denominadores iguais: $\frac{21}{24} > \frac{20}{24}$.

Portanto: $\frac{7}{8} > \frac{5}{6}$.

Quando comparamos 2 frações com numeradores e denominadores diferentes, podemos primeiro determinar frações equivalentes a elas que tenham o mesmo denominador, para depois fazermos a comparação.

Orientações didáticas

Comparação de frações

Reserve um tempo para que a turma leia o que está proposto na página. Em seguida, peça a eles que comentem sobre o que entenderam do conteúdo exposto, o que possibilitará que se verifique a capacidade de análise textual e de argumentação matemática dos estudantes.

Peça a eles que escrevam outras frações em ordem crescente visando consolidar a compreensão da turma acerca da comparação de frações.

Proposta para o professor

O trabalho a seguir explora propostas metodológicas para o ensino de frações usando materiais concretos, com ênfase no 6º ano do Ensino Fundamental.

SANTOS, Maria José B. S. *O ensino e a aprendizagem das frações utilizando materiais concretos*. Universidade Estadual da Paraíba, 2014. Disponível em: http://dspace.bc.uepb.edu.br/jspui/bitstream/123456789/4290/1/PDF%20-%20Maria%20Jos%C3%A9%20Batista%20de%20Souza%20Santos.pdf. Acesso em: 3 maio 2022.

Orientações didáticas

Atividades

Nas atividades **20** a **25**, são exploradas a comparação de frações e problemas que envolvem a comparação juntamente com outros assuntos já estudados.

Indicamos que as primeiras atividades, **20** a **22**, sejam realizadas individualmente, para que seja possível verificar o avanço do aprendizado de cada estudante. Retome os tópicos e procedimentos que gerem dificuldades, solicitando a estudantes que já dominam o assunto que o expliquem.

Para o restante das atividades, em que o foco é a resolução de problemas, sugerimos a realização em duplas. Faça a correção ao término da resolução de cada atividade, eliminando eventuais dúvidas e facilitando a resolução das próximas atividades.

23. a) $\frac{7}{15}$: Júlio; $\frac{1}{2}$: Luca; $\frac{3}{5}$: Alexandre; $\frac{2}{3}$: Mário; $\frac{5}{6}$: Paulo.

b) $\frac{5}{8} > \frac{7}{16}$; o time da escola em que o professor Jorge trabalha.

Atividades

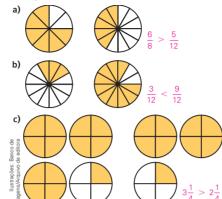
Faça as atividades no caderno.

20. No caderno, compare as frações representadas por figuras em cada item.

a) $\frac{6}{8} > \frac{5}{12}$

b) $\frac{3}{12} < \frac{9}{12}$

c) $3\frac{1}{4} > 2\frac{1}{4}$

Ilustrações: Banco de imagens/Arquivo da editora

21. Copie os itens no caderno substituindo ▨ por um dos símbolos $<$, $>$ ou $=$ para compará-los corretamente. Se necessário, represente as frações usando figuras.

a) $\frac{1}{7}$ ▨ $\frac{2}{14}$ $=$

b) $\frac{11}{4}$ ▨ 4 $<$

c) $\frac{3}{2}$ ▨ $\frac{4}{3}$ $>$

d) $2\frac{3}{6}$ ▨ $2\frac{5}{8}$ $<$

e) $\frac{11}{4}$ ▨ $\frac{4}{3}$ $>$

f) $\frac{10}{4}$ ▨ $\frac{15}{6}$ $=$

22. Em um treino de corrida, 3 estudantes percorreram as medidas de distância indicadas a seguir.

Treino de corrida

Estudante	Luiz	Felipe	Tiago
Medida de distância percorrida (em quilômetros)	$3\frac{4}{12}$	$2\frac{2}{12}$	$2\frac{7}{12}$

Dados elaborados para fins didáticos.

No caderno, escreva em ordem crescente o nome dos estudantes de acordo com a medida de distância percorrida. Felipe, Tiago e Luiz.

23. O professor Jorge, em conjunto com o professor de Matemática, distribuiu para cada jogador do time de basquete uma fração para estampar na camiseta. A fração maior fica para o menino mais alto; a menor, para o mais baixo.

$\frac{1}{2}$ $\frac{2}{3}$ $\frac{3}{5}$ $\frac{5}{6}$ $\frac{7}{15}$

Ilustra Cartoon/Arquivo da editora

a) Escreva no caderno as frações em ordem crescente e descubra a quem cada fração corresponde.

b) Em um campeonato, o time da escola em que o professor Jorge trabalha ganhou $\frac{5}{8}$ dos jogos que disputou, e o time de outra escola ganhou $\frac{7}{16}$ do mesmo total de jogos. Qual dos times terminou mais bem colocado nesse campeonato?

24. Neste bimestre, a professora de Português pediu aos estudantes que lessem um livro. Sérgio leu $\frac{2}{7}$ das páginas do livro em 6 horas. Bárbara levou 3 horas para ler $\frac{3}{5}$ das páginas do mesmo livro.

a) Quem leu mais páginas do livro: Sérgio ou Bárbara? Bárbara.

b) Mantendo esse ritmo, quantas horas Sérgio vai demorar para ler todo o livro? 21 horas.

c) De quantas horas mais Bárbara precisa para acabar de ler o livro? 2 horas.

25. Marina e Viviane combinaram ir de bicicleta até um parque da cidade, mas não conseguiram fazer o percurso de uma só vez e pararam para descansar. Marina percorreu $\frac{7}{10}$ do percurso antes de parar, e Viviane, $\frac{9}{11}$.

Qual delas parou para descansar mais perto do parque? Viviane.

Operações com frações

EF06MA01
EF06MA07
EF06MA09
EF06MA10

Adição e subtração de frações

Adição de frações com denominadores iguais

Em determinada receita de pão de queijo, são utilizadas as quantidades de polvilho doce e polvilho azedo mostradas nos recipientes idênticos representados.

Os recipientes têm marcações de divisão e ambos estão divididos em 7 partes iguais. Que operação se pode fazer para saber a fração do recipiente que representa a quantidade total de polvilho utilizada nessa receita?

Polvilho doce.

Polvilho azedo.

Ilustrações: Ericson Guilherme Luciano/Arquivo da editora

Devemos efetuar a operação de adição de frações, indicada assim:

$$\frac{3}{7}+\frac{4}{7}=\frac{7}{7}$$

Note que estamos adicionando partes iguais do inteiro: 3 sétimos mais 4 sétimos é igual a 7 sétimos.

> A soma de 2 ou mais frações com denominadores iguais é uma fração cujo denominador é igual ao das parcelas dadas e cujo numerador é a soma dos numeradores das parcelas.

Acompanhe outros exemplos.

- $\frac{1}{9}+\frac{4}{9}=\frac{5}{9}$
- $\frac{3}{12}+\frac{5}{12}+\frac{11}{12}=\frac{19}{12}$

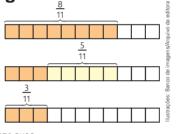
Subtração de frações com denominadores iguais

Dividimos uma figura com formato de retângulo em 11 partes iguais e colorimos 8 dessas partes. Que fração da figura foi colorida?

Em seguida, retiramos a cor de 5 das partes coloridas. Que fração da figura foi descolorida?

Que fração da figura permaneceu pintada completamente?

Nessa situação, efetuamos uma subtração de frações: $\frac{8}{11}-\frac{5}{11}=\frac{3}{11}$

Ilustrações: Banco de imagens/Arquivo da editora

8 onze avos menos 5 onze avos é igual a 3 onze avos.

> A diferença de 2 frações com denominadores iguais é uma fração cujo denominador é igual ao das frações dadas e cujo numerador é a diferença entre os numeradores.

Acompanhe outros exemplos.

- $\frac{7}{9}-\frac{2}{9}=\frac{5}{9}$
- $\frac{33}{100}-\frac{22}{100}=\frac{11}{100}$

Orientações didáticas

Adição e subtração de frações

Na BNCC

Este tópico favorece o desenvolvimento das habilidades: **EF06MA01** ao retomar a leitura e a escrita de frações; e **EF06MA10** ao propor a realização de atividades que envolvem resolução e elaboração de problemas com adição ou subtração de números racionais positivos na representação fracionária. O TCT *Diversidade Cultural* é desenvolvido ao se explorar uma receita regional brasileira. Um dos problemas apresentados em *Atividades* permite o trabalho com o TCT *Educação Ambiental*, ao explorar a reciclagem de materiais, além de mobilizar a **CG06**, **CG10** e a **CEMAT06**. O contexto da atividade **8** permite explorar o TCT *Educação para o Consumo*.

Adição de frações com denominadores iguais

O contexto do tópico envolvendo polvilhos doce e azedo para a produção de pães de queijo valoriza a imagem dos povos do campo. Mencione que o polvilho é derivado da fécula de mandioca. Assim, pode-se ampliar essa abordagem sobre os povos quilombolas que produzem mandioca. Além disso, converse sobre o pão de queijo, um alimento típico brasileiro. Apresente a história dessa iguaria, favorecendo o desenvolvimento do TCT *Diversidade Cultural*.

Subtração de frações com denominadores iguais

Leia o texto com os estudantes e dê espaço para que eles levantem eventuais dúvidas.

Proposta para o professor

Caso queira ampliar o estudo sobre a importância da produção de mandioca para povos quilombolas, acesse a referência (ISA, 2015). Sobre o pão de queijo, acesse a referência (PORTAL DO PÃO DE QUEIJO, 2017).

ISA. *Dossiê Sistema agrícola tradicional do Vale do Ribeira (SP)*. [*s. l.*], out. 2017. v1. Disponível em: http://portal.iphan.gov.br/uploads/ckfinder/arquivos/Dossiê_relat_1(1).pdf.

PORTAL DO PÃO DE QUEIJO. *Para comemorar*: a deliciosa história do pão de queijo!. [*s. l.*], ago. 2017. Disponível em: https://portaldoqueijo.com.br/noticias_queijos/2017/08/17/para-comemorar-a-deliciosa-historia-do-pao-de-queijo/. Acesso em: 23 abr. 2022.

Orientações didáticas

Adição e subtração de frações com denominadores diferentes

Leia o texto com a turma e converse sobre os procedimentos para adição e subtração de frações com denominadores diferentes.

Verifique se todos os compreenderam e, se julgar necessário, retome o conceito de múltiplo de um número natural e a obtenção de frações equivalentes e números mistos estudados anteriormente.

Adição e subtração de frações com denominadores diferentes

Adição

Vamos calcular $\frac{4}{9} + \frac{3}{6}$, isto é, 4 nonos mais 3 sextos.

Ilustrações: Banco de imagens/Arquivo da editora

Essa é uma adição de frações obtidas por divisões do inteiro em diferentes quantidades de partes iguais.

O primeiro passo é determinar frações equivalentes com mesmo denominador, para que o inteiro esteja dividido na mesma quantidade de partes iguais em ambos os casos.

Os múltiplos não nulos de 9 são 9, 18, 27, etc. Como 18 também é múltiplo de 6, determinando frações equivalentes com mesmo denominador 18, obtemos:

$\frac{4}{9} = \frac{8}{18}$ e $\frac{3}{6} = \frac{9}{18}$

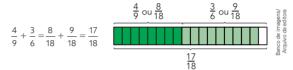
$\frac{4}{9}$ ou $\frac{8}{18}$

$\frac{3}{6}$ ou $\frac{9}{18}$

Ilustrações: Banco de imagens/Arquivo da editora

Agora o inteiro foi dividido em 18 partes iguais em ambos os casos e, então, podemos adicionar essas partes.

$\frac{4}{9} + \frac{3}{6} = \frac{8}{18} + \frac{9}{18} = \frac{17}{18}$

Banco de imagens/Arquivo da editora

Subtração

Vamos calcular $\frac{2}{3} - \frac{1}{5}$, isto é, 2 terços menos 1 quinto.

Ilustrações: Banco de imagens/Arquivo da editora

Essa é uma subtração de frações obtidas por divisões do inteiro em diferentes quantidades de partes iguais.

O primeiro passo é determinar frações equivalentes com mesmo denominador, para que o inteiro esteja dividido na mesma quantidade de partes iguais em ambos os casos.

Os múltiplos não nulos de 5 são 5, 10, 15, etc. Como 15 também é múltiplo de 3, determinando frações equivalentes com mesmo denominador 15, obtemos:

$\frac{2}{3} = \frac{10}{15}$ e $\frac{1}{5} = \frac{3}{15}$

$\frac{2}{3}$

$\frac{1}{5}$

Ilustrações: Banco de imagens/Arquivo da editora

Agora o inteiro foi dividido em 15 partes iguais em ambos os casos e, então, podemos subtrair essas partes.

$\frac{2}{3} - \frac{1}{5} = \frac{10}{15} - \frac{3}{15} = \frac{7}{15}$

$\frac{2}{3}$ ou $\frac{10}{15}$ $\frac{1}{5}$ ou $\frac{3}{15}$

$\frac{7}{15}$

Ilustrações: Banco de imagens/Arquivo da editora

> Para adicionar ou subtrair 2 ou mais frações com denominadores diferentes, devemos primeiro determinar frações equivalentes a elas que tenham o mesmo denominador, para depois efetuar a operação.

Proposta para o estudante

Explore o simulador indicado no endereço a seguir para abordar a representação de um número racional como número misto.

UNIVERSITY OF COLORADO. Frações: Números Mistos. *PHET*. Disponível em: https://phet.colorado.edu/pt_BR/simulations/fractions-mixed-numbers. Acesso em: 3 maio 2022.

Atividades

Faça as atividades no caderno.

1. Analise os 3 copos idênticos representados a seguir, todos eles divididos em 10 partes iguais. Em todos os copos há certa quantidade de água.

Hélio Senatore/ Arquivo da editora

As imagens não estão representadas em proporção.

a) Que frações representam as quantidades de líquido em relação a cada copo? *A:* $\frac{2}{10}$; *B:* $\frac{4}{10}$; *C:* $\frac{3}{10}$.

b) Que operação você pode fazer para calcular a fração do copo correspondente à quantidade total de líquido dos 3 copos? Represente-a e dê o resultado. $\frac{2}{10} + \frac{4}{10} + \frac{3}{10} = \frac{9}{10}$

2. Efetue as operações com frações e números mistos.

Sempre que possível, simplifique os resultados que você obtiver ao efetuar as operações com frações, buscando a forma irredutível.

a) $\frac{5}{4} + \frac{2}{4}$ $\frac{7}{4}$

b) $\frac{11}{3} - \frac{7}{3}$ $\frac{4}{3}$

c) $\frac{11}{6} + \frac{1}{6} + \frac{5}{6}$ $\frac{17}{6}$

d) $3\frac{1}{5} + 2\frac{3}{5}$ $\frac{29}{5}$

e) $3\frac{3}{4} - 2\frac{3}{4}$ 1

f) $\frac{3}{2} + \frac{2}{3}$ $\frac{13}{6}$

g) $\frac{3}{2} - \frac{2}{3}$ $\frac{5}{6}$

h) $\frac{7}{12} + \frac{11}{20}$ $\frac{17}{15}$

i) $\frac{1}{6} + \frac{5}{4} + \frac{2}{3}$ $\frac{25}{12}$

j) $\frac{3}{2} - \frac{1}{4}$ $\frac{5}{4}$

k) $2\frac{2}{5} + \frac{11}{2} + \frac{1}{3}$ $\frac{247}{30}$

3. Quem vai ganhar o cabo de guerra: o time de camiseta verde ou o de camiseta azul? Descubra adicionando os números de cada time, comparando os resultados e identificando a maior soma.

Ilustra Cartoon/ Arquivo da editora

4. Calcule o valor de cada expressão numérica.

O time de camiseta verde. $\left(11 > 10\frac{1}{3}\right)$

Assim como nas operações com números naturais, para efetuar adições e subtrações de frações, primeiro calculamos o que vem entre parênteses, colchetes e chaves, nessa ordem.

a) $\left(\frac{3}{2} - \frac{2}{5}\right) + \left(\frac{5}{4} - \frac{2}{3}\right)$ $\frac{101}{60}$

b) $1 + \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{5}\right) - \left(\frac{7}{4} - \frac{5}{4}\right)$ $\frac{4}{5}$

c) $\left(\frac{7}{8} - \frac{5}{6}\right) + \left(\frac{8}{9} - \frac{7}{9}\right)$ $\frac{11}{72}$

d) $2\frac{1}{3} + 3\frac{1}{2} - 5\frac{1}{6}$ $\frac{2}{3}$

Orientações didáticas

Atividades

Estas atividades exploram operações de adição e subtração que envolvem frações. Sugerimos que os estudantes realizem essa tarefa individualmente para que possam ser consideradas possíveis dúvidas de cada um deles. Ressalte esses pontos na correção em conjunto com a turma.

A atividade **1** favorece o trabalho com a **CEMAT02**, uma vez que possibilita ao estudante realizar um raciocínio lógico de maneira visual.

Nas atividades **2** e **3**, espera-se que os estudantes percebam que, nos itens em que aparece número misto, eles devem primeiro expressar esses números como fração imprópria para, depois, efetuar a operação. Na atividade **4** apresentam-se expressões numéricas com adição e subtração de frações. Se julgar necessário, retome o trabalho já feito em capítulo anterior com expressões envolvendo números naturais.

Orientações didáticas

Atividades

Aproveite o contexto da atividade **5** sobre reciclagem e promova um debate sobre a importância disso para o meio ambiente e sobre atitudes que promovem um desenvolvimento sustentável e a preservação do planeta. Sobre a reciclagem, aproveite para promover a argumentação. Proponha questões reflexivas: "Existe coleta seletiva em seu município?"; "Você separa os rejeitos da sua residência?"; entre outras questões que suscitem um debate no qual os estudantes justifiquem suas posições utilizando argumentos científicos e suas habilidades pessoais.

Nas atividades **7** a **11** são apresentados problemas envolvendo adição e subtração e outros conceitos de frações já vistos nesta Unidade, como a fração de uma quantidade.

Destacamos a atividade **8**, em que é possível concluir com os estudantes que, a maior parte da quantia que ganhou, Marcos guardou na poupança, pois $\frac{4}{5}$ é quase o inteiro, representado, nesse caso, por $\frac{5}{5}$. Levando-se em conta esse fato, debata com os estudantes sobre a importância de se ter uma poupança, mesmo que o valor guardado de cada vez seja pequeno. Ter uma reserva para sobreviver em uma hora difícil de doença ou desemprego ou juntar uma quantia para comprar algo que se deseja são atitudes que podem promover nossa saúde mental e emocional, dando equilíbrio para a nossa vida nos âmbitos pessoal, social e financeiro. Além disso, converse sobre atitudes de consumo responsável que precisamos ter não só para nossa vida, mas também para o meio ambiente.

6. Exemplo de resposta: Irineu quer que os filhos aprendam a lidar com dinheiro. Para isso, do salário que ele recebe, dá $\frac{1}{30}$ como mesada para Joelma, a filha mais velha, e $\frac{1}{40}$ para Tiago, o filho mais novo. Que fração do salário Irineu separa para as mesadas? Resposta: $\frac{7}{120}$.

Faça as atividades no caderno.

5. A reciclagem de materiais contribui para a não poluição do meio ambiente, além de preservar a extração de novos recursos naturais. Em algumas cidades do Brasil, existe coleta seletiva de lixo. Nesse sistema, papéis, plásticos, vidros, metais e outros materiais são recolhidos separadamente a fim de serem reciclados.

Os recipientes de coleta seletiva são identificados por cores; cada cor é específica para um tipo de material.

BaLL LunLa/Shutterstock

Metal: $\frac{17}{30}$	**Plástico**: $\frac{137}{60}$
Vidro: $\frac{9}{10}$	**Papel**: $\frac{13}{12}$

Calcule a soma das frações escritas em cada recipiente de coleta. Compare os resultados obtidos com as frações do quadro para saber qual material deve ser depositado em cada recipiente.

Azul: papel; amarelo: vidro; verde: plástico; vermelho: metal.

6. Escolha um contexto e elabore um problema no qual seja preciso calcular a soma de algumas frações.

7. O piso do salão do Centro Esportivo está sendo ladrilhado com cerâmica. Aparecido começou a trabalhar anteontem e conseguiu ladrilhar $\frac{1}{7}$ do total de ladrilhos que vai colocar no piso. Ontem ele ladrilhou mais $\frac{3}{8}$ do total de ladrilhos. Nesses 2 dias já foram assentados 870 ladrilhos. Quantos ladrilhos, ao todo, serão colocados no salão? Explique como você pensou.

1 680 ladrilhos; explicação pessoal.

As imagens não estão representadas em proporção.

Artur Fujita/Arquivo da editora

8. Marcos ganhou R$ 230,00 do avô. Ele guardou $\frac{4}{5}$ dessa quantia na poupança e decidiu comprar figurinhas para um álbum com o restante do dinheiro. Com a primeira compra de figurinhas, Marcos conseguiu $\frac{3}{8}$ das figurinhas do álbum. Na segunda compra, colou mais $\frac{5}{12}$ do total de figurinhas.

a) Quantos reais Marcos guardou na poupança? R$ 184,00

b) Quantos reais sobrou para ele comprar figurinhas? R$ 46,00

c) Com as 2 compras de figurinhas, que fração do total de figurinhas do álbum Marcos preencheu? $\frac{19}{24}$

d) Se no álbum cabe um total de 240 figurinhas e antes das 2 compras Marcos não tinha nenhuma figurinha, quantas ficaram faltando para Marcos preencher o álbum? 50 figurinhas.

9. Ari e Valdo são atletas e participaram de uma corrida de rua da cidade. Quando Ari havia completado $\frac{3}{4}$ do percurso, Valdo completou $\frac{4}{5}$. Nesse instante, Ari estava 400 metros atrás de Valdo. Sabendo que 1 quilômetro tem 1 000 metros, de quantos quilômetros era a corrida? 8 quilômetros.

10. Em razão da instalação da rede de água em certo bairro, foi construído um grande reservatório, alimentado por uma bomba de água. No primeiro dia de funcionamento da bomba, foi enchido $\frac{1}{3}$ do reservatório; no segundo dia, foram completados mais $\frac{2}{5}$ dele. Se ainda faltam 4 400 litros para completar o reservatório, qual é a capacidade dele? 16 500 litros.

11. Suponha que você vá fazer um bolo de fubá para servir aos colegas de sala e alguns professores, que totalizam 36 pessoas. Para que cada pessoa possa comer 1 fatia, seguindo a receita que se encontra na abertura desta Unidade, todos os ingredientes precisam ser aumentados. Nesse caso, quantos copos de açúcar você precisaria utilizar? $4\frac{1}{2}$ copos.

12. Elabore um problema que possa ser resolvido pelas seguintes operações:

$$\frac{5}{6} - \frac{3}{4} = \frac{10}{12} - \frac{9}{12} = \frac{1}{12}$$

$$12 \times 5 = 60$$

A resposta encontra-se na seção *Resoluções* deste Manual.

13. Elabore um novo problema que possa ser resolvido pelas operações $\frac{1}{7} + \frac{3}{7}$ e $\frac{3}{7} - \frac{1}{7}$.

A resposta encontra-se na seção *Resoluções* deste Manual.

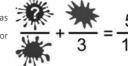
Na olimpíada

Faça as atividades no caderno.

A soma das manchas

(Obmep) A figura mostra a fração $\frac{5}{11}$ como a soma de duas frações. As manchas encobrem números naturais. Uma das frações tem denominador 3. Qual é o menor numerador possível para a outra fração? Alternativa **d**.

a) 1
b) 2
c) 3
d) 4
e) 5

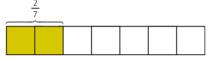
Reprodução/Obmep, 2016.

Multiplicação

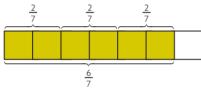
Carlos utiliza $\frac{2}{7}$ de uma fita colorida para fazer o laço em uma caixa de presente. Ele vai fazer o laço para 3 caixas.

Qual operação podemos fazer para saber a fração da fita que Carlos vai utilizar em 3 laços?

Podemos efetuar a operação de adição de frações iguais $\frac{2}{7} + \frac{2}{7} + \frac{2}{7}$ ou a multiplicação $3 \cdot \frac{2}{7}$. E como resolvemos essa multiplicação?

mama_mia/Shutterstock
Caixa de presente com laço.

Podemos representar $\frac{2}{7}$ de um inteiro, que corresponde à parte colorida a seguir.

Logo, $3 \cdot \frac{2}{7}$ é o triplo dessa parte. Verifique que fração do inteiro ficou:

Ilustrações: Banco de imagens/Arquivo da editora

Então, 3 vezes 2 sétimos são 6 sétimos. Podemos calcular assim:

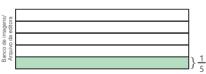
$$3 \cdot \frac{2}{7} = \frac{3 \cdot 2}{7} = \frac{6}{7}$$

Acompanhe outro modo de chegar à mesma conclusão.

$$3 \cdot \frac{2}{7} = \frac{2}{7} + \frac{2}{7} + \frac{2}{7} = \frac{2 + 2 + 2}{7} = \frac{3 \cdot 2}{7} = \frac{6}{7}$$

No exemplo anterior, multiplicamos uma fração por um número natural.

E como podemos fazer se os 2 fatores da multiplicação forem frações? Por exemplo, quanto é $\frac{1}{3} \cdot \frac{1}{5}$?

Podemos representar $\frac{1}{5}$ de um inteiro, como na figura a seguir.

Banco de imagens/Arquivo da editora

Orientações didáticas

Multiplicação

Na BNCC

Este tópico favorece o desenvolvimento da habilidade **EF06MA09** ao propor a resolução e elaboração de problemas que envolvem o cálculo da fração de uma quantidade e cujo resultado seja um número natural, com e sem uso de calculadora, com foco na multiplicação de frações. O uso de calculadora nas atividades **24** e **30** mobiliza com maior ênfase a **CG05** e a **CEMAT05**.

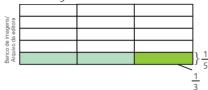
Neste tópico, exploram-se situações variadas de multiplicações envolvendo frações. Quando um dos fatores é um número natural, pode-se fazer um paralelo com a multiplicação de 2 números naturais e explicar que a propriedade comutativa da multiplicação também é válida para fatores que sejam números expressos por frações.

Orientações didáticas

Multiplicação

Os exemplos envolvendo frações apresentados neste capítulo podem ser vivenciados pelos estudantes com material manipulativo, com inteiros idênticos e retangulares compostos em cartolina branca. As repartições em partes iguais podem ser feitas com o auxílio de uma régua e as partes tomadas dos inteiros podem ser demarcadas com lápis de cor ou canetas coloridas.

Sugerimos questionamentos como: "Qual é o dobro de $\frac{1}{5}$? E de $\frac{3}{2}$?"; "Se $3 \cdot \frac{2}{5} = \frac{2}{5} + \frac{2}{5} + \frac{2}{5} \Rightarrow 3 \cdot \frac{2}{5} = \frac{6}{5}$, então qual é o produto de $\frac{2}{5} \cdot 3$?".

Para representar $\frac{1}{3} \cdot \frac{1}{5}$, consideramos $\frac{1}{3}$ da parte já colorida (verifique como ficou a figura).

O resultado corresponde a $\frac{1}{15}$ do inteiro. Então:

$$\frac{1}{3} \cdot \frac{1}{5} = \frac{1}{15} = \frac{1 \cdot 1}{3 \cdot 5}$$

Acompanhe outros exemplos.

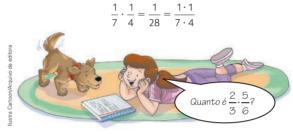
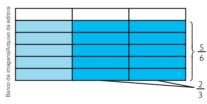
Banco de imagens/Arquivo da editora

$\frac{1}{4}$

$\frac{1}{7}$

A solução obtida é:

$$\frac{1}{7} \cdot \frac{1}{4} = \frac{1}{28} = \frac{1 \cdot 1}{7 \cdot 4}$$

As imagens não estão representadas em proporção.

$$\frac{2}{3} \cdot \frac{5}{6} = \frac{10}{18} = \frac{2 \cdot 5}{3 \cdot 6}$$

E, podemos simplificar o resultado:

$$\frac{2}{3} \cdot \frac{5}{6} = \frac{10}{18} = \frac{5}{9}$$

O produto de 2 frações é uma fração cujo numerador é o produto dos numeradores e cujo denominador é o produto dos denominadores.

Atividades

Faça as atividades no caderno.

14. Considere o inteiro representado pela figura a seguir.

Banco de imagens/ Arquivo da editora

a) Que fração representa essa parte colorida do inteiro? $\frac{1}{5}$

b) Calcule o dobro dessa fração. $\frac{2}{5}$

c) Determine o triplo dela. $\frac{3}{5}$

15. Calcule o quádruplo de cada fração. Se necessário, represente a resposta com figuras.

a) $\frac{11}{20}$ $\frac{11}{5}$

b) $\frac{2}{3}$ $\frac{8}{3}$

16. Efetue as multiplicações no caderno.

a) $2 \cdot \frac{1}{3}$ $\frac{2}{3}$

b) $5 \cdot \frac{5}{3}$ $\frac{25}{3}$

c) $1 \cdot \frac{4}{3}$ $\frac{4}{3}$

17. Fique atento:

> Não confunda a representação $2\frac{1}{3}$, na forma mista, com o produto $2 \cdot \frac{1}{3}$.

No caderno, transforme em fração imprópria cada representação na forma mista e perceba como o resultado não é o mesmo das multiplicações que você efetuou na atividade anterior.

a) $2\frac{1}{3}$ $\frac{7}{3}$

b) $5\frac{5}{3}$ $\frac{20}{3}$

c) $1\frac{4}{3}$ $\frac{7}{3}$

18. Efetue as multiplicações e, se necessário, use figuras para ajudá-lo a resolver.

a) $11 \cdot \frac{7}{5}$ $\frac{77}{5}$

b) $3 \cdot \frac{2}{9}$ $\frac{2}{3}$

c) $\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{5}$ $\frac{1}{10}$

d) $\frac{1}{3} \cdot \frac{2}{7}$ $\frac{2}{21}$

e) $\frac{2}{3} \cdot \frac{1}{9}$ $\frac{2}{27}$

f) $\frac{3}{8} \cdot \frac{11}{2}$ $\frac{33}{16}$

Texto para as atividades **19** e **20**.

Depois de efetuar uma operação com frações, é recomendado simplificar o resultado obtido, buscando representá-lo na forma irredutível. Acompanhe o exemplo de uma multiplicação.

$$\frac{11}{8} \cdot \frac{4}{7} = \frac{44}{56} = \frac{11}{14} \text{ (forma irredutível)}$$

Além disso, ao efetuar multiplicações de frações, podemos simplificar fatores comuns aos numeradores e denominadores antes de efetuar a multiplicação dos numeradores e a dos denominadores, como nestes exemplos:

- $\frac{4}{5} \cdot \frac{5}{7}$

  $\frac{4}{\cancel{5}_1} \cdot \frac{\cancel{5}^1}{7} = \frac{4}{7}$

- $\frac{1}{5} \cdot \frac{25}{12}$

  $\frac{1}{\cancel{5}_1} \cdot \frac{\cancel{25}^5}{12} = \frac{5}{12}$

- $\frac{2}{3} \cdot \frac{9}{5} \cdot \frac{7}{22}$

  $\frac{\cancel{2}^1}{\cancel{3}_1} \cdot \frac{\cancel{9}^3}{5} \cdot \frac{7}{\cancel{22}_{11}} = \frac{21}{55}$

Orientações didáticas

Atividades

Nestas atividades, o estudante deve mobilizar os conhecimentos construídos sobre multiplicação envolvendo frações. Sugerimos que as atividades **14** a **17** sejam feitas individualmente para que se possa verificar as dificuldades que cada estudante ainda tem. Compartilhe as estratégias utilizadas com a turma e debata os pontos que gerarem dúvidas. Na atividade **18**, se julgar necessário, retome a propriedade comutativa da multiplicação.

Na atividade **19**, verifique se os estudantes têm dúvidas relacionadas a frações equivalentes e frações irredutíveis.

Orientações didáticas

Atividades

Os problemas propostos nas atividades **19** e **20** podem ser feitos em duplas, de modo que a análise do texto que precede as 2 atividades seja debatida pelos estudantes. Se julgar necessário, faça uma releitura compartilhada desse texto antes que as duplas resolvam esses 2 problemas. Aproveite o contexto da atividade **20** e converse com os estudantes sobre a prática de esportes e o quanto faz bem para nossa saúde. Eles podem fazer um levantamento do esporte preferido da sala e, em conjunto com o professor de **Educação Física**, pesquisar mais sobre esse esporte; em conjunto com o professor de **Língua Portuguesa**, os estudantes podem elaborar uma redação sobre esporte e saúde, promovendo um trabalho interdisciplinar e desenvolvendo o TCT *Saúde*.

A atividade **21** explora a multiplicação de frações, e apresenta o conceito de inverso multiplicativo de um número racional. Sugerimos que a atividade seja desenvolvida em duplas para enriquecimento do aprendizado. Após a realização da atividade, ressalte para os estudantes que o produto de um número pelo seu inverso multiplicativo sempre é igual a 1.

19. Carminha pediu a Luciana que entregasse doces nas casas de 5 fregueses.

Ilustra Cartoon/Arquivo da editora

As imagens não estão representadas em proporção.

Para descobrir a ordem em que Luciana vai entregar os doces:

- efetue as multiplicações indicadas nas casas;
- compare os resultados obtidos e escreva-os na ordem decrescente.

Essa ordem corresponde à qual ordem de entrega? 10, 1, $\frac{1}{2}$, $\frac{2}{15}$, $\frac{1}{30}$; Neide, Gabriel, Mário, Bela e Cristina.

20. Em uma partida de basquete, os times marcaram juntos 126 pontos. Conheça os jogadores que marcaram pontos.

Ilustra Cartoon/Arquivo da editora

a) Efetue as multiplicações indicadas nas camisetas e descubra a fração de pontos que cada jogador fez no jogo. Gabi: $\frac{3}{14}$; Tonhão: $\frac{1}{7}$; Zelu: $\frac{2}{21}$; Fabiano: $\frac{2}{7}$; Marta: $\frac{11}{42}$.

b) Quem fez menos pontos? Zelu.

c) Quem fez mais pontos? Fabiano.

d) Quantos pontos cada jogador fez? Gabi: 27 pontos; Tonhão: 18 pontos; Zelu: 12 pontos; Fabiano: 36 pontos; Marta: 33 pontos.

Texto para a atividade **21**.

Trocando entre si o numerador e o denominador da fração $\frac{2}{3}$, obtemos $\frac{3}{2}$.

Dizemos que $\frac{3}{2}$ é o **inverso** de $\frac{2}{3}$.

> O **inverso** ou **recíproco** de uma fração diferente de 0 é a fração que se obtém trocando entre si o numerador e o denominador da fração dada.

Também podemos determinar o inverso de frações aparentes de denominador 1 (que são representações fracionárias dos números naturais).

Por exemplo, o número natural 2 pode ser representado pela fração aparente $\frac{2}{1}$. Então, o inverso de 2 é $\frac{1}{2}$.

21. Calcule o produto de cada fração pelo seu inverso.

a) $\frac{3}{5}$ 1 **b)** $\frac{4}{7}$ 1 **c)** $\frac{2}{3}$ 1 **d)** $\frac{7}{1}$ 1 **e)** $\frac{1}{6}$ 1

- Agora, compare os resultados obtidos. São iguais.

> O produto de uma fração pelo seu inverso é igual a 1.

Calculando a fração de um número

- Quanto é $\frac{3}{5}$ de 80?

  Já resolvemos questões como essa no capítulo *O que é fração?*, desta Unidade. Primeiro, calculamos a quinta parte de 80:

  $$80 : 5 = 16$$

  Depois, multiplicamos o resultado pelo número de partes que queremos:

  $$3 \cdot 16 = 48$$

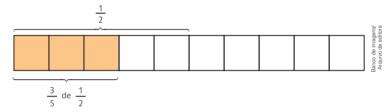
  Então, $\frac{3}{5}$ de 80 é igual a 48.

  Agora, vamos calcular $\frac{3}{5} \cdot 80$.

  $$\frac{3}{\cancel{5}_1} \cdot \cancel{80}^{16} = 48$$

  Note que em ambos os cálculos realizamos as mesmas operações. Então, $\frac{3}{5}$ de 80 é o mesmo que $\frac{3}{5} \cdot 80$.

- Quanto é $\frac{3}{5}$ de $\frac{1}{2}$?

  Vamos dividir a figura a seguir em 2 partes iguais, e cada uma dessas partes (metade da figura), em 5 partes iguais:

  A figura ficou dividida em 10 partes iguais e $\frac{3}{5}$ de $\frac{1}{2}$ são 3 partes. Portanto, $\frac{3}{5}$ de $\frac{1}{2}$ equivalem a $\frac{3}{10}$.

  Agora vamos multiplicar $\frac{1}{2} \cdot \frac{3}{5}$.

  $$\frac{1}{2} \cdot \frac{3}{5} = \frac{3}{10}$$

  Então, $\frac{3}{5}$ de $\frac{1}{2}$ é o mesmo que $\frac{1}{2} \cdot \frac{3}{5}$.

> Calcular a fração de um número natural (ou de outra fração) é o mesmo que multiplicar essa fração pelo número natural (ou pela outra fração).

Assim, podemos interpretar uma fração como um **operador**: a fração de um número corresponde à multiplicação da fração por esse número.

Acompanhe outros exemplos.

- $\frac{5}{8}$ de 40 é igual a 25, pois $\frac{5}{\cancel{8}_1} \cdot \cancel{40}^5 = 25$.
- $\frac{1}{9}$ de $\frac{36}{5}$ é igual a $\frac{4}{5}$, pois $\frac{1}{\cancel{9}_1} \cdot \frac{\cancel{36}^4}{5} = \frac{4}{5}$.

Orientações didáticas

Calculando a fração de um número

Neste tópico, tratamos do cálculo da fração de uma fração, associando-o à multiplicação das frações envolvidas. Para isso, retomamos o cálculo de fração de uma quantidade (dada por um número natural). Se julgar necessário, amplie a revisão desse assunto. O primeiro exemplo destaca que o cálculo da fração de uma quantidade equivale à multiplicação dessa fração pelo número natural que expressa essa quantidade. Em seguida, propõe-se o cálculo da fração de uma fração considerando a representação por figura, associando esse cálculo também a uma multiplicação, só que agora entre 2 frações.

Orientações didáticas

Atividades

Nestas atividades, o estudante deve mobilizar os conhecimentos construídos acerca de multiplicação de fração, fração de uma quantidade e fração de fração. As atividades **22** a **24** podem ser feitas individualmente, o que possibilita a verificação do avanço do aprendizado de cada estudante. Após essa tarefa, proponha que alguns estudantes mostrem algumas de suas estratégias e debata cada uma delas com os demais.

Na atividade **24**, comente com os estudantes que apenas os cálculos serão feitos na calculadora, as frações não serão, de fato, digitadas.

Sugerimos que as atividades **25** a **30** sejam feitas em duplas para que os estudantes possam conversar sobre as variadas situações apresentadas nos problemas propostos nesse bloco.

Na olimpíada

Espera-se que os estudantes percebam que o trecho de 40 metros corresponde a meia volta menos um terço de volta. Essa questão pode, inicialmente, ser resolvida individualmente. Depois, proponha aos estudantes que se reúnam em duplas para debater sobre suas propostas de resolução. Em seguida, a dupla deve elaborar uma resolução comum, com a concordância dos 2 estudantes, para ser apresentada para a turma.

Atividades

Faça as atividades no caderno.

22. A barra representada a seguir é composta de 20 quadradinhos iguais.

Banco de imagens/Arquivo da editora

Quantos quadradinhos devem ser coloridos para representar:

a) 1 décimo de 20? 2 quadradinhos.

b) 7 décimos de 20? 14 quadradinhos.

23. Quanto é 3 quartos de 1 quarto? No caderno, desenhe uma figura representando essa situação.

23. Exemplo de figura: $\frac{3}{16}$; $\frac{3}{4}$ de $\frac{1}{4}$ (barra com $\frac{1}{4}$ destacado)

Banco de imagens/Arquivo da editora

24. Calcule efetuando multiplicações:

a) $\frac{3}{4}$ de 60; 45

b) $\frac{5}{6}$ de 20; $\frac{50}{3}$

c) $\frac{1}{2}$ de $\frac{12}{5}$; $\frac{6}{5}$

d) $\frac{4}{5}$ de $\frac{35}{16}$. $\frac{7}{4}$

25. Gaspar comprou $\frac{2}{5}$ de um bilhete de loteria que concorre a um prêmio de R$ 1.350.000,00. Se o bilhete for premiado, quanto Gaspar vai ganhar? R$ 540.000,00

26. Da quantia que ganhou do pai, Luana gastou $\frac{3}{7}$ comprando brinquedos. Do restante, ela gastou $\frac{1}{3}$ comprando um lanche. Que fração da quantia que Luana ganhou ela gastou com a compra do lanche? $\frac{4}{21}$

27. Luciana comeu $\frac{2}{5}$ de uma barra de chocolate, e Gabriel comeu $\frac{2}{3}$ do que sobrou. O restante, eles deram para Maurício.

a) Quem comeu mais chocolate: Luciana ou Gabriel? Os dois comeram a mesma quantidade.

b) Que fração do chocolate Maurício comeu? $\frac{1}{5}$

28. Walter vendeu em um dia $\frac{3}{5}$ da quantidade de laranjas que tinha na banca de frutas. No dia seguinte, vendeu $\frac{13}{16}$ da quantidade que havia sobrado e levou as 9 laranjas restantes para casa. Para repor a quantidade inicial que havia na banca de frutas, quantas laranjas Walter deve buscar na Central de Abastecimento? 120 laranjas.

29. Crie um contexto e elabore um problema que possa ser resolvido mentalmente e envolva uma fração de uma quantidade. Depois, dê o problema a um colega e peça a ele que o resolva efetuando multiplicações.
A resposta encontra-se na seção *Resoluções* deste Manual.

30. Elabore um problema a ser resolvido com calculadora e que envolva 2 frações de uma quantidade.
A resposta encontra-se na seção *Resoluções* deste Manual.

Na olimpíada

Para não ficar tonto

(Obmep) Carlinhos completou 5 voltas e meia correndo ao longo de uma pista circular. Em seguida, inverteu o sentido e correu mais quatro voltas e um terço, faltando percorrer 40 metros para chegar ao ponto de início. Quantos metros tem essa pista de corrida? Alternativa **d**.

a) 48
b) 120
c) 200
d) 240
e) 300

Reprodução/Obmep, 2015.

Divisão

Dividir uma quantidade significa reparti-la em quantidades menores, todas iguais entre si.

A operação de divisão pode ser usada para:

- sabendo em quantas partes iguais se quer dividir, descobrir quanto haverá em cada parte;
- sabendo quanto haverá em cada parte, descobrir em quantas partes iguais se deve dividir.

Acompanhe os exemplos a seguir.

Repartindo muito leite

Para repartir igualmente 40 litros de leite entre 10 famílias, quantos litros cada família deve receber?

Ilustra Cartoon/Arquivo da editora

As imagens não estão representadas em proporção.

$40 : 10 = 4$

Cada família deve receber 4 litros de leite.

Se 40 litros de leite devem ser colocados em jarras de 2 litros cada uma, quantas jarras serão necessárias?

Ilustra Cartoon/Arquivo da editora

$40 : 2 = 20$

Serão necessárias 20 jarras.

Se as jarras forem de 1 litro cada uma, quantas jarras serão necessárias?

Ilustra Cartoon/Arquivo da editora

$40 : 1 = 40$

Serão necessárias 40 jarras.

Orientações didáticas

Divisão

Na BNCC

Este tópico favorece o desenvolvimento das habilidades: **EF06MA07** ao permitir a compreensão de frações associadas à ideia de resultado de divisão; e **EF06MA09** ao propor a resolução e elaboração de problemas que envolvem o cálculo de fração de uma quantidade e cujo resultado seja um número natural, com e sem uso de calculadora, com foco na divisão de frações. Na atividade **38,** é possível discutir temas relacionados ao TCT *Saúde* e mobilizar com maior ênfase a **CG07**, a **CG08**, a **CG10** e a **CEMAT04**.

Neste tópico, vamos apresentar a operação de divisão envolvendo frações. Esse estudo será feito em etapas, até que se chegue à divisão de uma fração por outra, sendo a segunda diferente de zero.

Converse com os estudantes sobre o fato de a divisão entre 2 números naturais (com o segundo não nulo) sempre resultar em quociente menor do que o dividendo, seja ele um número natural, seja um número fracionário. Retome com os estudantes o fato de que uma fração pode exprimir o quociente entre 2 números naturais.

Em seguida, questione-os: “Se o dividendo ou o divisor fossem frações, o que ocorreria?”; “E se ambos fossem frações?”. Deixe que os estudantes exponham suas hipóteses, mesmo que o assunto não tenha sido tratado nos anos anteriores.

Orientações didáticas

Divisão

Converse sobre os 2 significados apresentados que são associados à operação divisão. Ao se dividir uma quantidade em um número conhecido de partes iguais (divisão como partilha), o quociente mostra o quanto caberá a cada parte. A ideia associada à divisão é a de **repartição equitativa**. Quando efetuamos uma divisão sabendo o quanto cada parte deve ter, o quociente mostra em quantas partes se quer dividir. Essa é a ideia de "quantas vezes uma quantidade cabe em outra", ou seja, a ideia associada à divisão é a de **medida**. Quando tratamos da divisão envolvendo frações, essa é a ideia que mais utilizamos, pois a divisão como partilha nem sempre é possível de ser aplicada com frações.

Cada exemplo apresentado trata de uma situação de divisão. Em "Repartindo muito leite", inicialmente tratamos da divisão entre 2 números naturais com quociente também natural e envolvendo esses 2 significados: repartição em partes iguais e medida (quantas vezes cabe). As situações apresentadas podem ser vivenciadas pelos estudantes, o que tornará a aprendizagem mais significativa.

Se tivermos canecas de $\frac{1}{2}$ litro cada uma, quantas canecas serão necessárias?

Ilustra Cartoon/Arquivo da editora

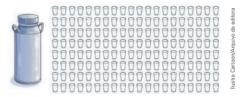
As imagens não estão representadas em proporção.

$40 : \frac{1}{2}$ é igual a ...?

Podemos pensar assim: com cada litro de leite é possível encher 2 canecas, então, com 40 litros podemos encher $40 \cdot 2$ canecas; portanto, 80 canecas.

$$40 : \frac{1}{2} = 80$$

Se tivermos copos de $\frac{1}{4}$ de litro cada um, quantos copos serão necessários?

Ilustra Cartoon/Arquivo da editora

$40 : \frac{1}{4}$ é igual a ...?

Podemos raciocinar da seguinte maneira: com cada litro de leite podemos encher 4 copos, então, com os 40 litros podemos encher $40 \cdot 4$ copos; portanto, 160 copos.

$$40 : \frac{1}{4} = 160$$

E, se tivermos garrafas de $\frac{4}{5}$ de litro, quantas garrafas serão necessárias?

Ilustra Cartoon/Arquivo da editora

$40 : \frac{4}{5}$ é igual a ...?

Podemos pensar assim: como $5 \cdot \frac{4}{5} = 4$, para encher 5 garrafas são necessários 4 litros de leite.

Dessa maneira, dividindo os 40 litros em partes de 4 litros cada uma, obtemos 10 partes. Cada parte enche 5 garrafas. Então, como $10 \cdot 5 = 50$, serão necessárias 50 garrafas.

$$40 : \frac{4}{5} = 50$$

Vamos transformar em multiplicações as divisões que fizemos nos exemplos propostos.

- $40 : 10 = 4$ e $4 = \frac{40}{10} = 40 \cdot \frac{1}{10}$; então, $40 : 10 = 40 \cdot \frac{1}{10}$.
  $\frac{1}{10}$ é o inverso de 10
- $40 : 2 = 20$ e $20 = \frac{40}{2} = 40 \cdot \frac{1}{2}$; então, $40 : 2 = 40 \cdot \frac{1}{2}$.
  $\frac{1}{2}$ é o inverso de 2
- $40 : 1 = 40$ e $40 = 40 \cdot 1$; então, $40 : 1 = 40 \cdot 1$.
  1 é o inverso de 1
- $40 : \frac{1}{2} = 80$ e $80 = 40 \cdot 2$; então, $40 : \frac{1}{2} = 40 \cdot 2$.
  2 é o inverso de $\frac{1}{2}$
- $40 : \frac{1}{4} = 160$ e $160 = 40 \cdot 4$; então $40 : \frac{1}{4} = 40 \cdot 4$.
  4 é o inverso de $\frac{1}{4}$
- $40 : \frac{4}{5} = 50$ e $50 = 10 \cdot 5 = \frac{40}{4} \cdot 5 = \frac{40 \cdot 5}{4} = 40 \cdot \frac{5}{4}$; então, $40 : \frac{4}{5} = 40 \cdot \frac{5}{4}$.
  $\frac{5}{4}$ é o inverso de $\frac{4}{5}$

O quociente da divisão de um número natural por uma fração é igual ao produto desse número natural pelo inverso da fração.

Acompanhe outros exemplos.

- $15 : \frac{3}{4} = 15 \cdot \frac{4}{3} = \frac{60}{3} = 20$
- $2 : \frac{3}{8} = 2 \cdot \frac{8}{3} = \frac{16}{3}$

Repartindo pouco leite

Rita Barreto/Fotoarena

Copos e jarra com meio litro de leite.

Se $\frac{1}{2}$ litro de leite for repartido igualmente em 4 copos, quanto ficará em cada copo?

$\frac{1}{2} : 4$ é igual a ...?

$\frac{1}{2}$

$\frac{1}{2} : 4 = \frac{1}{8}$

Ilustrações: Banco de imagens/ Arquivo da editora

Orientações didáticas

Divisão

Ainda na situação “Repartindo muito leite”, são analisadas situações que envolvem divisões de número natural por fração.

Em “Repartindo pouco leite”, é apresentada uma situação que envolve uma divisão de fração por número natural.

Essas situações podem ser trabalhadas inicialmente pelos estudantes reunidos em duplas. Depois, faça um fechamento com toda a turma, pedindo a alguns estudantes que expliquem as etapas tratadas. Registre as conclusões na lousa.

Proposta para o professor

Para fortalecer e enriquecer o trabalho, sugerimos o texto “Frações e números fracionários” da educadora matemática Nilza Eigenheer Bertoni.

BERTONI, Nilza E. *Educação e linguagem matemática 4*. Módulo V, v. 2, 2009. Disponível em: https://repositorio.ufsc.br/handle/123456789/222351. Acesso em: 23 abr. 2022.

Orientações didáticas

Divisão

Em “Enchendo baldes e baldes”, propomos mais uma situação de divisão de fração por número natural para ser analisada, seguida de outros exemplos desse tipo para enunciar a conclusão desse caso.

E, finalmente, em “Mais divisão de leite”, abordamos uma situação de divisão de uma fração por outra fração, e apresentamos a conclusão.

Ressalte para os estudantes que, em todos os casos estudados, a conclusão foi a mesma: em uma divisão em que dividendo ou divisor (ou ambos) são frações, para obter o quociente multiplicamos o dividendo pelo inverso do divisor (que é sempre diferente de zero).

Em cada copo ficará $\frac{1}{8}$ de litro de leite.

Analise:

$\frac{1}{2} : 4 = \frac{1}{8}$ e $\frac{1}{8} = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{4}$; então, $\frac{1}{2} : 4 = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{4}$.

$\frac{1}{4}$ é o inverso de 4

Enchendo baldes e baldes

Se $\frac{75}{2}$ litros de leite forem repartidos igualmente em 4 baldes, quanto ficará em cada balde?

Ilustra Cartoon/Arquivo da editora

$\frac{75}{2} : 4$ é igual a ...?

$$\frac{75}{2} : 4 = 75 \cdot \underbrace{\frac{1}{2} : 4}_{\frac{1}{8}} = 75 \cdot \frac{1}{8} = \frac{75}{8}$$

Em cada balde ficarão $\frac{75}{8}$ ou $9\frac{3}{8}$ litros de leite.

Acompanhe o cálculo:

$\frac{75}{2} : 4 = \frac{75}{8}$ e $\frac{75}{8} = \frac{75}{2} \cdot \frac{1}{4}$; então, $\frac{75}{2} : 4 = \frac{75}{2} \cdot \frac{1}{4}$.

> O quociente da divisão de uma fração por um número natural não nulo é igual ao produto dessa fração pelo inverso do número natural.

Acompanhe outros exemplos.

- $\frac{3}{4} : 2 = \frac{3}{4} \cdot \frac{1}{2} = \frac{3}{8}$
- $\frac{16}{5} : 8 = \frac{\not{16}^{2}}{5} \cdot \frac{1}{\not{8}_{1}} = \frac{2}{5}$

Mais divisão de leite

Se $\frac{75}{2}$ litros de leite forem colocados em garrafas de $\frac{4}{5}$ de litro, quantas garrafas serão necessárias?

Ilustra Cartoon/Arquivo da editora

$\frac{75}{2} : \frac{4}{5}$ é igual a ...?

Podemos repetir o raciocínio: para encher 5 garrafas são necessários 4 litros de leite. Dessa maneira, dividindo $\frac{75}{2}$ litros de leite em partes de 4 litros, cada parte enche 5 garrafas. Como $\frac{75}{2} : 4 = \frac{75}{8}$, obtemos $\frac{75}{8}$ partes e, como $5 \cdot \frac{75}{8} = \frac{375}{8} = 46\frac{7}{8}$, essa quantidade de leite vai encher 46 garrafas e $\frac{7}{8}$ de outra. Logo, serão necessárias 47 garrafas.

Pelos nossos cálculos:

$$\frac{75}{2} : \frac{4}{5} = \left(\frac{75}{2} : 4\right) \cdot 5 = \frac{75}{8} \cdot 5 = \frac{375}{8}$$

Como $\frac{375}{8} = \frac{75 \cdot 5}{2 \cdot 4} = \frac{75}{2} \cdot \frac{5}{4}$, temos $\frac{75}{2} : \frac{4}{5} = \frac{75}{2} \cdot \frac{5}{4}$.

$\frac{5}{4}$ é o inverso de $\frac{4}{5}$

> O quociente da divisão de uma fração por outra é igual ao produto da primeira fração pelo inverso da segunda.

Acompanhe outros exemplos.

- $\frac{3}{4} : \frac{1}{2} = \frac{3}{4} \cdot 2 = \frac{3}{2}$
- $\frac{25}{8} : \frac{15}{16} = \frac{\cancel{25}^{5}}{\cancel{8}_{1}} \cdot \frac{\cancel{16}^{2}}{\cancel{15}_{3}} = \frac{10}{3}$

Atividades

Faça as atividades no caderno.

31. No caderno, associe as frações do quadro à esquerda às inversas do quadro à direita, formando duplas de crianças. Quem sobrou?

Luciana: $\frac{3}{4}$	Alexandre: $\frac{1}{2}$
Gabriela: $\frac{7}{11}$	Priscila: 3
Ricardo: $\frac{5}{9}$	Maurício: 5

Nicole: 2	Talita: $\frac{4}{3}$
Paulo: 9	Mariana: $\frac{11}{7}$
Pedro: $\frac{9}{5}$	Jussara: $\frac{2}{3}$
Patrícia: $\frac{1}{5}$	Renato: $\frac{1}{3}$

Luciana e Talita; Gabriela e Mariana; Ricardo e Pedro; Alexandre e Nicole; Priscila e Renato; Maurício e Patrícia. Sobraram Paulo e Jussara.

32. Calcule o quociente da divisão apresentada em cada item.

a) $\frac{7}{5} : \frac{14}{5}$ $\frac{1}{2}$

b) $\frac{14}{3} : 2\frac{1}{3}$ 2

c) $5 : \frac{1}{3}$ 15

d) $\frac{11}{4} : \frac{9}{4}$ $\frac{11}{9}$

e) $2\frac{1}{4} : 3\frac{4}{7}$ $\frac{63}{100}$

33. Com a venda de marmitas, Roberto conseguiu ganhar R$ 2.000,00 neste mês. Com metade desse dinheiro, ele comprou alimentos e com $\frac{1}{4}$, o material escolar da filha Laura. Com $\frac{1}{10}$ do que sobrou, ele comprou uma camisa e o restante guardou na poupança.

Orientações didáticas

Atividades

Nestas atividades, o estudante deve mobilizar os conhecimentos construídos acerca de divisão envolvendo frações e outros conceitos já estudados, como fração de uma quantidade. As atividades **31** e **32** podem ser feitas individualmente. Na atividade **32**, verifique se os estudantes transformam os números mistos em frações impróprias nos itens **b** e **e**. Se esse assunto ainda gerar dúvidas, retome o procedimento com outros exemplos feitos junto aos estudantes.

Orientações didáticas

Atividades

As atividades **33** a **39** podem ser feitas em duplas, pois a troca de ideias auxilia na compreensão do enunciado e na elaboração de estratégias para a resolução dos problemas propostos.

Destacamos a atividade **38**, a qual é possível aproveitar para conversar com os estudantes sobre o cuidado que devemos ter com nossa saúde e que é importante investir na prevenção das doenças. Um trabalho interdisciplinar pode ser feito com **Ciências**, de modo que os estudantes pesquisem as atitudes de prevenção de algumas doenças, como a dengue, o sarampo, entre outras. Eles podem levantar informações numéricas e estatísticas ligadas às doenças pesquisadas.

Na atividade **39**, de elaboração de problema, dependendo do contexto e da ordem dos números envolvidos, sugira aos estudantes o uso da calculadora.

G-Stock Studio/Shutterstock

Homem fazendo compra de frutas e vegetais em mercado.

a) Quanto Roberto gastou em alimentos? R$ 1.000,00

b) Quanto custou o material escolar de Laura? R$ 500,00

c) Qual é o preço da camisa nova de Roberto? R$ 50,00

d) Quanto Roberto guardou na poupança? R$ 450,00

34. Em uma pesquisa com todos os moradores da rua do Sol, foi feita a pergunta: "A que programa de TV você costuma assistir no horário das 20 h?". Verifique o resultado:

- $\frac{1}{2}$ dos entrevistados prefere o **Festival de Palhaçadas**;
- $\frac{1}{2}$ do restante prefere o **Jornal das Vinte**;
- os outros 130 moradores da rua assistem à novela **Amor e lágrimas**.

a) Quantas pessoas moram na rua do Sol? 520 pessoas.

b) Quantas assistem ao **Festival de Palhaçadas**? 260 pessoas.

c) Quantas preferem o **Jornal das Vinte**? 130 pessoas.

35. Em certo estado do Brasil, $\frac{3}{4}$ da população são pessoas alfabetizadas, mas somente $\frac{1}{8}$ concluiu o Ensino Fundamental. Considere que todos os que concluíram o Ensino Fundamental são alfabetizados para responder: Que fração das pessoas alfabetizadas concluiu o 9º ano? $\frac{1}{6}$

36. Desenhe 2 figuras retangulares no caderno e divida cada uma delas em 12 partes iguais. Em seguida, pinte apenas as partes que são pedidas em cada item. As respostas encontram-se na seção *Resoluções* deste Manual.

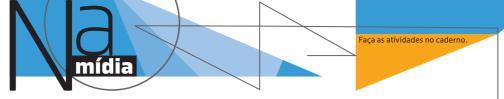
a) Para cada parte colorida de verde, devem ficar 2 partes em branco.

b) A parte em branco corresponde a $\frac{1}{3}$ da parte colorida de amarelo.

37. Desenhe no caderno uma figura retangular dividida em 20 quadradinhos iguais. Pinte os quadradinhos de amarelo ou de azul, de acordo com a seguinte regra: a quantidade de quadradinhos amarelos deve corresponder a $\frac{2}{3}$ da quantidade de quadradinhos azuis.

Quantos quadradinhos serão pintados de amarelo? E quantos de azul? A resposta encontra-se na seção *Resoluções* deste Manual.

38. Um município tem 2 postos de vacinação e recebeu 12 000 doses de uma vacina para ser aplicada à população. O posto **A** deve receber $\frac{3}{5}$ da quantidade de vacinas que vão para o posto **B**, pois fica em uma área menos povoada. Quantas doses de vacina devem ser enviadas a cada posto? Posto **A**: 4 500 doses; posto **B**: 7 500 doses.

39. Elabore um problema que envolva a divisão de uma quantidade em 2 partes, de modo que uma delas corresponda a $\frac{4}{5}$ da outra. Depois, peça a um colega que resolva o problema que você elaborou enquanto você resolve o dele. A resposta encontra-se na seção *Resoluções* deste Manual.

Brasileirão 2021: Atlético Mineiro não deu chance aos adversários

Campeão Mineiro e Brasileiro, semifinalista da Libertadores [...], o Atlético-MG teve um 2021 brilhante e alcançou um recorde de vitórias em jogos oficiais em uma única temporada no futebol brasileiro. [...]

RODRIGUES, Rodolfo. Galo alcance recordes de vitória em uma única temporada. *UOL Esporte*, [s. l.] 14 dez. 2021. Disponível em: https://www.uol.com.br/esporte/colunas/rodolfo-rodrigues/2021/12/14/rodolfo-rodrigues-galo-alcanca-recorde-de-vitorias-em-uma-unica-temporada.htm. Acesso em: 17 dez. 2021.

O Campeonato Brasileiro de Futebol masculino, também conhecido apenas como Brasileirão, ou como Série A, é o principal campeonato nacional masculino desse esporte coletivo, sendo disputado por times de todo o país. Dependendo das classificações obtidas nesse campeonato, os times ganham o direito de disputar a Copa Libertadores da América, com outros times sul-americanos.

Além disso, os times de cada estado também disputam no Brasil outros campeonatos regionais (como o Campeonato Mineiro, citado no texto anterior).

Consulte a tabela final dos resultados do Brasileirão na temporada de 2021.

Tabela final

Classificação			PG	J	V	E	D
1	Atlético-MG	0 ■	**84**	38	26	6	6
2	Flamengo	0 ■	**71**	38	21	8	9
3	Palmeiras	0 ■	**66**	38	20	6	12
4	Fortaleza	1 ▲	**58**	38	17	7	14
5	Corinthians	1 ▼	**57**	38	15	12	11
6	Bragantino	0 ■	**56**	38	14	14	10
7	Fluminense	0 ■	**54**	38	15	9	14
8	América-MG	0 ■	**53**	38	13	14	11
9	Atlético-GO	0 ■	**53**	38	13	14	11
10	Santos	1 ▲	**50**	38	12	14	12
11	Ceará	1 ▼	**50**	38	11	17	10
12	Internacional	0 ■	**48**	38	12	12	14
13	São Paulo	0 ■	**48**	38	11	15	12
14	Athletico-PR	0 ■	**47**	38	13	8	17
15	Cuiabá	0 ■	**47**	38	10	17	11
16	Juventude	1 ▲	**46**	38	11	13	14
17	Grêmio	1 ▲	**43**	38	12	7	19
18	Bahia	2 ▼	**43**	38	11	10	17
19	Sport	0 ■	**38**	38	9	11	18
20	Chapecoense	0 ■	**15**	38	1	12	25

PG: pontos ganhos **J**: jogos **V**: vitórias **E**: empates **D**: derrotas
■ libertadores ■ sul-americana ■ rebaixados
■ pré-libertadores ■ manteve a da rodada anterior

Banco de imagens/Arquivo da editora

Fonte dos dados: CBF. Campeonato brasileiro de futebol - Série A - 2021. *Confederação Brasileira de Futebol*, [s.l.], [2022]. Disponível em: https://www.cbf.com.br/futebol-brasileiro/competicoes/campeonato-brasileiro-serie-a/2021. Acesso em: 7 maio 2022.

1. Sabendo que, em cada partida do Brasileirão, o time que vence ganha 3 pontos, qual é o número máximo de pontos que um time pode ganhar no campeonato? 114 pontos.

Nas questões seguintes, responda às frações pedidas na forma irredutível.

2. O Atlético Mineiro ganhou que fração do número máximo de pontos que poderia ter ganhado no Campeonato Brasileiro de 2021? E o Corinthians? $\frac{14}{19}$; $\frac{1}{2}$.
3. Quantos times ganharam mais da metade dos pontos possíveis que poderiam ter ganhado? 4 times.
4. Quantos times ganharam mais da metade do número de partidas que jogaram? E quantos perderam mais da metade do número de partidas que jogaram? 3 times; 1 time.
5. Os times da região Nordeste correspondem a que fração do total de times que disputaram esse campeonato? $\frac{1}{5}$
6. Santos e Ceará terminaram com 50 pontos ganhos, mas o Santos ficou à frente do Ceará porque teve 1 vitória a mais (embora tivesse tido 2 derrotas a mais). Se a pontuação fosse de 5 pontos por vitória, 2 para cada time no caso de empate e 0 por derrota, apenas comparando os resultados desses times, qual deles teria ficado em décimo lugar no campeonato? Ceará.
7. Na sua opinião, qual critério de pontuação você acredita ser mais justo: o que está em vigor no campeonato ou o citado na questão anterior? Converse com os colegas. Resposta pessoal.

Orientações didáticas

Na mídia

Na BNCC

Esta seção mobiliza com maior ênfase a **CG08** ao ressaltar o quanto a prática de alguma modalidade esportiva (ou de alguma atividade física) é importante para a nossa saúde física, mental e emocional.

As atividades desta seção retomam conceitos de frações estudados nesta Unidade, o que pode contribuir para a verificação dos conhecimentos construídos pelos estudantes sobre esse tema e dos assuntos que ainda são passíveis de dúvidas.

Na atividade **5**, solicite aos estudantes que pesquisem quais são os times do Nordeste antes de responder à questão.

Sugerimos que essas atividades sejam realizadas individualmente e que a correção seja feita ao final de cada uma delas.

Orientações didáticas

Na Unidade

Na BNCC

Esta seção favorece o desenvolvimento das habilidades exploradas ao longo de toda a Unidade e mobiliza com maior ênfase a **CEMAT02**, a **CEMAT06** e a **CG02** ao propor a resolução de atividades diversas por meio de diferentes contextos e estratégias de resolução. Na atividade **7**, pode-se explorar o consumo consciente de água, favorecendo o trabalho com a **CG10** e com o TCT *Educação Ambiental*.

Esta seção traz atividades dos principais conteúdos abordados na Unidade que podem ser utilizadas como ferramentas de avaliação. Proponha a resolução das atividades individualmente. Acompanhe os estudantes durante a realização delas e registre avanços e dificuldades para, ao final, propor novas atividades para remediação coletiva ou individual de defasagens, conforme cada caso.

A seguir, listamos algumas sugestões e estratégias para remediação.

Nas atividades **1** e **3**, objetiva-se verificar os conhecimentos do estudante quanto à identificação e à leitura de números racionais expressos como fração ou número misto. Caso haja dificuldades, para remediação proponha um ditado de números desse tipo, faça uma correção coletiva na lousa e converse sobre as dúvidas que alguns estudantes ainda possam apresentar.

Na atividade **2**, verificar a compreensão do estudante sobre problemas que envolvem a noção de fração parte/todo de inteiros discretos (de quantidades) e sobre frações equivalentes.

Na atividade **4**, o objetivo é verificar as estratégias que os estudantes usam na resolução de problemas que envolvem o cálculo da fração de uma quantidade. Se a dificuldade estiver na compreensão do tema, como remediação proponha atividades similares com o uso de material manipulável. Caso haja dúvidas no procedimento de cálculo, proponha outras situações para serem debatidas em duplas convenientemente montadas, de modo que haja um estudante com dúvidas e um estudante que já consegue realizar a atividade.

Na Unidade

1. No caderno, escreva as frações e o número misto por extenso.

a) $\frac{4}{7}$ Quatro sétimos. **b)** $3\frac{5}{10}$ Três inteiros e cinco décimos. **c)** $\frac{18}{45}$ Dezoito quarenta e cinco avos

2. Em um sítio existem 12 cavalos, 8 vacas e 40 frangos. A fração desse conjunto de animais que corresponde aos quadrúpedes (animais que tem 4 patas) é: Alternativa **c**.

a) $\frac{2}{3}$. **b)** $\frac{1}{5}$. **c)** $\frac{1}{3}$. **d)** $\frac{2}{15}$.

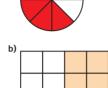
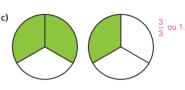
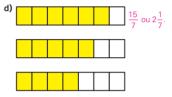
3. Cada figura está dividida em partes iguais. Escreva no caderno a fração ou o número misto representado em cada item.

Ilustrações: Banco de imagens/Arquivo da editora

a) $\frac{5}{8}$

b) $\frac{4}{16}$ ou $\frac{1}{4}$.

c) $\frac{3}{3}$ ou 1.

d) $\frac{15}{7}$ ou $2\frac{1}{7}$.

4. Se $\frac{3}{5}$ dos 45 estudantes de uma turma têm 11 anos, o número de estudantes dessa turma que não têm 11 anos é: Alternativa **a**.

a) 18. **b)** 27. **c)** 15. **d)** 30.

5. Uma pesquisa sobre escolaridade foi feita com os 1 280 funcionários de uma empresa. Nela, $\frac{3}{4}$ dos funcionários são homens e constatou-se com a pesquisa que $\frac{3}{5}$ dos homens e $\frac{5}{8}$ das mulheres têm o Ensino Superior completo.

Qual das frações representa a parte dos funcionários dessa empresa com Ensino Superior completo? Alternativa **a**.

a) $\frac{97}{160}$ **b)** $\frac{193}{320}$ **c)** $\frac{23}{40}$ **d)** $\frac{49}{40}$

6. **(Saresp)** Na rua onde Clara mora, há 70 construções, entre casas e prédios. O número de casas é igual a $\frac{9}{5}$ do número de prédios.

O número de casas nesta rua é: Alternativa **c**.

a) 30. **b)** 35. **c)** 45. **d)** 55.

7. **(Saresp)** Na casa de Mariana o gasto diário de água com descargas correspondia a $\frac{2}{5}$ da capacidade da caixa-d'água. Com a troca por descargas mais econômicas, esse consumo passou a ser de $\frac{1}{4}$ da capacidade da mesma caixa-d'água. Logo, a fração da caixa-d'água economizada com essa troca foi de: Alternativa **b**.

a) $\frac{1}{20}$. **b)** $\frac{3}{20}$. **c)** $\frac{2}{4}$. **d)** $\frac{1}{5}$.

8. **(Saresp)** Em uma construtora, exatamente $\frac{1}{5}$ dos funcionários são casados, e exatamente $\frac{1}{7}$ desses funcionários que são casados têm filhos. Um valor possível para o número total de funcionários é de: Alternativa **a**.

a) 105. **b)** 100. **c)** 49. **d)** 12.

9. Transportando uma carga pesada de Limeira (SP) ao porto de Paranaguá (PR), o motorista de uma carreta levou 4 dias. No primeiro dia ele fez $\frac{1}{3}$ do percurso; no segundo fez $\frac{1}{4}$; e, no terceiro, $\frac{2}{9}$.

ambient_pix/Shutterstock

O porto de Paranaguá é o maior porto exportador de produtos agrícolas do Brasil. Foto de 2020.

Que fração do percurso o motorista fez no quarto dia? Alternativa **b**.

a) $\frac{1}{4}$ **b)** $\frac{7}{36}$ **c)** $\frac{2}{9}$ **d)** $\frac{23}{36}$

10. Um clube tem 600 sócios. Sabe-se que $\frac{3}{5}$ desses sócios praticam 1 único esporte, $\frac{1}{6}$ pratica apenas 2 esportes e $\frac{1}{10}$, 3 ou mais esportes.

Sergey Novikov/Shutterstock

A prática rotineira de atividades físicas favorece o desenvolvimento motor, a interação social e a melhoria da saúde, entre muitos outros benefícios.

O número de sócios que não praticam nenhum esporte nesse clube é: Alternativa **c**.

a) 60. **b)** 70. **c)** 80. **d)** 90.

11. Em uma prova, Álvaro acertou $\frac{5}{6}$ das questões, Clóvis acertou $\frac{7}{9}$ e Jarbas acertou $\frac{7}{12}$. Pode-se afirmar que: Alternativa **d**.

a) Álvaro acertou menos questões do que Clóvis.

b) Clóvis acertou menos questões do que Jarbas.

c) Álvaro acertou menos questões do que Jarbas.

d) Álvaro foi o que acertou o maior número de questões.

12. Um litro e meio de água enchem quantos copos de $\frac{3}{10}$ de litro? Alternativa **c**.

a) 3 copos. **b)** 4 copos. **c)** 5 copos. **d)** 6 copos.

13. Em um fim de semana, a barraca Zé do coco arrecadou R$ 2.268,00 com a venda de milho-verde e água de coco. Se $\frac{2}{9}$ da arrecadação foram com a venda de milho-verde, quanto foi arrecadado com essa venda? E com a venda da água de coco? R$ 504,00; R$ 1.764,00.

Orientações didáticas

Na Unidade

Verificar as estratégias que os estudantes criam na resolução de problemas de partilha de uma quantidade em 2 partes desiguais envolvendo relações aditivas e multiplicativas e a noção de razão entre as partes e entre uma das partes e o todo é o objetivo das atividades **5** e **6**. Como remediação para eventuais dificuldades, proponha uma roda de conversa após a releitura e a análise do problema com a turma, promovendo a oportunidade de os estudantes explorem seu modo de pensar e de refletir sobre a fala dos colegas para reverem seus procedimentos.

Nas atividades **7** a **13** procura-se verificar a compreensão dos estudantes em relação às operações com frações e a aplicação dessas operações na resolução de problemas. Como remediação para as dificuldades na resolução dos problemas, proponha atividades similares para serem resolvidas dessas operações na duplas. Ao final, trocam-se as resoluções entre as duplas para que uma corrija o que a outra fez. Incentive os estudantes a fazer a verificação dos resultados obtidos. O trabalho com essas atividades explora o raciocínio lógico e competências relacionadas à resolução de problemas.

Algumas dificuldades diferentes podem surgir; por isso, é importante o monitoramento individual e contínuo dos estudantes.

Orientações didáticas

Abertura

Na BNCC

A abertura da Unidade permite mobilizar com maior ênfase a **CG09** e a **CEMAT07**, assim como favorece o desenvolvimento do TCT *Diversidade Cultural* ao promover a valorização dos Povos quilombolas e dos Povos do campo, enaltecendo seus saberes, identidade e cultura. Mobiliza ainda a **CG04** ao explorar a temática das mulheres agricultoras por meio da análise de imagens e texto.

Ao explorar a abertura da Unidade, é possível desenvolver um trabalho interdisciplinar com os professores da área de **Ciências Humanas**.

Inicie o trabalho pedindo aos estudantes que observem as imagens da abertura. Em seguida, proponha que leiam o texto e se organizem em grupos. Pergunte-lhes: "Como o texto e as imagens se relacionam?". Permita que respondam usando as próprias palavras e dê espaço para que debatam, caso haja diferentes pontos de vista. Espera-se que os estudantes compreendam que tanto o texto quanto as imagens se referem às mulheres agricultoras de comunidades quilombolas.

Comente com os estudantes que as comunidades remanescentes de quilombos integram os grupos étnico-raciais que constituem os povos e as comunidades tradicionais de matriz africana. Nesse momento, é importante ressaltar que o artigo 3º, inciso I, do Decreto 6.040/2007 define Povos e Comunidades tradicionais como:

> [...] grupos culturalmente diferenciados e que se reconhecem como tais, que possuem formas próprias de organização social, que ocupam e usam territórios e recursos naturais como condição para sua reprodução cultural, social, religiosa, ancestral e econômica, utilizando conhecimentos, inovações e práticas gerados e transmitidos pela tradição; [...]

BRASIL. *Decreto nº 6 040, de 7 de fevereiro de 2007. Institui a Política Nacional de Desenvolvimento Sustentável dos Povos e Comunidades Tradicionais.* Disponível em: http://www.planalto.gov.br/ccivil_03/_ato2007-2010/2007/decreto/d6040.htm. Acesso em: 7 maio 2022.

Favorecendo o desenvolvimento do TCT *Educação para valorização do multiculturalismo nas matrizes históricas e culturais Brasileiras*, destaque a importância da manutenção e da preservação da cultura e dos espaços dos povos quilombolas, uma vez que eles fazem parte do patrimônio cultural brasileiro, representando a memória e a identidade dos negros no Brasil.

6 UNIDADE

Números decimais

NESTA UNIDADE VOCÊ VAI:

- ler, escrever, comparar e ordenar números decimais;
- transformar um número decimal em fração decimal e vice-versa;
- resolver e elaborar problemas que envolvem números decimais;
- resolver e elaborar problemas que envolvem porcentagem.

CAPÍTULOS

Quilombola carregando panela de ferro na cabeça atravessa a estrada de asfalto que passa pelo quilombo Barra do Aroeira. Foto de 2016. No detalhe, Hermínia, moradora da comunidade Barra do Aroeira, em Santa Tereza do Tocantins (TO). Foto de 2021.

Renan Martelli da Rosa/Shutterstock

Proposta para o estudante

Para saber mais sobre as comunidades quilombolas no Brasil, sugira aos estudantes que visitem a página da Coordenação Nacional de Articulação das Comunidades Rurais Negras (CONAQ). Disponível em: http://conaq.org.br/. Acesso em: 7 maio 2022.

Marco Aurélio Jacob/Acervo @RakaComunicações

Mulheres quilombolas destacam-se na produção sustentável e na proteção do território

Os **quilombolas** são descendentes ou remanescentes de grupos com identidade cultural própria que começaram a surgir no Brasil durante a época em que houve escravidão no país.

Em celebração à contribuição das mulheres agricultoras para o bem-estar socioeconômico, a redução da pobreza e a segurança alimentar, a Secretaria de Agricultura Familiar e Cooperativismo (SAF) do Ministério da Agricultura Pecuária e Abastecimento promoveu a campanha regional "Mulheres Rurais, Mulheres com Direitos", em 2019, em parceria com outras instituições, no Dia Internacional das Mulheres Rurais (15 de outubro).

[...]

No Brasil, as mulheres representam praticamente metade da população residente no campo, segundo o Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística (IBGE). E mais de 63% delas são afrodescendentes.

Guardiãs da terra

No município de Santa Tereza, em Tocantins, está localizada a comunidade quilombola Barra da Aroeira. Formada em meados da década de [1930], a comunidade reúne cerca de 97 famílias que produzem de tudo um pouco: arroz, feijão, mandioca, abóbora, inhame, batata-doce, hortaliças [...].

A Associação Comunitária do Quilombo da Barra da Aroeira é comandada por Maria de Fátima Rodrigues, de 50 anos. Ela tem seis filhos e é a primeira mulher a presidir a associação.

[...] O modo de produção da comunidade da Barra da Aroeira segue os princípios da agroecologia. A maior parte dos alimentos produzidos pelas agricultoras quilombolas são consumidos pelas famílias da própria comunidade e alguns produtos são vendidos em feiras na capital Palmas.

Maria de Fátima compartilha que o principal desafio da comunidade é conseguir apoio para aumentar a produção e, consequentemente, a renda. "Nosso interesse é produzir mais quantidade, mas até agora enfrentamos muitos desafios para estar organizando a terra pra plantar. Às vezes, as hortaliças perdem, porque não tem como escoar os produtos", conta.

As mulheres da Barra da Aroeira contam com o apoio da associação e da Cooperativa Quilombarras, criada recentemente pelos agricultores da comunidade. Segundo Maria de Fátima, a cooperativa já está ajudando com a divulgação dos produtos quilombolas e deve reunir futuramente cooperados de outros quilombos da região.

Elas também participam de atividades de capacitação técnica e trocas de experiência promovidas por universidades da região e pelo Departamento de Agricultura Familiar da Secretaria de Agricultura do Estado de Tocantins.

"O que esperamos é um apoio pra nós trabalhadoras rurais, especialmente nós quilombolas, mostrar a nossa força, porque somos pessoas ainda discriminadas. O nosso interesse é melhorar a qualidade de vida e a renda das mulheres quilombolas", disse Fátima.

[...]

BRASIL. Ministério da Agricultura, Pecuária e Abastecimento. *Mulheres quilombolas se destacam na produção sustentável e na proteção do território*. Brasília, DF: Mapa, 15 out. 2019. Disponível em: https://www.gov.br/agricultura/pt-br/assuntos/noticias/mulheres-quilombolas-se-destacam-na-producao-sustentavel-e-na-protecao-do-territorio. Acesso em: 29 nov. 2021.

O que você compreendeu dessa notícia? Você conhece alguma comunidade quilombola? Você acha que as mulheres rurais, especialmente as quilombolas, são discriminadas na sociedade atual? Em sua opinião, quais ações poderiam ser realizadas para melhorar o reconhecimento dessas mulheres?

Orientações didáticas

Abertura

Ao explorar as questões propostas, peça aos estudantes que se organizem em grupos para que conversem sobre as respostas de cada uma delas.

É possível que, após os debates iniciais, os estudantes já tenham respondido à primeira pergunta. Peça a eles que façam o registro escrito da resposta no caderno.

Na segunda atividade, proponha aos estudantes que pesquisem se há comunidades quilombolas nas proximidades do município em que vivem ou até mesmo em seu estado. No Brasil, há mais de 2000 comunidades quilombolas reconhecidas pelo governo, mas outros órgãos não governamentais estimam que haja o dobro dessa quantidade. Fonte dos dados: BRASIL. Ministério da Cidadania. Secretaria de Desenvolvimento Social. *Levantamento de comunidades quilombolas*. Disponível em: https://www.mds.gov.br/webarquivos/arquivo/cadastro_unico/levantamento-de-comunidades-quilombolas.pdf. Acesso em: 20 jun. 2022.

O trabalho com a terceira e a quarta questões pode render debates ricos entre os estudantes que favorecem os TCTs *Trabalho* e *Educação em Direitos Humanos*. Para incentivar o debate, é importante destacar que as comunidades quilombolas são grupos populacionais vulneráveis e se enquadram na categoria de comunidades tradicionais, tendo como característica a preservação de uma cultura distinta da majoritária, mantendo uma relação com a terra maior do que posse ou propriedade. Comente que as mulheres quilombolas, nesse contexto, têm sua vida marcada por questões de gênero, raça, cor, etnia e outras linhas de subordinação. Diante disso, geralmente, são obrigadas a lidar com o preconceito e com a falta de oportunidades tanto no campo de trabalho quanto nos campos social, político e histórico, e que, muitas vezes, se veem preteridas pela sociedade.

Proposta para o professor

O Governo do Estado do Paraná promove ações descentralizadas que ocorrem nas escolas e têm como proposta a promoção da formação continuada de professores da rede estadual por meio de oficinas que abordam conteúdos curriculares e específicos da demanda regional. Numa dessas oficinas, foi feita uma proposta de trabalho envolvendo o fortalecimento da identidade das mulheres negras e quilombolas. Visite: GOVERNO DO ESTADO DO PARANÁ. Secretaria de Educação. Mulheres negras e quilombolas. Identidade e trajetórias. *Formação em ação*, 2017. Disponível em: http://www.educadores.diaadia.pr.gov.br/arquivos/File/formacao_acao/1semestre2017/fa2017_quilombola_roteiro.pdf. Acesso em: 7 maio 2022.

Fração decimal

Na BNCC

Este tópico favorece o desenvolvimento da habilidade **EF06MA01** ao propor a representação de números racionais na forma de fração decimal.

No trabalho com frações é necessária a utilização de estratégias diferenciadas que propiciem a você, professor, e aos estudantes resultados satisfatórios na aprendizagem do conteúdo, fugindo das aulas tradicionais, que, em geral, se reduzem às aulas expositivas. Ao propor a utilização de um material manipulativo, especificamente o material dourado , é possível contribuir mais com a construção do saber do que com o conteúdo a ser transmitido. Sendo assim, neste tópico introduzimos o conceito de fração decimal, explorando o uso das peças do material dourado e suas relações. Providencie previamente conjuntos de material dourado para os estudantes manusearem e conhecerem suas peças.

Fração decimal e número decimal

EF06MA01
EF06MA02
EF06MA07
EF06MA08
EF06MA13

Fração decimal

O material dourado

Você conhece o material dourado?

Dotta2/Arquivo da editora

O material dourado foi criado no início do século XX, pela professora italiana Maria Montessori (1870-1952), para ajudar as crianças a compreender os números por meio de representações concretas.

Este é o material dourado, muito usado nas escolas. Ele é composto de 4 tipos de peça, representados pelos desenhos a seguir.

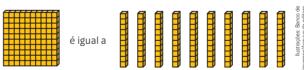
Ilustrações: Banco de imagens/Arquivo da editora

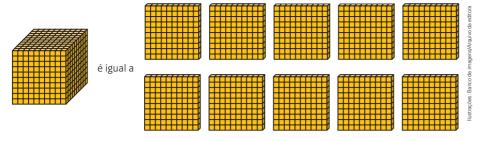
Perceba que:

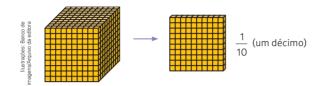
- a barra é formada por 10 cubinhos:

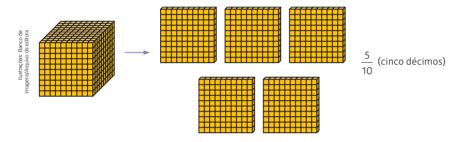
Ilustrações: Banco de imagens/Arquivo da editora

- a placa é formada por 10 barras:

Ilustrações: Banco de imagens/Arquivo da editora

- o cubo maior é formado por 10 placas:

Ilustrações: Banco de imagens/Arquivo da editora

Se tomarmos o cubo maior como unidade, que fração dele a placa representa?

Ilustrações: Banco de imagens/Arquivo da editora

5 placas representam que fração do cubo maior?

Ilustrações: Banco de imagens/Arquivo da editora

1 barra representa que fração do cubo maior? E 3 barras?

O cubo maior tem 10 placas de 10 barras. Como $10 \cdot 10 = 100$, ele tem 100 barras.

Ilustrações: Banco de imagens/Arquivo da editora

Orientações didáticas

Fração decimal

Sugira aos estudantes que representem algumas frações com base nas relações entre as peças, considerando o cubo maior (cubo grande) como o inteiro (ou seja, 1 unidade). Pergunte: "Como vocês representariam metade desse inteiro?"; "Que peças vocês usariam?"; "Se o cubo grande equivale a 1, a qual fração corresponde cada placa?"; "E cada barra?"; "E cada cubinho?".

Converse com a turma sobre as hipóteses levantadas, verificando como os estudantes aplicam os conhecimentos já construídos sobre frações. Em seguida, apresente os exemplos do Livro do Estudante.

Proposta para o professor

O artigo traz um estudo de caso envolvendo a utilização do material dourado para o ensino de frações:

BRANDALISE, Fernanda; *et. al.* O material dourado e o ensino de frações no Ensino Fundamental: uma proposta desenvolvida na disciplina de Laboratório de Recursos. *VI SINECT*, Ponta Grossa, nov. 2018. Disponível em: https://docente.ifrn.edu.br/julianaschivani/disciplinas/metodologia-do-ensino-de-matematica-ii/materiais-concretos/material-dourado/o-material-dourado-e-o-ensino-de-fracoes-no-ensino-fundamental-uma-proposta-desenvolvida-na-disciplina-de-laboratorio-de-recursos. Acesso em: 7 maio 2022.

Sugerimos ainda a leitura do material a seguir, com ênfase nos seguintes tópicos:

- AULA 3: O estudo do número racional: alguns caminhos pedagógicos;
- AULA 4: O uso do material dourado no ensino de Matemática.

CUNHA, Francisco Gêvane Muniz. *Laboratório de Matemática*: licenciatura em Matemática. Fortaleza: UAB/IFCE, 2011. Disponível em: https://educapes.capes.gov.br/bitstream/capes/430112/2/Laborat%C3%B3rio%20de%20Matem%C3%A1tica.pdf. Acesso em: 7 maio 2022.

Orientações didáticas

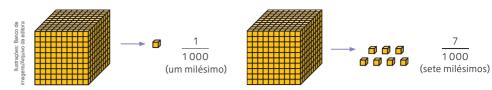
Fração decimal

Faça um fechamento do que foi estudado e conceitue frações decimais. Para ampliar, pode ser feito um ditado "mudo", em que apenas são mostradas fichas com frações decimais (confeccionadas previamente) para que os estudantes registrem como elas são lidas.

Na retomada da característica "valor posicional" do sistema de numeração decimal, ressalte para os estudantes que:

- $500 = \frac{1}{10}$ de 5 000;
- $50 = \frac{1}{10}$ de 500;
- $5 = \frac{1}{10}$ de 50.

1 cubinho representa que fração do cubo maior? E 7 cubinhos?

O cubo maior tem 100 barras de 10 cubinhos. Como $100 \cdot 10 = 1000$, são 1000 cubinhos.

Note que os denominadores dessas frações são potências de 10:

$$\frac{1}{10}, \frac{5}{10}, \frac{1}{100}, \frac{3}{100}, \frac{1}{1000}, \frac{7}{1000}$$

Essas frações são chamadas **frações decimais**.

> **Fração decimal** é toda fração em que o denominador é uma potência de 10 com expoente natural.

Esse tipo de fração pode ser representado de outra maneira. Antes de apresentá-la, vamos retomar algumas características do sistema de numeração decimal.

Nesse sistema, cada número natural é representado com 1 ou mais algarismos e cada algarismo que compõe o número ocupa uma ordem. Além disso, o valor posicional de cada algarismo no número depende da ordem que ele ocupa.

Por exemplo, no número 5 672, temos:

Algarismo	5	6	7	2
Ordem	Unidades de milhar	Centenas	Dezenas	Unidades simples

O algarismo 5 na ordem das unidades de milhar tem valor posicional $5 \cdot 1000$, ou seja, 5 000.

Note qual é o valor posicional do algarismo 5 em outros números naturais, com ele em outras ordens.

- Ordem das centenas.

6	5	7	2

O valor posicional do algarismo 5 na ordem das centenas é $5 \cdot 100 = 500$.

- Ordem das dezenas.

6	7	5	2

O valor posicional do algarismo 5 na ordem das dezenas é $5 \cdot 10 = 50$.

- Ordem das unidades.

6	7	2	5

O valor posicional do algarismo 5 na ordem das unidades é $5 \cdot 1 = 5$.

> O valor posicional de um mesmo algarismo em cada ordem de um número natural é $\frac{1}{10}$ do valor na ordem que está à esquerda dela.

Proposta para o professor

A página a seguir traz uma proposta de aula envolvendo o material dourado e frações. Você pode adaptá-la de acordo com as necessidades da sua turma:

CAJUELLA, Silene R. O uso do material dourado e o quadro de ordens e classes na leitura e escrita de números decimais e na transformação de fração decimal em número decimal. *Portal do professor*, Uberlândia, 20 jun. 2014. Disponível em: http://portaldoprofessor.mec.gov.br/fichaTecnicaAula.html?aula=56440. Acesso em: 7 maio 2022.

Número decimal

Vamos estudar agora os **números decimais** e aprender outro modo de representar as frações.

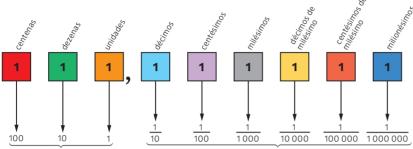
Precisamos representar partes da unidade. Então, vamos ampliar o sistema de numeração decimal da seguinte maneira:

1º) colocamos uma vírgula para separar as unidades inteiras das partes de unidade;

2º) criamos novas ordens à direita da vírgula – as ordens (ou casas) decimais.

Assim como para os números naturais, para os números decimais seguimos tendo que o valor posicional de um mesmo algarismo em cada ordem é $\frac{1}{10}$ do valor na ordem que está à esquerda dela.

Por exemplo, considerando o algarismo 1 em todas as ordens representadas a seguir, analise o valor posicional de cada algarismo.

Parte inteira da unidade

Parte decimal da unidade

> Nesta coleção, simplificamos a linguagem usada para "número na forma decimal" ou "número na representação decimal". Para nos referirmos a esses números, usamos a expressão **número decimal**.

Acompanhe a leitura (ou escrita por extenso) de alguns números decimais.

- 0,9: nove décimos.
- 0,17: um décimo e sete centésimos (ou dezessete centésimos).
- 0,254: dois décimos, cinco centésimos e quatro milésimos (ou duzentos e cinquenta e quatro milésimos).
- 5,6: cinco inteiros e seis décimos.
- 7,18: sete inteiros, um décimo e oito centésimos (ou sete inteiros e dezoito centésimos).
- 18,391: dezoito inteiros, três décimos, nove centésimos e um milésimo (ou dezoito inteiros e trezentos e noventa e um milésimos).

Atividades

Faça as atividades no caderno.

1. Copie no caderno cada item e substitua ▨▨▨ pelos termos corretos. Siga os exemplos anteriores.

a) 0,12: 1 ▨▨▨ e 2 ▨▨▨ (ou 12 ▨▨▨). décimo, centésimos, centésimos.

b) 0,038: 3 ▨▨▨ e 8 ▨▨▨ (ou 38 ▨▨▨). centésimos, milésimos, milésimos.

c) 4,5: 4 ▨▨▨ e 5 ▨▨▨. inteiros, décimos.

d) 52,389: 52 ▨▨▨, 3 ▨▨▨, 8 ▨▨▨ e 9 ▨▨▨ (ou 52 ▨▨▨ e 389 ▨▨▨). inteiros, décimos, centésimos, milésimos, inteiros, milésimos.

Proposta para o estudante

Peça aos estudantes que construam um quadro de ordens no caderno e registrem nele os seguintes números decimais. Depois, peça que escrevam por extenso cada número registrado.

a) 12,001
b) 102,01
c) 1,2001
d) 0,102
e) 10,2
f) 10,02

Resposta:
Escrita por extenso:
a) Doze inteiros e um milésimo.
b) Cento e dois inteiros e um centésimo.
c) Um inteiro e dois mil e um décimos de milésimos.
d) Cento e dois milésimos.
e) Dez inteiros e dois décimos.
f) Dez inteiros e dois centésimos.

Orientações didáticas

Número decimal

Na BNCC

Este tópico favorece o desenvolvimento das habilidades: **EF06MA01** ao propor a leitura e a escrita de números decimais; **EF06MA02** ao explorar a composição e a decomposição de números decimais; e **EF06MA08** quando reconhece que os números racionais positivos podem ser expressos nas formas fracionária e decimal, estabelecendo relações entre essas representações. A seção *Atividades* mobiliza com maior ênfase a **CG02**, a **CG06**, a **CG09**, a **CEMAT03** e a **CEMAT04** ao apresentar atividades que envolvem o trabalho em duplas e a vivência com contextos que privilegiam o exercício da curiosidade intelectual e diferentes culturas. Permite desenvolver o TCT *Educação Alimentar e Nutricional* ao propor alerta sobre alimentação adequada e saudável.

Aqui, ressalte também o fato de uma ordem ser um décimo da unidade imediatamente superior a ela, por exemplo:

- $1 = \frac{1}{10}$ de $10 = \frac{1}{10} \cdot 10 = 1$
- $0{,}1 = \frac{1}{10}$ de $1 = \frac{1}{10} \cdot 1 = \frac{1}{10}$ (um décimo)
- $0{,}01 = \frac{1}{10}$ de $\frac{1}{10} = \frac{1}{10} \cdot \frac{1}{10} = \frac{1}{100}$ (um centésimo)
- $0{,}001 = \frac{1}{10}$ de $\frac{1}{100} = \frac{1}{10} \cdot \frac{1}{100} = \frac{1}{1000}$ (um milésimo)

Depois de trabalhar com os exemplos apresentados, solicite aos estudantes voluntários que deem outros exemplos na lousa.

Atividades

A atividade **1** explora a leitura de números decimais. Sugerimos que seja realizada individualmente para que se verifique o conhecimento construído e possíveis dúvidas de cada estudante.

Orientações didáticas

Atividades

Nas atividades **2** e **4**, o estudante deve mobilizar os conhecimentos construídos sobre a identificação das ordens decimais para a composição, a leitura e a escrita de números decimais. Essa atividade pode ser feita em duplas para que os estudantes troquem entre si conhecimentos e estratégias sobre esse tema, enriquecendo o aprendizado. Acompanhe as duplas nessa tarefa, caminhando pela sala, e intervenha quando necessário. Na correção coletiva, ressalte na lousa que no dia a dia é comum as pessoas lerem os valores decimais de maneira reduzida, por exemplo, lerem 7,80 como "sete vírgula oitenta", ou até "sete ponto oitenta" – fazendo alusão à notação usada em países de cultura inglesa. A vírgula decimal é utilizada em países da América não inglesa, como o Brasil, e da Europa, entre outros. No entanto, em nosso país, a leitura correta para 7,80 é "sete inteiros e oitenta centésimos", e, caso indique uma quantia, por exemplo, R$ 7,80, a leitura é "sete reais e oitenta centavos".

Na atividade **4**, comente com os estudantes que o açúcar, utilizado no preparo de doces, deve ser ingerido em pequenas quantidades, uma vez que seu consumo excessivo aumenta o risco de cárie dental, obesidade e várias outras doenças crônicas. Essa é uma boa oportunidade para se desenvolver um trabalho interdisciplinar com a área de **Ciências da Natureza**, promovendo um debate sobre alimentação saudável.

2. Os cartões **A** e **B** indicam números decimais.

Ⓐ

▨▨, ▨▨▨▨

- 8 é o algarismo da ordem dos décimos.
- 1 é o algarismo da ordem dos milésimos.
- 2 é o algarismo dos décimos de milésimo.
- 4 é o algarismo das unidades.
- 0 não é algarismo na parte inteira.

Ⓑ

▨▨, ▨▨▨▨

- 8 é algarismo na parte inteira.
- 4 é o algarismo da ordem dos décimos.
- 5 é o algarismo da ordem dos décimos de milésimo.
- 2 não é algarismo na parte decimal.
- O algarismo 8 está na ordem imediatamente à direita do algarismo 2.
- O algarismo 4 está na ordem imediatamente à esquerda do algarismo 1.

c) Cinco dezenas, quatro unidades, oito décimos, um milésimo e dois décimos de milésimo, ou cinquenta e quatro inteiros, oito mil e doze décimos de milésimo.

e) Duas dezenas, oito unidades, quatro décimos, um centésimo e cinco décimos de milésimo, ou vinte e oito inteiros e quatro mil cento e cinco décimos de milésimo.

a) Escreva no caderno os números indicados pelos cartões **A** e **B** substituindo pelos algarismos 0, 1, 2, 4, 5 ou 8 (sem repetir algarismos no mesmo cartão). **A**: 54,8012; **B**: 28,4105.

b) Qual é a ordem do algarismo 5 no cartão **A**? Das dezenas.

c) Como se escreve por extenso o número que se formou nesse cartão?

d) Qual é a ordem do algarismo 0 no cartão **B**? Dos milésimos.

e) Como se escreve por extenso o número formado nesse cartão?

3. No caderno, escreva o número decimal 0,000001 por extenso e indique a fração decimal correspondente. Um milionésimo; $\frac{1}{1\,000\,000}$.

4. Esta é a vitrine de uma loja de doces.

Cecília Iwashita/Arquivo da editora

Sete reais e oitenta centavos. Trinta e três reais e sessenta e cinco centavos. Cinco reais e oitenta e quatro centavos. Cinquenta e um reais e dezoito centavos. Dezessete reais e oitenta e três centavos.

Seis reais e trinta e cinco centavos. Quatro reais e cinquenta e dois centavos. Três reais e cinquenta centavos. Quarenta e sete reais e noventa e três centavos. Vinte e seis reais e vinte e sete centavos.

Escreva no caderno por extenso o preço indicado na etiqueta de cada doce.

Proposta para o professor

Explore o guia indicado a seguir, que é um documento oficial que aborda os princípios e as recomendações de uma alimentação adequada e saudável para a população brasileira, configurando-se como instrumento de apoio às ações de educação alimentar e nutricional no SUS e em outros setores. BRASIL. Ministério da Saúde. *Guia alimentar para a população brasileira*. Secretaria de Atenção à Saúde, Departamento de Atenção Básica. 2. ed. Brasília-DF: Ministério da Saúde, 2014. Disponível em: https://bvsms.saude.gov.br/bvs/publicacoes/guia_alimentar_populacao_brasileira_2ed.pdf. Acesso em: 11 maio 2022.

Como transformar um número decimal em fração decimal

Participe — Faça as atividades no caderno.

Afonso, o avô de Alice, distribuiu R$ 100,00 entre 3 netos. Para Alice, ele deu R$ 20,00. Jonas recebeu vinte e cinco centésimos do dinheiro e Luana recebeu o restante.

a) Que fração do total representa a quantia que Alice recebeu? Podemos afirmar que essa é uma fração decimal? Por quê? $\frac{20}{100}$; sim, porque o denominador é 100.

b) Que número decimal representa a parte do dinheiro que Jonas recebeu? Que fração decimal representa esse número? 0,25; $\frac{25}{100}$.

c) Quantos reais Jonas recebeu? R$ 25,00

d) Que número decimal representa a parte do dinheiro que Luana recebeu do avô? 0,55

Vamos transformar 0,097 em fração decimal.
Como 0,097 representa **97 milésimos**, temos:

$$0{,}097 = \frac{97}{1000}$$

Agora, vamos transformar 5,69 em fração decimal.
Como 5,69 representa **5 inteiros e 69 centésimos**, temos:

$$5{,}69 = 5\frac{69}{100} \text{ ou } 5{,}69 = \frac{569}{100}$$

Ilustra Cartoon/Arquivo da editora

Para transformar um número decimal em fração decimal, escrevemos uma fração cujo numerador é o número decimal sem vírgula e cujo denominador é o algarismo 1 seguido de tantos algarismos 0 quantas forem as casas decimais do número dado.

Orientações didáticas

Como transformar um número decimal em fração decimal

Antes de apresentar a regra, se achar conveniente, verifique a percepção da turma em relação aos exemplos anteriores.

Participe

Antes de trabalhar com o boxe *Participe*, questione os estudantes para que mostrem seus conhecimentos em relação às duas representações de um mesmo número racional: a forma decimal e a forma de fração, em particular, de fração decimal. Por exemplo:

- "Como lemos o número 0,5?"; "E a fração $\frac{1}{2}$?"; "E $\frac{5}{10}$?"; "O que podemos dizer sobre essas representações numéricas?".
- "É possível registrar a fração $\frac{12}{100}$ como um número decimal?"; "Que número decimal seria esse?".

Em seguida, debata com os estudantes as questões propostas na atividade do boxe *Participe*. Registre na lousa as conclusões obtidas.

Depois, explore os exemplos apresentados no Livro do Estudante. Para ampliar e aprimorar o aprendizado, proponha um ditado envolvendo essas representações.

Proposta para o estudante

Registre o número ditado pelo professor na forma decimal ou na forma de fração decimal, conforme o caso.
Sugestão de números para o ditado:

a) 0,04
b) $\frac{4}{10}$
c) $\frac{23}{1000}$
d) 1,2
e) 2,0002
f) $\frac{5}{100}$

Respostas:

a) $\frac{4}{100}$
b) 0,4
c) 0,023
d) $\frac{12}{10}$
e) $\frac{20\,002}{10\,000}$
f) 0,05

Orientações didáticas

Atividades

Nas atividades **5** e **6**, os estudantes devem mobilizar seus conhecimentos sobre as formas decimal e de fração decimal e suas relações. Sugerimos que essas atividades sejam realizadas individualmente, visando verificar o aprendizado de cada estudante.

Como transformar uma fração decimal em número decimal

Antes de apresentar a regra, questione os estudantes se identificam algum padrão e peça que usem as próprias palavras para explicá-lo.

Neste tópico tratamos da representação de frações decimais na forma decimal correspondente. Para frações próprias, a leitura da fração auxilia nessa tarefa, por exemplo:

- $\frac{7}{10} \rightarrow$ sete décimos $\rightarrow 0{,}7$
- $\frac{95}{100} \rightarrow$ noventa e cinco centésimos $\rightarrow 0{,}95$
- $\frac{55}{1\,000} \rightarrow$ cinquenta e cinco milésimos $\rightarrow 0{,}055$

Caso o estudante associe esta última fração ao número decimal 0,55, peça para ele escrever esse número decimal por extenso: cinquenta e cinco centésimos. Assim, ele pode verificar que não corresponde à leitura que fez da fração.

Para frações impróprias não aparentes, determinar a forma mista dessas frações é um caminho, fazendo a leitura do número misto obtido. Por exemplo:

- $\frac{45}{10} = \frac{40}{10} + \frac{5}{10} = 4 + \frac{5}{10} = 4\frac{5}{10} \rightarrow$ quatro inteiros e cinco décimos $\rightarrow 4{,}5$
- $\frac{905}{100} = \frac{900}{100} + \frac{5}{100} = 9 + \frac{5}{100} = 9\frac{5}{100} \rightarrow$ nove inteiros e cinco centésimos $\rightarrow 9{,}05$

Analise com os estudantes o caso em que a fração decimal é uma fração aparente e verifique se eles percebem que, nesse caso, obtém-se apenas quantidades de inteiros, ou seja, números naturais. Eles podem obter esses números fazendo a divisão entre o numerador e o denominador. Por exemplo:

- $\frac{1\,500}{100} = 1\,500 : 100 = 15$ (número natural: 15 inteiros)

Nesse caso, eles podem associar a essa representação decimal: $15 = 15{,}0 = 15{,}00$.

- $\frac{200}{10} = 200 : 10 = 20$ (número natural: 20 inteiros).

Nesse caso, eles podem associar a essa representação decimal: $20 = 20{,}0$.

A matemática é uma forte aliada do pensamento computacional. Aqui, por exemplo, ao analisar os passos seguidos para transformar fração em número decimal, o estudante desenvolve o princípio da decomposição e algorítmico que constituem pilares do pensamento computacional.

Atividades

Faça as atividades no caderno.

5. Em vez de números decimais, o artista deveria ter pintado frações decimais. Vamos corrigir transformando os números decimais em frações decimais.

Ilustra Cartoon/Arquivo da editora

6. Transforme em frações decimais os números decimais dados.

a) 75,401 $\frac{75\,401}{1000}$

b) 1986,712 $\frac{1986\,712}{1000}$

c) 66,123 $\frac{66\,123}{1000}$

d) 0,0013 $\frac{13}{10\,000}$

e) 9,4247 $\frac{94\,247}{10\,000}$

Como transformar uma fração decimal em número decimal

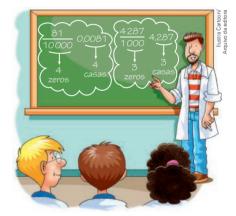
Vamos transformar $\frac{81}{10\,000}$ em número decimal.

Como $\frac{81}{10\,000}$ representa **81 décimos de milésimo**, temos:

$$\frac{81}{10\,000} = 0{,}0081$$

Agora, vamos transformar $\frac{4\,287}{1000}$ em número decimal. Temos:

$$\frac{4\,287}{1000} = \frac{4\,000 + 287}{1000} = \frac{4\,000}{1000} + \frac{287}{1000} = 4 + \frac{287}{1000} = 4\frac{287}{1000}$$

Ilustra Cartoon/Arquivo da editora

Concluímos que $\frac{4\,287}{1000}$ representa **4 inteiros e 287 milésimos**. Logo:

$$\frac{4\,287}{1000} = 4{,}287$$

Para transformar uma fração decimal em número decimal, escrevemos o numerador da fração com a mesma quantidade de casas decimais que os algarismos 0 do denominador.

Faça as atividades no caderno.

7. Transforme as frações decimais em números decimais.

a) $\frac{6\,428}{100}$ 64,28

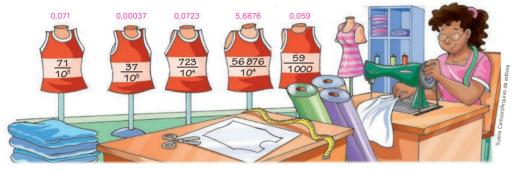
b) $\frac{281}{10}$ 28,1

c) $\frac{17}{100}$ 0,17

d) $\frac{47}{1\,000}$ 0,047

e) $\frac{27}{100\,000}$ 0,00027

f) $\frac{435}{1\,000}$ 0,435

8. Luís, professor de Educação Física, para um trabalho em parceria com o professor de Matemática, pediu a Estela que bordasse números decimais nas camisetas do time de vôlei da escola. Transforme as frações decimais em números decimais para saber quais são os números das camisetas desse time diferente.

9. Pense e converse com um colega: A fração $\frac{7}{25}$ não é uma fração decimal. Como vocês fariam para transformá-la em um número decimal? Para responder a essa pergunta, pensem inicialmente na resposta a outra pergunta: Como vocês fariam para transformar essa fração não decimal em uma fração decimal?
Resposta pessoal; exemplo de resposta: multiplicando o numerador e o denominador por 4.

10. Na atividade anterior, se multiplicarmos os termos da fração $\frac{7}{25}$ por 4, nós a transformaremos em uma fração decimal:

$$\frac{7}{25} = \frac{4 \cdot 7}{4 \cdot 25} = \frac{28}{100} = 0{,}28$$

Analise o denominador de cada fração, transforme-a em fração decimal e, depois, em número decimal.

a) $\frac{11}{5}$ $\frac{22}{10}$; 2,2.

b) $\frac{9}{50}$ $\frac{18}{100}$; 0,18.

c) $\frac{41}{20}$ $\frac{205}{100}$; 2,05.

d) $\frac{375}{200}$ $\frac{1875}{1000}$; 1,875.

e) $\frac{83}{25}$ $\frac{332}{100}$; 3,32.

f) $\frac{71}{125}$ $\frac{568}{1000}$; 0,568.

Texto para as atividades **11** e **12**.

A ilustração a seguir mostra uma régua graduada em centímetros (na parte superior). Cada unidade está dividida em 10 partes iguais, portanto cada uma equivale a 1 décimo de centímetro. Assim, por exemplo, a medida do segmento de reta $\overline{OA}$ é $\frac{26}{10}$ de centímetro, ou 2,6 centímetros.

Orientações didáticas

Atividades

Nas atividades de **7** a **10**, o estudante mobiliza seus conhecimentos sobre determinar a forma decimal correspondente a uma fração decimal e obter frações decimais equivalentes a frações dadas. Essas atividades podem ser feitas em duplas para que os estudantes troquem ideias e ampliem seu repertório de estratégias sobre o assunto.

Na atividade **9**, acompanhe as ideias propostas pelos estudantes e a validade delas. Para transformar essa fração em uma fração decimal, basta multiplicar o numerador e o denominador por 4 (ou por 40, 400, 4 000, etc.).

Ao explorar a atividade **10**, se julgar pertinente, mostre aos estudantes que só é possível transformar uma fração não decimal em decimal se o denominador for divisor de uma potência de 10, ou seja, esse denominador, na forma fatorada, só pode ter fatores 2 e 5.

Nas atividades de **11** a **22**, o estudante deve mobilizar seus conhecimentos sobre as representações em forma de fração e em decimal dos números racionais, a relação entre elas e a localização desses números na reta numérica.

Orientações didáticas

Atividades

Analise com os estudantes o texto relativo às atividades **11** e **12**. Incentive-os a perceber que 1 décimo de centímetro corresponde a 1 milímetro ou, ainda, que 1 centímetro equivale a 10 milímetros. Questione os estudantes sobre o que conhecem a respeito da polegada. Deixe que analisem uma régua graduada em centímetros e em polegadas, de modo que verifiquem as indicações do texto e a relação: 1 polegada corresponde a 2,54 centímetros.

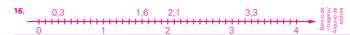
Se julgar necessário, retome conceitos como fração irredutível, entre outros.

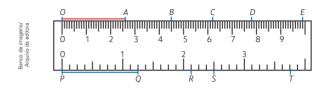
Na atividade **13**, se uma reta numérica tem marcas a cada 0,1 unidade, podemos localizar um número decimal exato que tenha algarismos conhecidos até a ordem dos décimos de unidade. Por exemplo: 0,1; 2,7; 152,4; etc. Já a representação de um número decimal que tenha algarismos conhecidos em ordens menores do que o décimo pode ser feita de maneira aproximada na reta numérica citada. Por exemplo: 0,31; 12,78; 873,192; etc.

O raciocínio é análogo para representarmos quaisquer números decimais nos quais a representação decimal tenha mais algarismos do que as divisões que temos na reta numérica.

Com auxílio de construções geométricas, é possível localizar outros números racionais e alguns números irracionais independentemente da escala da reta numérica. Essas representações serão abordadas nos próximos volumes desta coleção.

Na atividade **16**, para desenhar a reta numérica, os estudantes podem escolher uma unidade de medida para representar cada intervalo entre os tracinhos. Nesse caso, a unidade será dividida em 10 partes iguais; escolhendo o centímetro e usando uma régua, eles podem marcar cada tracinho correspondendo às marcações dos centímetros da régua, ou seja, cada unidade será representada com 10 cm.

16.

Faça as atividades no caderno.

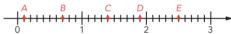
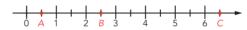
▶ Na parte inferior, a régua está graduada em polegadas. Cada unidade está dividida em 8 partes iguais, portanto cada uma equivale a $\frac{1}{8}$ de polegada. A medida do segmento de reta $\overline{PQ}$ é $\frac{10}{8}$ de polegada, portanto $\frac{5}{4}$ de polegada. Colocando na forma de número decimal, temos: $\frac{5}{4} = \frac{125}{100} = 1{,}25$, ou seja, 1,25 polegada.

A polegada é uma unidade de medida de comprimento que corresponde a 2,54 cm. Você vai conhecer mais sobre ela e outras unidades de medida de comprimento no capítulo **17**.

11. Analise a posição dos pontos *O*, *B*, *C*, *D* e *E* na imagem da régua graduada. No caderno, usando números decimais, escreva a medida de cada segmento de reta, em centímetros: $\overline{OB}$, $\overline{OC}$, $\overline{OD}$ e $\overline{OE}$. 4,5 cm; 6,2 cm; 7,8 cm; 9,9 cm.

12. Agora, analise a posição dos pontos *P*, *R*, *S* e *T*. No caderno, escreva a medida dos segmentos de reta $\overline{PR}$, $\overline{PS}$ e $\overline{PT}$ em polegadas: **a)** $\frac{17}{8}$ de polegada; $\frac{5}{2}$ de polegada; $\frac{15}{4}$ de polegada.

a) na forma de fração irredutível;

b) na forma de número decimal. 2,125 polegadas; 2,5 polegadas; 3,75 polegadas.

13. Assim como os números naturais, as frações e os números decimais podem ser representados na reta numérica. Na figura a seguir, a unidade está dividida em 10 partes iguais. Cada um dos pontos *A*, *B*, *C*, *D* e *E* representa qual número decimal? *A*: 0,1; *B*: 0,7; *C*: 1,4; *D*: 1,9; *E*: 2,5.

14. Na figura a seguir, a unidade está dividida em 2 partes iguais.

a) A que fração da unidade equivale cada parte? $\frac{1}{2}$

b) Cada um dos pontos *A*, *B* e *C* representa qual fração? E qual número decimal? *A*: $\frac{1}{2}$ ou 0,5; *B*: $\frac{5}{2}$ ou 2,5; *C*: $\frac{13}{2}$ ou 6,5.

15. Na figura a seguir, a unidade está dividida em 4 partes iguais.

a) A que fração da unidade equivale cada parte? $\frac{1}{4}$

b) Escreva o número decimal correspondente à fração do item anterior. 0,25

c) Cada um dos pontos *A*, *B*, *C*, *D* e *E* representa qual fração irredutível? E qual número decimal?

c) *A*: $\frac{3}{4}$ ou 0,75; *B*: $\frac{9}{4}$ ou 2,25; *C*: $\frac{7}{2}$ ou 3,5; *D*: $\frac{21}{4}$ ou 5,25; *E*: $\frac{15}{2}$ ou 7,5.

Ilustrações: Banco de imagens/Arquivo da editora

16. No caderno, desenhe uma reta numérica dividindo cada unidade em 10 partes iguais e localize nela cada número decimal a seguir.

a) 0,3 **b)** 1,6 **c)** 2,1 **d)** 3,3

17. Em cada figura a seguir aparece um trecho de uma reta numérica. A que número decimal corresponde cada um dos pontos *A*, *B*, *C* e *D* assinalados?

Ilustrações: Banco de imagens/ Arquivo da editora

a) *A*: 38,4; *B*: 39,2; *C*: 40,7.

b) *A*: 0,05; *B*: 0,13; *C*: 0,18; *D*: 0,27.

Texto para as questões **18** e **19**.

Há registros de tabletes de argila babilônicos datados de cerca de 1700 a.C. que apresentam frações em um sistema de numeração sexagesimal (de base 60). Nesse sistema, a representação 4 · 27' 24" corresponde a $4 + \frac{27}{60} + \frac{24}{60^2}$. Anos mais tarde, no século X, há registros da transformação de uma fração em número decimal feita pelo matemático árabe Al-Uqlidisi. Nesses registros consta que, partindo do número 19, fez 5 divisões consecutivamente, obtendo o decimal 0,59375.

Fontes dos dados: ROQUE, Tatiana. *História da Matemática* – Uma visão crítica, desfazendo mitos e lendas. Rio de Janeiro: Jorge Zahar, 2012. COURANT, Richard; ROBINS, Herbert. *Que es la Matemática*. Tradução para o espanhol de Luis Bravo Gala. Madrid: Aguilar, 1955. GAZALÉ, Midhat. *Number, from Ahmes to Cantor*. Princeton: Princeton University Press, 2000. BUNT, Lucas N. H.; JONES, Phillip S.; BEDIENT, Jack D. *The historical roots of elementary mathematics*. Honoken: Prentice Hall, 1976.

18. $\frac{19}{2^5}$; sim.

18. Escreva a fração e confira se o número decimal correspondente encontrado por Al-Uqlidisi está correto.

19. Uma das razões de empregarmos atualmente o sistema de numeração decimal é que outros sistemas que já foram utilizados por alguns povos não são tão práticos como ele.

a) Como se escreve o número 6 · 45' 18" na forma decimal? 6,755

b) Qual fração sexagesimal corresponde à fração decimal $\frac{7}{10}$? $\frac{42}{60}$

c) Como se escreve 1,7 na notação babilônica? 1 · 42'

d) Na sua opinião, com qual sistema de numeração é mais fácil trabalhar: o sexagesimal ou o decimal? Justifique sua resposta. Resposta pessoal.

Taxa percentual

Quanto por cento?

De cada 5 estudantes de uma escola, 3 são meninas. De 100 estudantes, quantos são meninas?

Ilustra Cartoon/Arquivo da editora

As meninas representam $\frac{3}{5}$ dos estudantes da escola. Como $\frac{3}{5} = \frac{60}{100}$, de cada 100 estudantes da escola 60 são meninas. Por isso, podemos dizer que 60% (lemos: sessenta **por cento**) dos estudantes da escola são meninas. Ou seja, 60% é a **taxa percentual** (ou taxa porcentual) de meninas no total de estudantes da escola.

Orientações didáticas

Atividades

Na atividade **19**, no item **d**, os estudantes têm a oportunidade de desenvolver a habilidade da argumentação matemática. Permita que eles respondam ao item utilizando as próprias palavras e peça que compartilhem suas respostas com os colegas da turma.

Taxa percentual

Na BNCC

Este tópico favorece o desenvolvimento das habilidades: **EF06MA08** quando reconhece que os números racionais positivos podem ser expressos nas formas fracionária e decimal, estabelecendo relações entre essas representações; e **EF06MA13** ao propor a resolução e a elaboração de problemas envolvendo porcentagens. O trabalho com o tópico "Cálculo mental" mobiliza o pensamento computacional e favorece o desenvolvimento da **CG02, CG06**, **CG09**, **CEMAT02**, **CEMAT04**, **CEMAT05** e **CEMAT08**.

Neste tópico, exploramos a noção de porcentagem para aplicar na resolução de problemas, ampliando o trabalho feito no 5º ano (habilidade **EF05MA06**) e embasando o que será estudado sobre o assunto nos anos seguintes, como no 7º ano (habilidade **EF07MA02**), por exemplo.

Antes de tratar da situação "Quanto por cento?", questione os estudantes para verificar os conhecimentos que trazem sobre porcentagem. Por exemplo:

- "O que é uma fração centesimal?";
- "Você conhece o símbolo %?"; "O que ele significa?";
- "Como se escreve 50% na forma de fração?"; "E na forma decimal?";
- "Você sabe fazer este cálculo: 10% de 90?".

Depois, debata a situação com os estudantes, apresentando a forma porcentual e sua relação com a forma de fração. Apresente na lousa outros cálculos de porcentagem de um valor e peça aos estudantes que expliquem cada passo do processo.

Orientações didáticas

Atividades

Nas atividades de **20** a **27**, o estudante vai mobilizar seus conhecimentos de porcentagem e a relação entre as formas de fração e percentual. Sugerimos que sejam realizadas em duplas para o enriquecimento da aprendizagem.

Na atividade **23**, os estudantes têm a oportunidade de desenvolver a habilidade da argumentação matemática. Permita que eles respondam ao item utilizando as próprias palavras e peça que compartilhem suas respostas com os colegas da turma.

As frações centesimais (ou seja, frações decimais de denominador 100) podem ser representadas na forma de taxa percentual, com uma **porcentagem**. Acompanhe alguns exemplos no quadro a seguir.

Fração centesimal	$\frac{7}{100}$	$\frac{30}{100}$	$\frac{115}{100}$
Taxa percentual	7% (lemos: sete por cento)	30% (lemos: trinta por cento)	115% (lemos: cento e quinze por cento)

E outras frações, como a fração $\frac{3}{5}$ do problema anterior, podem ser transformadas em frações centesimais para, então, serem representadas por taxas percentuais.

$$\frac{3}{5} = \frac{60}{100} = 60\%$$

Nesse problema, vimos que 60% dos estudantes da escola são meninas. Se nessa escola há um total de 750 estudantes, quantas são as meninas?

Em outras palavras: Quanto é 60% de 750?

Como $60\% = \frac{60}{100}$, queremos saber: A fração $\frac{60}{100}$ dos estudantes da escola representa quantos estudantes?

Devemos calcular $\frac{60}{100}$ de 750, o que é o mesmo que $\frac{60}{100} \cdot 750$, como estudado na Unidade anterior. Assim:

$$60\% \cdot 750 = \frac{60}{100} \cdot 750 = \frac{60 \cdot 750}{100} = \frac{6 \cdot 75}{1} = 450$$

Portanto, dos 750 estudantes dessa escola, 450 são meninas.

Atividades

Faça as atividades no caderno.

20. Copie e complete o quadro no caderno.

Fração centesimal	$\frac{11}{100}$	$\frac{135}{100}$	$\frac{1}{100}$	$\frac{100}{100}$
Taxa percentual	11%	135%	1%	100%

21. Agora, copie e complete o quadro no caderno.

Taxa percentual	25%	80%	55%	250%	10%
Fração centesimal	$\frac{25}{100}$				
Forma irredutível da fração	$\frac{1}{4}$				

21. $\frac{80}{100}$ $\frac{55}{100}$ $\frac{250}{100}$ $\frac{10}{100}$; $\frac{4}{5}$ $\frac{11}{20}$ $\frac{5}{2}$ $\frac{1}{10}$

22. Paulinho e Rafa estavam jogando "par ou ímpar". Em 7 de 10 jogadas deu "par".

a) Que fração das jogadas representa o resultado "par"? $\frac{7}{10}$

b) Qual é a porcentagem do resultado "par" nas jogadas? 70%

23. Responda às questões e explique seu raciocínio.

a) Suponha que, de cada 5 pessoas no mundo, 1 é chinesa. Então, os chineses são quanto por cento da população mundial? 20%; explicação pessoal.

b) Suponha que, de cada 20 brasileiros, 3 nasceram na região Sul. Então, quanto por cento dos brasileiros são sulistas? 15%; explicação pessoal.

Proposta para o estudante

Converse com um colega sobre as questões a seguir.

a) "Um número decimal que tem a parte inteira nula é um número igual a 1, menor do que 1 ou maior do que 1?".

b) "Onde se localizam na reta numérica os números racionais desse tipo: entre 0 e 1, entre 1 e 2 ou depois do 10?".

c) "Um número decimal que tem a parte decimal não nula e a parte inteira maior do que 1 se localiza na reta numérica sempre à esquerda do 1, sempre à direita do 2 ou sempre à direita do 10?".

Respostas:

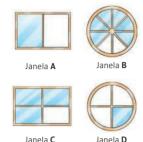
a) É um número menor do que 1.

b) Entre 0 e 1.

c) Um número desse tipo se localiza na reta numérica sempre à direita do 2.

24. O vidraceiro está colocando vidro nas janelas. Todas terão vidros iguais.

Ilustrações: Cartoon/Arquivo da editora

Janela **A** Janela **B**

Janela **C** Janela **D**

a) Para cada janela, qual fração representa a parte correspondente ao vidro já colocado?

b) Quanto por cento de cada janela já está com vidro? Janela **A:** 50%; janela **B:** 75%; janela **C:** 75%; janela **D:** 25%.

25. Copie o quadro a seguir no caderno e complete-o conforme o exemplo.

Taxa percentual	Fração centesimal	Número decimal
19%	$\frac{19}{100}$	0,19
213% $\frac{213}{100}$		2,13
21% $\frac{21}{100}$		0,21
40% $\frac{40}{100}$		0,40 ou 0,4
6% $\frac{6}{100}$		0,06

26. Calcule:

a) $\frac{2}{7}$ de 14; 4

b) 20% de 150; 30

c) 30% de 1500; 450

d) 75% de 4000. 3000

27. Responda a estas questões e, em seguida, explique como você pensou.

a) $\frac{3}{5}$ de um número é 150. Qual é esse número? 250; explicação pessoal.

b) 40% de um número é 160. Qual é esse número? 400; explicação pessoal.

c) 45% de um número é 450. Qual é esse número? 1000; explicação pessoal.

24. a) Janela **A:** $\frac{1}{2}$; janela **B:** $\frac{6}{8}$; janela **C:** $\frac{3}{4}$; janela **D:** $\frac{1}{4}$.

Cálculo mental

Vamos efetuar cálculos mentais com as porcentagens 100%, 50%, 25% e 10%.

$100\% = \frac{100}{100} = 1$ → 100% é o todo.

$50\% = \frac{50}{100} = \frac{1}{2}$ → 50% é metade do todo.

$25\% = \frac{25}{100} = \frac{1}{4}$ → 25% é um quarto (ou metade da metade) do todo.

$10\% = \frac{10}{100} = \frac{1}{10}$ → 10% é um décimo do todo.

Assim, por exemplo:

- 100% de 20 bolinhas é o todo, ou seja, as 20 bolinhas;
- 50% de 20 bolinhas é metade dessa quantidade, ou seja, 10 bolinhas;
- 25% de 20 bolinhas é metade da metade do total, ou seja, 5 bolinhas;
- 10% de 20 bolinhas é um décimo dessa quantidade, ou seja, 2 bolinhas (20 ÷ 10 = 2).

Orientações didáticas

Atividades

Na atividade **24**, verifique se os estudantes interpretam corretamente cada imagem de janela e a quantidade de vidros já colocados. Na janela **B**, verifique se eles também associam a parte com vidros à fração $\frac{3}{4}$, o que facilita a correspondência com 75%. Caso isso não ocorra, ressalte na correção.

Na atividade **27**, os estudantes têm a oportunidade de desenvolver a habilidade de argumentação matemática. Permita a eles que respondam utilizando as próprias palavras e peça que compartilhem suas respostas com os colegas da turma.

Cálculo mental

Neste tópico tratamos de estratégias de cálculo mental para os cálculos de porcentagens de um valor. Debata os exemplos apresentados. Para ampliar, faça um ditado desses cálculos em que o estudante deve dizer o resultado calculando mentalmente. Sugestões:

- 10% de 900 (90);
- 25% de 1200 (300);
- 50% de 9500 (4750);
- 100% de 333 (333).

Ao final dessa análise, solicite aos estudantes que escrevam uma conclusão para indicar como fazer esses cálculos de modo mais simples, que possibilite fazê-los mentalmente. Registre as conclusões na lousa. Espera-se que eles percebam que:

- calcular 10% de um valor equivale a dividir esse valor por 10;
- calcular 25% de um valor equivale a dividir esse valor por 4;
- calcular 50% de um valor equivale a dividir esse valor por 2 (obter a metade do valor dado);
- calcular 100% de um valor equivale ao próprio valor (pois, 100% correspondem ao inteiro).

Orientações didáticas

Atividades

Nesse bloco de atividades, os estudantes resolvem problemas com porcentagens e cálculo mental. Sugerimos que sejam realizadas em duplas para o debate dos problemas.

Na atividade **28**, amplie os questionamentos:

- "Quantas pessoas nesse grupo não são brasileiras?" (Nenhuma, pois 100% são brasileiras.);
- "Quantos por cento não são homens?" (50%);
- "Há mais pessoas solteiras ou não solteiras?"; "Qual é o porcentual de pessoas do grupo não solteiras?" (Há mais pessoas não solteiras; 75% dessas pessoas.);
- "Qual é a porcentagem de pessoas desse grupo que não usam óculos?" (90%).

As atividades de **31** a **34** continuam explorando problemas com porcentagem. Os contextos são de compra e venda, acréscimos e descontos. Sugerimos que sejam realizadas em duplas para o enriquecimento do aprendizado. Incentive os estudantes a utilizar estratégias de cálculo mental sempre que possível e, na correção, compartilhe respostas e procedimentos usados.

Aproveite os contextos envolvendo relações comerciais e converse com os estudantes sobre atitudes de consumo responsável. Eles devem saber que em uma compra a prazo, mesmo que preconizado parcelamento sem acréscimo, sempre há um porcentual de acréscimo embutido no preço. Por isso, devem analisar as condições e considerar o pagamento à vista sempre que possível, negociando descontos. Se julgar conveniente, pode tratar do conceito de juro.

Na atividade **35**, os estudantes têm a oportunidade de desenvolver a habilidade de argumentação matemática. Permita a eles que respondam utilizando as próprias palavras e peça que compartilhem suas respostas com os colegas da turma.

Na atividade **36**, auxilie os estudantes na escolha da quantidade de comércios locais que devem ser pesquisados, de acordo com o entorno, para obter valores representativos. Retome a metodologia de *Prática de Pesquisa*. Essa atividade pode ser feita em grupos de estudantes, com o auxílio de um adulto para a pesquisa de campo. Se julgar conveniente, organize ações na escola que visem aproximar as mulheres da comunidade às posições de destaque no mercado de trabalho ou na esfera pública.

Atividades

Faça as atividades no caderno.

28. Calculando mentalmente, responda às questões sobre um grupo de 80 pessoas.

a) 100% dessas pessoas são brasileiras. Quantas pessoas são brasileiras? 80 pessoas.

b) 50% são homens. Quantas pessoas são homens? 40 pessoas.

c) 25% são solteiras. Quantas pessoas são solteiras? 20 pessoas.

d) 10% usam óculos. Quantas pessoas usam óculos? 8 pessoas.

29. Faça os cálculos mentalmente.

a) Quanto é 25% de 1200? 300

b) Quanto é 100% de 425? 425

c) 50 corresponde a 10% de qual número? 500

d) 2600 corresponde a quanto por cento de 5200? 50%

e) 100 000 corresponde a quanto por cento de 1 milhão? 10%

30. Resolva mentalmente: Paulo ganhou um valor em dinheiro em um sorteio e entregou-o à esposa e aos 2 filhos deles: metade ficou para a esposa e o restante foi dividido igualmente entre os filhos.

a) Que porcentagem do valor ficará com a esposa? 50%

b) Que porcentagem do valor ficará com cada filho? 25%

Nas atividades **31** a **34** vamos trabalhar com aumentos e descontos dados em porcentagens.

31. Contando os estudantes de todos os anos, em 2021 uma escola tinha 1350 estudantes. Hoje, tem 10% a menos do que em 2021.

a) Quanto é 10% de 1350? 135

b) Quantos estudantes essa escola tem hoje? 1 215 estudantes.

32. Ao comprar um televisor, Antônio optou por pagar à vista, obtendo um desconto de 5%. O preço do televisor, sem o desconto, era R$ 1.900,00.

AS photostudio/Shutterstock

Homem analisando um televisor em uma loja.

a) Quanto é 5% de R$ 1.900,00? R$ 95,00

b) Quanto Antônio pagou à vista pelo televisor? R$ 1.805,00

33. No ano passado, o pai de Marcos pagava uma mensalidade escolar de R$ 850,00. Para este ano, houve um acréscimo de 6% na mensalidade.

a) Quanto é 6% de R$ 850,00? R$ 51,00

b) Quanto é a mensalidade deste ano? R$ 901,00

34. Uma loja vendeu 480 celulares em novembro. Em dezembro, as vendas aumentaram 30% em relação ao mês anterior.

a) Quanto é 30% de 480? 144

b) Quantos celulares foram vendidos em dezembro? 624 celulares.

35. Dois pedreiros, Alberta e Jair, vão receber um total de R$ 1.400,00 por um serviço prestado. O número de horas trabalhadas por Alberta foi 75% do número de horas trabalhadas por Jair. O valor a receber por hora é o mesmo para cada um. Quanto cada um deve receber? Explique como você pensou para resolver esse problema. Alberta: R$ 600,00; Jair: R$ 800,00; explicação pessoal.

36. Na abertura desta Unidade, conhecemos como as mulheres da comunidade quilombola de Barra do Aroeira exercem protagonismo sendo as principais responsáveis pelas atividades econômicas nos quilombos do estado de Tocantins. Pesquise com os comerciantes do entorno escolar qual porcentagem deles é administrada por mulheres e responda: Você acha que as mulheres em seu entorno exercem protagonismo nas atividades econômicas? Resposta pessoal.

Prática de pesquisa

37. Segundo dados do Censo 2010, o Brasil tinha cerca de 900 000 pessoas que se declaram como indígenas. Dessas pessoas, aproximadamente 58% vivem em terras indígenas, dentre as quais cerca de 29% não falam a língua portuguesa. De acordo com os dados apresentados, determine aproximadamente a quantidade de pessoas declaradas indígenas que vivem em terras indígenas e falam a língua portuguesa. 370620 pessoas.

Fonte dos dados: IBGE EDUCA. *Jovens*. Disponível em: https://educa.ibge.gov.br/jovens/conheca-o-brasil/populacao/20506-indigenas.html. Acesso em: 29 nov. 2021.

Proposta para o professor

Aproveite o enunciado da atividade **36** para promover positivamente a imagem das mulheres e dos povos do campo. Reflita sobre a importância do campo para a produção de alimentos. Se desejar, amplie o estudo propondo uma pesquisa sobre o papel da produção agrícola para a economia brasileira, bem como o papel das mulheres nesse processo produtivo. Desse modo, favorecerá, entre outros aspectos, a autonomia dos estudantes, instigando-os a acessar e a interagir criticamente com diferentes conhecimentos e fontes de informação.

39. Exemplo de resposta: Um criador de porcos tinha 140 porcos e vendeu 25% deles. Quantos porcos sobraram? Resposta: 105 porcos.

Faça as atividades no caderno.

38. Elabore um problema que possa ser resolvido pelas operações a seguir:

$$40\% \cdot 180 = \frac{40}{100} \cdot 180 = 72$$

$$75\% \cdot 120 = \frac{75}{100} \cdot 120 = 90$$

$$72 + 90 = 162$$

Exemplo de resposta: Em determinado dia, um filme foi exibido em um cinema em 2 sessões, a primeira às 20:00 e a segunda às 22:00. A primeira sessão estava lotada, com 180 pessoas, das quais 40% eram adultos. À segunda sessão compareceram 120 pessoas, das quais 75% eram adultos. Quantos adultos assistiram ao filme nesse dia no cinema? Resposta: 162 adultos.

39. Elabore um problema que possa ser resolvido pelas seguintes operações:

$$25\% \cdot 140 = \frac{25}{100} \cdot 140 = 35$$

$$140 - 35 = 105$$

40. Elabore um problema em que uma quantidade seja repartida em 2 partes de tal modo que uma delas seja 80% da outra. Peça a um colega que o resolva usando calculadora enquanto você resolve o problema que ele elaborou.

Propriedades dos números decimais

Participe

Faça as atividades no caderno.

A professora dividiu a turma em pequenos grupos para a resolução de algumas operações envolvendo números decimais. Juliana e Pedro devem encontrar números decimais a partir das frações dadas.

Resolução de Juliana: $\frac{125}{100} = 1{,}25$

Resolução de Pedro: $\frac{1250}{1000} = 1{,}250$

a) Explique como Juliana e Pedro fizeram para obter os números decimais. Resposta pessoal.

b) As frações dadas são equivalentes? Justifique sua resposta.

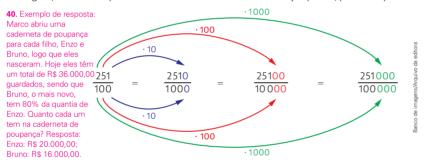
b) Sim; exemplo de justificativa: porque se multiplicarmos por 10 o numerador e o denominador da primeira fração, obtemos a segunda fração; ou, se dividirmos por 10 o numerador e o denominador da segunda fração, obtemos a primeira fração.

c) O que os números 1,25 e 1,250 têm em comum? Exemplos de resposta: São números decimais; ambos representam o mesmo valor.

Considere o número decimal 2,51.

- Já estudamos como transformá-lo em uma fração decimal: $2{,}51 = \frac{251}{100}$.
- Agora, vamos multiplicar sucessivamente os termos dessa fração por 10, por 100 e por 1000:

40. Exemplo de resposta: Marco abriu uma caderneta de poupança para cada filho, Enzo e Bruno, logo que eles nasceram. Hoje eles têm um total de R$ 36.000,00 guardados, sendo que Bruno, o mais novo, tem 80% da quantia de Enzo. Quanto cada um tem na caderneta de poupança? Resposta: Enzo: R$ 20.000,00; Bruno: R$ 16.000,00.

Banco de imagens/Arquivo da editora

Representando na forma decimal:

$$2{,}51 = 2{,}510 = 2{,}5100 = 2{,}51000$$

> Quando retiramos ou acrescentamos um ou mais algarismos 0 à direita da parte decimal, obtemos números decimais que representam o mesmo valor.

Orientações didáticas

Atividades

As atividades de **38** a **40**, exploram a elaboração de problemas favorecendo o desenvolvimento do pensamento computacional.

Propriedades dos números decimais

Na BNCC

Este tópico favorece o desenvolvimento das habilidades: **EF06MA07** ao propor a comparação e a ordenação de frações associadas às ideias de partes de inteiros e resultado de divisão, identificando frações equivalentes; **EF06MA08** quando reconhece que os números racionais positivos podem ser expressos nas formas fracionária e decimal, estabelecendo relações entre essas representações; e **EF06MA13** ao propor a resolução e a elaboração de problemas envolvendo porcentagens.

Participe

O boxe *Participe* propõe um debate, que favorece o desenvolvimento da argumentação matemática sobre representações decimais diferentes, mas equivalentes entre si para um mesmo número racional. Na proposta que segue, ampliamos a análise para observações de padrões nas multiplicações e divisões por 10, 100, 1 000, etc. com resultado decimal.

Proponha na lousa outras multiplicações e divisões por 10, 100 e 1 000 para alguns estudantes resolverem com o auxílio dos demais.

Orientações didáticas

Atividades

Na atividade **41**, os estudantes têm a oportunidade de desenvolver a habilidade de argumentação matemática. Permita a eles que respondam utilizando as próprias palavras e peça que compartilhem suas respostas com os colegas da turma.

Considere agora o número decimal 2,516. Vamos multiplicá-lo sucessivamente por 10, 100 e 1 000:

$$10 \cdot 2{,}516 = \frac{10}{1} \cdot \frac{2516}{1000} = \frac{2516}{100} = 25{,}16$$

$$100 \cdot 2{,}516 = \frac{100}{1} \cdot \frac{2516}{1000} = \frac{2516}{10} = 251{,}6$$

$$1000 \cdot 2{,}516 = \frac{1000}{1} \cdot \frac{2516}{1000} = \frac{2516}{1} = 2516$$

Para multiplicar um número decimal por 10, por 100, por 1 000, etc., basta deslocar a vírgula 1, 2, 3, etc. casas decimais para a direita, respectivamente.

Agora, vamos dividir o número decimal 472,38 sucessivamente por 10, por 100 e por 1 000:

$$472{,}38 : 10 = \frac{47238}{100} : \frac{10}{1} = \frac{47238}{100} \cdot \frac{1}{10} = \frac{47238}{1000} = 47{,}238$$

$$472{,}38 : 100 = \frac{47238}{100} : \frac{100}{1} = \frac{47238}{100} \cdot \frac{1}{100} = \frac{47238}{10000} = 4{,}7238$$

$$472{,}38 : 1000 = \frac{47238}{100} : \frac{1000}{1} = \frac{47238}{100} \cdot \frac{1}{1000} = \frac{47238}{100000} = 0{,}47238$$

Para dividir um número decimal por 10, por 100, por 1 000, etc., basta deslocar a vírgula, respectivamente, 1, 2, 3, etc. casas decimais para a esquerda.

Atividades

Faça as atividades no caderno.

41. Classifique cada igualdade como correta ou incorreta e justifique suas respostas. Justificativas pessoais.

a) 2,54 = 25,4 Incorreta.

b) $37{,}1 = \frac{371}{10}$ Correta.

c) 0,05 = 0,050 Correta.

d) 0,07 = 0,7 Incorreta.

e) 97,800 = 97,8 Correta.

f) $489{,}87 = \frac{48987}{100}$ Correta.

42. No caderno, registre o resultado das multiplicações deslocando a vírgula do número decimal a quantidade de casas decimais necessárias.

a) 10 · 0,71 7,1

b) 100 · 0,0789 7,89

c) 1 000 · 8,9741 8 974,1

d) 100 · 12,5 1 250

43. Agora, registre no caderno o resultado das divisões deslocando a vírgula do número decimal a quantidade de casas decimais necessárias.

a) 0,71 : 10 0,071

b) 123,5 : 100 1,235

c) 476,4 : 10 47,64

d) 876,5 : 1 000 0,8765

44. Copie cada item a seguir no caderno e substitua cada ▨ pelo número que torna as igualdades verdadeiras.

a) 10^2 · ▨ = 1 428,61 14,2861

b) 10^3 · ▨ = 4,15 0,00415

c) 10^5 · ▨ = 9 741 500 97,415

d) ▨ : 10^2 = 0,184152 18,4152

e) ▨ · 3,43 = 343 100 ou 10^2.

f) 117,8 : ▨ = 11,78 10

g) 12 750 : ▨ = 0,1275 100 000

Proposta para o estudante

Complete a sequência de divisões verificando o padrão que pode ser usado.

I. Vamos dividir por 10.

a) 13 000 : 10
b) 1 300 : 10
c) 130 : 10
d) 13 : 10

II. Vamos dividir por 100.

a) 13 000 : 100
b) 1 300 : 100
c) 130 : 100
d) 13 : 100

Resolução:

I. a) 13 000 : 10 = 1 300
b) 1 300 : 10 = 130
c) 130 : 10 = 13
d) 13 : 10 = 1,3

II. a) 13 000 : 100 = 130
b) 1 300 : 100 = 13
c) 130 : 100 = 1,3
d) 13 : 100 = 0,13

Cálculo mental

Já sabemos que:

$100\% = \frac{100}{100} = 1$ → 100% é o todo

$10\% = \frac{10}{100} = \frac{1}{10}$ → 10% é um décimo do todo

$1\% = \frac{1}{100}$ → 1% é um centésimo do todo

- Quanto é 10% de 125,5?

$$\frac{1}{10} \cdot 125{,}5 = \frac{125{,}5}{10} = 12{,}55$$

Para calcular 10% desse valor, basta deslocar a vírgula 1 casa à esquerda.

- Quanto é 1% de 380,5?

$$\frac{1}{100} \cdot 380{,}5 = \frac{380{,}5}{100} = 3{,}805$$

Para calcular 1% desse valor, basta deslocar a vírgula 2 casas à esquerda.

47. Exemplo de resposta: Um grande magazine lançou uma promoção de 20% de desconto para todos os itens. Além disso, um consumidor conseguiu um cupom que lhe garantiria comprar 5 camisas e pagar apenas o valor de 4 delas. Considerando o desconto e o cupom, de quanto será o desconto no valor de 1 camisa apenas? Resposta: Supondo que cada camisa custaria inicialmente 100 reais, o consumidor gastaria $\frac{80}{100} \cdot 4 \cdot 100$ reais = 320 reais e levaria 5 camisas; portanto, dividindo o custo igualmente, cada uma custaria 64 reais, o que corresponde a um desconto de 36%.

Faça as atividades no caderno.

45. Responda calculando mentalmente.

a) Quanto é 10% de 87,6? 8,76

b) Quanto é 10% de 350? 35

c) Quanto é 10% de R$ 2.430,80? R$ 243,08

d) Quanto é 1% de 134,2? 1,342

e) Quanto é 1% de 5 000? 50

f) Quanto é 1% de R$ 1.350.480,00? R$ 13.504,80

g) Quanto é 1% de 9? 0,09

h) Quanto é 1% de R$ 15.830,00? R$158,30

48. Menor; exemplo de resposta: O preço de um automóvel que custava inicialmente R$ 100.000,00 sofreu 2 reajustes consecutivos: um desconto de 10% e um aumento de 10% em relação ao valor após o desconto. O valor final do automóvel é maior ou menor do que o inicial? Qual é o valor do automóvel após as 2 alterações de preço? Resposta: Menor; R$ 99.000,00.

46. Resolva calculando mentalmente.

Renato tinha um salário de R$ 1.900,00 no ano passado. Este ano recebeu um aumento de 10%.

Desde o ano passado, a empresa em que ele trabalha fornece um plano de saúde opcional, mediante um desconto de 1% do salário. Renato optou por aceitar o plano.

a) No ano passado, quanto era descontado do salário para pagar o plano de saúde? R$ 19,00

b) De quantos reais foi o aumento do salário neste ano? R$ 190,00

c) Qual é o salário deste ano? R$ 2.090,00

d) Quanto é descontado neste ano para o plano de saúde? R$ 20,90

47. Elabore um problema que envolva porcentagem de uma quantidade ou quantia para um colega resolver mentalmente.

48. Se um produto sofrer consecutivamente um desconto de 10% e um aumento de 10%, o valor final será menor, maior ou igual ao inicial? Depois de responder, elabore um problema com essa ideia.

Orientações didáticas

Cálculo mental

Neste tópico retomamos a análise de situações que envolvem o cálculo de porcentagens com estratégias de cálculo mental, utilizando, agora, os padrões estudados no tópico anterior para as divisões por 10 e por 100 envolvendo números decimais.

Se possível, forneça mais exemplos aos estudantes, peça a eles que analisem esses exemplos e questione-os se identificam alguma regra. Incentive-os a usar as próprias palavras para enunciar essa regra, favorecendo assim o desenvolvimento do pensamento computacional.

Apresente mais exemplos aos estudantes e oriente-os a analisar esses exemplos e a elaborar uma regra relacionada à regra anterior criada por eles para a multiplicação por 10, por 100 ou por 1 000.

Atividades

Nas atividades de **45** a **48**, os estudantes devem aplicar os conhecimentos construídos sobre estratégias de cálculo mental em situações envolvendo cálculos com porcentagem. As atividades **45** e **46** podem ser realizadas individualmente para a verificação do aprendizado de cada estudante. Caso ainda haja dificuldade, promova outras atividades em pequenos grupos para dirimir as dúvidas. As atividades **47** e **48** podem ser feitas em duplas de modo que o problema criado seja trocado entre as duplas. Ao final, promova uma roda de conversa para a apresentação e o debate dos enunciados e procedimentos de resolução.

Proposta para o professor

Sugerimos o vídeo “Números decimais e porcentagem”, disponível em: https://www.youtube.com/watch?v=T0EwZTeK8Gg (acesso em: 15 mar. 2022), que pode servir como uma revisão de conceitos estudados sobre porcentagem e números decimais e que traz exemplos de situações que podem ser analisadas pelos estudantes se julgar adequado e necessário.

Orientações didáticas

Comparando números decimais

Na BNCC

Este tópico favorece o desenvolvimento das habilidades: **EF06MA01** ao propor a leitura e escrita de números decimais; **EF06MA08** quando reconhece que os números racionais positivos podem ser expressos nas formas fracionária e decimal, estabelecendo relações entre essas representações; e **EF06MA13** ao propor a resolução e a elaboração de problemas envolvendo porcentagens.

Neste tópico, tratamos da comparação de números decimais.

Participe

Iniciamos com um boxe *Participe*, em que se explora o material dourado para a análise das questões. Na atividade **I** desse boxe, analisamos a comparação de representações decimais equivalentes de um mesmo número racional, o que leva à conclusão de que tais números são iguais, como é o caso de $0,6 = 0,60$, já que os números 0,6 e 0,60 representam a mesma quantidade (ou a mesma parte do inteiro). Assim, espera-se que os estudantes compreendam, por exemplo, que:

- $0,6 = 0,60 = 0,600 = 0,6000 = \ldots$
- $1,25 = 1,250 = 1,2500 = \ldots$

Mas que percebam também que, por exemplo:

- $0,6 \neq 0,06$
- $1,02 \neq 1,002$

Então, questione: "Quem é maior: 0,6 ou 0,06?"; "E quem é menor: 1,02 ou 1,002?". Incentive os estudantes a apresentarem hipóteses e argumentos que as justifiquem. Analise com a turma que argumentos são válidos ou não. Em seguida, debata a atividade **II** do boxe.

No item **b** de ambas as atividades, permita aos estudantes que façam a comparação contando a quantidade total de cubinhos.

Comparando números decimais

Participe

Faça as atividades no caderno.

I. Voltando ao material dourado, note as peças a seguir.

A B

Ilustrações: Banco de imagens/Arquivo da editora

a) Se tomarmos o cubo maior como unidade, qual número decimal está representado pelas peças da figura **A**? E pelas peças da figura **B**? 0,6; 0,60.

b) Qual desses números decimais é o menor? Ambos representam a mesma quantidade.

II. Agora considere estas peças:

C

D

a) Ainda usando o cubo maior como unidade, quais números decimais estão representados pelas peças das figuras **C** e **D**? 2,322 e 2,135.

b) Qual é o maior? Por quê? 2,322; exemplo de explicação: os inteiros são iguais, mas 322 milésimos é maior do que 135 milésimos.

As notas da prova

Os amigos Antônia e Osvaldo fizeram uma prova de Matemática e tiraram as notas 7,5 e 7,25, respectivamente.

Quem tirou a maior nota? Por quê? Responda após ler a explicação a seguir da comparação de outros números decimais.

Vamos comparar os números 0,197 e 0,0985.

Para comparar números decimais, comparamos os algarismos em cada ordem, da maior para a menor.

Nos números 0,197 e 0,0985, como ambos têm o algarismo 0 na ordem das unidades, seguimos para a próxima ordem, a dos décimos.

Twinsterphoto/Shutterstock

Crianças realizando atividades em sala de aula.

Perceba que 0,197 tem o algarismo 1 na ordem dos décimos, ao passo que 0,0985 tem o algarismo 0 na ordem dos décimos. Portanto, 0,197 é maior do que 0,0985.

Procedendo da mesma maneira, podemos responder às questões sobre as notas obtidas por Antônia e Osvaldo no problema "As notas da prova". Antônia; exemplo de explicação: Pois os números têm o mesmo algarismo na ordem das unidades, e, na ordem dos décimos, 5 > 2, logo 7,5 > 7,25.

Atividades

Faça as atividades no caderno.

49. Indique no caderno qual número decimal é maior:

a) 197 ou 1,97; 197 **b)** 0,98 ou 11,1; 11,1 **c)** 0,21 ou 0,12. 0,21

50. Qual dos sinais > ou < deve ser colocado no lugar de ▨?

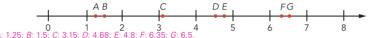
a) 0,036 ▨ 0,17 < **b)** 9,999 ▨ 9,997 > **c)** 7,878 ▨ 7,87 >

51. Considere os seguintes números decimais listados.

1,5	4,68	6,35	1,25	6,12	4,35	1,8	3,5	3,15	4,8	5,6	6,5

a) No caderno, associe cada um dos pontos *A*, *B*, *C*, *D*, *E*, *F* e *G* ao número decimal que ele representa na reta numérica a seguir, sabendo que os números estão na lista dada. Explique como você fez essa associação.

Banco de imagens/Arquivo da editora

A: 1,25; *B*: 1,5; *C*: 3,15; *D*: 4,68; *E*: 4,8; *F*: 6,35; *G*: 6,5.

b) Quais desses números são maiores do que 4,7? 4,8; 6,35 e 6,5.

52. No capítulo **13**, fizemos a comparação de frações por meio das representações numéricas ou figurais. Também podemos fazer comparações localizando as frações em uma reta numérica.

Desenhe no caderno o trecho da reta numérica que vai do número 6 ao 7, divida esse trecho (a unidade) em 10 partes iguais e localize nela os números a seguir. Depois, escreva esses números em ordem crescente.

$$6\frac{1}{5} \quad \frac{13}{2} \quad 6\frac{4}{5} \quad \frac{32}{5} \quad 6,6$$

A resposta encontra-se na seção *Resoluções* deste Manual.

53. Nesta semana, Jorge arrecadou R$ 1.050,00 com a venda de ovos. Desse total, ele guardou 35% na poupança, gastou 32% na manutenção do sítio em que vive e com 8% pagou despesas na farmácia. Ele deu 6% do total de presente de aniversário para a filha Manuela, e 4% foram usados em pequenas despesas.

a) Quanto Jorge gastou em cada um dos itens citados? Poupança: R$ 367,50; manutenção: R$ 336,00; farmácia: R$ 84,00; presente: R$ 63,00; pequenas despesas: R$ 42,00.

b) Sem considerar o que ele guardou na poupança, em qual dos itens ele gastou a maior quantia? E a menor? A maior quantia foi gasta na manutenção do sítio; e a menor, em pequenas despesas.

c) Quanto por cento do total arrecadado restou para Jorge? 15%

54. Na atividade anterior, você ficou sabendo que Manuela ganhou certa quantia do pai como presente de aniversário. Desse dinheiro, ela separou 24% para comprar uma lapiseira, 6% para comprar uma bijuteria e 30% para tomar lanche na escola.

a) Quanto Manuela gastou em cada compra? Lapiseira: R$ 15,12; bijuteria: R$ 3,78; lanche: R$ 18,90.

b) Quanto por cento sobrou do dinheiro que Manuela ganhou do pai? Quantos reais são? 40%; R$ 25,20.

c) A quantia que sobrou é maior ou menor do que cada gasto que Manuela fez? Maior.

Orientações didáticas

Comparando números decimais

Organize a turma em duplas e proponha que analisem a situação proposta em "As notas da prova", notando os passos apresentados para proceder à comparação. Ande pela sala durante essa tarefa e intervenha quando julgar necessário, caso haja dúvida. Em seguida, apresente outros pares de números decimais na lousa para que os estudantes, um de cada vez, identifiquem o maior e expliquem o motivo. Por exemplo:

- "Entre 2,12 e 3,5, qual é o maior?".
  O estudante pode identificar o 3,5 como o maior, explicando que isso se dá pelo fato de esse número ter mais inteiros que o outro.
- "Entre 12,9 e 12,94, qual é o maior?".
  Espera-se que o estudante identifique 12,94. Uma explicação pode ser a comparação de 12,90 (já que 12,9 = 12,90) com 12,94, notando que, nesse caso, 94 centésimos > 90 centésimos (já que as partes inteiras são iguais).

Atividades

Nessas atividades, o estudante vai mobilizar os conhecimentos que construiu sobre a comparação de 2 ou mais números decimais e aplicá-los na resolução de problemas. Sugerimos que sejam realizadas individualmente e que a correção seja feita ao término de cada atividade para que o debate propicie a ampliação de estratégias que podem auxiliar na resolução das próximas atividades.

No item **a** da atividade **51**, os estudantes têm a oportunidade de desenvolver a habilidade de argumentação matemática. Permita a eles que respondam utilizando as próprias palavras e peça que compartilhem suas respostas com os colegas da turma.

Proposta para o professor

Para o enriquecimento de seu trabalho docente, sugerimos a leitura do texto "Números decimais", disponível em: http://www2.mat.ufrgs.br/matematicao/assessorias/2011/mat5_112/Aula%208%20-%20Anexo%202.pdf (acesso em: 15 mar. 2022), que trata de representações decimais equivalentes e comparação de números decimais.

Orientações didáticas

Adição e subtração com números decimais

Na BNCC

Este tópico favorece o desenvolvimento das habilidades: **EF06MA01** ao solicitar a comparação e ordenação de números decimais; **EF06MA11** quando são apresentadas situações de elaboração e resolução de problemas com números decimais, envolvendo adição e subtração; e **EF06MA13** ao propor a resolução e a elaboração de problemas envolvendo porcentagens. O boxe *Participe* mobiliza com maior ênfase a **CG05**, a **CG10**, a **CEMAT05** e a **CEMAT07** ao utilizar a calculadora e aprimorar o desenvolvimento do pensamento computacional, além do TCT *Educação para o Consumo*.

Neste tópico, tratamos da adição e da subtração com decimais.

Participe

Analise com os estudantes o procedimento apresentado para a adição. Apresente algumas adições na lousa para que os estudantes expliquem cada passo do algoritmo a ser utilizado. Depois, solicite que, em duplas, escrevam um procedimento similar para efetuar subtrações com decimais. Em seguida, debata o exemplo apresentado. Questione os estudantes:

- "O que é uma fração centesimal?";
- "Por que devemos usar esse tipo de fração?";
- "Como expressamos uma fração centesimal na forma decimal?".

Solicite que os estudantes se reúnam em duplas para resolver as questões propostas nesse boxe. Na correção, peça que estudantes de duplas diferentes apresentem alguma resolução na lousa. Debata com a turma cada uma delas. Por exemplo, no item **e**, pergunte: "Por que o arredondamento dos preços deve ser para 140 reais, 11 reais e 3 reais?"; "O que ocorreria se arredondássemos para 139 reais, 10 reais e 2 reais?".

Aproveite o contexto e converse com os estudantes sobre o consumo sustentável e responsável e quais mudanças de atitudes podem ser feitas para beneficiar nosso planeta e nossa vida financeira. Por exemplo, ao evitar compras por impulso, diminuímos o lixo de descartes de coisas que sequer usamos e empregamos nosso dinheiro no que realmente precisamos e vamos utilizar. Isso desenvolve o TCT *Educação para o Consumo*.

CAPÍTULO 16

Operações com números decimais

NA BNCC
EF06MA01
EF06MA08
EF06MA11
EF06MA13

Adição e subtração com números decimais

Participe

Faça as atividades no caderno.

Manuel foi ao mercado e comprou uma travessa de inox que custou R$ 139,90, uma lata de leite em pó que custou R$ 10,80 e cebolas por R$ 2,80.

Digital Vision/Getty Images

Homem escolhendo vegetais em um mercado.

a) Qual operação você deve efetuar para calcular quanto Manuel gastou no mercado? Para estimar o resultado dessa operação, arredonde os preços para números naturais próximos deles, sem casas decimais, faça o cálculo e responda: Quanto Manuel gastou, aproximadamente, no mercado? Adição: 139,90 + 10,80 + 2,80; exemplo de resposta: R$ 154,00.

b) Para adicionar números decimais, podemos transformá-los em frações decimais e, em seguida, fazer os cálculos com as frações. No caderno, faça os cálculos utilizando esse processo.
Qual é o resultado na forma de fração? Qual é o número decimal correspondente? $\frac{15\,350}{100}$; 153,50.

c) Para efetuar adições com números decimais, também podemos utilizar o algoritmo usual. No caderno, copie e complete o cálculo como se fosse uma adição de números naturais. Mantenha as vírgulas alinhadas, conforme o algoritmo. Não se esqueça de colocar a vírgula no resultado; ela deve ficar alinhada com as outras.

$$\begin{array}{r} 139{,}90 \\ 10{,}80 \\ +\ \ 2{,}80 \\ \hline 153{,}50 \end{array}$$

d) O resultado decimal obtido por você no item **b** foi o mesmo que o obtido no item **c**? Quanto Manuel gastou no mercado? Resposta esperada: Sim; R$ 153,50.

e) Comparando esse valor com o cálculo aproximado que você fez no item **a**, analise e responda: sua aproximação foi razoável? Resposta pessoal.

f) Refaça a adição dos números decimais com o auxílio de uma calculadora e confira se o resultado está correto.

1 3 9 . 9 + 1 0 . 8 + 2 . 8 =

Banco de imagens/Arquivo da editora

g) Na calculadora, não é necessário digitar o último algarismo 0 das casas decimais. Por quê?
Porque podemos acrescentar ou eliminar algarismos 0 à direita da parte decimal sem alterar o valor.

Para efetuar adições com números decimais, como exemplificado no *Participe*, é possível proceder com o seguinte passo a passo.

1º) Igualar a quantidade de casas decimais das parcelas, acrescentando algarismos 0 na parte decimal, se necessário.

2º) Montar o algoritmo usual com os números decimais, alinhando vírgula debaixo de vírgula.

3º) Proceder como na adição de números naturais e colocar no resultado a vírgula alinhada com as outras.

Para subtrair números decimais, procedemos como na adição.

Considere, por exemplo, como efetuar 29,86 − 17,498 no algoritmo apresentado.

Igualamos a quantidade de casas decimais, colocamos vírgula debaixo de vírgula e procedemos como na subtração de números naturais. Ao final, colocamos a vírgula no resultado, alinhada com as outras, conforme o algoritmo.

$$\begin{array}{r} 29{,}860 \\ -\ \ 17{,}498 \\ \hline 12{,}362 \end{array}$$

No item **a**, não é necessário que os estudantes arredondem os decimais usando as regras de arredondamento; por exemplo, não é necessário que arredondem 10,80 para 11. Eles podem escolher números naturais próximos, de modo a fazer um cálculo aproximado semelhante ao que fazemos no dia a dia, obtendo uma estimativa razoável do gasto. Relembre os estudantes que, geralmente, calculadoras comuns usam o ponto para representar a vírgula, e mostre que, em aplicativos de calculadora, costuma-se usar a vírgula.

O passo a passo para a realização de adições utilizando o algoritmo usual contribui para o desenvolvimento do pensamento computacional.

Atividades

Faça as atividades no caderno.

1. No caderno, efetue estas adições.

a) 4,1 + 5,78 9,88

b) 9,78 + 97,8 107,58

2. Cícero foi à papelaria e comprou materiais para a sala de informática da escola. Gastou R$ 5,62 em canetas, R$ 437,98 na impressora e R$ 99,90 no *tablet*. Para saber o valor total da compra que Cícero fez, é preciso calcular o resultado da seguinte adição: 5,62 + 437,98 + 99,90.

a) Estime quanto é, aproximadamente, esse resultado. Exemplo de estimativa: 544.

b) Calcule o resultado exato da adição proposta. 543,50

c) A estimativa que você fez no item **a** é próxima do resultado obtido no item **b**? Resposta esperada: Sim.

3. No caderno, efetue estas subtrações.

a) 5,789 − 1,23 4,559

b) 6,01 − 5,981 0,029

c) 7,56 − 1,42 6,14

d) 7,02 − 6,954 0,066

4. Para descobrir quem está conversando com quem, efetue as operações indicadas e, no caderno, associe-as com os resultados corretos. Você pode usar uma calculadora.
Ricardo e Priscila; Camila e Gustavo; Luís e Alexandre; Maurício e Bela.

Priscila: **492,7382**

Camila: **78,04 + 7 804 + 780,4**

Ricardo: **0,4172 + 5,941 + 486,38**

Alexandre: **1 488,94**

Ilustrações: Topconcept/Shutterstock

Bela: **8,994**

Luís: **6 471,25 − 4 982,31**

Gustavo: **8 662,44**

Maurício: **5,91 + 3,084**

5. Ana Lúcia levou 1 cédula de R$ 100,00 para fazer compras no açougue para sua mãe. Ela pagou R$ 48,60 por 1 kg de carne, R$ 25,15 por 1 kg de linguiça e recebeu R$ 26,25 de troco.

a) Arredonde os preços para conferir se o troco recebido por Ana está correto. Resposta esperada: Sim.

b) Determine uma maneira de conferir o troco.

c) Confirme se o valor do troco está correto com o auxílio de uma calculadora. Resposta esperada: Sim.

6. Em 2020, de acordo com a estimativa do IBGE, apenas 7 cidades brasileiras tinham mais de 2 milhões de habitantes:

- Belo Horizonte: 2,52 milhões de habitantes;
- Brasília: 3,05 milhões de habitantes;
- Fortaleza: 2,69 milhões de habitantes;
- Manaus: 2,22 milhões de habitantes;
- Rio de Janeiro: 6,75 milhões de habitantes;
- Salvador: 2,89 milhões de habitantes;
- São Paulo: 12,32 milhões de habitantes.

5. b) Exemplos de resposta: Efetuar a adição 48,60 + 25,15 + 26,25 e verificar se o resultado é 100,00, ou efetuar a subtração 100 − 48,6 − 25,15 e verificar se o resultado é 26,25.

Proposta para o estudante

Promova um desafio de adições e subtrações com números decimais feitas com cálculo mental por um representante de cada equipe, ou entre duplas de estudantes. As operações devem ser fornecidas oralmente pelo professor. O resultado deve ser dado também oralmente. Por exemplo:

- cinco décimos mais cinco décimos;
- setenta e cinco centésimos mais vinte e cinco centésimos;
- um menos cinco décimos;
- dois menos cinco décimos;
- dois menos cinquenta centésimos.

Respostas esperadas:

- um inteiro (0,5 + 0,5 = 1,0 = 1);
- um inteiro (0,75 + 0,25 = 1,00 = 1);
- cinco décimos (1 − 0,5 = 0,5);
- um inteiro e cinco décimos ou um e meio (2 − 0,5 = = 1,5);
- um inteiro e cinquenta centésimos ou um e meio (2 − 0,50 = 1,50 = 1,5).

Orientações didáticas

Atividades

Nas atividades de **1** a **10**, as operações de adição e subtração envolvendo números decimais são apresentadas em contextos diversos. Sugerimos que as atividades de **1** a **4** sejam feitas individualmente para a verificação do conhecimento construído pelo estudante. Caminhe pela sala e acompanhe os estudantes nessa tarefa, registrando dúvidas e avanços para serem debatidos na correção coletiva, antes de serem propostas as demais atividades. O bloco das atividades de **5** a **10** pode ser resolvido em duplas, o que pode enriquecer e dar mais significado à aprendizagem dos estudantes. Faça a correção a cada atividade realizada para que dúvidas sanadas possam contribuir para o desenvolvimento das próximas atividades.

Na atividade **2**, espera-se que os estudantes estimem valores próximos de 545.

Na atividade **5**, espera-se que os estudantes estimem valores próximos de R$ 25,00 e opinem o que está correto.

Ao explorar a atividade **6**, aproveite e verifique o entendimento que os estudantes têm dos números apresentados para o total de habitantes de cada cidade. Espera-se que eles percebam que são notações simplificadas de números naturais muito grandes. Por exemplo, o número 2,69 milhões corresponde a 2 milhões e 690 mil, ou seja, é o número natural 2 690 000. Como todos os números são expressos em milhões de habitantes, espera-se que os estudantes façam os cálculos apenas com a parte numérica dada na escrita decimal (2,52; 3,05; 2,69; etc.), dando o resultado também em milhões de habitantes. Aproveite o enunciado dessa questão para conversar com os estudantes sobre a diversidade demográfica do Brasil. Promova a argumentação solicitando que emitam opiniões pessoais sobre o motivo de essas cidades terem mais de 2 milhões de habitantes. Pode-se perguntar, por exemplo: “Essas capitais correspondem a menos da metade ou mais da metade das capitais brasileiras?”; “Que conclusão podemos construir a partir dessa resposta?”; “Por qual motivo essas cidades possuem mais habitantes do que a maioria?”. A partir da expressão oral dos estudantes, pode-se ampliar a conversa, acrescentando informações de fontes científicas. Para o item **d**, os estudantes podem pensar em 12 : 4 = 3, pois 25% corresponde à metade da metade do todo.

Orientações didáticas

Atividades

Na atividade **7**, item **b**, espera-se que o estudante perceba que, ao facilitar o troco, Mateus deu a quantia de R$ 20,40 para pagar a compra, que, ao todo, foi de R$ 12,40 (3,64 + 8,76 = = 12,40). Portanto, Mateus recebeu de troco R$ 8,00 (20,40 − 12,40 = = 8,00).

No exemplo de problema da atividade **10**, espera-se que os estudantes identifiquem Fortaleza e Salvador como as 2 cidades citadas da região Nordeste. Assim, eles devem aproximar a escrita decimal 2,69 para 2,7 (com 1 casa decimal) e 2,89 para 2,9. Na resposta do problema criado, eles devem expressar o valor em milhões de habitantes. Elaborar e resolver problemas contribuem para o desenvolvimento do pensamento computacional.

a) Quais eram as 5 cidades mais populosas do país em 2020? São Paulo, Rio de Janeiro, Brasília, Salvador e Fortaleza.

b) Quantos habitantes havia apenas nas 5 cidades mais populosas? 27,70 milhões de habitantes.

c) "Excluindo a cidade do Rio de Janeiro, a cidade de São Paulo tinha mais habitantes do que as outras 5 cidades citadas juntas." Essa afirmação é verdadeira ou falsa? Falsa.

d) Qual cidade tinha aproximadamente 25% da população da cidade de São Paulo? Brasília.

7. Mateus foi à padaria e gastou R$ 3,64 na compra de pãezinhos e R$ 8,76 na compra de muçarela fatiada. Para pagar essa compra, ele deu ao caixa 1 nota de R$ 20,00.

a) Quantos reais Mateus deve receber de troco? R$ 7,60

b) Para facilitar o troco, Mateus deu ao caixa mais 40 centavos em moedas. Quanto ele recebeu de troco? R$ 8,00

8. Descubra os personagens desta história efetuando as operações dos cartões e comparando os resultados com o quadro a seguir. Você pode fazer as associações utilizando estimativas. Se ficar em dúvida, efetue as operações e confira os resultados usando uma calculadora.

Depois, reescreva esse pequeno texto no caderno e continue a história.

Exemplo de resposta: Alexandre encontrou Maurício e juntos foram à casa de Gabriela. Lá, eles encontraram Ricardo e Priscila e a turma toda foi ao cinema.

[5,08 + 71,77 + 13,496] encontrou [11,008 + 13,2476 + 2] e juntos foram à casa de [10 − 8,4175].

Lá, eles encontraram [497,215 − 389,789] e [117,4 − 98,8715] e a turma toda foi ao cinema.

Nome	Número
Alexandre	90,346
Gabriela	1,5825
Luciana	19,5286
Priscila	18,5285
Maurício	26,2556
Ricardo	107,426

9. No quadro a seguir são dados os preços de alguns produtos em um mercado. Por falta de moeda de 1 centavo, o caixa fazia troco apenas com moedas de 5, 10, 25 e 50 centavos ou de 1 real, mesmo se precisasse dar alguns centavos a mais. De acordo com essas informações, elabore um problema a ser resolvido com o uso de calculadora.

Exemplo de resposta: Claudete levou R$ 50,00 para fazer uma compra em um mercado. Ela comprou 1 dúzia de ovos por R$ 8,45, 1 quilograma de moela de frango por R$ 11,03 e 1 litro de leite por R$ 6,79. Ao pagar, recebeu um troco maior do que o devido, pois o caixa não tinha moedas de 1 centavo. No mínimo com que quantia ela voltou para casa? Resposta: R$ 23,75.

Produto	Preço (em R$)
Ovos (1 dúzia)	8,45
Moela de frango (1 quilo)	11,03
Leite (1 litro)	6,79

10. Elabore um problema que possa ser resolvido mentalmente aproximando para 1 casa decimal os números apresentados na atividade 6. Exemplo de resposta: Quantos habitantes havia nas 2 cidades mais populosas da região Nordeste do Brasil, em 2020? Resposta: 5,6 milhões de habitantes.

Proposta para o professor

Para enriquecer seu trabalho docente, sugerimos o plano de aula "Adição e subtração de decimais", disponível em: https://planosdeaula.novaescola.org.br/fundamental/6ano/matematica/adicao-e-subtracao-de-decimais/1360. Acesso em: 10 mar. 2022.

Na olimpíada

Faça as atividades no caderno.

O problema do troco

(Obmep) Artur deu duas notas de cem reais para pagar uma conta de R$ 126,80. Qual é o valor do troco que ele deve receber? Alternativa **e**.

a) R$ 71,20
b) R$ 71,80
c) R$ 72,20
d) R$ 73,80
e) R$ 73,20

Reprodução/Obmep, 2015.

Multiplicação com números decimais

Fazendo compras

Valter foi ao açougue comprar 5,4 kg de um corte de carne bovina que custa R$ 57,25 o quilo. Quanto ele vai gastar nessa compra?

Para ter ideia de quanto gastaria, ele imaginou que, se fossem 5 kg a 60 reais o quilo, ele pagaria: 5×60 reais = 300 reais. Então, o valor da compra deve ser próximo desse, certo?

javi_indy/Shutterstock

As imagens não estão representadas em proporção.

Açougueira fatiando uma peça de carne bovina.

Para calcular o valor exato da compra, precisamos multiplicar $5,4 \cdot 57,25$. Dispondo de uma calculadora, podemos calcular o valor exato digitando:

Banco de imagens/Arquivo da editora

O resultado aparecerá no visor.

Não tendo uma calculadora, essa operação pode ser feita, por exemplo, como nas maneiras a seguir.

- $5,4 = \frac{54}{10}$ e $57,25 = \frac{5\,725}{100}$

  Então, como já sabemos multiplicar frações, calculamos:

$$5,4 \cdot 57,25 = \frac{54}{10} \cdot \frac{5\,725}{100} = \frac{309\,150}{1000} = 309,15$$

- Sabendo que $57,25 \cdot 100 = 5\,725$ e $5,4 \cdot 10 = 54$, calculamos usando o algoritmo usual da multiplicação:

$$\begin{array}{r} 5725 \\ \times \quad 54 \\ \hline 22900 \\ +\ 28625 \\ \hline 309150 \end{array}$$

Orientações didáticas

Na olimpíada

Na questão da Obmep "O problema do troco", espera-se que os estudantes desenvolvam estratégias próprias para a resolução. Eles podem usar apenas adição e subtração ou verificar que 2 notas de 100 reais são 200 reais, ou seja, $2 \cdot 100$ reais. Amplie e pergunte: "Quanto Artur poderia dar para facilitar o troco?".

Multiplicação com números decimais

Na BNCC

Este tópico favorece o desenvolvimento da habilidade **EF06MA11** quando são apresentadas situações de elaboração e resolução de problemas com números decimais envolvendo multiplicação.

Neste tópico, vamos explorar a operação de multiplicação envolvendo números decimais. Apresente a situação descrita em "Fazendo compras" e analise com os estudantes as estratégias de cálculo utilizadas. Na lousa, proponha outras multiplicações entre 2 números decimais e debata com os estudantes cada passo descrito do algoritmo, de modo que eles compreendam como devem colocar a vírgula no produto e se apropriem do procedimento.

Forneça mais algumas multiplicações com números decimais para que a turma efetue e, em seguida, confira se os estudantes conseguem descrever alguma regra com as próprias palavras antes de apresentar o passo a passo dado no Livro do Estudante, favorecendo assim o desenvolvimento do pensamento computacional.

Orientações didáticas

Potenciação com número decimal na base

Na BNCC

Este tópico favorece o desenvolvimento das habilidades: **EF06MA11** quando são apresentadas situações de elaboração e resolução de problemas com números decimais, envolvendo potenciação; e **EF06MA13** ao propor a resolução e a elaboração de problemas envolvendo porcentagens. A atividade **22** favorece o desenvolvimento do TCT *Educação Financeira* e mobiliza com maior ênfase a **CG05**, a **CG06,** a **CG07**, a **CG10**, a **CEMAT04**, a **CEMAT05** e a **CEMAT07**.

Neste tópico, apresentamos a extensão da potenciação com bases no campo dos números racionais não negativos expressos na forma decimal. Antes de tratar dos exemplos do livro, pergunte aos estudantes:

- "Como calculamos as potências 12^2, 8^3 e 11^4?";
- "Usando o mesmo modo de cálculo, como você obteria o resultado de $\left(\frac{3}{5}\right)^2$ e de $(1,5)^2$? Converse com um colega sobre isso.".

Depois dessa sondagem, proponha os exemplos do livro. Analise os passos da regra prática indicando outras potências com base decimal na lousa para que a turma efetue e, em seguida, confira se os estudantes conseguem descrever alguma regra com as próprias palavras antes de apresentar o passo a passo dado no Livro do Estudante, favorecendo assim o desenvolvimento do pensamento computacional.

Alberto De Stefano/Arquivo da editora

Note que esse valor foi obtido multiplicando os fatores dados por 100 e por 10, respectivamente.

Como $100 \cdot 10 = 1000$, esse resultado está multiplicado por 1000. Desse modo, agora precisamos dividir 309 150 por 1000.

$$309\,150 : 1000 = 309{,}15$$

Então: $5{,}4 \cdot 57{,}25 = 309{,}15$.

Logo, Valter vai gastar R$ 309,15.

Ambas as maneiras de efetuar a operação estão corretas.

De maneira prática, para efetuar multiplicações com números decimais é possível proceder com o seguinte passo a passo.

1º) Multiplicamos os números decimais como se fossem números naturais.

2º) Calculamos a soma da quantidade de casas decimais de todos os fatores. Essa soma corresponde à quantidade de casas decimais do produto calculado.

Valter havia estimado um gasto de 300 reais na compra de 5 kg de carne. Como vai comprar um pouco mais, também vai gastar um pouco mais. Fazer uma estimativa do resultado de uma operação matemática, por arredondamentos, é um bom meio de ter ideia da resposta, que deve ser sempre razoavelmente próxima da estimativa feita.

Potenciação com número decimal na base

Acompanhe os exemplos a seguir.

Exemplo 1

Vamos calcular o valor da potência $(0{,}5)^2$. Temos:

$$(0{,}5)^2 = 0{,}5 \cdot 0{,}5 = 0{,}25$$

Exemplo 2

Vamos calcular o valor da potência $(0{,}12)^3$. Temos:

$$(0{,}12)^3 = 0{,}12 \cdot 0{,}12 \cdot 0{,}12 = 0{,}0144 \cdot 0{,}12 = 0{,}001728$$

Note outra maneira de calcular esse valor, recorrendo a frações decimais:

$$(0{,}12)^3 = \left(\frac{12}{100}\right)^3 = \frac{12}{100} \cdot \frac{12}{100} \cdot \frac{12}{100} = \underbrace{\frac{12 \cdot 12 \cdot 12}{100 \cdot 100 \cdot 100}}_{\frac{12^3}{100^3}} = \frac{1728}{1000000} = 0{,}001728$$

Além dessas maneiras de calcular o valor de uma potência com número decimal na base, é possível proceder com o seguinte passo a passo.

1º) Desconsideramos a vírgula do número decimal e elevamos o número ao expoente como se fosse uma potência de base natural.

2º) Multiplicamos a quantidade de casas decimais da base pelo expoente. Esse resultado corresponde à quantidade de casas decimais do valor da potência calculado.

Ilustra Cartoon/Arquivo da editora

Faça as atividades no caderno.

11. A fim de repor o estoque de farinha de trigo na fábrica de massas, Antônia comprou 110 500 pacotes por R$ 1,50 cada. Para saber o valor total da compra, você precisa efetuar a seguinte multiplicação: $110\,500 \times 1{,}50$.

a) Estime quanto é, aproximadamente, o resultado. Exemplo de estimativa: 165 000.

b) Calcule o resultado exato da multiplicação proposta. 165 750

c) Confirme o resultado usando uma calculadora. Resposta esperada: Resultado confirmado.

d) A estimativa que você fez no item **a** é próxima do resultado obtido no item **b**? Resposta esperada: Sim.

As imagens não estão representadas em proporção

12. Descubra os ingredientes desta receita de bolo efetuando as operações e comparando os resultados obtidos com os do quadro.

Banco de imagens/Arquivo da editora

Receita de bolo

- $3 \cdot 4{,}71$ com casca e sem semente
- 2 xícaras de $4 \cdot 5{,}05$
- $1\frac{3}{4}$ xícara de $5{,}1 \cdot 7{,}4$
- 4 $9 \cdot 3{,}15$ pequenos
- 1 colher de sopa de $2{,}8 \cdot 4{,}15$

Ingrediente	Número
Farinha de trigo	20,2
Um abacaxi	13,14
Farinha de rosca	2,02
Fermento	11,62
Uma laranja	14,13
Sal	377,4
Açúcar	37,74
Ovos	28,35

Ilustrações: Artur Fujita/Arquivo da editora

Uma laranja com casca e sem semente; 2 xícaras de farinha de trigo; $1\frac{3}{4}$ xícara de açúcar; 4 ovos pequenos; 1 colher de sopa de fermento.

13. Uma lanchonete divide uma *pizza* em 8 pedaços iguais e os vende a R$ 8,25 cada um.

a) Quanto custam 3 pedaços? R$ 24,75

b) Quanto custa metade da *pizza*? R$ 33,00

14. Elabore um problema em que seja necessário calcular 20% de 5,75. Lembre-se de que $20\% = \frac{20}{100}$ e, então, $20\% = 0{,}20$. Exemplo de resposta: Em um posto, 1 litro de gasolina custava R$ 5,75 e o preço foi aumentado em 20%. Quantos reais passou a custar o litro de gasolina? Resposta: R$ 6,90.

15. Resolva mentalmente: Comprei 3 camisetas ao preço de R$ 69,99 cada uma. Quanto paguei por elas? R$ 209,97

16. No caderno, associe o valor de cada ficha da linha de cima com o resultado em uma das fichas da linha de baixo.
$(0{,}2)^2 = 0{,}04$; $(1{,}3)^2 = 1{,}69$; $(0{,}4)^3 = 0{,}064$; $(3{,}1)^2 = 9{,}61$; $(0{,}7)^3 = 0{,}343$; $(1{,}1)^2 = 1{,}21$.

$(0{,}2)^2$ | $(1{,}3)^2$ | $(0{,}4)^3$ | $(3{,}1)^2$ | $(0{,}7)^3$ | $(1{,}1)^2$

0,4 | 1,21 | 0,343 | 0,04 | 0,49 | 0,064 | 9,61 | 1,69

17. Considerando os cálculos da atividade anterior, responda às perguntas.

a) Quanto é $(1{,}3)^2 - (0{,}4)^3$? 1,626

b) Quanto é $(1{,}3 + 1{,}1 + 0{,}7)^2$? 9,61

Orientações didáticas

Atividades

Nas atividades de **11** a **21**, o estudante deve mobilizar os conhecimentos construídos sobre multiplicação e potenciação envolvendo números decimais e retomar situações envolvendo porcentagens. Sugerimos que as atividades de **11** a **15** sejam feitas em duplas, havendo a correção a cada atividade resolvida a fim de que o debate das dificuldades geradas em uma atividade possa contribuir para a ampliação de estratégias que podem ser usadas nas próximas.

Na atividade **11**, mostre para a turma que multiplicar por 1,50 é o mesmo que multiplicar o valor inicial por 1,00, multiplicar o valor inicial por 0,50 e adicionar esses 2 produtos. No item **a**, espera-se que os estudantes estimem algum valor próximo de 165 000 (165 000 = 110 000 + + 55 000).

Ao explorar a atividade **14**, proponha aos estudantes que troquem o problema elaborado com um colega, utilizando a estratégia de resolução que lhe for mais conveniente. Se desejarem, permita a utilização da calculadora.

Na atividade **15**, questione aos estudantes: "Qual seria o valor das 3 camisetas juntas, caso custassem 70 reais cada uma?". Em seguida, direcione: "Agora, quanto temos que subtrair dessa quantia para determinar o valor exato das 3 camisetas?". O esperado é que respondam "3 centavos" e concluam que as camisetas, juntas, custam R$ 209,97.

Orientações didáticas

Atividades

As atividades de **18** a **20** podem ser realizadas individualmente para que se possa verificar as dificuldades de cada estudante sobre o assunto. Compartilhe as estratégias utilizadas com a turma e levante os pontos que geraram dúvidas. Amplie o debate dos contextos. Por exemplo, no texto que precede as atividades **18** e **19**, peça à turma que:

- verifique se o crescimento foi realmente de 26,1%;
- calcule o valor, em reais, da comissão de Carlos para uma venda de R$ 5.000,00.

As atividades **18** e **19** podem ainda promover a leitura inferencial; para isso, solicite aos estudantes que se posicionem oralmente sobre cada um dos contextos. Por exemplo: o que pensam sobre desmatamento e qual a principal informação sobre isso no texto lido sobre as relações de trabalho e o pagamento de impostos – mas destaque a importância de se apoiar em dados científicos para emitir opinião. Essas atividades favorecem o desenvolvimento dos TCTs *Educação Ambiental*, *Trabalho* e *Educação Fiscal*.

Os problemas propostos nas atividades **20** e **21** podem ser feitos em duplas de modo que a leitura dos enunciados seja analisada pelos estudantes. Se julgar necessário, faça uma releitura compartilhada do texto antes que as duplas resolvam esses dois problemas e retome o conceito de porcentagem.

Texto para as atividades **18** e **19**.

As taxas percentuais também podem aparecer com casas decimais, como nas afirmações a seguir.

- Segundo a Fundação SOS Mata Atlântica, entre 2018 e 2019, foram desflorestados 14 375 hectares – um crescimento de 26,1% comparado com o período anterior (2017 e 2018), que foi de 11 399 hectares.

Fonte dos dados: Fundação SOS Mata Atlântica; INPE. *Atlas dos remanescentes florestais da Mata Atlântica*: período 2019/2020, relatório técnico. São Paulo: Fundação SOS Mata Atlântica, 2021. Disponível em:https://cms.sosma.org.br/wp-content/uploads/2021/05/SOSMA_Atlas-da-Mata-Atlantica_2019-2020.pdf. Acesso em: 28 mar. 2022.

- Carlos trabalha como vendedor em uma loja de eletrodomésticos e ganha de comissão 2,25% das vendas que faz.
- A arrecadação de impostos caiu 6,9% em 2020 e teve o pior resultado em 10 anos.

18. Transforme cada porcentagem dada em fração decimal. Acompanhe um exemplo:

$$4{,}52\% = \frac{4{,}52}{100} = \frac{452}{10000}$$

Note que o numerador e o denominador da fração devem ser números naturais. Para isso, no exemplo multiplicamos 4,52 e 100 por 100; mas o número multiplicado pode ser diferente em outras situações.

a) 2,25% **b)** 27,2% **c)** 6,9%

a) $\frac{225}{10\,000}$ **b)** $\frac{272}{1\,000}$ **c)** $\frac{69}{1\,000}$

19. Transforme cada porcentagem em número decimal, como no exemplo:

$$3{,}5\% = \frac{3{,}5}{100} = 0{,}035$$

a) 12,8% 0,128 **b)** 123% 1,23 **c)** 0,6% 0,006

20. Eugênia tinha um salário de R$ 2.800,00 e recebeu um aumento de 4,8%.

a) A quantos reais corresponde esse aumento? R$ 134,40

b) Quanto Eugênia passou a ganhar? R$ 2.934,40

21. Certo município tinha 442 880 habitantes no ano de 2010. Devido ao fechamento de algumas fábricas, muitas pessoas se mudaram para outras cidades em busca de trabalho. Em 2021, o número de habitantes era 12,5% menor do que em 2010. Quantos eram os habitantes em 2021? 387 520 habitantes.

22. Marcos e Tereza foram ao mercado, cada um com uma calculadora. A seguir, está a lista de compras de cada um e o preço dos produtos que eles compraram.

Lista de compras de Marcos	
3 latas de ervilha	1 pacote de sal
1 vidro de azeitona	4 pacotes de açúcar
4 latas de atum	1 garrafa de azeite
2 garrafas de óleo	3 pacotes de macarrão
5 latas de leite condensado	5 latas de molho de tomate
2 pacotes de arroz	1 vidro de palmito
3 pacotes de feijão	4 potes de margarina

Lista de compras de Tereza	
2 latas de leite condensado	2 vidros de palmito
3 pacotes de feijão	3 latas de molho de tomate
1 pacote de arroz	2 vidros de azeitona
2 pacotes de macarrão	2 latas de ervilha
1 lata de atum	3 potes de margarina

Faça as atividades no caderno.

22. a) Marcos: gastou R$ 133,15; sobraram R$ 46,85; Tereza: gastou R$ 82,00; sobraram R$ 48,00.

a) Marcos levou R$ 180,00 e Tereza levou R$ 130,00 ao mercado. Quanto cada um gastou? Quanto sobrou?

b) Com o troco, Tereza comprou 3,5 metros de tecido para fazer uma cortina e pagou R$ 12,40 por metro. Quanto Tereza gastou com o tecido? R$ 43,40

c) Marcos aproveitou o troco que recebeu no mercado para comprar em uma loja uma assadeira que estava anunciada por R$ 17,20. O dono da loja lhe deu um desconto de 15%. Quanto Marcos pagou pela assadeira? R$ 14,62

Ilustra Cartoon/Arquivo da editora

23. Uma fábrica de tintas vendia um produto *premium* em latas de 18 litros ao preço de R$ 496,80 cada uma. Quando começou a faltar matéria-prima para a confecção das embalagens, a fábrica decidiu passar a vender esse produto em baldes plásticos de 15 litros. O custo da embalagem de plástico, vazia, é menor do que o da lata, mas o custo do transporte para entregar os baldes nos pontos de venda é maior. Além disso, houve aumento nos preços de alguns insumos para a fabricação da tinta. Assim, após alguns estudos para esse novo sistema de produção, o fabricante estabeleceu o preço de venda do balde de tinta com um acréscimo de 17,5% no valor do litro da tinta. Qual passou a ser o preço de venda do balde dessa tinta? R$ 486,45

Divisão envolvendo números decimais

A contribuição de cada estudante

A professora Tânia vai fazer aniversário e alguns estudantes compraram um bolo para levar à escola nesse dia. O bolo que escolheram custa R$ 30,00, valor que será dividido igualmente entre eles. Com quanto cada estudante vai contribuir se:

a) o grupo tiver 6 estudantes?

b) o grupo tiver 8 estudantes?

- Vamos responder ao item **a**.

Como 30 : 6 = 5, se o grupo tiver 6 estudantes, cada um contribuirá com R$ 5,00.

Nesse caso, a divisão é **exata**.

$$\begin{array}{r|l} 30 & 6 \\ \hline 0 & 5 \end{array}$$

As imagens não estão representadas em proporção

Ruth Black/Shutterstock

Bolo de aniversário sobre uma mesa decorada.

Orientações didáticas

Atividades

Na atividade **22**, incentive os estudantes a estimarem os valores de cada compra e converse com eles sobre a importância dessa atitude. Precisamos ter uma ideia do valor que vamos gastar antes de chegar no caixa para não termos surpresas, como falta de dinheiro para pagar, estouro no cartão de crédito, ou gasto muito maior do que se planejava, o que pode comprometer o orçamento doméstico. O uso de calculadora também pode auxiliar nesse processo. O debate desse tema deve estar presente sempre que possível para contribuir com a formação de uma *Educação Financeira* responsável dos futuros cidadãos.

Divisão envolvendo números decimais

Na BNCC

Este tópico favorece o desenvolvimento das habilidades: **EF06MA08** quando se expressam os números racionais positivos nas formas fracionária e decimal, estabelecendo relações entre essas representações; e **EF06MA11** ao propor a elaboração e a resolução de problemas com números decimais, envolvendo a operação da divisão. A seção *Atividades* mobiliza com maior ênfase a **CG05** e a **CEMAT05** ao explorar o uso da calculadora. O tópico "Divisões com números decimais" mobiliza a **CG02** e a **CEMAT02** no trabalho com pensamento computacional. As atividades em dupla permitem desenvolver a **CG09** e a **CEMAT08**.

Neste tópico, vamos explorar a operação de divisão envolvendo números decimais. Iniciamos com a obtenção de um quociente decimal na divisão entre 2 números naturais, apresentando divisões exatas e divisões não exatas. Desse modo, eles iniciam a apreensão do conceito de número racional, como o quociente entre 2 números naturais, para posterior ampliação para o quociente entre 2 números inteiros, incluindo os racionais negativos no 7º ano.

Orientações didáticas

Divisão envolvendo números decimais

Na situação "A contribuição de cada estudante", exploram-se divisões entre 2 números naturais com quociente natural exato e com quociente decimal exato. Proponha situações envolvendo esses tipos de divisão que possam ser vivenciadas pelos estudantes com o uso de material manipulável, como as peças do material dourado e cédulas e moedas do real de brinquedo, para, depois, apresentar a descrição do algoritmo. Isso dará significado às divisões entre 2 números naturais.

Divisões exatas

Neste tópico, retomamos a divisão exata (resto zero) entre 2 números naturais com quociente natural para, mais adiante, tratar de divisões exatas entre 2 números naturais apenas se o quociente for decimal. A observação e a criação de passos contribuem para o desenvolvimento do pensamento computacional.

- Agora, vamos responder ao item **b**. Para determinar o resultado, dividimos os R$ 30,00 por 8:

```
30 |8
 6  3
```

O quociente é 3 e o resto é 6. Então, se cada estudante contribuir com R$ 3,00, faltarão R$ 6,00 para comprar o bolo. Assim, cada um deverá contribuir com R$ 3,00 e mais uma parte em centavos. Com quantos centavos a mais cada um deverá contribuir?

> 1 centavo é a centésima parte do real, ou seja, 1 real equivale a 100 centavos.

Então, 6 reais correspondem a: 6×100 centavos $= 600$ centavos. Dividindo esses 600 centavos por 8, obtemos:

```
600 |8
 40  75
  0
```

Cada um deverá contribuir, então, com mais 75 centavos, totalizando 3 reais e 75 centavos para cada estudante, ou seja, R$ 3,75.

Em uma calculadora, digite as teclas representadas a seguir para determinar o resultado da divisão de 30 por 8:

Banco de imagens/Arquivo da editora

O visor mostrará que o resultado é 3,75, indicando que cada um dos 8 estudantes deverá contribuir com R$ 3,75.

Será que, sem utilizar a calculadora, podemos chegar a esse resultado efetuando uma única divisão? Sim, acompanhe a explicação a seguir.

Divisões exatas

Vamos retomar o estudo da divisão de números naturais, agora com o conhecimento de números decimais.

Queremos calcular os quocientes das divisões a seguir. Vamos organizar os cálculos no algoritmo usual da divisão.

- 18 : 3 = ?

```
18 |3
 0  6
```

A divisão é exata. O quociente é 6.

- 20 : 8 = ?

```
20 |8
 4  2
```

Nesse caso, como há resto 4, temos um quociente aproximado: 2.

Podemos continuar a divisão. Para isso:

1º) acrescentamos um algarismo 0 ao resto, transformando 4 unidades em 40 décimos;

2º) colocamos vírgula à direita do algarismo 2 no quociente, para separar a parte inteira da parte decimal;

3º) dividindo 40 décimos por 8, obtemos quociente 5 décimos e resto 0.

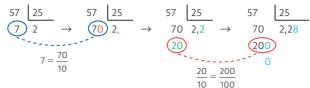
```
20 |8        20 |8         20 |8
 4  2   →    40  2,   →    40  2,5
                            0
```

$4 = \frac{40}{10}$

Ilustra Cartoon/Arquivo da editora

Concluímos que 20 dividido por 8 é igual a 2,5, ou seja, 2 inteiros e 5 décimos.

- 57 : 25 = ? 57 | 25
  7 2

Nesse caso, a cada resto não nulo acrescentamos um algarismo 0 ao resto e continuamos dividindo.

Logo, 57 : 25 = 2,28.

- 12 : 25 = ?

Nesse caso, como o dividendo é menor do que o divisor:

1º) acrescentamos um algarismo 0 ao dividendo, transformando 12 unidades em 120 décimos;

2º) colocamos um algarismo 0 seguido de vírgula no quociente;

3º) dividimos 120 décimos por 25 e fazemos todos os passos até obter resto 0.

12 | 25 → 120 | 25 (0,) → 120 | 25 (200, 0 ; 0,48)

Logo, 12 : 25 = 0,48.

- 1 : 16 = ? 1 | 6

$1 = \frac{10}{10} = \frac{100}{100}$

Ilustra Cartoon/Arquivo da editora

Como 1 é menor do que 16, procedemos da seguinte maneira:

1º) acrescentamos algarismos 0 ao dividendo até ele ficar maior do que o divisor;

2º) colocamos a mesma quantidade de algarismos 0 no quociente, com a vírgula à direita do primeiro algarismo 0;

3º) dividimos o dividendo pelo divisor até obter resto 0; neste caso, dividimos 100 por 16 até obter resto 0.

1 | 16 → 100 | 16 (0,0) → 100 | 16 (40, 80, 0 ; 0,0625)

Logo, 1 : 16 = 0,0625.

> Há divisões com números naturais em que obtemos um quociente decimal e resto 0. Nesses casos, o quociente é chamado de **número decimal exato**.

Divisões não exatas

Digite na calculadora: 3 2 ÷ 1 5 =

Banco de imagens/Arquivo da editora

Que número aparece no visor?

Há divisões não exatas em que só é possível obter um valor aproximado do quociente, pois o resto da divisão nunca será igual a zero. Acompanhe o passo a passo:

1º passo: 32 | 15
2 2

Orientações didáticas

Divisões exatas

Aqui, continuamos com a análise de exemplos de divisões exatas entre 2 números naturais que resultem em quociente decimal. Os estudantes devem compreender que, nesses casos, o quociente é um número decimal exato, ou seja, tem uma representação decimal finita, um número finito de casas decimais (desconsiderando os zeros que podem ser acrescentados à direita na parte decimal). Se julgar necessário, proponha aos estudantes que resolvam inicialmente cada divisão apresentada com material manipulável. Em seguida, resolva cada divisão na lousa, pedindo aos estudantes que expliquem cada passo do processo utilizado, o que pode desenvolver o pensamento computacional.

Divisões não exatas

Em uma divisão não exata entre 2 números naturais, o quociente é uma dízima periódica. Espera-se que os estudantes compreendam que, dado um número racional, sua expressão na forma decimal é um número decimal exato ou é uma dízima periódica, o que, respectivamente, corresponde a uma representação decimal finita ou a uma representação decimal periódica.

Orientações didáticas

Atividades

Nas atividades de **24** a **35**, o estudante deve mobilizar os conhecimentos construídos acerca da divisão exata e da não exata entre 2 números naturais com quociente decimal. As atividades de **24** a **30** podem ser feitas individualmente, o que possibilita a verificação do avanço do aprendizado de cada estudante. Após essa tarefa, proponha que alguns estudantes mostrem algumas de suas estratégias na lousa e analise cada uma delas com a turma.

No item **a** da atividade **27**, espera-se que os estudantes respondam algo próximo de 400.

Sugerimos que as atividades **31** e **32** sejam feitas em duplas para que os estudantes possam debater as situações que podem ser criadas com as condições dadas. Para finalizar, promova uma roda de conversa para a análise dos problemas criados e de possíveis resoluções para eles.

Reforce com os estudantes que a elaboração de problemas contribui para o desenvolvimento do pensamento computacional, pois envolve organizar cada etapa do problema utilizando uma lógica, nesse exemplo, seguindo os critérios estabelecidos.

Como o resto da divisão não é zero, continuamos a divisão.

2º passo:

```
32 |15
20  2,1
 5
```

3º passo:

```
32 |15
20  2,13
 50
  5
```

Perceba que, do terceiro passo em diante, mesmo prosseguindo com a divisão, jamais obtemos resto zero. O algarismo 5 se repete como resto e, dessa maneira, o quociente obtido será, a cada novo passo, 2,133; 2,1333, 2,13333, etc.

Concluímos que, do terceiro passo em diante, sempre vamos obter o algarismo 3 se repetindo no quociente e a divisão não tem fim. Escrevemos o quociente na forma 2,1333333... e dizemos que é uma **dízima periódica**.

Numa dízima periódica, o **período** é o número formado pelos algarismos que se repetem. Em 2,13333... o período só tem o algarismo 3 e é usual representar essa dízima por $2{,}1\overline{3}$ com a barra sobre o período.

Usando uma calculadora, divida 5 por 11 e verifique que $\frac{5}{11} = 0{,}454545... = 0{,}\overline{45}$.

Dizemos que $\frac{5}{11}$ é a **fração geratriz** da dízima 0,454545... A geratriz de 2,13333... é $\frac{32}{15}$.

Atividades

Faça as atividades no caderno.

24. Volte ao problema "A contribuição de cada estudante" e efetue a divisão de 30 por 8, do item **b**, até obter resto 0. 3,75

25. Calcule o quociente em cada item.

a) 63 : 2 31,5
b) 75 : 4 18,75
c) 83 : 8 10,375
d) 18 104 : 125 144,832

26. Uma bandeja com 8 figos foi vendida por R$ 18,00. Quanto custou cada figo? R$ 2,25

27. Um chalé foi reservado por 8 amigos para passar o fim de semana por R$ 3.156,00. O valor da reserva será dividido igualmente entre eles.

a) Estime o valor que cada um vai pagar. Exemplo de estimativa: R$ 400,00.
b) Calcule o valor exato que cada um vai pagar, com o auxílio de uma calculadora. R$ 394,50
c) A estimativa que você fez no item **a** é próxima do resultado obtido no item **b**? Resposta esperada: Sim.

28. O prêmio de R$ 1.620.385,00 de uma loteria foi repartido igualmente entre 4 ganhadores. Quantos reais cada um recebeu? Antes de calcular, faça uma estimativa mentalmente. Exemplo de estimativa: R$ 400.000,00; valor exato: R$ 405.096,25.

29. Escreva cada fração como um número decimal efetuando a divisão do numerador pelo denominador.

a) $\frac{7}{16}$ 0,4375
b) $\frac{316}{5}$ 63,2
c) $\frac{2}{25}$ 0,08
d) $\frac{1}{20}$ 0,05

30. Efetue, no caderno, as divisões.

a) 8 : 3 $2,\overline{6}$
b) 101 : 11 $9,\overline{18}$

31. Elabore um problema que possa ser resolvido pelas seguintes operações:

$$2 \cdot 214{,}45 = 428{,}90$$
$$5 \cdot 35{,}30 = 176{,}50$$
$$428{,}90 + 176{,}50 = 605{,}40$$
$$605{,}40 : 6 = 100{,}90$$

31. Exemplo de resposta: Cláudia foi à farmácia e comprou 2 caixas de remédio, que custaram R$ 214,45 cada uma, e 5 caixas de máscaras descartáveis, que custaram R$ 35,30 cada uma. Ela optou por pagar no cartão de crédito em 6 parcelas iguais. Quanto vai custar cada parcela? Resposta: R$ 100,90.

32. Elabore um problema sobre repartir uma quantidade em 3 partes de tal modo que a parte menor seja metade da parte maior e quatro quintos da terceira parte.

32. Exemplo de resposta: Luciana, Bianca e Fernanda trabalham na mesma empresa. Para chegar ao trabalho, Fernanda leva metade do tempo de Luciana e quatro quintos do tempo de Bianca. Se adicionarmos os tempos que as 3 funcionárias levam, obtemos 3,4 horas. Quanto tempo cada uma leva de casa até o trabalho? Resposta: Fernanda: 0,8 hora (48 minutos); Luciana: 1,6 hora (1 hora e 36 minutos); Bianca: 1 hora (60 minutos).

33. Sabemos que a fração representa o quociente da divisão do numerador pelo denominador. Divida o numerador pelo denominador e compare as frações $\frac{9}{5}$ e $\frac{12}{7}$. Qual é a maior? $\frac{9}{5}$

34. Lara, Nicole e Nuno ganharam um concurso de desenho e receberam um prêmio de R$ 1.000,00.

a) Dividindo o prêmio igualmente pelos três, quanto daria para cada um? R$ 333,3333...
b) Como não dava um valor exato para cada um, decidiram sortear um deles para ficar com R$ 1,00 a mais que os outros. Se Lara foi a sorteada, com quantos reais cada um ficou? Lara R$ 334,00; Nicole e Nuno, R$ 333,00 cada um.

35. Usando uma calculadora, determine o resultado das divisões e, depois, identifique no caderno qual é a maior em cada item.

a) $\frac{17}{2}$, $\frac{94}{11}$ ou $\frac{171}{20}$. $\frac{171}{20}$
b) $\frac{464}{90}$ ou $\frac{1537}{300}$. $\frac{1537}{300}$

Divisões com números decimais

Participe

Faça as atividades no caderno.

Fátima dispõe de um tecido com 15,60 m de comprimento para confeccionar toalhas de mesa com 1,20 m de comprimento e a mesma largura do tecido.

a) Qual operação ela deve fazer para calcular a quantidade de toalhas que podem ser confeccionadas com esse tecido? Divisão: 15,60 : 1,20.

b) Transforme os números decimais 15,60 e 1,20 em frações decimais. $\frac{1560}{100}$; $\frac{120}{100}$.

c) Agora, represente a operação que você indicou no item **a** usando frações decimais. Como você poderia realizar esse cálculo? Troque ideias com os colegas. $\frac{1560}{100} : \frac{120}{100}$; resposta pessoal.

d) Fátima poderá confeccionar quantas toalhas com o tecido que tem? 13 toalhas.

e) Digite na calculadora:

1 5 · 6 ÷ 1 · 2 =

Banco de imagens/Arquivo da editora

Qual resultado aparece no visor? 13

Vamos calcular o resultado da divisão 2,17 : 0,8.

Para compreender como efetuar uma divisão entre números decimais, podemos substituir os números decimais pelas frações correspondentes.

$$2{,}17 : 0{,}8 = \frac{217}{100} : \frac{8}{10} = \frac{217}{100} : \frac{80}{100} = \frac{217}{100} \cdot \frac{100}{80} = \frac{217}{80} = 217 : 80$$

Logo, dividir 2,17 por 0,8 é o mesmo que dividir 217 por 80.

```
217      |80
 570      2,7125
  100
   200
    400
      0
```

Assim, para efetuar divisões de números decimais, é possível proceder com o seguinte passo a passo.

1º) Igualamos a quantidade de casas decimais do dividendo e do divisor acrescentando algarismos 0 na parte decimal.

2º) Eliminamos as vírgulas.

3º) Dividimos os números naturais obtidos.

Ilustra Cartoon/Arquivo da editora

Orientações didáticas

Divisões com números decimais

Neste tópico, ampliamos o estudo da divisão envolvendo 2 números decimais.

Inicialmente, questione os estudantes: "Se o dividendo ou o divisor fosse um número decimal, o que ocorreria?"; "E se ambos fossem números decimais?". Deixe que os estudantes exponham sobre suas hipóteses, mesmo que o assunto não tenha sido tratado nos anos anteriores. Explique para a turma que esse será o tema de nosso estudo a partir de agora.

Participe

Proponha que as atividades sejam feitas em duplas. Ao final de cada item, converse com a turma sobre o que fizeram e registre na lousa as conclusões. Se julgar necessário, faça uma breve revisão da divisão entre 2 frações.

No item **c**, o esperado é que os estudantes respondam que podem multiplicar a fração $\frac{1560}{100}$ pelo inverso de $\frac{120}{100}$.

Depois do trabalho com o boxe *Participe*, debata com os estudantes os procedimentos apresentados no livro. Verifique se todos entenderam a igualdade:

$$2{,}17 : 0{,}8 = 217 : 80$$

Espera-se que eles percebam que são duas divisões que resultam no mesmo quociente. Ressalte o fato de que:

$$2{,}17 \cdot 100 = 217 \text{ e } 0{,}8 \cdot 100 = 80$$

Retome a propriedade da divisão. Quando multiplicamos o dividendo e o divisor por um mesmo número diferente de zero, o quociente não se altera. Escreva divisões envolvendo números decimais na lousa para que os estudantes encontrem a divisão entre naturais que têm o mesmo quociente. Por exemplo:

- 12 : 0,12 (Resposta esperada: 1 200 : 12);
- 1 005 : 3 (Resposta esperada: 1 005 : 3 000);
- 2,5 : 0,05 (Resposta esperada: 250 : 5).

Forneça mais algumas divisões com números decimais para que a turma efetue e, em seguida, confira se os estudantes conseguem descrever alguma regra com as próprias palavras antes de apresentar o passo a passo dado no Livro do Estudante, favorecendo assim o desenvolvimento do pensamento computacional.

Orientações didáticas

Atividades

O trabalho feito no tópico “Divisões com números decimais” dará significado ao procedimento dos 3 passos descritos, oportunizando a aplicação do pensamento computacional.

Nas atividades de **36** a **43**, espera-se que o estudante aplique e amplie os conhecimentos construídos sobre a divisão envolvendo números decimais. As atividades deste bloco podem ser resolvidas em duplas; o debate e a troca de ideias enriquecem o aprendizado e ampliam o repertório de estratégias dos estudantes.

A atividade **41** promove a habilidade de argumentação, pois utiliza dados para construir a questão que será proposta no problema e, também promove o pensamento computacional.

Na atividade **42**, considerando-se a arrecadação aproximadamente igual a 1 bilhão de reais e o prêmio total em 300 milhões de reais, pode-se estimar que a premiação corresponde a 30% da arrecadação.

Faça as atividades no caderno.

36. Calcule os quocientes.

a) 2,4 : 0,12 20

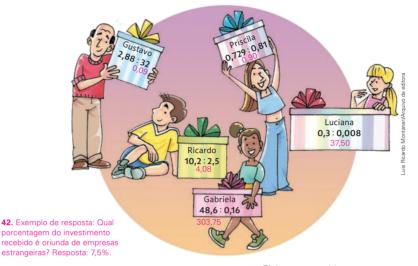
b) 5,85 : 0,003 1 950

c) 14,7 : 0,003 4 900

37. O que cada um vai ganhar de presente de Natal? Descubra calculando os quocientes e comparando-os com os resultados no quadro. Gustavo: *tablet*; Priscila: livro; Ricardo: bola de vôlei; Gabriela: boneca; Luciana: bicicleta.

Presente	Boneca	Bicicleta	Bola de vôlei	Livro	Camiseta	Tênis	*Tablet*	Mochila
Número	303,75	37,50	4,08	0,90	9	281,25	0,09	2,04

Luis Ricardo Montanari/Arquivo da editora

42. Exemplo de resposta: Qual porcentagem do investimento recebido é oriunda de empresas estrangeiras? Resposta: 7,5%.

38. Em uma doceria, cada quindim custa R$ 5,80 e cada brigadeiro, R$ 4,85. Tainara levou 1 nota de R$ 20,00 para comprar doces.

a) Se ela escolher só quindins, no máximo quantos poderá comprar? Quanto vai sobrar de troco? 3 quindins; R$ 2,60.

b) Se ela escolher só brigadeiros, no máximo quantos poderá comprar? Quanto vai sobrar de troco? 4 brigadeiros; R$ 0,60.

39. Uma garrafa tem 750 mililitros de suco. Quantos copos de 187,5 mililitros podem ser servidos com 2 dessas garrafas? 8 copos.

40. Uma tinta é vendida em latas de 18 litros, em galões de 3,6 litros ou em latinhas de 0,9 litro.

a) Quantos galões de tinta cabem em 1 lata? 5 galões.

b) Quantas latinhas de tinta cabem em 1 galão? 4 latinhas.

c) Pedro precisa comprar 30 litros de tinta. Para garantir a menor sobra possível e carregar a menor quantidade de embalagens, quantas unidades de cada embalagem (lata, galão e latinha) ele deve comprar? 1 lata, 3 galões e 2 latinhas.

41. Elabore um problema que possa ser resolvido pelas operações a seguir.

$$45 : 6 = 7{,}5$$
$$45 : 4 = 11{,}25$$
$$2 \cdot 7{,}5 + 11{,}25 = 15 + 11{,}25 = 26{,}25$$

42. Uma *startup* brasileira recebeu um grande investimento de 1 bilhão de reais. Nessa rodada de investimento, 75 milhões de reais foram recebidos de empresas estrangeiras. Elabore uma questão que possa ser resolvida com o auxílio de uma calculadora e que envolva a situação descrita e porcentagens.

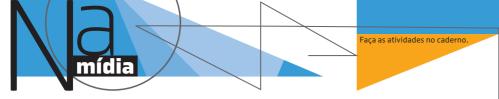
43. Samantha foi ao supermercado e gastou R$ 111,57 na compra de 3 garrafas de 1 litro de suco de tangerina e 4 dúzias de ovos que custavam R$ 12,90 a dúzia.

Quanto ela teria gastado se tivesse comprado 4 garrafas de suco e 3 dúzias de ovos? R$ 118,66

41. Exemplo de resposta: Na livraria de Carolina, com 45 reais consigo comprar 6 livros infantis ou 4 revistas em quadrinhos. Quantos reais vou pagar na compra de 2 livros infantis e 1 revista em quadrinhos? Resposta: R$ 26,25.

Faça as atividades no caderno.

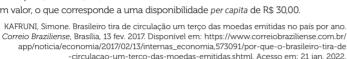
Um terço das moedas emitidas no país fica fora de circulação por ano

Comente com os estudantes que as moedas de 1 centavo deixaram de ser emitidas em 2004, devido à baixa circulação e ao alto custo de produção.

O hábito dos brasileiros, de encher cofrinhos, tira de circulação um terço das moedas emitidas no país por ano. Para desespero de comerciantes, caixas e cobradores de ônibus, a população guarda até 7,4 bilhões de unidades que deveriam estar no mercado, facilitando o troco e viabilizando transações. [...]

O Banco Central (BC) explica que esse fenômeno de guardar moedas em cofrinhos, gavetas ou no carro, chamado "entesouramento", ocorre no mundo inteiro. Estudos da instituição apontam que os brasileiros entesouram 7,4 bilhões de moedas. [...] "Em 2017, já foram disponibilizadas mais 86,7 milhões de moedas, alcançando 119 moedas por habitante", explica, por meio da assessoria de imprensa. Existem em circulação [em 2017] 24,68 bilhões de unidades de moedas ou R$ 6,23 bilhões em valor, o que corresponde a uma disponibilidade *per capita* de R$ 30,00.

cesarvr/Shutterstock

Moedas do real.

KAFRUNI, Simone. Brasileiro tira de circulação um terço das moedas emitidas no país por ano. *Correio Braziliense*, Brasília, 13 fev. 2017. Disponível em: https://www.correiobraziliense.com.br/app/noticia/economia/2017/02/13/internas_economia,573091/por-que-o-brasileiro-tira-de-circulacao-um-terco-das-moedas-emitidas.shtml. Acesso em: 21 jan. 2022.

A tabela a seguir exibe a quantidade de moedas em circulação no país em 7 de janeiro de 2022.

Moedas do Sistema Monetário Brasileiro

Denominação	Quantidade	Valor (em R$)
0,01	3 191 089 913	31.910.899,13
0,05	7 329 559 265	366.477.963,25
0,10	7 550 808 704	755.080.870,40
0,25	3 312 214 795	828.053.698,75
0,50	3 356 974 478	1.678.487.239,00
1,00	3 910 377 195	3.910.377.195,00
Total de moedas	**28 651 024 350**	**7.570.387.865,53**

Fonte dos dados: BANCO CENTRAL DO BRASIL. *Sistema de administração do meio circulante*. Disponível em: https://www3.bcb.gov.br/mec-circulante/. Acesso em: 7 jan. 2022.

A falta de moedas cria problemas, principalmente para fazer trocos em pagamentos de pequenos valores.

1. Para pagar 3 reais e 83 centavos em uma padaria, uma senhora deu 1 cédula de 5 reais. Quanto ela deve receber de troco? Quantas moedas, no mínimo, ela deve receber considerando o troco exato?
   1 real e 17 centavos; 5 moedas.
2. Pesquise qual é o impacto do entesouramento no varejo. Debata com os colegas e o professor quais medidas poderiam evitar as consequências causadas e escreva um texto.
   Exemplos de resposta encontram-se na seção *Resoluções* deste Manual.
3. De acordo com a tabela apresentada, a quantidade de moedas em circulação no país era de aproximadamente ////////// bilhões, em um valor aproximado de ////////// bilhões de reais.
   Que números, com 1 casa decimal, devem ser escritos nos //////////? 28,7 e 7,6.
4. Quantos bilhões de moedas, aproximadamente, estavam sendo usadas no dia a dia no ano de 2022 se estimarmos que um terço delas estava fora de circulação? 19,1 bilhões de moedas.
5. Em 7 de janeiro de 2022, o valor aproximado das moedas de 25 centavos de real que circulavam pelo país era de ////////// milhões de reais, o que representava //////////% do valor total de todas as moedas.
   Que números naturais devem ser escritos nos //////////? 828 e 11.

Orientações didáticas

Na mídia

Na BNCC

O contexto desta seção favorece o desenvolvimento dos TCTs *Educação Financeira* e *Educação para o Consumo*. As discussões propostas mobilizam com maior ênfase a **CG01**, a **CG05**, a **CG07** e a **CEMAT01**.

As atividades desta seção retomam conceitos sobre números decimais e suas operações, temas que foram estudados nesta Unidade, o que pode contribuir para a verificação dos conhecimentos construídos pelos estudantes e quais assuntos ainda são passíveis de dúvidas. Sugerimos que essas atividades sejam feitas em duplas para a análise das situações propostas e que se faça a correção ao final de cada uma delas.

Na questão **4**, o debate pode envolver uma consequência direta, que é a falta de moedas para o troco no comércio, o que até pode gerar prejuízo para o consumidor por causa dos arredondamentos de troco para menos ou da prática de dar "balinhas" ou outros produtos como parte do troco (uma prática ilegal). De modo indireto, pode ocasionar prejuízos para o estabelecimento na busca pelas moedas de troco, pode gerar demora no atendimento da fila do caixa com a espera de chegarem as moedas para o troco, e, assim, deixar clientes insatisfeitos, entre outros. Algumas medidas que podem evitar que o entesouramento afete o varejo: usar a tecnologia a favor e incentivar os clientes a usar métodos eletrônicos e digitais para efetuar seus pagamentos; usar soluções que ofereçam troco de maneira digital; e fazer campanhas para que os clientes facilitem o troco. No entanto, nenhuma delas é solução para acabar com o entesouramento. Cada varejista vai escolher as soluções mais adequadas para o seu estabelecimento.

Proposta para o professor

Para saber mais sobre o tema da seção *Na mídia*, sugerimos o texto "Entesouramento e as consequências para o varejo", disponível em: https://www.infovarejo.com.br/entesouramento-e-as-consequencias-para-o-varejo/. Acesso em: 10 mar. 2022.

Orientações didáticas

Educação financeira

Na BNCC

O contexto desta seção favorece o desenvolvimento dos TCTs *Educação Financeira* e *Educação para o Consumo*. As discussões propostas mobilizam com maior ênfase a **CG06**, a **CG07**, a **CG08**, a **CG09**, a **CG10**, a **CEMAT04**, a **CEMAT07** e a **CEMAT08**.

Nesta seção, é possível desenvolver uma leitura inferencial, extraindo do texto informações importantes que ajudarão os estudantes a interagir criticamente com diferentes fontes de informação. Além disso, as questões reflexivas auxiliam o desenvolvimento da autonomia deles, de modo que argumentem sobre decisões relativas ao consumo de energia elétrica.

Inicialmente, questione: "Vocês podem citar outros serviços que pagamos após sua utilização por um intervalo de tempo, por exemplo, um mês?". Esperam-se respostas como: água, gás, telefone, TV paga, entre outros.

Peça antecipadamente que os estudantes tragam as últimas três contas de energia elétrica de onde moram. O trabalho pode ser feito em duplas de modo que eles analisem juntos as contas que trouxeram. Explique que kWh é o símbolo da unidade de medida de energia elétrica quilowatt-hora.

Nas atividades **I** e **II**, auxilie os estudantes na identificação dos valores na conta de acordo com a estrutura de cada uma.

Aproveite e converse com os estudantes sobre o que pode gerar o aumento de consumo de um mês para o seguinte. Possíveis respostas: aumento de pessoas morando na casa, gerando maior uso do chuveiro, do ferro de passar roupa, entre outros; descuido; o trabalho *home office*; entre outras.

Nas atividades de **II** a **VI**, se julgar necessário, a cada atividade dê um tempo para que os estudantes busquem as informações e, se necessário, depois, faça uma releitura com eles.

As atividades **4** e **5** contemplam o TCT *Educação para o Consumo*.

Na questão **5**, possíveis atitudes que podem ser citadas: tomar banho em menos tempo (o que também economiza água); apagar as luzes de cômodos que estão vazios; aproveitar a luz do sol o máximo possível; reunir roupas para passar apenas uma vez na semana (ou reduzir a quantidade de roupas a serem passadas); entre outras.

Aproveite o trabalho com esta seção e converse com os estudantes sobre a importância da economia de energia e de água para o planeta e para nossas vidas, inclusive no âmbito financeiro, desenvolvendo ideias sobre o consumo consciente e responsável. Esse assunto permite integração com o componente curricular de **Ciências**.

Educação financeira

Faça as atividades no caderno.

Fique ligado!

As imagens não estão representadas em proporção

Alguns serviços a gente não paga no momento em que utiliza. Energia elétrica é um deles. Gastamos a qualquer hora e pagamos uma vez por mês. Nesses casos, é grande o risco de esquecermos quão importante é não desperdiçar.

Fazendo os levantamentos e pesquisas propostos a seguir, você será apresentado a algumas informações da conta de energia elétrica e poderá pensar em uma maneira de reduzir o consumo e os gastos. Para isso, você deve ter em mãos as últimas 3 contas de luz (energia elétrica) da residência onde mora.

Ilustrações: NVKuvshinov/Shutterstock

I. Quilowatt-hora (kWh) é a unidade usada para medir o consumo de energia elétrica. Analise a parte de cada conta que vem com o título "LEITURA" ou "MEDIDOR".

a) Anote em um papel os números de "Leitura" que aparecem nas 3 contas.

b) Por diferença, calcule o consumo de energia elétrica nos 2 últimos meses.

II. Consulte a descrição do faturamento da última conta.

a) Qual é a tarifa básica que a empresa cobra por quilowatt-hora, sem tributos?

b) Qual é o valor cobrado pelo consumo anotado no medidor nesse mês, sem tributos?

c) O valor que você anotou no item anterior corresponde a que percentual do valor total da fatura (conta)?

III. Pesquise o significado das expressões "energia", "encargos" e "tributos".

a) Verifique na última conta que valor consta para cada um desses itens e anote-o.

b) A quanto por cento do valor total, sem tributos, corresponde cada um desses itens?

IV. Faça uma lista de todos os aparelhos elétricos utilizados na residência onde você mora.

V. Desses aparelhos, quais consomem energia elétrica apenas por estarem ligados em uma tomada, mesmo sem serem utilizados (consumo do *stand by*)? As respostas dependem de situações individuais ou de informações a serem pesquisadas no momento da aplicação das atividades.

1. Comparem os resultados que obtiveram no item **I. b**.

2. Pesquisem e debatam: Dos aparelhos elétricos que vocês listaram no item **IV**, qual é o responsável pelo maior consumo de energia?

3. Analisem: Existe um período do ano em que é naturalmente maior o consumo de energia elétrica nas residências?

4. Com todos esses dados, conversem se há consumo excessivo de energia elétrica na residência de cada um e qual é a importância de reduzir esse uso.

5. Apontem atitudes possíveis a serem tomadas nas residências para reduzir o consumo de energia elétrica e converse com seus familiares sobre a possibilidade de colocar tais atitudes em prática.

Na Unidade

Faça as atividades no caderno.

5. Exemplos de resposta:
a) Duas unidades, trezentos e cinco milésimos.
b) Duas unidades, duzentos e cinco milésimos.
c) Duas unidades, trezentos e quinze milésimos.
d) Duas unidades, trezentos e nove milésimos.
Em ordem decrescente:
2,315; 2,309; 2,305; 2,205.

1. (Saresp) A fração $\frac{35}{100}$ pode ser representada pelo número:

a) 0,035.
b) 0,35. Alternativa **b**.
c) 3,5.
d) 35.

2. Qual fração corresponde ao número 0,55?

a) $\frac{11}{20}$ Alternativa **a**.
b) $\frac{11}{40}$
c) $\frac{11}{50}$
d) $\frac{11}{2}$

3. Em 2,4175, qual é o valor posicional do algarismo 7?

a) 70
b) $\frac{7}{10}$
c) $\frac{7}{100}$
d) $\frac{7}{1000}$ Alternativa **d**.

4. (Saresp) [Indique no caderno] a alternativa que mostra um número compreendido entre 2,31 e 2,32.

a) 2,305
b) 2,205
c) 2,315 Alternativa **c**.
d) 2,309

5. No caderno, escreva por extenso cada um dos números apresentados nas alternativas da atividade anterior e, depois, coloque-os em ordem decrescente.

6. (Saresp) Ao comprar dois chocolates, Pedro pagou R$ 3,00. Se Pedro gastasse R$ 13,50, quantos chocolates ele compraria?

a) 6
b) 6,5
c) 9 Alternativa **c**.
d) 9,5

7. Luiz Carlos foi a uma padaria e comprou 3 pães de queijo a R$ 5,20 cada um e 2 refrigerantes a R$ 4,35 cada um. Pagou a conta com 1 nota de R$ 50,00 e deu ao caixa 30 centavos em moedas para facilitar o troco. Quanto ele recebeu de troco? Alternativa **c**.

a) R$ 24,00
b) R$ 25,00
c) R$ 26,00
d) R$ 27,00

8. Bento, ao comprar uma bicicleta cujo preço à vista era R$ 1.560,00, deu R$ 480,00 de entrada e pagou o restante em 12 prestações de R$ 108,00.

Coolpicture/Getty Images

Homem analisando uma bicicleta antes de comprá-la.

Se Bento tivesse comprado a bicicleta à vista, teria economizado: Alternativa **b**.

a) R$ 187,00.
b) R$ 216,00.
c) R$ 262,50.
d) R$ 300,00.

9. (Saresp) As frações $\frac{1}{4}$ e $\frac{25}{100}$ correspondem, nesta ordem, aos números decimais: Alternativa **b**.

a) 0,20 e 0,50.
b) 0,25 e 0,25.
c) 0,75 e 0,75.
d) 0,30 e 0,85.

10. Dos habitantes de certa região, 55% têm idade inferior a 30 anos e $\frac{1}{5}$ tem idade entre 30 e 45 anos. O percentual de habitantes dessa região com idade superior a 45 anos é:

a) 20%.
b) 25%. Alternativa **b**.
c) 30%.
d) 33%.
e) 35%.

11. Quanto é $(0{,}01)^3$? Alternativa **c**.

a) 0,0001
b) 0,00001
c) 0,000001
d) 0,0000001

12. (Saresp) Ao pesar $\frac{1}{4}$ de quilograma de salame, a balança mostrou: Alternativa **a**.

a) 0,250 kg.
b) 0,125 kg.
c) 0,150 kg.
d) 0,500 kg.

13. (Saresp) Carlos fez um cálculo na calculadora e obteve resultado 2,4. Como o resultado deve ser escrito sob a forma de fração, Carlos deve escrever:

a) $\frac{24}{10}$. Alternativa **a**.
b) $\frac{24}{100}$.
c) $\frac{2}{4}$.
d) $\frac{4}{10}$.

As atividades **3**, **4** e **5** visam verificar a compreensão do estudante a respeito das características do sistema de numeração decimal estendido para os números decimais. Se houver dificuldade, proponha atividades com o uso do quadro de ordens com as ordens decimais para serem feitas em duplas. As atividades **4** e **5** têm o objetivo de verificar os conhecimentos do estudante na comparação de números decimais. Caso haja dificuldades para a remediação, proponha a localização de todos os números envolvidos em uma reta numérica.

As atividades de **6** a **8** têm como objetivo verificar as estratégias que o estudante cria na resolução de problemas que envolvem situações de compra e troco com números decimais. Como remediação para as dificuldades, proponha uma roda de conversa após a releitura e a análise dos problemas com a turma para rever seus procedimentos.

A atividade **10** tem como objetivo verificar se o estudante percebe as relações existentes entre as formas de fração, decimal e porcentual e que estratégias ele utiliza na resolução do problema. É possível expressar a fração na forma porcentual e fazer os cálculos da situação usando os porcentuais:

$$\frac{1}{5} = 1 : 5 = 0{,}2 = 0{,}20 = 20\%$$

A atividade **11** tem como objetivo verificar os conhecimentos dos estudantes no cálculo de potências com base decimal e expoente natural e que estratégias eles utilizam nesse cálculo. Como remediação, proponha que expressem a base na forma de fração, efetuem o cálculo com frações e, ao final, retornem o resultado à forma decimal.

Orientações didáticas

Na Unidade

Na BNCC

Essa seção favorece o desenvolvimento das habilidades exploradas ao longo de toda a Unidade e mobiliza com maior ênfase a **CEMAT02** e a **CG02** ao propor a resolução de atividades diversas por meio de diferentes contextos e estratégias de resolução.

Esta seção traz atividades dos principais conteúdos abordados na Unidade que podem ser utilizadas como ferramentas de avaliação. Proponha a resolução das atividades individualmente. Acompanhe os estudantes durante a realização delas e registre avanços e dificuldades para, ao final, propor novas atividades para remediação coletiva ou individual de defasagens, conforme cada caso.

A seguir, listamos algumas sugestões e estratégias para remediação.

As atividades **1**, **2**, **9**, **12** e **13** têm o objetivo de verificar os conhecimentos do estudante sobre as formas de representação dos números racionais. Caso haja dificuldades, retome os tópicos “Fração decimal” e “Número decimal”.

Orientações didáticas

Abertura

Na BNCC

A abertura da Unidade permite mobilizar com maior ênfase a **CG03**, a **CG04** e a **CG06** ao propor a análise de um texto e uma imagem, valorizando a produção artística nacional e propiciando a realização de discussões acerca da diversidade étnica e social. Mobiliza ainda a **CEMAT07**, ao solicitar que, de acordo com o contexto explorado, seja feita uma relação entre a Matemática e outras áreas do conhecimento, permitindo a abordagem de questões relevantes, como a diversidade do povo brasileiro e o grafite como expressão artística, favorecendo o desenvolvimento do TCT *Diversidade Cultural*.

Peça aos estudantes que observem a imagem da página. Pergunte a eles se conhecem a manifestação artística apresentada. Aproveite a oportunidade para desenvolver um trabalho interdisciplinar com **Arte** e falar um pouco sobre a técnica do grafite. Pergunte: "Vocês já ouviram falar em grafite?"; "Já esbarraram com algum trabalho de grafite em paredes e muros da cidade?". Comente com os estudantes que há relatos de que o grafite esteve presente desde o Império Romano, mas, na atualidade, começou a ser difundido na década de 1970, em Nova York.

O grafite faz parte da cultura juvenil e está ligado a vários movimentos, em especial ao *Hip-Hop*. A juventude tem utilizado o grafite como modo de manifestação artística e da arte de rua, compondo a paisagem urbana.

Peça aos estudantes que analisem a imagem apresentada. Em seguida, proponha à turma que se organize em grupos e discutam: "Por que o mural se chama *Todos somos um*?"; "Que mensagem o artista quis transmitir"?". Permita que eles respondam usando as próprias palavras e dê espaço para que debatam caso haja diferentes pontos de vista.

Após a leitura do texto, explique que o artista procurou retratar variadas etnias em momento de congregação dos povos durante os Jogos Olímpicos de 2016, realizados no Rio de Janeiro. Se considerar oportuno, ressalte que a região portuária do Rio de Janeiro foi palco de alguns dos principais eventos históricos da colonização portuguesa, em especial, como local de venda de negros africanos escravizados e indígenas.

Reprodução do Livro do Estudante em tamanho reduzido.

Instigue os estudantes a falar quais figuras geométricas identificam nos formatos dos desenhos do mural. Eles podem citar formatos triangulares e quadriláteros.

©Kobra, Eduardo/AUTVIS, Brasil, 2022. Foto: Donatas Dabravolskas/Alamy/Fotoarena

Arte mural *Todos somos um*, do artista brasileiro Eduardo Kobra. Rio de Janeiro (RJ). Foto de 2020. O mural ocupa uma medida de área de 3 000 metros quadrados.

Existe Matemática na Arte?

O mural *Todos somos um*, localizado na zona portuária do Rio de Janeiro (RJ), inaugurado antes dos Jogos Olímpicos do Rio-2016, entrou em agosto desse ano para o *Guinness Book* como o maior mural grafitado do mundo. Para concluí-lo, o artista brasileiro Eduardo Kobra (1975-) e equipe precisaram de 2 meses, mais de 3 mil latas de *spray* e 2 500 litros de tinta.

Ampliando o significado dos anéis olímpicos, Kobra reuniu a imagem de 5 representantes de tribos nativas do mundo: os *huli* (Oceania), os *mursi* (África), os *kayin* (Ásia), os *supi* (Europa) e os *tapajós* (Américas). O mural destaca a diversidade étnica e a pluralidade na formação dos povos.

Fonte dos dados: ETNIAS: Rio de Janeiro, Brasil (2016). *KOBRA*, [*s. l.*], [20–]. Disponível em: https://eduardokobra.com/projeto/26/etnias. Acesso em: 29 nov. 2021.

Conforme revela o artista, as criações são inspiradas nas lembranças da infância; o pai dele era tapeceiro e estava sempre com catálogos de tecidos e diferentes padrões geométricos.

Atualmente, Kobra é considerado um dos maiores artistas brasileiros contemporâneos. As obras dele são marcadas pelas cores vibrantes e pelos formatos de figuras geométricas, tratando de temáticas importantes: sociedade, natureza e grandes ícones da história e da cultura popular. As obras do artista estão presentes nos 5 continentes.

Outros artistas brasileiros também são conhecidos por criar obras repletas de cores e formatos de figuras geométricas, como Aluísio Carvão (1920-2001), Lygia Clark (1920-1988), Tarsila do Amaral (1886-1973) e Rubem Valentim (1922-1991).

Você conhece alguma outra obra de Eduardo Kobra? Já viu algum dos murais desse artista? Pesquise por que esse mural foi feito na zona portuária do Rio de Janeiro.

Resposta pessoal; resposta pessoal; o local (zona portuária do Rio de Janeiro) foi escolhido para o mural devido ao grande fluxo de moradores e turistas na região durante os Jogos Olímpicos do Rio-2016.

Orientações didáticas

Abertura

Permita que os estudantes respondam às questões propostas em grupos e auxilie-os em caso de dificuldades. Em seguida, proponha a eles a elaboração de um grafite utilizando elementos geométricos e que transmitam alguma mensagem à comunidade escolar. Você pode sugerir temas como a preservação do meio ambiente, o combate à diferença de gêneros ou algum outro assunto de interesse comunitário. Explique que, apesar de os grafiteiros utilizarem locais públicos – muros, paredes de grandes edifícios e até o chão – como tela, para esta atividade, serão utilizadas folhas à parte, como cartolina ou papel pardo, o que lhes permitirá fazer uma exposição itinerante.

Após o término das produções, organize uma exposição na comunidade escolar. Se possível, alie-a à exibição das telas, com apresentações de *Hip-Hop*, por exemplo. Nessa mostra cultural, os estudantes podem divulgar a importância do *Hip-Hop* e do grafite na cultura popular, sobretudo para os jovens da periferia, como instrumento de reivindicação de melhorias da qualidade de vida.

Proposta para o professor

O artigo a seguir oferece subsídios para o trabalho de leitura da imagem da abertura.

STORI, Norberto; MARANHÃO, Romero de A. A grafitagem de Eduardo Kobra na cidade do Rio de Janeiro: um estudo sobre o mural "Etnias". *Educação Ambiental em ação*, v. XVI, n. 61, 2017. Disponível em: https://revistaea.org/artigo.php?idartigo=2879. Acesso em: 10 jan. 2022.

O livro indicado a seguir apresenta diferentes possibilidades para abordar artistas brasileiros nas aulas de Matemática.

FAINGUELERNT, Estela K.; NUNES, Kátia R. A. *Descobrindo Matemática na Arte*: atividades para o Ensino Fundamental e Médio. Porto Alegre: Artmed, 2011.

Orientações didáticas

Medindo comprimentos

Na BNCC

Este tópico favorece o desenvolvimento da habilidade **EF06MA24**, uma vez que são fornecidas informações sobre diferentes unidades de medida de comprimento, além de instigar o estudante a medir um comprimento por meio de comparação com uma unidade não padronizada definida no Livro do Estudante.

Inicialmente é apresentado um breve histórico das unidades de medida de comprimento. Isso possibilita que os estudantes entendam que as conquistas científicas são fruto do trabalho de muitas pessoas. Aproveite e, caso julgue conveniente, sugira uma pesquisa sobre como foi criada a unidade de medida padronizada para o comprimento.

Outra atividade é fazer a medição do comprimento de algum objeto, presente na sala de aula ou que você leve para a sala, utilizando unidade de medida de comprimento não padronizada.

CAPÍTULO 17

Comprimento

EF06MA11
EF06MA24

Medindo comprimentos

Um pouco da história das unidades de medida de comprimento

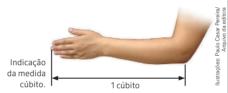
Comprimento, capacidade, intervalo de tempo e abertura de ângulos são exemplos de grandezas; você já estudou algumas maneiras de medi-las. Para caracterizar a medida de uma grandeza, é necessária uma unidade de medida.

As primeiras unidades de medida de comprimento de que se tem notícia baseavam-se em partes do corpo humano.

As imagens não estão representadas em proporção.

- O **cúbito** (ou **côvado**), usado por egípcios e babilônios há mais de 2000 anos, era representado pelo comprimento do antebraço, desde a extremidade do dedo médio até o cotovelo.

Indicação da medida cúbito.

Ilustrações: Paulo Cesar Pereira/Arquivo da editora

- A **polegada** é a medida da largura do polegar. Atualmente, 1 polegada equivale a 2,54 cm. Essa padronização foi necessária porque essa unidade é usada ainda hoje, por exemplo, em medições de televisores, diâmetro de tubos e aros de pneus.

Indicação da medida polegada.

- O **palmo** corresponde à distância entre as extremidades do polegar e do dedo mínimo.

Indicação da medida palmo.

- O **pé** era utilizado para fazer medições desde o tempo do Império Romano (aproximadamente 2000 anos atrás). Atualmente, 1 pé equivale a 12 polegadas, e 3 pés, a 1 **jarda**. Essas padronizações foram necessárias porque o pé e a jarda também ainda estão em uso. No futebol, a medida oficial da distância entre as traves do gol é 8 jardas (7,32 m) e a altura do travessão mede 8 pés (2,44 m).

Indicação da medida pé.

Essas unidades geravam muita imprecisão nas medidas, uma vez que as partes do corpo variam de pessoa para pessoa. Com a criação de uma **unidade de medida padronizada** de comprimento, o **metro**, como veremos adiante, esse problema foi resolvido.

A polegada, o pé e a jarda, por exemplo, ainda são usados, mas agora com medidas padronizadas, como citado anteriormente.

Proposta para o professor

Para aprofundar a discussão sobre as histórias das unidades de medida, indicamos a referência:

SOARES, Jessica. Conheça a origem de 11 unidades de medida. *Superinteressante*, [*s. l.*], 21 dez. 2016. Disponível em: https://super.abril.com.br/coluna/superlistas/conheca-a-origem-de-11-unidades-de-medida/. Acesso em: 25 abr. 2022.

Medindo comprimentos com diferentes unidades

Participe Faça as atividades no caderno.

André e Leandro devem ir com a professora comprar ripas de madeira para cercar a horta da escola. No dia combinado para a medição, eles se encontraram na horta, mas se esqueceram de levar uma trena. André teve uma ideia: pegar um pedaço de madeira para medir as laterais da horta.

Leandro ficou intrigado: "Vamos levar esse pedaço de madeira para o marceneiro?". Em seguida, pensou melhor e sugeriu: "Vamos pegar um pedaço de barbante, esticá-lo e medir o comprimento, depois levamos ao marceneiro".

Ilustra Cartoon/Arquivo da editora

a) Você acha que André fez a melhor escolha? Justifique. Resposta pessoal.

b) Que solução você daria para esse problema? Resposta pessoal. Exemplo de resposta: Utilizar palmos ou pés.

c) Que instrumentos usados para medir comprimentos você conhece? Escolha um dos instrumentos que você conhece e elabore um problema relacionado a essa situação.
Respostas pessoais. Exemplo de resposta: Para medir o comprimento de um lápis, você utilizaria uma régua ou uma trena? Justifique.

Agora, acompanhe: Camila está brincando de formar figuras com barbantes coloridos. Estas são as representações dos desenhos que ela formou.

Ilustrações: Banco de imagens/Arquivo da editora

Como poderíamos medir o comprimento de cada uma dessas figuras?

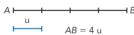
Se fosse possível "esticar" uma dessas figuras, teríamos um segmento de reta, como representado a seguir. O comprimento desse segmento tem a mesma medida do comprimento da figura.

Ilustrações: Banco de imagens/Arquivo da editora

Quando queremos medir o comprimento de uma figura formada por linhas, nós a associamos a um segmento de reta de igual comprimento e, em seguida, medimos esse segmento.

Para medir um segmento de reta $\overline{AB}$, escolhemos um segmento unitário u, que será a **unidade** de medida:

Em seguida, verificamos quantas vezes u cabe em $\overline{AB}$ e obtemos a medida de comprimento de $\overline{AB}$ na unidade u, ou, simplesmente, a medida de $\overline{AB}$.

Banco de imagens/Arquivo da editora

A medida do segmento de reta $\overline{AB}$ é 4 u.

> Podemos indicar o segmento de reta de extremidades *A* e *B* por $\overline{AB}$.
> Já a medida de $\overline{AB}$ indicamos por *AB*.
> Nesse caso, $AB = 4$ u.

Orientações didáticas

Medindo comprimentos com diferentes unidades

No boxe *Participe* é apresentada uma situação em que é utilizada uma unidade de medida não padronizada e que deve ser informada para outra pessoa, no caso um marceneiro, para a construção da cerca de uma horta. Nesse momento, discuta com a turma as respostas dadas a cada um dos itens e promova um diálogo, permitindo que todos que desejarem desenvolvam as suas justificativas para, em seguida, propor uma discussão levando em consideração os pontos de vista diferentes. No item **b**, os estudantes podem citar usar palmos ou pés, unidades de medida de comprimento que acabaram de estudar. Nesse caso, eles devem estar cientes de que a escolha de palmos ou pés pode resultar em medidas diferentes para cada pessoa, já que se trata de unidades de medida não padronizadas.

Além disso, nesse momento existe a possibilidade de trabalhar o TCT *Educação Ambiental.*

Proposta para o professor

Para conhecer melhor como uma horta escolar pode auxiliar no desenvolvimento da Educação Ambiental, sugerimos a referência:

CRIBB, Sandra L. S. P. Educação Ambiental através da horta escolar: algumas possibilidades. *Educação Ambiental em ação*, v. 16, n. 62, 2018. Disponível em: http://www.revistaea.org/artigo.php?idartigo=2984. Acesso em: 25 abr. 2022.

Orientações didáticas

Medindo comprimentos com diferentes unidades

Para possibilitar uma compreensão da medição de comprimento de uma curva, sugerimos que leve barbante e proponha aos próprios estudantes que realizem a aferição da medida de uma curva transformando-a em segmento de reta, adotando as unidades de medida não patronizadas apresentadas em seguida (u e v).

O ideal é que nessa medição de unidades de medida não padronizadas seja utilizado um instrumento como a régua exatamente para dar subsídios à discussão sobre os múltiplos e submúltiplos.

Unidades de medida padronizadas de comprimento

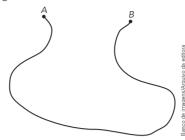
Na BNCC

Este tópico continua o desenvolvimento da habilidade **EF06MA24** apresentando unidades de medida padronizadas, assim como os múltiplos e submúltiplos do metro, permitindo também o desenvolvimento da **EF06MA11**, uma vez que medidas serão representadas também como números racionais.

No entanto, antes de iniciar a discussão sobre esse tema, sugerimos que seja feito o seguinte questionamento para os estudantes: "Além de medir o comprimento, que outras grandezas podemos medir?". Depois de ouvir as respostas dadas, indique que, no dia a dia, nos deparamos com grandezas, como área, volume, temperatura, massa, entre outras tantas, e que, para cada uma delas, é necessário existir uma unidade de medida padronizada e, consequentemente, múltiplos e submúltiplos.

Pelo seu caráter integrador, a leitura de *A medida de todas as coisas*, de Ken Alder, pode ser conduzida em um projeto interdisciplinar que envolva os componentes curriculares **História**, **Geografia**, **Ciências** e **Matemática**.

Agora considere a figura a seguir.

Banco de imagens/Arquivo da editora

Vamos medir o comprimento dessa figura usando duas unidades de medida diferentes e analisar o que acontece. Para isso, novamente a associamos a um segmento de reta de igual comprimento e medimos esse segmento.

- Unidade escolhida: u

  Medida obtida: $AB = 8$ u

- Unidade escolhida: v

  Medida obtida: $AB = 4$ v

Ilustrações: Banco de imagens/ Arquivo da editora

Note que, medindo o comprimento da mesma figura com unidades de medida diferentes, obtivemos números diferentes. Isso é o que aconteceria se cada pessoa pudesse escolher livremente uma unidade para medir um comprimento. Por exemplo, se uma pessoa escolher o palmo e outra escolher o pé para medir o mesmo comprimento, provavelmente cada uma obterá uma medida diferente. Elas também obteriam medidas diferentes se cada uma delas medisse o comprimento com o próprio pé, por exemplo, pois os pés provavelmente têm comprimentos distintos.

Unidades de medida padronizadas de comprimento

Foi adequado, então, que se definisse uma unidade de medida padronizada de comprimento, uma unidade-padrão, isto é, uma unidade de medida de comprimento que seja conhecida e utilizada por todos.

Segundo os órgãos internacionais de padronização de unidades de medida, a unidade de medida de comprimento adotada como padrão é o **metro (m)**.

Por muito tempo, o metro foi estabelecido como a décima milionésima parte da distância da linha do equador ao polo norte. Era o comprimento de uma barra metálica que se encontra no Museu Internacional de Pesos e Medidas, na cidade de Sèvres, na França.

Atualmente, define-se o metro como a medida da distância linear percorrida pela luz no vácuo, durante um intervalo de $\frac{1}{299\,792\,458}$ segundo.

Leia mais textos sobre a criação do metro na seção *Na História* desta Unidade.

Na obra *A medida de todas as coisas*, de Ken Alder (São Paulo: Objetiva, 2003), conhecemos um pouco sobre como foi o processo de escolha do metro como unidade-padrão para medir comprimentos.

Múltiplos e submúltiplos do metro

Que unidade de medida de comprimento usar?

A resposta a essa pergunta é "Depende", pois não é conveniente utilizarmos o metro para expressar uma medida de comprimento muito grande ou muito pequena.

Por exemplo, qual é a medida da distância entre Campo Grande (MS) e Cuiabá (MT)? 694 km (Fonte do dado: GEOGRAFOS. Distância entre Cuiabá e Campo Grande. Disponível em: https://www.geografos.com.br/distancia-entre-cidades/distancia-entre-cuiaba-e-campo-grande.php. Acesso em: 16 mar. 2022).

Para medir grandes extensões, é mais conveniente empregar como unidade de medida de comprimento um dos **múltiplos do metro**:

- decâmetro (dam);
- hectômetro (hm);
- quilômetro (km).

Dessas unidades, a mais utilizada é o quilômetro.

E quanto você acha que mede a altura desse quadro na parede da sala de aula? Resposta pessoal. Espera-se que os estudantes façam estimativas com objetos que têm disponíveis. No exemplo da imagem do livro, a altura do mural da sala de aula corresponde a cerca de 2 vezes o comprimento da régua na mão do estudante.

Alberto De Stefano/Arquivo da editora

Para medir pequenas extensões, é mais conveniente empregar como unidade de medida um dos **submúltiplos do metro**:

- decímetro (dm);
- centímetro (cm);
- milímetro (mm).

Apresentamos, a seguir, um quadro com unidades de medida de comprimento, os símbolos e os valores correspondentes em metros.

Múltiplo			Unidade	Submúltiplo		
Quilômetro	Hectômetro	Decâmetro	Metro	Decímetro	Centímetro	Milímetro
km	hm	dam	m	dm	cm	mm
1000 m	100 m	10 m	**1 m**	0,1 m	0,01 m	0,001 m

Note que cada unidade de medida de comprimento é igual a 10 vezes a unidade imediatamente inferior:

km	hm	dam	m	dm	cm	mm
1000 m	100 m	10 m	**1 m**	0,1 m	0,01 m	0,001 m

· 10 · 10 · 10 · 10 · 10 · 10

Perceba também que cada unidade de medida de comprimento é igual a 1 décimo da unidade imediatamente superior:

km	hm	dam	m	dm	cm	mm
1000 m	100 m	10 m	**1 m**	0,1 m	0,01 m	0,001 m

: 10 : 10 : 10 : 10 : 10 : 10

Orientações didáticas

Múltiplos e submúltiplos do metro

Destaque para os estudantes que a própria nomenclatura dos valores decimais já apresenta radicais para a nomenclatura dos submúltiplos, pois décimos, centésimos e milésimos reforçam a ideia de divisão por 10, 100 e 1 000, respectivamente.

A leitura usual de um número em notação decimal não traz muito significado. Zero vírgula zero zero cinco é de difícil compreensão para os estudantes, mas cinco milésimos já traz mais clareza. Se julgar pertinente, promova uma atividade que apresente algum número e os estudantes apresentam diferentes maneiras de lê-lo. Alternativamente, você pode fazer a leitura de um número e os estudantes devem registrá-lo utilizando algarismos. Essa constante troca de representações entre o registro numérico e o verbal favorece a compreensão dos números decimais e das medidas que eles representam.

Proposta para o professor

Sugerimos a leitura do artigo a seguir, que aborda o ensino de números decimais.

ESTEVES, Anelisa K.; SOUZA, Neusa M. M. Números decimais na sala de aula: os conhecimentos de um grupo de professores e a relação com sua prática pedagógica. *Revista Eletrônica de Educação*, v. 6, n. 1, p. 188-205, 2012.

Orientações didáticas

Atividades

Na atividade **1** é sugerida a medição do tampo da mesa utilizando a régua. Perceba se, ao utilizar e manipular corretamente o referido instrumento de medida, o estudante domina as técnicas necessárias para essa aferição.

Para auxiliá-lo a perceber a diferença entre a unidade de medida e a medida em si, foi desenvolvida a atividade **2**. Verifique se os estudantes conseguem identificar qual unidade de medida foi utilizada mais vezes para aferir a medida dos tampos das carteiras.

Além de propor aos estudantes que façam a atividade **3** partindo da proposição dada, leve-os até a quadra de esportes, se possível, para que possam, também, realizá-la experimentalmente, verificando a variação das medidas de acordo com o passo de cada um, até mesmo com seu passo.

Na atividade **4**, sugira aos estudantes que escrevam no caderno o nome das demais unidades de medida cujos símbolos não têm correspondente na imagem.

Nas atividades **5** e **6**, destaca-se que a representação de determinada medida pode ser diferente dependendo da unidade considerada. Assim, chame a atenção para a vírgula como agente separador entre a parte inteira e a parte decimal, bem como a impossibilidade de haver mais do que 9 décimos, 99 centésimos, 999 milésimos e assim sucessivamente.

Note nestes exemplos como devem ser lidas as medidas de comprimento expressas em metros:

- 0,1 m → lemos: 1 décimo de metro (ou 1 decímetro).
- 0,25 m → lemos: 25 centésimos de metro (ou 25 centímetros).
- 6,37 m → lemos: 6 inteiros e 37 centésimos de metro (ou 6 metros e 37 centímetros).
- 0,005 m → lemos: 5 milésimos de metro (ou 5 milímetros).

Atividades

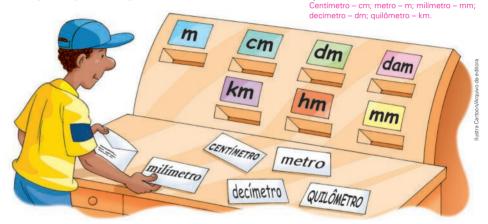
Faça as atividades no caderno.

1. Em grupos, meçam a largura do tampo da mesa do professor usando uma régua. Qual medida vocês encontraram? Essa medida e a dos demais grupos foram iguais? Resposta pessoal; resposta esperada: sim.

2. Os tampos das carteiras de Luciana e Júlia têm formato retangular. Luciana mediu a largura do tampo da carteira escolar usando um lápis como unidade de medida. Júlia mediu a largura do mesmo tampo usando como unidade de medida o centímetro. Qual delas obteve o maior número? Júlia.

3. Suponha que você mediu o comprimento da quadra de esportes da escola e encontrou 50 metros. Estime o valor que você encontrará se refizer a medição, mas agora usando seu passo como unidade de medida. Escreva no caderno como você pensou para responder a esta atividade. Resposta pessoal.

4. Ajude o carteiro a colocar cada envelope no escaninho correto, de acordo com o "destino" indicado. Para isso, associe, no caderno, os nomes das unidades de medida aos respectivos símbolos.
Centímetro – cm; metro – m; milímetro – mm; decímetro – dm; quilômetro – km.

Ilustra Cartoon/Arquivo da editora

5. Malena escreveu a medida da largura do caderno de 3 maneiras diferentes, usando unidades de medida padronizadas distintas. No entanto, ela se esqueceu de escrever as unidades nesses registros. Considerando a unidade de medida de comprimento mais adequada, você pode descobrir quais unidades foram usadas por ela em cada registro?

a) 21 ▨▨▨ centímetros

b) 0,21 ▨▨▨ metro

c) 210 ▨▨▨ milímetros

6. No caderno, reescreva as igualdades substituindo cada ▨▨▨ pela unidade de medida correta.

a) 37,2 m = 37 ▨▨▨ e 2 ▨▨▨ Metros; decímetros.

b) 1,07 m = 1 ▨▨▨ e 7 ▨▨▨ Metro; centímetros.

c) 1,213 m = 1 ▨▨▨ e 213 ▨▨▨ Metro; milímetros.

Mudanças de unidade de medida

Participe

Faça as atividades no caderno.

Lucas fará uma viagem com a família. Ele vai à casa dos avós, que fica em uma cidade distante 300 quilômetros da casa dele. Chegando à prefeitura da cidade, eles ainda devem percorrer mais 300 metros até a casa dos avós.

a) O que diferencia as 2 medidas apresentadas? Justifique sua resposta. A distância entre as cidades foi medida em quilômetros, e a distância entre a prefeitura e a casa dos avós, em metros.

b) Note a régua representada a seguir. O que demarcam os tracinhos menores? E os maiores? Milímetros; centímetros.

c) Medir 1,0 cm com essa régua é o mesmo que medir 10 mm? Por quê? Sim, porque ambas as medidas correspondem ao mesmo comprimento.

d) 5 cm equivalem a quantos milímetros? 50 mm

e) 80 mm equivalem a quantos centímetros? 8 cm

f) Se você comparar 5 cm com 80 mm, qual dessas medidas é a maior? Como você fez a comparação? 80 mm; exemplo de resposta: utilizando a mesma unidade de medida.

g) As ações de transformar medidas para, por exemplo, compará-las são chamadas **conversões de unidade**. Em sua opinião, por que, em algumas situações, temos necessidade de converter unidades de medida?

h) Ricardo quer expressar as medidas de distância entre as traves do gol da escola em polegadas. Sabendo que a distância entre as traves mede 8 jardas e que 1 jarda corresponde a 3 pés e 1 pé corresponde a 12 polegadas, o que ele deve fazer para expressar tais medidas?

g) Exemplo de resposta: Para fazer comparações entre medidas de comprimento ou, ainda, realizar cálculos.

h) Exemplo de resposta: Fazer as seguintes transformações: 1 pé = 12 polegadas; 1 jarda = 3 pés = 3 × 12 = 36 polegadas; 8 jardas = 8 × 36 = 288 polegadas.

Já vimos que, para o metro, os múltiplos e os submúltiplos, cada unidade de medida de comprimento equivale a 10 vezes a unidade imediatamente inferior e a 0,1 da unidade imediatamente superior. Daí decorrem as seguintes regras práticas para realizar mudanças de unidade de medida.

- Para passar de uma unidade para outra imediatamente inferior, devemos fazer uma multiplicação por 10, ou seja, basta deslocar a vírgula 1 ordem para a direita.

  Exemplo

  Vamos expressar 3,72 cm em milímetros. Como 1 cm equivale a 10 mm, temos:

  $$3{,}72\ \text{cm} = (3{,}72 \cdot \mathbf{10})\ \text{mm} = 37{,}2\ \text{mm}$$

- Para passar de uma unidade para outra imediatamente superior, devemos fazer uma divisão por 10, ou seja, basta deslocar a vírgula 1 ordem para a esquerda.

  Exemplo

  Vamos expressar 389,2 cm em decímetros. Como 1 cm equivale a $\frac{1}{10}$ dm, temos:

  $$389{,}2\ \text{cm} = (389{,}2 : \mathbf{10})\ \text{dm} = 38{,}92\ \text{dm}$$

- Para passar de uma unidade para outra qualquer, basta aplicar sucessivas vezes uma das regras anteriores.

  Exemplos

  Vamos expressar:

- 3,54 km em metros:

  $$3{,}54\ \text{km} = 35{,}4\ \text{hm} = 354\ \text{dam} = 3\,540\ \text{m}$$

  Ou diretamente (pois 1 km equivale a 1 000 m):

  $$3{,}54\ \text{km} = (3{,}54 \cdot \mathbf{1000})\ \text{m} = 3\,540\ \text{m}$$

Orientações didáticas

Mudanças de unidade de medida

No boxe *Participe* é possível comentar com os estudantes que qualquer medida depende do grau de precisão do instrumento que a afere e da incerteza de medição. No caso da régua graduada em milímetro, a medida aferida com ela deve ser expressa considerando sua precisão, que é metade da menor divisão dela. Uma medida de 14,5 mm, por exemplo, tem os algarismos 1 e 4 como certos e 5 como duvidoso. Para uma medida em centímetro utilizando uma régua comum, é adequada a utilização de somente 1 casa decimal, pois a acuidade visual humana não percebe frações de milímetros.

Um bom exercício para entender a questão da precisão de um instrumento é pedir aos estudantes que marquem 4 pontos *A*, *B*, *C* e *D* sobre uma reta. Eles devem medir com a régua os segmentos de reta $\overline{AB}$, $\overline{BC}$, $\overline{CD}$ e $\overline{AD}$ e conferir se a medida de $\overline{AD}$ é igual à soma das medidas dos demais segmentos de reta. Fazendo isso várias vezes, irão encontrar diferenças, ainda que pequenas, nas medidas, o que mostra a imprecisão do instrumento.

Para a resolução do item **h**, oriente os estudantes a retomar as medidas anteriormente apresentadas: a medida oficial da distância entre as traves do gol é 8 jardas e a altura do travessão mede 8 pés.

Proposta para o estudante

No boxe *Participe* é possível explorar o TCT *Vida Familiar e Social* da seguinte maneira: sugerimos que pergunte aos estudantes se eles têm parentes que moram em outra cidade. Em caso afirmativo, podem ser propostos os seguintes questionamentos: “Com que frequência vocês se comunicam com esses parentes?”; “Qual é o modo de comunicação utilizado?”; “O quão distante geograficamente estão?”, com o objetivo de promover um debate sobre a vida familiar e social.

Orientações didáticas

Atividades

Nas atividades **7** e **8** é necessário que seja realizada a conversão de unidades de medida; por isso, explore as estratégias apresentadas no tópico “Mudanças de unidade de medida” realizando as operações necessárias e reforçando a ideia de que repartir em partes menores pode ser realizado tanto por meio da multiplicação por uma fração quanto por meio da divisão pelo valor do denominador.

Para eventuais dúvidas que possam surgir na atividade **9**, sugira aos estudantes que criem um quadro com os valores posicionados identificando, por exemplo, que uma medida como 2,1 m representa 2,10 ou 2,100 de acordo com a necessidade de organização no quadro de somas.

Na atividade **10** é possível destacar a caminhada como um hábito favorável à saúde e aproveitar para abordar o TCT *Saúde* verificando hábitos e a variedade de atividades físicas que os estudantes praticam.

Caso julgue pertinente, convide os professores dos componentes curriculares **Ciências** e **Educação Física** para participar da atividade, contribuindo com novos olhares e encaminhamentos. É possível fazer uma ação que promova caminhadas visando ao bem-estar e contribuindo para saúde.

Nas atividades **12** a **16** são apresentadas as unidades de medida: polegada, pé e jarda para realizar a conversão para unidades do sistema métrico; por isso, é fundamental a organização dos valores para as operações na conversão deles, sobretudo em casos em que deverá ser realizada mais do que uma transformação. Na atividade **14**, comente que atualmente a medida da distância entre as marcas do pênalti e do gol está padronizada em 11 m.

- 87,5 cm em metros:

$$87{,}5 \text{ cm} = 8{,}75 \text{ dm} = 0{,}875 \text{ m}$$

Ou diretamente $\left(\text{pois } 1 \text{ cm} = \frac{1}{100} \text{ m}\right)$:

$$87{,}5 \text{ cm} = (87{,}5 : \mathbf{100}) \text{ m} = 0{,}875 \text{ m}$$

16. Exemplo de resposta: Carol e o irmão Ruan mediram o comprimento da cama em que dormem usando uma fita métrica. Carol usou o lado da fita graduado em polegadas e obteve a medida de 74 polegadas. Ruan mediu o comprimento da cama usando o outro lado da fita e obteve 150,7 cm. Expresse essas medidas em milímetros e responda: Qual deles tem a cama mais comprida? Resposta: 1 879,6 mm e 1 507 mm; Carol.

Atividades

Faça as atividades no caderno.

7. Quantos metros correspondem a:

a) 10 dm? 1 m

b) 1,7 km? 1 700 m

c) 129 cm? 1,29 m

d) 548 mm? 0,548 m

8. Quantos centímetros correspondem a:

a) 1 dm? 10 cm

b) 1 km? 100 000 cm

c) 2,1 m? 210 cm

d) 37 mm? 3,7 cm

9. No aniversário, a professora Ana Paula recebeu de cada turma um presente diferente. No caderno, expresse as somas em metros e associe os resultados às palavras do quadro para descobrir quais foram os presentes dos estudantes.

Presente	Medida
Flores	10,851 m
Perfume	6,789 m
Bombons	12,852 m
Sapatos	162,27 m
Colar	11,851 m

6º A: 2,1 m + 4,75 m + 5,001 m 11,851 m; colar.

6º B: 0,064 km + 12,7 dm + 0,097 km 162,27 m; sapatos.

6º C: 81,7 cm + 972 mm + 5 m 6,789 m; perfume.

10. Ainda que não seja possível realizar exercícios físicos intensos, é importante manter-se em atividade; o simples ato de caminhar já traz benefícios para a saúde. Uma pesquisa recente indica que dar cerca de 7 mil passos por dia já garante uma rotina saudável de atividades.

Fonte dos dados: BOTTOMS, Lindsay. Dar cerca de 7 mil passos por dia é o suficiente para uma rotina saudável. *CNN Brasil*. Disponível em: https://www.cnnbrasil.com.br/saude/dar-cerca-de-7-mil-passos-por-dia-e-o-suficiente-para-uma-rotina-saudavel/. Acesso em: 14 mar. 2022.

a) Comece por descobrir a medida de seu passo. Para isso, ande 10 passos e determine a medida da distância percorrida, em metros; depois, divida essa medida por 10.

b) Reflita sobre sua atividade diária: ela permite que você caminhe com frequência? Descreva aqui alguns trajetos que você realiza diariamente e estime (ou conte) o número de passos dados em cada um. Você consegue cumprir a meta de 7 mil passos diários?

c) Quais outras atividades você poderia praticar diariamente que contribuiriam para sua saúde? Respostas pessoais.

11. Célia mediu os lados do tampo de vidro de uma mesa quadrada usando a medida máxima indicada por uma régua de 30 cm e verificou que em cada lado do tampo cabem 2 vezes e meia a medida indicada pela régua.

a) Quantos centímetros mede cada lado do tampo da mesa? 75 cm

b) Faça uma estimativa sobre a medida de todo o contorno do tampo da mesa: é maior ou menor do que 2 metros? Justifique sua resposta.

11. b) Maior, pois, adicionando 4 vezes a medida de 75 cm, temos 300 cm ou 3 metros.

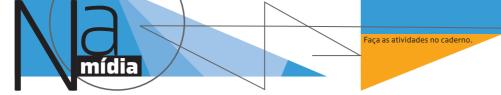
12. Uma polegada equivale a 2,54 cm. Quantos milímetros correspondem a 1 polegada? 25,4 mm

13. Um pé equivale a 12 polegadas. Quantos centímetros equivalem a 1 pé? 30,48 cm

14. Uma jarda equivale a 3 pés. No futebol, a marca do pênalti ficava oficialmente a 12 jardas da linha do gol. Essa medida correspondia a quantos metros? Dê a resposta aproximada com 2 casas decimais. Aproximadamente 10,97 m.

15. Pesquise qual é a relação entre as unidades de medida polegada e pé e a quanto elas correspondem em milímetros e em centímetros.

16. Elabore um problema que envolva as unidades de medida polegada, milímetro e centímetro e a relação entre elas. Troque de problema com um colega, você resolve o dele e ele resolve o seu.

15. 1 polegada corresponde a 25,4 mm (ou 2,54 cm); 1 pé corresponde a 30,48 cm (ou 304,8 mm); 1 pé corresponde a 12 polegadas.

Ameaça vinda do espaço

Dima Zel/Shutterstock

Fotomontagem de um asteroide e da Terra com imagens fornecidas pela Nasa.

Mais cedo ou mais tarde, um asteroide com a largura de três campos de futebol pode atingir a Terra. O próximo risco de colisão do Apophis com nosso planeta será [em] 2068. Mas bem antes disso, em 2029, ele se aproximará o suficiente para ser bem estudado. Uma passagem inofensiva, que pode ajudar os cientistas a evitarem um futuro impacto.

[...] O Apophis passará a 31 mil km da Terra – mais ou menos um décimo da distância entre nosso planeta e a Lua –, a uma velocidade de 30 km/s. [...]

O 99942 Apophis está no terceiro lugar na lista da Nasa, agência espacial norte-americana, para os potencialmente perigosos "objetos próximos da Terra" (NEOs), com uma chance de 1 em 150 mil de colidir com nosso planeta em 2068. [...]

Por isso, a aproximação de 2029 é crucial para conhecermos melhor este objeto ameaçador, estudando seu exterior, interior e comportamento. [...]

DUARTE, Marcella. Asteroide passará perto da Terra em 2029; conheça os planos dos cientistas. *Tilt*, [*s. l.*], 20 nov. 2020. Disponível em: https://www.uol.com.br/tilt/noticias/redacao/2020/11/20/asteroide-apophis-passara-perto-da-terra-em-2029-cientistas-ja-tem-planos.htm. Acesso em: 30 abr. 2021.

1. Segundo o texto, 31 mil km é "mais ou menos um décimo da distância entre nosso planeta e a Lua". Então, de acordo com o texto, qual é a estimativa da medida da distância entre a Terra e a Lua? 310 000 km

2. Pesquise qual é a medida da distância média entre a Terra e a Lua. Na sua opinião, de acordo com esse valor, a estimativa realizada no item anterior é adequada ou não?

3. O comprimento de um campo de futebol oficial mede 105 metros em média. Assim, de acordo com o texto, qual é a medida da largura do Apophis? 315 m

4. Pesquise quais são os edifícios mais altos do Brasil e compare-os com a medida da largura do asteroide. A resposta depende do ano de realização da pesquisa.

5. A velocidade de 30 km/s significa que, a cada segundo, o asteroide percorre 30 km. Então, em 1 hora ele percorre aproximadamente 10^n metros. Qual é o valor do expoente n? 8

2. 384 400 km (Fonte do dado: CREF. *Qual é a distância entre a Terra e a Lua.* Disponível em: https://cref.if.ufrgs.br/?contact-pergunta=qual-e-a-distancia-entre-a-terra-e-a-lua. Acesso em: 14 mar. 2022.). Resposta pessoal.

O *site* da Administração Nacional da Aeronáutica e do Espaço (Nasa, sigla em inglês), em parceria com o Instituto de Tecnologia da Califórnia (Caltech, Estados Unidos), produziu uma animação que mostra a trajetória prevista do asteroide 99942 Apophis em 2029. Disponível em: https://www.jpl.nasa.gov/news/nasa-analysis-earth-is-safe-from-asteroid-apophis-for-100-plus-years. Acesso em: 19 jan. 2022.

Orientações didáticas

Na mídia

Na BNCC

Esta seção continua o desenvolvimento da habilidade **EF06MA24** propondo comparações entre distâncias e conversões de unidades de medida, tudo isso no contexto de distâncias espaciais.

A seção *Na mídia* propõe questões que enfatizam conversões e comparativos de medidas considerando objetos espaciais. Sugira aos estudantes que pesquisem medidas espaciais, como o comprimento do raio dos planetas, comparando-as entre si.

Nessa seção, é explorado um tema interdisciplinar, no caso, a **Astronomia**, que tem potencial para desenvolvimento da autonomia dos estudantes, pois estimula a pesquisa, favorece a elaboração de questionamentos por parte deles próprios e a expressão oral.

A pesquisa sugerida na atividade **4**, feita no ano de 2022, apontou como os edifícios mais altos do Brasil os que estavam localizados no Balneário Camboriú (SC). Nenhum deles tinha a medida da altura maior que a da largura do asteroide.

Orientações didáticas

Curvas

Na BNCC

Este tópico permite o desenvolvimento da habilidade **EF06MA28** ao apresentar curvas abertas e fechadas que podem representar plantas baixas simples e vistas aéreas, conforme visto na atividade **2**.

O capítulo inicia com a apresentação das características das curvas; no entanto, é recomendável levantar os conhecimentos prévios dos estudantes, ampliando o que já foi estudado nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental.

Instigue a discussão sugerindo, por exemplo, perguntas do tipo: "Quais curvas você conhece?"; "Onde você encontra essas formas no dia a dia?", entre outras questões que achar adequadas ao momento e que valorizem a participação da turma. Comente que um segmento de reta também é uma curva.

Curvas, poligonais, polígonos e perímetro

EF06MA18
EF06MA19
EF06MA20
EF06MA22
EF06MA24
EF06MA28

Curvas

No capítulo anterior, as figuras que Camila formou com barbantes coloridos dão a ideia de **curvas**.

Ilustrações: Banco de imagens/Arquivo da editora

As curvas (ou linhas) têm comprimento, mas não têm largura ou espessura. Elas podem ser classificadas em abertas ou fechadas, simples ou não simples.

Cada figura a seguir representa uma curva que é aberta e que não se intersecta. São **curvas abertas simples**.

Cada figura a seguir representa uma curva aberta que se intersecta. São **curvas abertas não simples**.

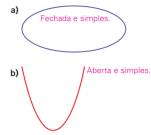
Cada figura a seguir representa uma curva fechada que não se intersecta. São **curvas fechadas simples**.

Cada figura a seguir representa uma curva fechada que se intersecta. São **curvas fechadas não simples**.

Atividades

Faça as atividades no caderno.

1. Classifique no caderno cada curva de acordo com os critérios: aberta ou fechada, simples ou não simples.

Ilustrações: Banco de imagens/Arquivo da editora

2. O Autódromo José Carlos Pace, em São Paulo (SP), é o mais antigo do Brasil: em 2024, completa 84 anos. Mais conhecido por Autódromo de Interlagos, sedia os principais eventos brasileiros de automobilismo. A imagem representa o traçado atual. Ele é percorrido no sentido anti-horário.

a) Como podemos classificar a curva que representa o traçado dessa pista?
Simples e fechada.

b) Partindo da posição de largada, em que ordem um piloto passa pelos locais indicados na imagem?

Autódromo de Interlagos, vista superior.

gustavosapienza/Shutterstock

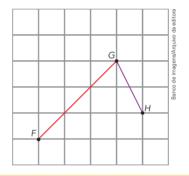
Largada – S do Senna – Curva do Sol – Reta oposta – Descida do lago – Laranjinha – Pinheirinho – Bico de pato – Mergulho – Junção – Subida dos boxes – Chegada.

Poligonais

Unindo segmentos de reta

Analise as extremidades dos segmentos de reta $\overline{FG}$ e $\overline{GH}$. Esses segmentos têm alguma extremidade comum?

Perceba que G é a extremidade comum dos segmentos de reta $\overline{FG}$ e $\overline{GH}$. Dizemos que $\overline{FG}$ e $\overline{GH}$ são segmentos de reta **consecutivos**.

Banco de imagens/Arquivo da editora

Dois segmentos de reta que têm uma extremidade comum são **segmentos de reta consecutivos.**

Orientações didáticas

Atividades

Na atividade **1** é abordada a classificação de curvas. Revise com os estudantes eventuais dúvidas relacionadas às curvas abertas, fechadas, simples ou não simples. Depois, proponha a realização contrária, sugerindo que desenhem figuras de acordo com os critérios estudados: aberta ou fechada e simples ou não simples. Peça a eles que comparem as construções entre si, percebendo a variedade de formas criadas.

Na atividade **2**, é informado que o autódromo representado se caracteriza por ser percorrido no sentido anti-horário, sendo essa a condição para a compreensão e realização do item **b**. Solicite aos estudantes que procurem pistas de autódromos ao redor do mundo onde os carros correm no sentido horário.

Além disso, pode ser aplicado o conceito de curvas em um trajeto. Questione os estudantes em relação ao trajeto deles casa-escola: “Ele seria uma curva aberta ou fechada?”; “É uma curva simples ou não simples?”. Utilize um *software* ou aplicativo de pesquisa e visualização de mapas e imagens de satélite da Terra gratuito, disponível na internet.

Poligonais

Na BNCC

Este tópico traz requisitos para o desenvolvimento da habilidade **EF06MA18** ao definir poligonal, que será utilizada para a definição de polígono no próximo tópico. Essa habilidade, por sua vez, embasa o desenvolvimento das demais habilidades do capítulo.

Este tópico inicia apresentando características das poligonais; no entanto, é recomendável levantar os conhecimentos prévios dos estudantes acerca de figuras geométricas planas, incluindo ponto e reta, e organizar uma exposição de ideias sobre esse tema.

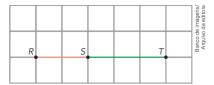
Orientações didáticas

Poligonais

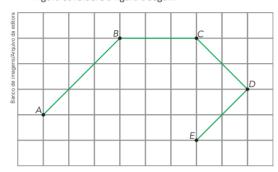
Instigue a discussão sugerindo, por exemplo, perguntas do tipo: “Quais figuras geométricas você conhece?”; “Em quais objetos do dia a dia podemos perceber formas que se parecem com essas figuras?”; “Todas elas são iguais?”; “O que elas têm em comum?”; “E de diferente?”, entre outras questões que achar adequadas ao momento e que valorizem a participação da turma.

Na sequência, apresente as características de uma poligonal considerando a união dos pontos por segmentos de reta, nomeando-os e destacando que os segmentos são consecutivos, e quaisquer 2 deles são não colineares.

Note que os segmentos de reta $\overline{RS}$ e $\overline{ST}$ também são consecutivos, porque S é a extremidade comum de $\overline{RS}$ e $\overline{ST}$. Além de consecutivos, os segmentos $\overline{RS}$ e $\overline{ST}$ estão contidos em uma mesma reta. Por isso, dizemos que $\overline{RS}$ e $\overline{ST}$ são segmentos de reta **consecutivos** e **colineares**.

Banco de imagens/Arquivo da editora

Dois segmentos de reta consecutivos são **colineares** quando uma mesma reta os contém.

Agora considere a figura a seguir.

Banco de imagens/Arquivo da editora

Nesse caso, podemos afirmar que:

- são 4 segmentos de reta sucessivamente consecutivos: $\overline{AB}$, $\overline{BC}$, $\overline{CD}$ e $\overline{DE}$;
- não há 2 segmentos de reta consecutivos colineares.

Dizemos que essa figura é uma **poligonal**.

Poligonal é uma curva formada por um número finito de segmentos de reta sucessivamente consecutivos, com quaisquer 2 segmentos de reta consecutivos não colineares.

Indicamos a poligonal anterior como $ABCDE$, e os elementos dela são:

- **lados**: $\overline{AB}$, $\overline{BC}$, $\overline{CD}$ e $\overline{DE}$;
- **vértices**: pontos A, B, C, D e E.

Classificação de poligonais

Como uma poligonal é uma curva, também a classificamos em aberta ou fechada, simples ou não simples.

Aberta e simples.

Fechada e simples.

Aberta e não simples.

Fechada e não simples.

Ilustrações: Banco de imagens/Arquivo da editora

Nas poligonais simples, 2 lados que não são consecutivos não se intersectam.
Nas poligonais não simples existem 2 lados não consecutivos que se intersectam.

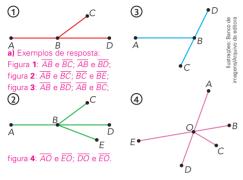
Atividades

Faça as atividades no caderno.

4. a) Poligonal **1**: vértices *A*, *B*, *C*, *D*, *E*, *F* e *G*; poligonal **2**: vértices *H*, *I*, *J*, *K*, *L* e *M*.

3. A professora de Matemática pediu aos estudantes que se reunissem em grupos e, usando barbantes coloridos, construíssem no geoplano representações de segmentos de reta consecutivos e segmentos de reta colineares.

Analise as representações do que eles fizeram.

a) Exemplos de resposta:
Figura **1**: $\overline{AB}$ e $\overline{BC}$; $\overline{AB}$ e $\overline{BD}$;
figura **2**: $\overline{AB}$ e $\overline{BC}$; $\overline{BC}$ e $\overline{BE}$;
figura **3**: $\overline{AB}$ e $\overline{BD}$; $\overline{AB}$ e $\overline{BC}$;
figura **4**: $\overline{AO}$ e $\overline{EO}$; $\overline{DO}$ e $\overline{EO}$.

Em cada figura:

a) cite 2 pares de segmentos de reta consecutivos;

b) cite 1 par de segmentos de reta consecutivos e colineares.

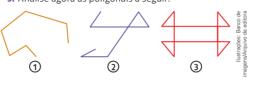
b) Exemplo de resposta: Figura **1**: $\overline{AB}$ e $\overline{BD}$; figura **2**: $\overline{AB}$ e $\overline{BD}$; figura **3**: $\overline{BC}$ e $\overline{BD}$; figura **4**: $\overline{AO}$ e $\overline{DO}$.

4. Considere cada uma destas poligonais.

b) Poligonal **1**: lados $\overline{AB}$, $\overline{BC}$, $\overline{CD}$, $\overline{DE}$, $\overline{EF}$ e $\overline{FG}$; poligonal **2**: lados $\overline{HI}$, $\overline{IJ}$, $\overline{JK}$, $\overline{KL}$ e $\overline{LM}$.

a) Quais são os vértices de cada poligonal?

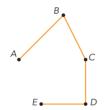
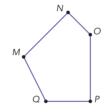
b) Quais são os lados?

5. Analise agora as poligonais a seguir.

a) Quais dessas poligonais são abertas? Quais são fechadas? Figuras **1** e **2**; figura **3**.

b) Quais dessas poligonais são simples? Quais são não simples? Figura **1**; figuras **2** e **3**.

c) Qual é o número de vértices e o número de lados de cada poligonal?
Figura **1**: 7 vértices e 6 lados; figura **2**: 7 vértices e 6 lados; figura **3**: 8 vértices e 8 lados.

Polígonos

Analise as poligonais representadas a seguir. A poligonal *ABCDE* é aberta e *MNOPQ* é fechada.

Ilustrações: Banco de imagens/Arquivo da editora

Uma poligonal fechada (simples ou não simples) também é chamada **polígono**.

Considerando o polígono *MNOPQ*, temos que:

- os vértices são os pontos *M*, *N*, *O*, *P* e *Q*;
- os lados são os segmentos de reta $\overline{MN}$, $\overline{NO}$, $\overline{OP}$, $\overline{PQ}$ e $\overline{QM}$;
- os ângulos internos são $Q\hat{M}N$, $M\hat{N}O$, $N\hat{O}P$, $O\hat{P}Q$ e $P\hat{Q}M$.

O número de **lados** de um polígono é igual ao número de **vértices** desse polígono.

Orientações didáticas

Atividades

Para ilustrar a atividade **3**, sugere-se construir os segmentos de reta com barbantes, ou fios de lã, coloridos em um geoplano; dessa maneira ficará mais perceptível quais são os segmentos de reta, até mesmo para nomeá-los. Não havendo essa possibilidade, procure corrigir na lousa, diferenciando-os por cores dos pincéis ou gizes utilizados.

Na atividade **4**, sugira aos estudantes que nomeiem os segmentos de reta percorrendo os vértices de cada poligonal no sentido horário e no anti-horário. Verifique se eles percebem, por exemplo, que $\overline{AB}$ e $\overline{BA}$ representam o mesmo segmento de reta e que não há mudanças na figura quando os vértices são percorridos nos 2 sentidos.

Para a atividade **5**, construa um quadro com a participação dos estudantes para que notem as características comuns e as diferenças entre as figuras, até mesmo quanto a distinguir as poligonais simples das não simples. Reforce a importância dos segmentos de reta que formam as figuras e solicite que identifiquem os vértices de cada uma delas.

Polígonos

Na BNCC

Este tópico continua o desenvolvimento da habilidade **EF06MA18**, formalizando e classificando os polígonos.

Aqui formalizamos o conceito de polígono e apresentamos a relação de número de lados e vértices. Recomenda-se desenhar uma poligonal e um polígono na lousa e promover a percepção dos estudantes sobre o que diferencia essas figuras, de maneira espontânea e segura. Mostre aos estudantes alguns exemplos e pergunte sobre o número de vértices e lados para fixar a informação, além de mostrar a lógica por trás disso.

Proposta para o estudante

Caso seja possível, proponha a utilização da versão digital do Geoplano, disponível em: https://apps.mathlearningcenter.org/geoboard/. Acesso em: 6 maio 2022.

Orientações didáticas

Classificação de polígonos

Neste tópico será apresentada a classificação de polígonos. No boxe *Participe* pode ser trabalhado o TCT *Vida Familiar e Social* no momento em que se sugere falar sobre as estruturas de casa, solicitando aos estudantes que desenhem uma espécie de planta baixa da escola (ou do bloco onde a sala de aula se encontra), verificando o formato das salas e suas dimensões. Sugira, também, que realizem a mesma estratégia inventando uma casa com 2 quartos, banheiro, sala e cozinha.

Além disso, aproveite o contexto do desejo de Renato e promova uma reflexão sobre o acesso à casa própria no Brasil. Instigue os estudantes a emitir opinião sobre a relação entre a diversidade social e econômica no Brasil e o acesso à casa própria. Se julgar adequado, sugira uma pesquisa sobre o tema em diferentes fontes de informação.

Classificação de polígonos

Analise os polígonos a seguir. Como os polígonos são tipos de poligonal, nos polígonos simples, 2 lados que não são consecutivos não se intersectam. Os polígonos não simples têm 2 lados não consecutivos que se intersectam.

Simples. Não simples. Não simples.

Simples. Simples.

Ilustrações: Banco de imagens/Arquivo da editora

A **planta baixa** é um desenho técnico que tem como função representar graficamente uma construção, mostrando a disposição dos ambientes e outros detalhes técnicos. Há diversas políticas de incentivo à construção de habitações de interesse social, que contam, inclusive, com a elaboração de plantas de acordo com normas vigentes. Para saber mais sobre o assunto, visite: CAIXA ECONÔMICA FEDERAL. *Habitação de interesse social*. Disponível em: https://www.caixa.gov.br/poder-publico/infraestrutura-saneamento-mobilidade/habitacao/interesse-social/Paginas/default.aspx. Acesso em: 18 mar. 2022.

O foco de nosso estudo se dará nos **polígonos simples**. Assim, salvo menção contrária, quando falarmos em "polígonos", estaremos nos referindo aos polígonos simples.

Nomes dos polígonos

Participe Faça as atividades no caderno.

Renato fez um esboço da planta baixa da casa de seus sonhos, para representar com polígonos como gostaria que o espaço fosse dividido. Analise a imagem:

Banco de imagens/Arquivo da editora

a) O que os polígonos utilizados por Renato nesse esboço têm em comum? **a)** Exemplos de resposta: São polígonos simples; todos são quadriláteros: têm 4 lados e 4 vértices.

b) Quais desses polígonos poderiam ser classificados como retângulos? Polígonos *A, B, C, D, E, F* e *H*.

c) Quais desses polígonos poderiam ser classificados como quadrados? Polígonos *E* e *F*.

d) Qual desses polígonos não poderia ser classificado como retângulo nem como quadrado? Polígono *G*.

238

Os polígonos recebem nomes de acordo com o número de lados ou de vértices que apresentam. Acompanhe nos quadros a seguir os nomes dos principais polígonos.

Ilustrações: Banco de imagens/Arquivo da editora

Polígono	Nome do polígono	Número de vértices	Número de lados
	triângulo	3	3
	quadrilátero	4	4
	pentágono	5	5
	hexágono	6	6
	heptágono	7	7
	octógono	8	8

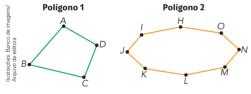
Polígono	Nome do polígono	Número de vértices	Número de lados
	eneágono	9	9
	decágono	10	10
	undecágono	11	11
	dodecágono	12	12
	pentadecágono	15	15
	icoságono	20	20

6. Os exemplos de desenho encontram-se na seção *Resoluções* deste Manual.

Faça as atividades no caderno.

6. Desenhe no caderno os polígonos com as seguintes quantidades de elementos. Depois, nomeie cada um deles.

a) 9 vértices. Eneágono.
b) 6 vértices. Hexágono.
c) 7 vértices. Heptágono.
d) 5 lados. Pentágono.
e) 10 lados. Decágono.
f) 8 lados. Octógono.

7. Analise os polígonos a seguir e responda às questões.

a) Qual é o nome de cada polígono?
b) Quantos e quais são os vértices de cada polígono?
c) Quais são os lados de cada polígono?

8. Os contornos das faces de sólidos geométricos podem ser polígonos. Para cada sólido representado, indique o nome do polígono correspondente ao contorno das faces, bem como o número de lados e de vértices que apresenta.

a)

Octaedro: sólido geométrico de 8 faces. Todas as faces deste octaedro têm a mesma forma.

Triângulo; 3 vértices, 3 lados.

b)

Dodecaedro: sólido geométrico de 12 faces. Todas as faces deste dodecaedro têm a mesma forma.

Pentágono; 5 vértices, 5 lados.

7. a) Polígono **1**: quadrilátero; polígono **2**: octógono. **b)** Polígono **1**: 4 vértices: *A*, *B*, *C* e *D*; polígono **2**: 8 vértices: *H*, *I*, *J*, *K*, *L*, *M*, *N* e *O*.
c) Polígono **1**: $\overline{AB}$, $\overline{BC}$, $\overline{CD}$ e $\overline{DA}$; polígono **2**: $\overline{HI}$, $\overline{IJ}$, $\overline{JK}$, $\overline{KL}$, $\overline{LM}$, $\overline{MN}$, $\overline{NO}$ e $\overline{OH}$.

Orientações didáticas

Nomes dos polígonos

A nomenclatura de alguns polígonos já é do conhecimento dos estudantes desde os Anos Iniciais do Ensino Fundamental. Agora, ela é ampliada.

Inicie a apresentação da nomenclatura dos polígonos destacando os prefixos que auxiliam na construção dos nomes e outras palavras em que eles também aparecem – por exemplo: trio, tricolor, quadriciclo, década, entre outras – a fim de mostrar que o prefixo aponta a quantidade e o que caracteriza os ângulos é o termo “gono”. Assim, pentá**gono** é um polígono com 5 ângulos, mas, há outras terminações, o tri**ângulo** e o quadri**látero**, que é um polígono com 4 lados (e, também, com 4 ângulos).

Atividades

Para auxiliar os estudantes a desenvolver elementos relacionados aos polígonos, sugerimos que leve massa de modelar e palitos de churrasco para que eles manipulem (sob sua supervisão) e construam as figuras, reforçando que os vértices são as bolinhas formadas com massa de modelar e os palitos são os lados dos polígonos.

Sugerimos que a atividade **6** seja realizada em duplas, mas que cada um faça seu desenho individualmente para, depois, compararem entre si, notando que um polígono com os mesmos nomes pode ter formas diferentes.

Para indicar as faces poligonais de um poliedro, como é solicitado na atividade **8**, desmonte uma caixa de sapatos ou de creme dental, mostrando os diferentes quadriláteros que dão forma a ela. Explique que, embora sejam classificados como quadriláteros, as dimensões nem sempre são as mesmas, mas isso não interfere na nomenclatura da forma.

Orientações didáticas

Triângulos

Na BNCC

Este tópico desenvolve a habilidade **EF06MA19** apresentando a definição, classificação, construção e condição de existência de triângulos.

Comece reforçando a definição de triângulo e mostre situações em que peças com formato triangular são utilizadas, como em estruturas de telhados, portões, pontes de treliças, etc.

A nomenclatura dos triângulos de acordo com o número de lados é apresentada por meio de figuras impressas no material. Mais uma vez pode ser de grande valia manipular canudos coloridos para essa formação, diferenciando os lados congruentes com cores diferentes, por exemplo.

Classificação de triângulos quanto aos lados

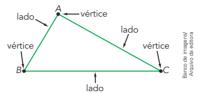
Aponte as diferenças e as características comuns entre as figuras destacando o número de lados e ângulos e mostrando as diferentes medidas de ângulos por meio das nomenclaturas que os classificam em agudos, retos e obtusos. Além disso, pode ser bastante interessante falar sobre a rigidez dessa figura. Com canudos de papel e grampos de cabelo, crie um triângulo em que a junção dos grampos formará o vértice, e o canudo com o grampo inserido formará o lado.

Triângulos

O telhado constitui a cobertura das casas. Em geral, o telhado se apoia em estruturas triangulares, e isso ocorre porque os engenheiros civis sabem que os triângulos têm características muito especiais.

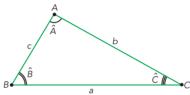
Como apresentado no tópico *Nomes dos polígonos*, um **triângulo** é um polígono que tem 3 lados. Analise o triângulo a seguir.

Banco de imagens/Arquivo da editora

Igor Sokolov (breeze)/Shutterstock

É comum a estrutura de sustentação dos telhados ser feita em formato triangular.

Indicamos esse triângulo por $\triangle ABC$. Nele, os pontos A, B e C são os **vértices**, e os segmentos de reta $\overline{AB}$, $\overline{BC}$ e $\overline{CA}$ são os **lados**.

Agora, analise a imagem de outro triângulo.

Banco de imagens/Arquivo da editora

Os ângulos $B\hat{A}C$ (ou $\hat{A}$), $A\hat{B}C$ (ou $\hat{B}$) e $A\hat{C}B$ (ou $\hat{C}$) são chamados **ângulos internos** do triângulo.

Para simplificar a linguagem, costuma-se identificar que:

- o lado oposto ao ângulo $\hat{A}$ tem medida a (ou seja, $BC = a$);
- o lado oposto ao ângulo $\hat{B}$ tem medida b (ou seja, $AC = b$);
- o lado oposto ao ângulo $\hat{C}$ tem medida c (ou seja, $AB = c$).

Classificação de triângulos quanto aos lados

Quando comparamos as medidas dos lados de um triângulo, 3 casos podem ocorrer.

1º caso: Os 3 lados são congruentes, ou seja, têm a mesma medida. Nesse caso, o triângulo é chamado **equilátero**. Na representação desse tipo de triângulo, os lados congruentes são marcados com o mesmo número de tracinhos.

2º caso: 2 lados são congruentes. Consideramos o outro lado como a **base** do triângulo. Nesse caso, o triângulo é dito **isósceles**.

3º caso: 2 lados quaisquer não são congruentes. Nesse caso, o triângulo é dito **escaleno**.

1º caso

$\triangle ABC$ é equilátero.
$AB = AC = BC$

2º caso

$\triangle RST$ é isósceles.
$RS = RT$
$\overline{ST}$ é a base do triângulo.

3º caso

$\triangle MNP$ é escaleno.

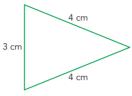
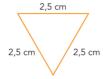
Ilustrações: Banco de imagens/Arquivo da editora

Nessa classificação, um triângulo equilátero é um caso especial de triângulo isósceles (ele tem 2 lados congruentes e o terceiro lado também é congruente a eles).

Exemplos

- O triângulo a seguir não tem 2 lados de mesma medida; é, portanto, escaleno.

Ilustrações: Banco de imagens/Arquivo da editora

- O triângulo a seguir tem 2 lados congruentes; é, portanto, isósceles.

- O triângulo a seguir tem os 3 lados congruentes; é, portanto, equilátero.

Construindo um triângulo

Agora, vamos aprender a construir um triângulo conhecendo as medidas dos lados dele.

Dadas as medidas dos lados $a = 5$ cm, $b = 4,5$ cm e $c = 3,5$ cm, vamos construir o triângulo *ABC* usando régua e compasso.

1º) Partindo do maior lado, por exemplo, traçamos o segmento de reta $\overline{BC}$ de medida $a = 5$ cm.

2º) Tomamos o compasso com abertura $b = 4,5$ cm, fixamos a ponta-seca no ponto *C* e traçamos um arco.

Ilustrações: Banco de imagens/Arquivo da editora

3º) Tomamos o compasso com abertura $c = 3,5$ cm, fixamos a ponta-seca no ponto *B* e traçamos outro arco, intersectando o primeiro.

4º) Os arcos se cruzam no ponto *A*. Ligando *A* a *B* e a *C*, construímos o triângulo *ABC*.

Orientações didáticas

Construindo um triângulo

Inicialmente, sugira aos estudantes que façam um esboço do triângulo, para visualizar a posição dos segmentos de reta.

Ao construir o triângulo com régua e compasso, atente para a maneira que o estudante manipula tais instrumentos, orientando-o para um uso correto e otimizado deles.

Além disso, caso tenha possibilidade de utilizar um *software* de Geometria Dinâmica – por exemplo, o GeoGebra – para a construção do triângulo, peça aos estudantes que descrevam de que maneira eles construíram o triângulo e quais foram as diferenças percebidas na construção realizada com régua e compasso e na realizada com o *software*.

Proposta para o estudante

Se possível, proponha a utilização da versão *on-line* do GeoGebra, disponível em: https://www.geogebra.org/geometry?lang=pt. Acesso em: 7 maio 2022.

Orientações didáticas

Atividades

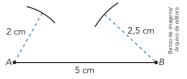
Na atividade **9**, peça aos estudantes que construam os triângulos com régua e compasso, apenas com régua ou com o auxílio de um *software*.

Diante da resposta negativa para a proposição feita na atividade **10**, pergunte as estudantes como, de fato, o triângulo deveria ter sido desenhado para o êxito de Gustavo. Além disso, retome a existência de triângulo equilátero questionando os estudantes sobre como seria nomeado o triângulo se ele tivesse os 3 lados com mesma medida.

Na atividade **11**, podem vir dos estudantes alguns questionamentos argumentando que o triângulo de 2 lados com mesma medida se classifica como isósceles, e o de 3 lados com mesma medida se denomina equilátero. Nessas condições, explique que o fato de ter 3 lados com mesma medida pressupõe a existência de 2 com mesma medida.

Na atividade **12** são possíveis 2 triângulos: o primeiro com lados medindo 5 cm, 5 cm e 7 cm e o segundo com lados medindo 7 cm, 7 cm e 5 cm. Esboce ambos na lousa. Estimule os estudantes para também desenhar esses triângulos no caderno utilizando régua e compasso. Calcule a soma das medidas dos lados do triângulo obtendo a medida do perímetro.

Condição de existência de um triângulo

Será que sempre é possível construir um triângulo dadas as medidas de 3 segmentos de reta? Usando os passos anteriores e considerando as medidas $a = 2$ cm, $b = 2{,}5$ cm e $c = 5$ cm, tente construir um triângulo ABC e converse com os colegas sobre o que ocorreu. Não é possível construir um triângulo com essas medidas para os lados, pois a construção não "fecha".

Banco de imagens/Arquivo da editora

> Para que seja possível construir um triângulo, a medida de qualquer lado deve ser sempre menor do que a soma das medidas dos outros 2 lados.

Atividades

Faça as atividades no caderno.

9. No caderno, desenhe os triângulos cujas medidas dos lados são dadas a seguir e classifique cada um quanto a essas medidas. As representações dos triângulos encontram-se na seção *Resoluções* deste Manual. No item **c**, os estudantes também podem classificar o triângulo como isósceles.

a) 5 cm, 7 cm e 9 cm. Triângulo escaleno.
b) 10 cm, 10 cm e 12 cm. Triângulo isósceles.
c) 3 cm, 3 cm e 3 cm. Triângulo equilátero.
d) 2 cm, 5 cm, 8 cm. Não é possível construir um triângulo com essas medidas dos lados.
e) 3 cm, 4 cm, 5 cm. Triângulo escaleno.

10. Gustavo desenhou um triângulo a pedido da professora. O triângulo a ser desenhado deveria ser escaleno. Se o triângulo que Gustavo desenhou tem 2 lados com mesma medida, as características solicitadas pela professora foram atendidas? Não, pois, tratando-se de um triângulo escaleno, os 3 lados precisam ter medidas diferentes.

11. Giovanna fez a seguinte observação: todo triângulo equilátero é isósceles, mas nem todo triângulo isósceles é equilátero.

a) A afirmação de Giovanna está correta? A afirmação está correta. É possível encontrar 2 lados congruentes em um triângulo equilátero, sendo, portanto, isósceles. A recíproca nem sempre é verdadeira, pois há triângulos isósceles com um dos lados de medida diferente dos outros 2 lados congruentes.

b) Volte à atividade **9**. De que maneira a classificação dos triângulos que você fez se alteraria por essa reflexão de Giovanna? De acordo com a reflexão de Giovanna, o triângulo de lados medindo 3 cm, 3 cm e 3 cm também pode ser classificado como isósceles.

12. No caderno, desenhe um triângulo que seja isósceles e que tenha um dos lados com medida 5 cm e outro lado com medida 7 cm. Depois, responda: Quantas possibilidades você encontrou para esse triângulo? 2 possibilidades, triângulos com lados medindo: 5 cm, 5 cm, 7 cm; ou 5 cm, 7 cm, 7 cm.

Classificação de triângulos quanto aos ângulos

Os triângulos também podem ser classificados, em 3 casos, em relação às medidas dos ângulos internos.

1º caso: Os 3 ângulos são agudos. Nesse caso, o triângulo é dito **acutângulo**.
Por exemplo, o triângulo representado tem ângulos internos de medidas 50°, 60° e 70°.

2º caso: 1 dos ângulos é reto. Nesse caso, o triângulo é dito **retângulo**.
Por exemplo, o triângulo representado tem ângulos internos de medidas 90°, 35° e 55°.

3º caso: 1 dos ângulos é obtuso, e os outros 2 ângulos são agudos. Nesse caso, o triângulo é dito **obtusângulo**.
Por exemplo, o triângulo representado tem ângulos internos de medidas 120°, 20° e 40°.

1º caso

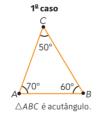
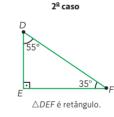
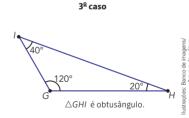
$\triangle ABC$ é acutângulo.

2º caso

$\triangle DEF$ é retângulo.

3º caso

$\triangle GHI$ é obtusângulo.

Ilustrações: Banco de imagens/Arquivo da editora

Atividades

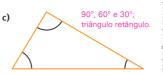
Faça as atividades no caderno.

13. Com o auxílio de um transferidor, meça e indique no caderno a medida dos ângulos internos de cada um dos triângulos. Em seguida, classifique-os quanto aos ângulos.

a) 70°, 45° e 65°; triângulo acutângulo.

b) 110°, 45° e 25°; triângulo obtusângulo.

c) 90°, 60° e 30°; triângulo retângulo.

Ilustrações: Banco de imagens/Arquivo da editora

14. Classifique no caderno cada triângulo de acordo com as medidas de seus ângulos internos.

a) 45°, 45° e 90°. Triângulo retângulo.
b) 60°, 60° e 60°. Triângulo acutângulo.
c) 30°, 40° e 110°. Triângulo obtusângulo.
d) 37°, 42° e 101°. Triângulo obtusângulo.

15. Em cada item, faça o que se pede.

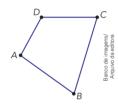
a) Adicione as medidas dos ângulos internos dos triângulos da atividade anterior. O que descobriu? A soma das medidas dos ângulos internos é 180°.
b) Verifique se essa descoberta é válida para outros triângulos que foram mostrados no capítulo. Essa propriedade vale para todos os triângulos.

16. André usou, como exemplo de um triângulo obtusângulo, um triângulo cujos ângulos mediam 30°, 60° e 90°. O exemplo de André está correto? Justifique.
Não, pois um triângulo com ângulos de medidas 30°, 60° e 90° é um triângulo retângulo; para um triângulo ser obtusângulo, um dos ângulos internos deve ser maior do que 90° e menor do que 180°.

Quadriláteros

Como apresentado no tópico *Nomes dos polígonos*, um quadrilátero é um polígono que tem 4 lados.

No quadrilátero *ABCD*, temos:

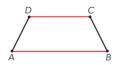
Banco de imagens/Arquivo da editora

- lados: $\overline{AB}$, $\overline{BC}$, $\overline{CD}$ e $\overline{DA}$;
- vértices: *A*, *B*, *C* e *D*;
- ângulos internos: $D\hat{A}B$, $A\hat{B}C$, $B\hat{C}D$ e $C\hat{D}A$.

Reprodução/Museu Municipal de Haia, Holanda.

Composição com vermelho, amarelo, preto, cinza e azul, de Piet Mondrian, 1921 (óleo sobre tela de 45 cm × 45 cm).

Por sua importância na Geometria, alguns quadriláteros têm denominação própria. Os principais quadriláteros serão apresentados a seguir.

Trapézio

Trapézio é um quadrilátero que tem 1 par de lados paralelos. Nos trapézios *ABCD* a seguir, temos $\overline{AB}$ paralelo a $\overline{CD}$ e nomeamos $\overline{AB}$ como **base maior** e $\overline{CD}$ como **base menor**.

Ilustrações: Banco de imagens/Arquivo da editora

Orientações didáticas

Atividades

Na atividade **13**, se os estudantes tiverem dificuldade em fazer as medições com o transferidor, retome o passo a passo apresentado anteriormente neste volume.

Quando julgar pertinente, reforce a classificação dos ângulos de acordo com suas medidas e aproveite, mais uma vez, para destacar os ângulos agudos, retos e obtusos no desenvolvimento da atividade **14**.

Na atividade **15**, ao destacar que a soma das medidas dos ângulos internos resulta em 180°, independentemente do triângulo (propriedade que será estudada no 7º ano), reforce que essa soma só é possível para esse tipo de figura e que outros polígonos têm outras somas.

Ao sugerir uma situação em que ocorre uma interpretação errada na atividade **16**, é possível pedir aos estudantes que explicitem suas opiniões, espontaneamente, de como seria a maneira certa de desenhar um triângulo obtusângulo. Reforce ainda a existência dos triângulos acutângulos e retângulos, caracterizando-os.

Quadriláteros

Na BNCC

Este tópico desenvolve a habilidade **EF06MA20** apresentando a definição e as características dos principais tipos de quadriláteros. Com essa habilidade desenvolvida, o estudante também desenvolverá as habilidades **EF06MA22**, **EF06MA24** e **EF06MA28** ao longo das atividades propostas.

O conteúdo dos quadriláteros se inicia apresentando a pintura *Composição com vermelho, amarelo, preto, cinza e azul*, de Piet Mondrian. Oriente os estudantes para distinguirem 2 tipos de quadriláteros, ambos com todos os ângulos medindo 90°, mas uns deles com lados de mesma medida.

Proposta para o professor

Segue um vídeo com mais informações sobre a vida de Piet Mondrian (1872-1944). Disponível em: http://www.arte.seed.pr.gov.br/modules/video/showVideo.php?video=6108. Acesso em: 7 maio 2022.

Orientações didáticas

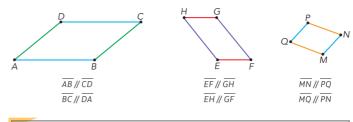
Quadriláteros

Nas definições próprias dos quadriláteros, busque sempre destacar que a classificação deles pode englobar mais de um tipo de figura. Por exemplo, classificar o trapézio como um quadrilátero com um par de lados paralelos também fará com que outros quadriláteros de definições próprias sejam classificados como trapézio por terem, pelo menos, 2 lados paralelos.

Destaque a simbologia utilizada na escrita, como // para os lados paralelos, e nas representações das figuras, o símbolo de ângulo reto ⊾ e os tracinhos iguais nos lados que são congruentes.

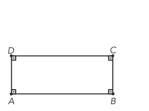
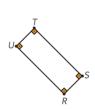
Paralelogramo

Paralelogramo é um quadrilátero que tem 2 pares de lados paralelos.

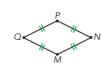
Ilustrações: Banco de imagens/Arquivo da editora

O símbolo // indica que esses segmentos de reta são paralelos.

Retângulo

Retângulo é um paralelogramo que tem todos os ângulos retos.

Ilustrações: Banco de imagens/Arquivo da editora

Losango

Losango é um paralelogramo em que todos os lados são congruentes.

Ilustrações: Banco de imagens/Arquivo da editora

Assim como indicado nos triângulos, os tracinhos em cada losango indicam que as medidas dos lados são iguais.

Quadrado

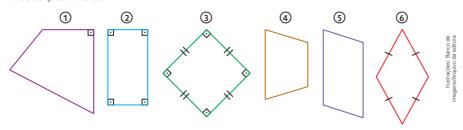
Quadrado é um paralelogramo em que todos os ângulos são retos e todos os lados são congruentes.

Ilustrações: Banco de imagens/Arquivo da editora

Atividades

Faça as atividades no caderno.

17. Analise os quadriláteros.

Ilustrações: Banco de imagens/Arquivo da editora

a) Quais têm 2 pares de lados paralelos? Quadriláteros **2**, **3**, **5** e **6**.

b) Quais têm todos os lados de mesma medida? Quadriláteros **3** e **6**.

c) Quais têm todos os ângulos retos? Quadriláteros **2** e **3**.

d) Quais são paralelogramos? Quadriláteros **2**, **3**, **5** e **6**.

e) Quais são losangos? Quadriláteros **3** e **6**.

f) Quais são retângulos? Quadriláteros **2** e **3**.

g) Quais são quadrados? Quadrilátero **3**.

h) Que nome recebe o quadrilátero **4**? Trapézio.

18. Classifique no caderno cada uma das afirmações a seguir como verdadeira ou falsa.

a) Todo paralelogramo é também um trapézio. Verdadeira.

b) Todo trapézio é também um paralelogramo. Falsa.

c) Todo losango é também um paralelogramo. Verdadeira.

d) Nem todo paralelogramo é um losango. Verdadeira.

e) Todo retângulo é também um losango. Falsa.

f) Existem retângulos que não são quadrados. Verdadeira.

g) Todo quadrado é também um paralelogramo. Verdadeira.

Medindo perímetros

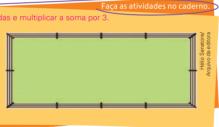
Participe

Faça as atividades no caderno.

Frederico comprou um terreno retangular e vai cercá-lo com 3 voltas de fios de arame.

a) Como ele deve proceder para saber quantos metros de arame utilizará? **a)** Medir todos os lados do terreno, adicionar essas medidas e multiplicar a soma por 3.

b) O terreno de Frederico tem 24 m de largura por 60 m de comprimento. Quantos metros de arame serão necessários para 1 volta de cerca? E para 3 voltas? 168 m; 504 m.

Hélio Senatore/Arquivo da editora

O número de metros de arame para dar 1 volta no terreno de Frederico representa a medida de **perímetro** desse terreno: 168 m, pois 24 + 60 + 24 + 60 = 168.

O **perímetro** de um polígono é o comprimento de todos os lados do polígono.

Assim, adicionando as medidas de todos os lados de um polígono, obtemos a medida de perímetro dele.

Orientações didáticas

Atividades

As atividades **17** e **18** tratam da classificação dos quadriláteros.

Medindo perímetros

Se os estudantes tiverem dificuldade no entendimento de perímetro, verifique a possibilidade de mostrar a situação do boxe *Participe*, manipulando elásticos ou barbante em um geoplano.

Orientações didáticas

Atividades

No conjunto de atividades há algumas nas quais os estudantes têm que construir quadriláteros e refletir sobre as condições necessárias que cada quadrilátero deve ter. Para isso, revise sempre que necessário as definições dos quadriláteros.

Destacamos a atividade **28**, em que, considerando a obra *Raoni*, de Eduardo Kobra, é possível explorar o trabalho do TCT *Educação para valorização do multiculturalismo nas matrizes históricas e culturais Brasileiras*. Essa obra possibilita a promoção da imagem dos povos indígenas. Aproveite o contexto para refletir com os estudantes sobre a necessidade de preservar o ambiente e a importância dos povos indígenas nessa luta.

Atividades

Faça as atividades no caderno.

19. Utilizando régua e esquadro, construa no caderno as seguintes figuras:

a) um quadrado cuja soma das medidas dos lados seja 20 cm;

b) um retângulo cuja soma das medidas dos lados seja 18 cm e em que um dos lados tenha o dobro da medida de outro lado;

c) um trapézio que tenha 2 ângulos retos, base maior de medida 8 cm, base menor de medida 4 cm e altura de medida 3 cm. As respostas dos itens **a** e **b** e o exemplo de resposta do item **c** encontram-se na seção *Resoluções* deste Manual.

20. Meça todos os lados do trapézio que você construiu na atividade anterior e calcule a medida de perímetro dele. 8 cm, 4 cm, 3 cm e 5 cm; 20 cm.

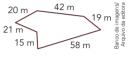
21. Calcule, em metros, a medida de perímetro de um triângulo cujos lados medem 2 m, 0,003 km e 350 cm. 8,5 m

22. Calcule a medida de perímetro de um quadrado de lado medindo 3,8 cm. 15,2 cm

23. Quantos metros de arame serão necessários para cercar o terreno representado pela figura, sabendo que vai ser feita uma cerca de 5 fios? 875 m

Banco de imagens/Arquivo da editora

24. Calcule a medida de perímetro do campo de futebol do município de Alegria. Considere o campo com formato retangular com lados de medidas 100 m por 60 m. 320 m

Alberto De Stefano/Arquivo da editora

As imagens não estão representadas em proporção.

25. No caderno, desenhe a planta baixa de uma quadra de basquete em que a medida de um dos lados é o dobro da medida de outro lado. Depois, calcule a medida de perímetro dessa quadra. Resposta pessoal.

26. Agora, desenhe no caderno a planta baixa da sala de aula e represente os móveis e outros detalhes que quiser. Estime as medidas dos lados do piso da sala e calcule a medida de perímetro. Resposta pessoal.

27. Gilberto deu 7 voltas correndo na pista em torno de um parque que tem o formato de losango com lado medindo 55 m. Que distância ele percorreu? 1 540 m

28. Analise a imagem de outra obra do artista brasileiro Eduardo Kobra.

Intitulada *Raoni*, essa obra está localizada em Portugal, na cidade de Lisboa, e homenageia o líder indígena kayapó que luta pelos direitos da comunidade indígena e pela preservação ambiental.

Considerando os contornos das cores usadas nessa obra, eles lembram quais polígonos que você estudou neste capítulo?

Exemplos de resposta: Triângulos (região da testa), retângulos (região dos olhos e formato da bandeira do Brasil), losango (na bandeira do Brasil).

Raoni, pintura em prédio feita em 2017 por Eduardo Kobra, em Lisboa, Portugal. Foto de 2017.

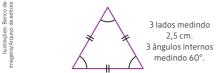
Proposta para o estudante

Para conhecer melhor o artista Eduardo Kobra, sua arte e suas obras, que estão em várias partes do mundo, convide os estudantes para acessarem https://www.eduardokobra.com/. Acesso em: 7 maio 2022.

Polígonos regulares

Um polígono é **regular** quando todos os lados têm a mesma medida e todos os ângulos internos têm a mesma medida.

Você já conhece os polígonos de 3 lados e de 4 lados que são regulares: o triângulo regular é o triângulo equilátero, e o quadrilátero regular é o quadrado. Agora note os exemplos.

Ilustrações: Banco de imagens/Arquivo da editora

Agora, verifique as medidas dos lados e as medidas dos ângulos internos dos polígonos a seguir. Eles são regulares? Não.

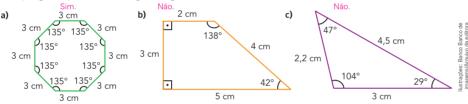
Ilustrações: Banco de imagens/Arquivo da editora

As imagens não estão representadas em proporção.

Atividades

Faça as atividades no caderno.

29. Cada polígono apresentado a seguir é regular ou não?

Ilustrações: Banco Banco de imagens/Arquivo da editora

30. Muitas caixas de remédio têm o formato de um bloco retangular. Verifique a embalagem mostrada e responda.

a) Quantas faces ela tem? 6 faces.

b) O contorno das faces dessa caixinha lembra qual quadrilátero? Ele é um polígono regular? Retângulo; não.

vectorpocket/Freepik

31. Alguns jogos de tabuleiro utilizam dados com mais de 6 faces. Um exemplo é o dado que tem o formato de um sólido geométrico com 20 faces triangulares.

Para que um dado seja equilibrado e todas as faces tenham a mesma chance de ocorrência em um lançamento, uma característica desse objeto é que todas as faces tenham o mesmo formato e as mesmas medidas.

Qual polígono regular você identifica no contorno das faces do dado dessa imagem? Triângulo equilátero.

Armando are/Pixabay

O sólido geométrico que tem 20 faces é chamado icosaedro.

Orientações didáticas

Polígonos regulares

Na BNCC

Este tópico continua a desenvolver a habilidade **EF06MA18** apresentando a definição de polígonos regulares, a representação deles no plano e nas faces de poliedros.

No final do capítulo é apresentado o conceito de polígono regular. Retome os polígonos regulares vistos nesta Unidade (triângulos equiláteros e quadrados) e auxilie os estudantes nas atividades que exigem as medidas dos lados e dos ângulos.

Atividades

Na atividade **30**, comente com os estudantes que medicamentos só devem ser consumidos por meio de prescrição médica, pois automedicar-se é prejudicial à saúde.

Orientações didáticas

Medindo áreas

Na BNCC

Este tópico colabora para o desenvolvimento da habilidade **EF06MA24** introduzindo o conceito de medida de área. Esse conceito inicial auxiliará também o desenvolvimento da habilidade **EF06MA29**.

No início deste capítulo é apresentado o tangram, sugerindo-se que seja retomado para a introdução no estudo da grandeza área. Explorar o tangram é uma maneira interessante de estudar o conceito e o cálculo de medida de área, uma vez que há uma relação de proporcionalidade entre as medidas de área das peças. Se possível, leve para a sala de aula conjuntos de peças de tangram e proponha aos estudantes que os manipulem. Comente com eles que a medida de área de diferentes figuras formadas por todas as 7 peças do tangram é a mesma, já que essas figuras são construídas com as mesmas peças posicionadas de modo diferente.

A composição e decomposição de figuras é uma maneira simples e intuitiva de comparar a medida de área de figuras poligonais. Leve os estudantes a perceber que, se 2 figuras planas são formadas com as mesmas peças, sem sobreposições, elas têm a mesma medida de área.

No boxe *Participe*, estimule a percepção dos estudantes sobre as dimensões da placa de cerâmica, questionando-os se, caso as peças fossem menores, seriam necessárias mais ou menos peças para a cobertura total do piso.

Área, ampliação e redução

EF06MA21
EF06MA24
EF06MA29

Medindo áreas

Ericson Guilherme Luciano/Arquivo da editora

Medindo áreas com diferentes unidades

Cada uma das 7 peças do tangram lembra uma **região plana** ou **superfície plana**. Como medir a **área** dessas superfícies?

Participe

Faça as atividades no caderno.

Diogo quer revestir o piso da sala com cerâmica e precisa determinar quantas placas do piso que escolheu deve comprar. Analise a representação da sala.

Ilustra Cartoon/Arquivo da editora

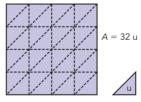
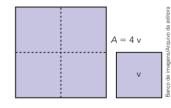
a) O contorno do piso da sala lembra qual polígono? Retângulo.

b) Diogo verificou que cabem 15 placas de piso no lado maior e 10 placas de piso no lado menor da sala. Como ele pode fazer para descobrir a quantidade total de placas que serão utilizadas para cobrir essa superfície? Exemplo de resposta: Multiplicando 15 por 10.

c) Quantas placas Diogo deve comprar? 150 placas.

Medir a área de uma superfície significa compará-la com outra, tomada como unidade, e estabelecer quantas vezes essa unidade cabe na superfície cuja área será medida.

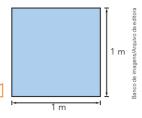
Nos exemplos a seguir, uma mesma superfície quadrada está sendo comparada com a unidade u e com a unidade v, para determinar a medida de área *A* da superfície.

Banco de imagens/Arquivo da editora

Note que o número que representa a medida de área *A* dessa superfície varia de acordo com a unidade de medida usada.

Unidades de medida padronizada de área

Como no caso das medidas de comprimento, também foi necessário definir uma unidade de medida padronizada de área, uma unidade-padrão.

> A unidade de medida padronizada de área adotada como padrão é o **metro quadrado (m^2)**. O metro quadrado é a medida de área de uma região plana quadrada com lados medindo 1 metro.

Banco de imagens/Arquivo da editora

Múltiplos e submúltiplos do metro quadrado

Que unidade de medida de área usar para grandes superfícies?

Ilustra Cartoon/Arquivo da editora

As imagens não estão representadas em proporção.

Consulte a resposta no mapa.

Para medir grandes superfícies, o metro quadrado é uma unidade de medida muito “pequena”. Nesse caso, podemos utilizar como unidades de medida os **múltiplos do metro quadrado**:

- decâmetro quadrado (dam^2);
- hectômetro quadrado (hm^2);
- quilômetro quadrado (km^2).

Brasil – Divisão político-administrativa

AMAZONAS 1 570 745 km²

Sonia Vaz/Arquivo da editora

Fonte dos dados: IBGE. *Divisão política*. Disponível em: https://brasilemsintese.ibge.gov.br/territorio/divisao-politica.html. Acesso em:16 mar. 2022.

Orientações didáticas

Unidades de medida padronizada de área

Na BNCC

Neste tópico é introduzida a unidade-padrão de medida de área, fundamental para o cálculo da medida de área de superfícies, colaborando assim para o desenvolvimento da habilidade **EF06MA24**.

A compreensão de que a medição de área precisa de uma referência-padrão começa a se estruturar. Sequencialmente, é apresentada a referência de 1 m^2, importante para a compreensão e visualização do que de fato é 1 m^2. Por isso, desenhe na lousa um quadrado de lado medindo 1 m.

Os múltiplos e submúltiplos do m^2 são apresentados e, antes de introduzi-los, retome a ideia de múltiplo e submúltiplo de dimensões de comprimento mostrando que são utilizadas as mesmas nomenclaturas; todavia, agora cada uma representa uma região bidimensional, relacionada à multiplicação de largura e comprimento; por isso, o “²” junto da unidade de medida.

Aproveite o mapa do Brasil apresentado para propor aos estudantes que pesquisem a medida de área do estado em que a escola se localiza e escrevam a medida em km² no caderno.

Orientações didáticas

Múltiplos e submúltiplos do metro quadrado

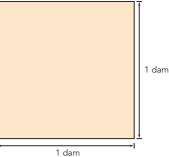
Para a percepção das relações métricas que envolvem unidades de medida maiores que o m², leve-os até a quadra e, com uma trena, meça 10 metros, reforçando que aquela medição também corresponde a 1 decâmetro. Coloque um estudante em cada extremidade da medida.

Repita o procedimento para as outras dimensões de modo que fique um estudante em cada vértice do imaginado quadrado de lado medindo 10 m ou 1 dam. Sugira aos estudantes que estimem quantas placas de 1 m², tal qual foi desenhada na lousa, caberiam naquele espaço e, após ouvir as manifestações espontâneas da turma, vá colocando um estudante a cada metro, em cada dimensão, mostrando que caberiam 10 placas em cada lado e, por isso, caberiam 100 placas no total.

O decâmetro quadrado, por exemplo, é a medida de área de uma região plana quadrada de lados medindo 1 decâmetro.

As figuras representam uma região plana quadrada cujos lados medem 1 dam, ou seja, 10 m.

Vamos dividir cada lado dessa região em 10 partes iguais e subdividi-la em regiões quadradas, conforme a figura a seguir. Como 1 dam = 10 m, cada parte (quadradinho) vai ter lados medindo 1 m.

Ilustrações: Banco de imagens/Arquivo da editora

As imagens não estão representadas em proporção.

Qual é a medida de área de uma folha de seu livro impresso de Matemática?

Ilustra Cartoon/Arquivo da editora

Como $10 \cdot 10 = 100$, podemos concluir que essa região ficou dividida em 100 quadradinhos com medida de área 1 m². Então: 1 dam² corresponde a 100 m².

Usando o mesmo raciocínio, chegamos a:

$$1\ hm^2 = 100\ dam^2 = (100 \cdot 100)\ m^2 = 10\,000\ m^2$$
$$1\ km^2 = 100\ hm^2 = 10\,000\ dam^2 = 1\,000\,000\ m^2$$

Que unidade de medida de área usar para pequenas superfícies?

Uma folha do livro de Matemática tem área medindo aproximadamente 566 cm².

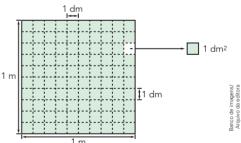
Para medir pequenas superfícies, empregamos os **submúltiplos do metro quadrado**:

- decímetro quadrado (dm²);
- centímetro quadrado (cm²);
- milímetro quadrado (mm²).

Como exemplo, vamos considerar uma região plana quadrada com área medindo 1 m², dividida em 100 partes iguais.

Cada lado da região mede 1 m, que será dividida em 10 partes que correspondem aos lados das regiões quadradas menores, com lados medindo 10 dm.

A figura a seguir representa uma região plana quadrada com medida de área 1 m², ou seja, 100 dm².

Banco de imagens/Arquivo da editora

Como $10 \cdot 10 = 100$, então: 1 m² corresponde a 100 dm².

Concluímos que 1 dm² corresponde a $\frac{1}{100}$ de m²: 1 dm² = 0,01 m².

Se os lados forem divididos em 100 ou em 1 000 partes iguais, vamos concluir que:

$$1\ m^2 = (100 \cdot 100)\ cm^2 = 10\,000\ cm^2$$
$$1\ m^2 = (1000 \cdot 1000)\ mm^2 = 1\,000\,000\ mm^2$$
$$1\ cm^2 = 0{,}0001\ m^2$$
$$1\ mm^2 = 0{,}000001\ m^2$$

No quadro estão apresentadas as unidades de medida de área, os símbolos e os valores correspondentes em metros quadrados.

Múltiplo			Unidade	Submúltiplo		
Quilômetro quadrado	Hectômetro quadrado	Decâmetro quadrado	Metro quadrado	Decímetro quadrado	Centímetro quadrado	Milímetro quadrado
km^2	hm^2	dam^2	m^2	dm^2	cm^2	mm^2
$1\,000\,000\ m^2$	$10\,000\ m^2$	$100\ m^2$	$\mathbf{1\ m^2}$	$0{,}01\ m^2$	$0{,}0001\ m^2$	$0{,}000001\ m^2$

Note que cada unidade de medida de área é igual a 100 vezes a unidade imediatamente inferior:

km^2	hm^2	dam^2	m^2	dm^2	cm^2	mm^2
$1\,000\,000\ m^2$	$10\,000\ m^2$	$100\ m^2$	$\mathbf{1\ m^2}$	$0{,}01\ m^2$	$0{,}0001\ m^2$	$0{,}000001\ m^2$

· 100 · 100 · 100 · 100 · 100 · 100

E cada unidade de medida de área é igual a 1 centésimo da unidade imediatamente superior:

km^2	hm^2	dam^2	m^2	dm^2	cm^2	mm^2
$1\,000\,000\ m^2$	$10\,000\ m^2$	$100\ m^2$	$\mathbf{1\ m^2}$	$0{,}01\ m^2$	$0{,}0001\ m^2$	$0{,}000001\ m^2$

: 100 : 100 : 100 : 100 : 100 : 100

Repare nestes exemplos como devem ser lidas as medidas de área expressas em metros quadrados:

- $0{,}01\ m^2 \rightarrow$ lemos: um centésimo de metro quadrado (ou um decímetro quadrado).
- $0{,}17\ m^2 \rightarrow$ lemos: dezessete centésimos de metro quadrado (ou dezessete decímetros quadrados).
- $2{,}8173\ m^2 \rightarrow$ lemos: dois inteiros e oito mil, cento e setenta e três décimos de milésimos de metro quadrado (ou dois metros quadrados e oito mil, cento e setenta e três centímetros quadrados).

Atividades

Faça as atividades no caderno.

1. Considere as peças do tangram a seguir.

Ericson Guilherme Luciano/Arquivo da editora

a) Tomando a peça triangular **1** como unidade de medida de área, indique no caderno a medida de área:

- da peça **6**; 2 unidades.
- da peça **3**; 2 unidades.
- da peça **4**. 4 unidades.

b) Elabore um problema envolvendo a peça **5** do tangram como unidade de medida de área e, em seguida, peça a um colega que o resolva. Exemplo de resposta: Considere a peça **5** como unidade de medida de área. Qual é a medida de área, nessa unidade, de todas as peças do tangram juntas? Resposta: 4 unidades.

Orientações didáticas

Múltiplos e submúltiplos do metro quadrado

Contextualize a prática definindo que, da mesma maneira que 1 m² é o produto das medidas das dimensões de um quadrado de lado medindo 1 m, então, 1 dam² é o produto das medidas das dimensões de um quadrado de lado medindo 10 m; por isso, equivale a 100 m².

Já para os submúltiplos, sugere-se considerar o quadrado de 1 m² desenhado na lousa e destacar que, se fosse necessário revesti-lo com peças quadradas de 1 dm de medida de lado, teríamos 10 peças em cada dimensão, ou seja, 100 no total; por isso, 1 dm² é 100 vezes menor do que 1 m², ou seja, 1 dm² é igual a 0,01 m². O mesmo raciocínio definirá que 1 cm² equivale a 0,0001 m² e, finalmente, 1 mm² equivale a 0,000001 m².

Proposta para o professor

Caso queira utilizar o GeoGebra para calcular medidas de áreas de superfícies irregulares, como a do território do Brasil, segue uma referência:

OLIVEIRA, Joel S.; ASSIS, Cibele F. C. Aplicações do GeoGebra e as figuras planas irregulares: encontrando a área do estado da Paraíba. *In*: CONGRESSO sobre tecnologias na Educação (CRTL+E 2018) – Cultura *maker* na escola, 3, 2018, Fortaleza. *Anais* [...]. Fortaleza: Universidade Federal do Ceará, 2018. p. 205-2014. Disponível em: http://ceur-ws.org/Vol-2185/CtrlE_2018_paper_49.pdf. Acesso em: 26 abr. 2022.

Orientações didáticas

Atividades

Destacamos a atividade **2**, em que é possível evidenciar a importância do referencial para aferição das medidas e a relação de que, quanto menor for o referencial, maior será a quantidade utilizada para preencher a superfície. Retome a ideia de metro quadrado rememorando aos estudantes a maneira que outrora foi desenhada na lousa e compare-a com a região plana coberta por uma folha de papel sulfite.

Na atividade **3**, sugira aos estudantes que escrevam no caderno o nome das demais unidades de medida cujos símbolos não têm correspondente na imagem.

Nas atividades **4** a **6**, são realizadas das equivalências entre as unidades de medida de área. As experimentações práticas sugeridas anteriormente podem facilitar o desenvolvimento dessas atividades.

Mudanças de unidade de medida

Sobre as mudanças de unidades de medida de área, ressalte que a multiplicação e a divisão de valores de base 10 sempre pode ser destacada com o deslocamento da vírgula, seja para a direita quando multiplicados, seja para a esquerda quando divididos.

Reforce que a existência de zeros que antecedem o valor da parte inteira e que prosseguem após o último número da parte decimal não tem valor para a escrita numérica, mas que podem auxiliar na conversão das medidas. Por exemplo: 21,25 pode ser escrito como 000 021,25000000 antes de ser transformado em uma nova unidade de medida, facilitando a percepção do deslocamento da vírgula.

Faça as atividades no caderno.

2. Alexandre mediu a área da sala de aula usando como unidade de medida uma folha do caderno; Júlia mediu a área da mesma sala usando como unidade de medida o metro quadrado. Quem obteve o maior número? Alexandre.

3. Escreva no caderno as unidades de medida de área que aparecem nos envelopes e associe-as aos símbolos correspondentes que aparecem nos selos. Centímetro quadrado – cm^2; metro quadrado – m^2; decímetro quadrado – dm^2; quilômetro quadrado – km^2.

Ilustra Cartoon/Arquivo da editora

4. Que unidade de medida padronizada você usaria para medir a área da sala de aula? E a da tela de um telefone celular? Respostas esperadas: Metro quadrado; centímetro quadrado.

5. Uma região plana tem 1 m^2 de medida de área. Isso corresponde a:

a) quantos dm^2? 100 dm^2 **b)** quantos cm^2? 10 000 cm^2 **c)** quantos mm^2? 1 000 000 mm^2

6. Uma região de 1 km^2 de medida de área equivale a quantos metros quadrados? 1 000 000 m^2

Mudanças de unidade de medida

Já estudamos que, para o metro quadrado, para os múltiplos do metro quadrado e para os submúltiplos do metro quadrado, cada unidade de medida de área é igual a 100 vezes a unidade imediatamente inferior e é igual a 1 centésimo da unidade imediatamente superior. Daí decorrem as seguintes regras práticas para realizar mudanças de unidades de medida.

1ª) Para transformar a medida de uma unidade em outra imediatamente inferior, devemos fazer uma multiplicação por 100, ou seja, basta deslocar a vírgula 2 ordens para a direita.

Exemplo

Vamos expressar 611,72 m^2 em decímetros quadrados. Como 1 m^2 = 100 dm^2, temos:

$$611{,}72\ m^2 = (611{,}72 \cdot \mathbf{100})\ dm^2 = 61\,172\ dm^2$$

2ª) Para transformar a medida de uma unidade em outra imediatamente superior, devemos fazer uma divisão por 100, ou seja, basta deslocar a vírgula 2 ordens para a esquerda.

Exemplo

Vamos expressar 9,6 cm^2 em decímetros quadrados. Cada cm^2 é 1 centésimo do dm^2, então:

$$9{,}6\ cm^2 = (9{,}6 : \mathbf{100})\ dm^2 = 0{,}096\ dm^2$$

3ª) Para transformar a medida de uma unidade em outra qualquer, basta aplicar sucessivas vezes uma das regras anteriores.

Exemplos

Vamos expressar:

- 3,5 m^2 em centímetros quadrados:
  $3{,}5\ \mathbf{m^2} = 350\ \mathbf{dm^2} = 35\,000\ \mathbf{cm^2}$
  Ou, de modo direto:
  $3{,}5\ m^2 = (3{,}5 \cdot \mathbf{10\,000})\ cm^2 = 35\,000\ cm^2$
- 107 cm^2 em metros quadrados:
  $107\ \mathbf{cm^2} = 1{,}07\ \mathbf{dm^2} = 0{,}0107\ \mathbf{m^2}$
  Ou, de modo direto:
  $107\ cm^2 = (107 : \mathbf{10\,000})\ m^2 = 0{,}0107\ m^2$

Atividades

Faça as atividades no caderno.

7. No caderno, reescreva as igualdades substituindo cada ▨▨▨ pela unidade de medida correta.

a) $0{,}13\ m^2 = 13$ ▨▨▨ dm^2

b) $0{,}9872\ m^2 = 9\,872$ ▨▨▨ cm^2

c) $0{,}01$ ▨▨▨ $= 1\ dm^2$ m^2

d) $10{,}32\ m^2 = 103\,200$ ▨▨▨ cm^2

e) $0{,}0001$ ▨▨▨ $= 1\ cm^2$ m^2

f) $1\,000\,000\ m^2 = 1$ ▨▨▨ km^2

8. A seguir, são dadas 4 medidas de área. Você deve escrever esses valores no caderno, em ordem crescente; como estão em unidades de medida distintas, transforme todas em metros quadrados para facilitar.

$9{,}47\ m^2$	$1{,}0615\ m^2$	$3\,000\,000\ m^2$	$10{,}1223\ m^2$
$947\ dm^2$	$10\,615\ cm^2$	$3\ km^2$	$10\,122\,300\ mm^2$

$10\,615\ cm^2 < 947\ dm^2 < 10\,122\,300\ mm^2 < 3\ km^2$

9. No caderno, expresse o resultado de cada adição, em metros quadrados.

a) $4\ m^2 + 250\ cm^2$ $4{,}025\ m^2$

b) $0{,}5\ km^2 + 600\ m^2$ $500\,600\ m^2$

c) $2\ m^2 + 3\ dm^2 + 4\ cm^2$ $2{,}0304\ m^2$

d) $0{,}1\ km^2 + 19{,}3\ hm^2 + 74{,}3\ dam^2$ $300\,430\ m^2$

10. Um satélite fotografou um loteamento cuja área mede $0{,}16\ km^2$. Esse terreno está dividido em 400 lotes, todos de mesma medida de área. O proprietário do loteamento vai negociar os terrenos, mas, para anunciá-los, as medidas de área precisam ser dadas em metros quadrados. Qual é a medida de área de cada lote em metros quadrados? $400\ m^2$

11. Você gosta de resolver quebra-cabeças? Invente um problema que envolva a medida de área ocupada por um quebra-cabeça de muitas peças; para isso, você deve estimar a medida de área ocupada por cada pecinha isolada. Depois, dê o problema para um colega resolver enquanto você resolve o dele.
Resposta pessoal. Exemplo de resposta: Quando montado, um quebra-cabeça tem formato quadrado e sua área mede $36\ dm^2$. Sabendo que cada lado deve ser composto de 15 pecinhas, estime a medida de área ocupada por cada pecinha, em centímetros quadrados. Resposta: $16\ cm^2$.

Unidades de medida agrárias

Para medir grandes extensões de terra são usadas unidades de medida de área especiais chamadas **unidades de medida agrárias**. São elas:

- **are (a)**: $1\ a = 100\ m^2$;
- **hectare (ha)**: $1\ ha = 100\ a = 10\,000\ m^2$;
- **alqueire paulista**: 1 alqueire (SP) $= 2{,}42\ ha = 24\,200\ m^2$.

> Note que:
>
> $1\ a = 1\ dam^2$ $\quad$ $1\ ha = 1\ hm^2$ $\quad$ 1 alqueire $= 2{,}42$ ha
>
> As unidades decâmetro quadrado e hectômetro quadrado são pouco utilizadas no dia a dia, exceto como medidas agrárias, com os nomes de are e hectare, respectivamente.

O alqueire aqui apresentado é o "alqueire paulista". Há algumas variações regionalizadas no Brasil: o "alqueire do Norte" equivale a $27\,225\ m^2$ (2,72 ha), o "alqueire mineiro" equivale a $48\,400\ m^2$ (4,84 ha) e o "alqueire baiano" equivale a $96\,800\ m^2$ (9,68 ha).

Atividades

Faça as atividades no caderno.

12. O que é mais provável ter 1 hectare como medida de área: o terreno de uma casa ou o quarteirão de uma cidade? O quarteirão de uma cidade.

13. Das unidades de medida are, hectare ou alqueire, qual é a mais conveniente para expressar a medida de área de uma fazenda? Alqueire.

Orientações didáticas

Atividades

Nas atividades **7** a **10**, são reforçadas das conversões entre unidades de medida de área. Assim, indique a necessidade de que, quando for necessário estabelecer uma comparação entre as medidas das dimensões de uma superfície, é melhor que todas elas estejam na mesma unidade de medida.

Destaque que, na atividade **11**, as peças do quebra-cabeça terão a mesma medida de área e que é preciso que as medidas das dimensões de cada peça sejam viáveis (nem muito grandes nem muito pequenas) e apresentadas em uma unidade de medida conveniente, por exemplo, em cm^2.

Unidades de medida agrárias

Neste tópico são abordadas as medidas agrárias. Reforce que elas não obedecem a uma simples conversão na multiplicação ou divisão de valores de base 10 por não serem do sistema métrico. Por isso, é importante que fique bem claro para os estudantes o quanto cada unidade de medida representa, principalmente o alqueire, cujo valor varia em algumas regiões do Brasil.

Além disso, a reflexão sobre diferentes unidades de medida agrárias contribui para a compreensão da diversidade social, demográfica e cultural brasileira. Aproveite o contexto e sugira pesquisas extras sobre cada uma dessas unidades de medida, associando-as com o território ao qual se refere.

Proposta para o professor

Para conhecer mais das medidas agrárias, indicamos a seguinte referência:
PARANÁ. Secretaria de Educação. *A matemática em medidas agrárias de propriedades rurais*. Paraná: Secretaria de Educação, 2010. (O Professor e os Desafios da Escola Pública Paranaense, v. 1). Disponível em: http://www.diaadiaeducacao.pr.gov.br/portals/cadernospde/pdebusca/producoes_pde/2010/2010_uepg_mat_artigo_jose_erasto_bueno_antunes.pdf. Acesso em: 26 abr. 2022.

Orientações didáticas

Atividades

Neste conjunto de atividades é trabalhada a conversão de unidades de medida agrárias para o sistema métrico. Reforce aos estudantes que precisam saber quanto vale cada unidade de medida agrária para que possam fazer as conversões corretamente.

Medida de área de alguns polígonos

Na BNCC

Neste tópico, desenvolvemos ainda mais a habilidade **EF06MA24**, permitindo, agora, o cálculo das medidas de área de quadriláteros dadas as medidas dos lados deles.

As medidas de área das figuras geométricas são calculadas por meio de estratégias específicas; por isso, calcular a medida de área do retângulo inicialmente serve para estruturar o cálculo das medidas de área de outras figuras.

Retome a situação do boxe *Participe* do início do capítulo em que o piso de uma sala seria revestido e a estratégia para calcular a quantidade de placas de cerâmica: multiplicar a quantidade de peças que ocupariam a largura pela quantidade de peças que ocupariam o comprimento.

Faça as atividades no caderno.

14. A quantos metros quadrados corresponde uma região de medida de área:

a) 15 a? $1500\ m^2$ **b)** 1,25 ha? $12500\ m^2$ **c)** 2 alqueires? $48400\ m^2$

15. O sítio de Augusta tem 15 ha de medida de área. Ao lado do sítio fica a fazenda Lago Azul, cuja área mede 200 alqueires. Nessa fazenda Lago Azul, uma plantação de eucaliptos cobre uma área que mede 57 alqueires.

a) Qual é a medida de área do sítio de Augusta em metros quadrados? E em quilômetros quadrados? $150000\ m^2$; $0{,}15\ km^2$.

b) Qual é a medida de área da fazenda Lago Azul em metros quadrados? E em quilômetros quadrados? $4840000\ m^2$; $4{,}84\ km^2$.

c) Qual é a medida de área da região ocupada pela plantação de eucaliptos em metros quadrados? $1379400\ m^2$

Texto para as atividades **16** e **17**.

O Pantanal, que se estende pelos estados de Mato Grosso e Mato Grosso do Sul, sofreu em 2020 o pior ano de queimadas da história do bioma. Entre as várias regiões queimadas no ano citado, perdeu-se uma reserva cuja medida de área era de 532 hectares.

16. Um jornalista vai veicular essa notícia. Para dar visibilidade ao fato, ele deseja comparar a área da região queimada com a área de um campo de futebol. Se um campo de futebol tem medida de área de aproximadamente $7000\ m^2$, a região atingida pelo incêndio corresponde a aproximadamente quantos campos de futebol? Aproximadamente 760 campos de futebol.

17. Estime: a medida de área da região queimada corresponde a mais de 100 alqueires ou a menos de 100 alqueires? Explique como você pensou para chegar à sua estimativa. Resposta esperada: A medida de área da região queimada (532 ha) é maior do que 100 alqueires (242 ha).

Medida de área de alguns polígonos

Um polígono delimita uma região do plano, que é seu **interior**.

O polígono e seu interior formam uma **região poligonal**.

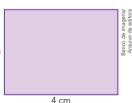
No exemplo, um pentágono está delimitando uma região do plano. O pentágono e essa região formam uma **região pentagonal**.

Ilustrações: Banco de imagens/Arquivo da editora

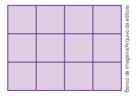
A área da região poligonal pode ser medida ou calculada. Daqui em diante, essa área será chamada simplesmente de **área do polígono** e, no estudo das medidas de área, representaremos as figuras como regiões do plano (contorno + interior).

> Quando dizemos **área do quadrado**, estaremos nos referindo à área da região quadrada, ou seja, da superfície que é constituída pelo polígono (o quadrado) e seu interior.
> Isso vale para outros polígonos. Assim, a **área do triângulo**, por exemplo, é a área da superfície constituída pelo triângulo e seu interior.

Medida de área do retângulo

Se um retângulo tem medidas de 4 cm de comprimento e 3 cm de largura, qual é a medida de área dele?

Banco de imagens/Arquivo da editora

Para calcular essa medida, podemos dividir o comprimento do retângulo em 4 partes de 1 cm e a largura em 3 partes de 1 cm. Traçando as linhas divisórias, o retângulo fica dividido em 12 quadradinhos, cada um deles com 1 cm^2 de medida de área. Ou seja, a área do retângulo mede 12 cm^2.

Banco de imagens/Arquivo da editora

$A = 4 \text{ cm} \cdot 3 \text{ cm} = 12 \text{ cm}^2$

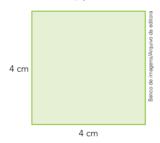
A **medida de área do retângulo** é igual ao produto das medidas do comprimento e da largura:

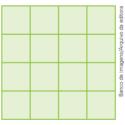
$A_{retângulo}$ = medida do comprimento · medida da largura

As medidas do comprimento e da largura devem ser apresentadas na mesma unidade. Se essa unidade for o centímetro, a medida de área será dada em centímetros quadrados. Se a unidade for o metro, a medida de área será dada em metros quadrados.

Medida de área do quadrado

Se um quadrado tem lados com 4 cm de medida, qual é a medida de área dele?

Banco de imagens/Arquivo da editora

Note que esse quadrado é um retângulo com medidas de 4 cm de comprimento e 4 cm de largura. Então, dividindo essa região em 16 quadrados com lados de 1 cm de medida, concluímos que a área dele mede 16 cm^2.

Banco de imagens/Arquivo da editora

$A = 4 \text{ cm} \cdot 4 \text{ cm} = 16 \text{ cm}^2$

A **medida de área do quadrado** é igual ao produto da medida do lado por ela mesma:

$A_{quadrado}$ = medida do lado · medida do lado

Orientações didáticas

Medida de área de alguns polígonos

Uma estratégia que pode ser utilizada neste momento é o uso da malha quadriculada, em que cada quadradinho tem 1 cm de medida de lado e, consequentemente, 1 cm^2 de medida de área.

Deixe claro aos estudantes que o cálculo da medida de área de um quadrado é igual ao que se faz para um retângulo, ou seja, é dado pela multiplicação das medidas de comprimento e de largura e, no caso do quadrado, elas são iguais.

Orientações didáticas

Atividades

Neste conjunto de atividades são estimuladas diversas estratégias para o cálculo da medida de área.

Detalhando algumas estratégias utilizadas na atividade **18**: No item **b**, em que se representam 16 pequenos retângulos de dimensões medindo 2 cm por 1 cm, mostre que calcular a medida de área de um deles e, depois, multiplicá-la por 16 resulta no mesmo valor obtido pela multiplicação da medida total do comprimento pela medida total da largura. No item **d** é apresentada uma figura que pode ser interpretada como um quadrado no qual está "faltando" metade dele. Nos itens **e** e **f**, são apresentadas regiões triangulares, até mesmo trazendo subsídios para contextualizar o cálculo da medida de área triangular por meio do produto da medida da largura pela medida do comprimento dividido por 2.

As atividades **20** a **25** são situações-problema em que será aplicado o cálculo da medida de área. Assim, verifique se os estudantes entenderam cada enunciado e se a resposta obtida é razoável. Na atividade **20**, se necessário, comente que uma das medidas apresentadas deve ser convertida para a mesma unidade de medida da outra para efetuar o cálculo.

A atividade **26** consiste na proposta de elaboração de uma situação-problema, sempre importante para saber se os conceitos fundamentais da temática estão bem estabelecidos.

23. Resposta pessoal. Exemplo de resposta: Quantos metros quadrados de papel há nesse livro? Resposta: $6{,}1152\ m^2$.

24. Resposta pessoal Exemplo de resposta: Qual é a medida de área do terreno em que não há a construção da casa? Resposta: $200\ m^2$.

Atividades

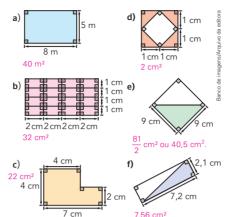
Faça as atividades no caderno.

18. Calcule a medida de área da região colorida em cada item.

$\frac{81}{2}$ cm² ou 40,5 cm².

c) 22 cm² — 4 cm, 4 cm, 2 cm, 7 cm

f) 2,1 cm, 7,2 cm — 7,56 cm²

Banco de imagens/Arquivo da editora

19. Calcule a medida de área de:

a) um retângulo de lados medindo 12 cm e 8 cm; $96\ cm^2$

b) um retângulo com dimensões medindo 6,5 cm e 2,5 cm; $16{,}25\ cm^2$

c) um quadrado de lado de medida 1,2 cm; $1{,}44\ cm^2$

d) um quadrado de lado medindo 2,7 m; $7{,}29\ m^2$

e) um quadrado cujo perímetro mede 20 cm. $25\ cm^2$

20. O salão de uma escola tem o formato de um quadrado com 10 m de medida de lado. Quantas lajotas quadradas com lados medindo 20 cm são necessárias para ladrilhar todo o piso do salão? 2 500 lajotas.

21. Deseja-se revestir com azulejos as paredes laterais e o fundo de uma piscina retangular com medidas de 7,50 m de comprimento, 4,50 m de largura e 1,50 m de profundidade. Os azulejos escolhidos são quadrados e os lados medem 15 cm. Quantos azulejos são necessários para revestir toda a piscina? 3 100 azulejos.

Ilustra Cartoon/Arquivo da editora

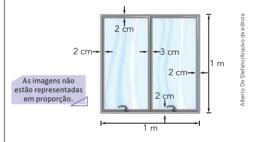
22. O serviço de um pintor custa R$ 6,25 por metro quadrado. Quanto esse pintor deve cobrar para pintar as 4 paredes e o teto de um salão retangular com medidas de 10 m de comprimento, 6 m de largura e 3 m de altura? R$ 975,00

23. Um livro de 208 páginas (104 folhas) tem o formato de um retângulo e cada folha de papel tem dimensões medindo 21 cm e 28 cm. Elabore uma questão utilizando esses dados, troque-a com um colega e, depois, corrijam juntos.

24. Uma casa está construída em um terreno retangular com lados que medem 12 m e 25 m. A construção ocupa uma parte quadrada dentro do terreno, com lados medindo 10 m. Analise a imagem que representa esse terreno e elabore uma pergunta que envolva medidas de área.

Alberto De Stefano/Arquivo da editora

25. Esta é a representação da janela da sala de uma casa. A janela é composta de 2 vidraças basculantes. Calcule a medida de área do vidro utilizado na janela. $0{,}8928\ m^2$

Alberto De Stefano/Arquivo da editora

26. Elabore um problema que possa ser resolvido com as operações:

$$100\ m + 120\ m + 100\ m + 120\ m = 440\ m$$

$$100\ m \cdot 120\ m = 12\,000\ m^2$$

26. Exemplo de resposta: Uma empresa adquiriu um terreno retangular tendo 100 m de frente e 120 m de fundos e cercou o terreno. Qual é a medida de comprimento da cerca e qual é a medida de área do terreno? Resposta: 440 m e $12\,000\ m^2$.

Ampliação e redução de figuras planas

Vamos ampliar e reduzir figuras planas utilizando diferentes malhas quadriculadas.

Primeiro, desenhamos uma figura em uma malha com quadradinhos de lado medindo 0,5 cm. Esta será nossa figura original.

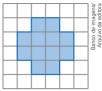
Banco de imagens/Arquivo da editora

Depois, representamos a figura original em uma malha com quadradinhos de lado medindo 1 cm, obtendo a figura **I**, e, em outra, com quadradinhos de lado medindo 0,25 cm, obtendo a figura **II**:

Figura I

Figura II

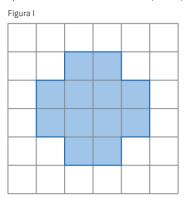
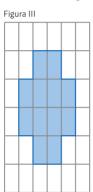
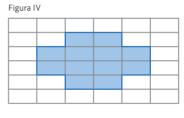
Ilustrações: Banco de imagens/Arquivo da editora

Agora vamos representar a figura original em uma malha formada por retângulos medindo 0,5 cm por 1 cm (figura **III**) e em outra malha com retângulos medindo 1 cm por 0,5 cm (figura **IV**):

Figura III

Figura IV

Ilustrações: Banco de imagens/Arquivo da editora

Analisando as figuras construídas, percebemos que as figuras **I** e **II** mantêm a forma da figura original, enquanto as figuras **III** e **IV** não – na figura **III**, a medida da altura foi aumentada, porém a medida da largura permaneceu a mesma; na figura **IV**, a medida da largura foi alterada, enquanto a medida da altura permaneceu a mesma.

Orientações didáticas

Ampliação e redução de figuras planas

Na BNCC

Neste tópico são desenvolvidas as habilidades **EF06MA21** e **EF06MA29**, permitindo ao estudante entender como a medida de área varia quando as figuras são ampliadas ou reduzidas. Por ainda estarmos lidando com a grandeza área, a habilidade **EF06MA24** também é explorada.

Este tópico utiliza malhas quadriculadas e retangulares como apoio para o cálculo da medida de área. Elas são adequadas para o 6º ano, em que estão sendo considerados números racionais para o cálculo da medida de área.

Caso surjam dúvidas acerca da correspondência entre as partes que devem ser pintadas nas figuras, sugira que numerem os espaços possíveis da esquerda para a direita e de cima para baixo.

Questione os estudantes sobre situações do dia a dia em que se deparam com a necessidade de redução ou ampliação de algo, como uma foto em algum aplicativo digital ou o tamanho da fonte em um editor de texto, no computador, entre outras situações em que se deparam com figuras semelhantes.

Orientações didáticas

Atividades

Nas atividades **27** a **29** é abordado o cálculo da medida de área de figuras em malha quadriculada. Nesse momento, reflita com os estudantes sobre o que acontece com as grandezas área e perímetro em uma ampliação e em uma redução.

Se necessário, para aqueles que apresentarem dificuldade na compreensão do conceito de semelhança de figuras, retome a ideia de numerar as quadrículas realizando a correspondente pintura do quadro com o mesmo número na figura reduzida ou aumentada.

Na figura **I**, as medidas das dimensões da figura original foram duplicadas e, na figura **II**, elas foram reduzidas à metade. Além disso, os ângulos nas figuras **I** e **II** são iguais aos correspondentes na figura original. Então, dizemos que a figura **I** é uma **ampliação** da figura original, enquanto a figura **II** é uma **redução** da figura original.

Por isso, as figuras **I** e **II** são chamadas **figuras semelhantes** à figura original.

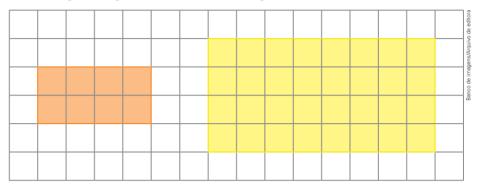
Quando ampliamos ou reduzimos uma figura plana, todas as medidas das dimensões dela são multiplicadas por um mesmo número (uma constante) e todos os ângulos são mantidos. Desse modo, a figura mantém a forma, e o resultado é uma figura plana semelhante à original.

Atividades

27. b) Sim, o amarelo é uma ampliação do laranja ou o laranja é uma redução do amarelo, pois as medidas das dimensões do amarelo são o dobro das do laranja, e os ângulos internos correspondentes são os mesmos.

Faça as atividades no caderno.

27. Analise as regiões retangulares desenhadas na malha a seguir.

Banco de imagens/Arquivo da editora

a) Meça com uma régua e responda: Quais são as medidas das dimensões do retângulo laranja? E do amarelo? 4 cm e 2 cm; 8 cm e 4 cm.

b) Esses retângulos são semelhantes? Por quê?

c) A medida de perímetro do retângulo amarelo é quantas vezes o do laranja? 2 vezes.

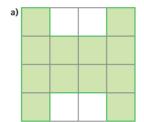
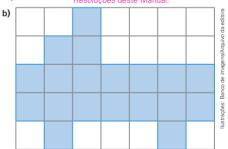
d) A medida de área do retângulo amarelo é quantas vezes a do laranja? 4 vezes.

e) Se triplicássemos as medidas das dimensões do retângulo laranja, a medida de área dele seria triplicada? Não.

28. Para cada figura dada a seguir, produza uma ampliação e uma redução. Nas ampliações, duplique as medidas das dimensões da figura; nas reduções, reduza as medidas das dimensões da figura à metade. Use o recurso que desejar: desenhos com régua e transferidor ou malhas quadriculadas. A resposta encontra-se na seção *Resoluções* deste Manual.

a)

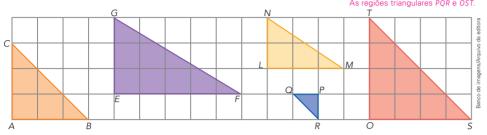
b)

Ilustrações: Banco de imagens/Arquivo da editora

29. Retome a atividade **28**. Calcule a medida de perímetro das figuras originais, das figuras ampliadas e das figuras reduzidas. Por quanto ficou multiplicada a medida de perímetro de cada figura na ampliação? E na redução?

Por 2; por $\frac{1}{2}$.

30. Retome a atividade **28**. Calcule a medida de área das figuras originais, das figuras ampliadas e das figuras reduzidas. Por quanto ficou multiplicada a medida de área de cada figura na ampliação? E na redução? Por 4; por $\frac{1}{4}$.

31. Ao construir uma figura semelhante a uma original, por ampliação ou por redução, a medida de perímetro fica multiplicada pelo mesmo número pelo qual as medidas das dimensões foram multiplicadas? E a medida de área? Sim; não, a medida de área fica multiplicada pelo quadrado desse número.

32. Na malha quadriculada a seguir, temos uma região triangular *ABC*. Quais das demais regiões triangulares desenhadas são semelhantes à região *ABC*? Se necessário, faça medições dos lados e dos ângulos.
As regiões triangulares *PQR* e *OST*.

33. Uma região quadrada com lado medindo 5 cm e outra com lado de medida 8 cm são figuras semelhantes? Por quê? Sim, pois a região quadrada de lado medindo 8 cm é uma ampliação da região quadrada de lado medindo 5 cm, multiplicando as medidas das dimensões por 1,6 e mantendo os ângulos correspondentes.

Na olimpíada

Faça as atividades no caderno.

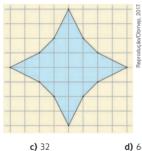
O problema dos números

(Obmep) Observe a figura. Qual é a soma dos números que estão escritos dentro do triângulo e também dentro da circunferência, mas fora do quadrado? Alternativa **b**.

Reprodução/Obmep, 2016.

a) 10 **b)** 11 **c)** 14 **d)** 17 **e)** 20

Estimando a área

(Obmep) A área da figura azul é igual à soma das áreas de quantos quadradinhos do quadriculado? Alternativa **b**.

Reprodução/Obmep, 2017.

a) 12 **b)** 22 **c)** 32 **d)** 64 **e)** 100

Orientações didáticas

Atividades

As atividades **30** a **33** também possibilitam a reflexão sobre o que acontece com as grandezas área e perímetro quando ampliamos (ou reduzimos) uma figura, em malha quadriculada. Relacione as medidas de comprimento com a proposta de ampliar dobrando (multiplicar por 2) e reduzindo pela metade (multiplicar por 0,5). Para medida de área, como se trata de 2 dimensões, temos o fator multiplicador elevado ao quadrado, ou seja, uma medida de área multiplicada por 2^2 quando ampliada no dobro, e multiplicada por $(0,5)^2$ quando reduzida na metade.

Na olimpíada

Esta seção contém 2 questões: na primeira, os números devem ser dispostos de modo a satisfazer determinada condição. Para a resolução, destaque todos os números que estão dentro do triângulo com uma cor e os que estão dentro do círculo com outra. Dessa maneira, são ressaltados os números 5, 4 e 6. Como é preciso considerar os números fora do quadrado, será descartado o 4; por isso, a soma 11 $(5 + 6)$.

A outra questão solicita o cálculo, por estimativa, da medida de área de uma figura em malha quadriculada. Discuta com os estudantes quais as possíveis estratégias para a resolução.

Orientações didáticas

Matemática e tecnologias

Na BNCC

Nesta seção, o estudante utiliza um *software* para desenvolver a habilidade **EF06MA21**, já praticada em tópicos anteriores, e mobiliza com maior ênfase a **CEMAT05**.

Na seção *Matemática e tecnologias* são apresentadas construções por meio do *software* GeoGebra, que permite ampliar e reduzir figuras. Indique que, em Matemática, ampliar uma figura é o que chamamos de **homotetia**.

Se possível, organize a turma no laboratório de informática para que explorem o *software* e façam, além das sugestões do Livro do Estudante, construções de figuras variadas.

Matemática e tecnologias

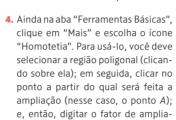
Faça as atividades no caderno.

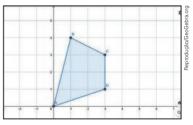
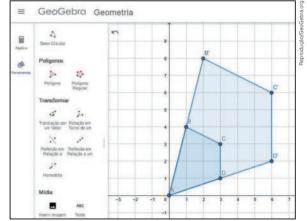
Ampliação e redução de figuras planas no GeoGebra

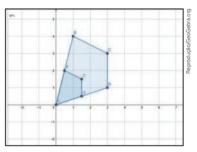
Você já usou o GeoGebra para traçar retas perpendiculares. Agora, você perceberá que esse aplicativo é um bom recurso para ampliar ou reduzir figuras planas.

1. Acesse a ferramenta em https://www.geogebra.org/geometry (acesso em: 25 mar. 2022).
2. Selecione a aba "Configurações", no canto superior direito da tela, e habilite as opções "Exibir Eixos" e "Exibir Malha Principal".
3. Na aba "Ferramentas Básicas", selecione o ícone "Polígono" e desenhe uma região poligonal qualquer no plano cartesiano, começando pelo ponto (0, 0), que ficará nomeado de *A*, e terminando no mesmo ponto.

Reprodução/GeoGebra.org

Tela do GeoGebra após o passo 3.

4. Ainda na aba "Ferramentas Básicas", clique em "Mais" e escolha o ícone "Homotetia". Para usá-lo, você deve selecionar a região poligonal (clicando sobre ela); em seguida, clicar no ponto a partir do qual será feita a ampliação (nesse caso, o ponto *A*); e, então, digitar o fator de ampliação (digite **2**). Finalmente, clique em "OK" para ver a figura ampliada.

Reprodução/GeoGebra.org

Tela do GeoGebra após o passo 4.

5. Para fazer uma redução, abra uma nova tela do GeoGebra, repita os passos **2**, **3** e **4**, mas, no passo **4**, defina como fator de ampliação o número 0,5. Dessa maneira, a ferramenta vai multiplicar todas as medidas das dimensões da região poligonal que você representou pelo fator 0,5, exibindo a figura a seguir.

Reprodução/GeoGebra.org

Tela do GeoGebra após o passo 5.

Proposta para o professor

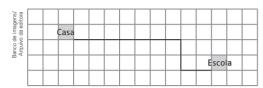
Indicamos o artigo a seguir, que apresenta de que maneira eram feitas transformações geométricas, como a ampliação e a redução, antes dos avanços tecnológicos.

ASSUMPÇÃO, Sergio D.; EHLERS, Renata M.; SANCHES, Júlio C. S.; PEREIRA, Antônio L. Transformações no plano e sistemas articulados. *Revista do Professor de Matemática*, São Paulo: SBM, v. 47, 2001. Disponível em: https://www.rpm.org.br/cdrpm/47/5.htm. Acesso em: 13 maio 2022.

Na Unidade

Faça as atividades no caderno.

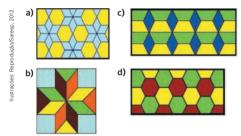
1. Na malha quadriculada está representado o percurso da casa do João até a sua escola.

Banco de imagens/Arquivo da editora

Sabendo-se que cada lado de quadradinho da malha corresponde a 12 metros, qual é a distância real em metros que João percorre para ir à escola?

a) 100 **b)** 120 **c)** 122 **d)** 132

Alternativa **d**.

2. **(Saresp)** Dentre os mosaicos abaixo, aquele que é formado somente por quadriláteros é: Alternativa **c**.

Ilustrações: Reprodução/Saresp, 2012.

3. Analise os triângulos e, no caderno, classifique-os quanto aos ângulos.

a) Acutângulo. b) Obtusângulo. c) Retângulo.

Ilustrações: Banco de imagens/Arquivo da editora

4. Analise os polígonos a seguir.

Retângulo. Quadrado.

Ilustrações: Banco de imagens/Arquivo da editora

Considerando esses polígonos, qual das afirmações a seguir está correta? Indique-a no caderno.

a) Os ângulos internos do retângulo e os ângulos internos do quadrado têm medidas iguais.

b) Somente o quadrado é um quadrilátero.

c) O retângulo e o quadrado são polígonos regulares.

d) O retângulo tem todos os lados com a mesma medida. Alternativa **a**.

5. Escreva no caderno se as afirmações a seguir são verdadeiras ou falsas.

a) Todo quadrado é também um retângulo. Verdadeira.

b) Todo retângulo é também um quadrado. Falsa.

c) Um quadrado com lados medindo 3 cm tem medida de área de 9 cm^2. Verdadeira.

d) Se dobrarmos a medida do lado de um quadrado, a medida de área dele também dobra. Falsa.

e) Não podemos calcular a medida de área de um retângulo que tem medidas de 6 cm de comprimento e 6 cm de largura, porque se trata de um quadrado. Falsa.

f) Se dobrarmos as medidas do comprimento e da largura de um retângulo, a medida de área dele será multiplicada por 4. Verdadeira.

6. Os estudantes do 6º ano querem construir um mural triangular com fotografias da turma, que foram tiradas ao longo do ano. Eles fizeram um esboço do projeto em uma malha quadriculada conforme indicado a seguir.

A resposta encontra-se na seção *Resoluções* deste Manual.

Banco de imagens/Arquivo da editora

A turma percebeu que o mural ficaria pequeno e resolveu fazê-lo de modo que as medidas das dimensões fossem 2 vezes as previstas no projeto original. Em uma malha quadriculada, copie o esboço do projeto feito pelos estudantes e, em seguida, faça um novo esboço da ampliação do mural considerando as novas medidas das dimensões.

7. **(Saresp)** Uma folha de papel de seda tem 40 cm de perímetro. Ela tem a forma de um retângulo e um dos seus lados tem 4 cm de comprimento. Então os outros lados medem: Alternativa **c**.

a) 6 cm, 6 cm, 4 cm.

b) 9 cm, 4 cm, 9 cm.

c) 16 cm, 4 cm, 16 cm.

d) 12 cm, 4 cm, 12 cm.

Orientações didáticas

Na Unidade

Na BNCC

Esta seção favorece o desenvolvimento das habilidades exploradas ao longo de toda a Unidade e mobiliza com maior ênfase a **CEMAT02**, a **CEMAT03** e a **CG02** ao propor a resolução de atividades diversas, por meio de diferentes contextos e estratégias de resolução.

Esta seção traz atividades dos principais conteúdos abordados na Unidade que podem ser utilizadas como ferramentas de avaliação. Proponha a resolução das atividades individualmente. Acompanhe os estudantes durante a realização delas e registre avanços e dificuldades para, ao final, propor novas atividades para remediação coletiva ou individual de defasagens, conforme cada caso.

A seguir, listamos algumas sugestões e estratégias para remediação.

As atividades **1** e **6** utilizam malha quadriculada como apoio para o cálculo da medida de distância, considerando o lado do quadradinho como unidade de medida de comprimento, e para ampliação de figura, respectivamente. Caso os estudantes apresentem dúvidas, retome os conteúdos de comprimento e área.

As atividades **2**, **3**, **4**, **5** e **6** estão relacionadas à identificação da nomenclatura e à classificação de figuras geométricas planas, sejam polígonos, sejam triângulos, sejam quadriláteros. Caso os estudantes apresentem dúvidas nessas questões, retome as características dos polígonos estudados nesta Unidade e o modo de classificação. Utilize também materiais manipulativos como suporte.

Outras dificuldades diferentes das listadas podem surgir; por isso, é importante o monitoramento individual e contínuo dos estudantes.

Orientações didáticas

Abertura

Na BNCC

A abertura da Unidade mobiliza com maior ênfase a **CG02** e a **CG07**, além de favorecer o desenvolvimento dos TCTs *Educação para o Consumo* e *Educação Ambiental* ao trazer um texto sobre o uso consciente da água. Mobiliza ainda a **CEMAT02** ao apresentar o conceito de capacidade aplicada aos reservatórios de água.

Para iniciar o trabalho com esta Unidade, sugerimos que os estudantes leiam o texto introdutório "Como preservar a água?" e escrevam no caderno as medidas que aparecem nele.

Explore a oportunidade de trabalhar o TCT *Educação para o Consumo*, enfatizando o quanto é necessário preservar os recursos naturais a fim de que não se sofra com a falta deles.

UNIDADE 8

Massa, volume, capacidade, tempo e temperatura

Espera-se que os estudantes respondam que adotam medidas para diminuir o consumo de água, tais como fechar a torneira e o chuveiro para escovar os dentes ou se ensaboar, respectivamente, utilizar água de enxágue da máquina de lavar para limpar o quintal, utilizar mecanismos de captação de água da chuva com a

NESTA UNIDADE VOCÊ VAI:

- resolver e elaborar problemas que envolvem medidas de massa, volume, capacidade, tempo e temperatura em diferentes situações;
- reconhecer as unidades de medida mais usuais de massa, volume, capacidade, tempo e temperatura;
- estabelecer relações entre unidades de medida de massa, volume, capacidade e tempo;
- determinar a medida de volume de alguns sólidos geométricos;
- efetuar operações que envolvem medidas de uma mesma grandeza expressas em mais de uma unidade.

CAPÍTULOS

Reservatório do Sistema Cantareira, em Bragança Paulista (SP), durante seca severa que ocorreu em 2014 no estado de São Paulo.

Proposta para o professor

Caso queira ampliar o estudo sobre o papel da água na economia brasileira segue a referência.

AGÊNCIA Nacional de Águas e Saneamento Básico. ANA e IBGE atualizam levantamento que aponta o papel da água na economia brasileira. Gov.br, Brasília-DF, 7 maio 2020. Disponível em: https://www.gov.br/ana/pt-br/assuntos/noticias/ana-e-ibge-atualizam-levantamento-que-aponta-o-papel-da-agua-na-economia-brasileira. Acesso em: 28 abr. 2022.

ajuda de cisternas, por exemplo, etc. Medidas como racionamento de água, incentivos fiscais e campanhas de conscientização são algumas das maneiras de combater o desperdício de água e manter as reservas de água nos períodos de seca.

Helio Suenaga/Futura Press

Como preservar a água?

O Sistema Cantareira é um dos principais meios de abastecimento hídrico do estado de São Paulo, mas as mudanças climáticas, a falta de chuvas e o desperdício de água ao longo dos anos provocaram e ainda têm provocado baixas na reserva. Por esse motivo, o governo estadual e a empresa de abastecimento Sabesp (Companhia de Saneamento Básico do Estado de São Paulo) tomam medidas preventivas para evitar a falta de água, como o racionamento. Leia a notícia a seguir, publicada em 3 de novembro de 2021, e responda às questões posteriores.

Sistema Cantareira passa a operar com menos de 30% e entra na faixa de restrição

O Sistema Cantareira – principal reservatório de água da Grande São Paulo – passou a operar, oficialmente, na faixa de restrição ao atingir 28,4% do volume de sua capacidade nesta quarta-feira (3).

Segundo a Sabesp, o reservatório entra em estado de restrição se registrar volume abaixo de 30% no último dia do mês. Em 31 de outubro, o Cantareira já operava abaixo dos 30% – eram 28,1%.

[...]

Ainda no início do último mês, o sistema já operava com 29,6% da capacidade: o menor volume dos últimos cinco anos, e já era considerado nível de alerta.

O Sistema Cantareira é formado pelos reservatórios de Jaguari, Jacareí, Cachoeira, Atibainha e Paiva Castro.

FIGUEIREDO, Carolina; LARA, Rafaela. Sistema Cantareira passa a operar com menos de 30% e entra na faixa de restrição. *CNN Brasil*, São Paulo, 3 nov. 2021. Disponível em: https://www.cnnbrasil.com.br/business/sistema-cantareira-passa-a-operar-com-menos-de-30-e-entra-na-faixa-de-restricao/. Acesso em: 12 jan. 2022.

A capacidade máxima do Sistema Cantareira é de 982 bilhões de litros de água. Ele abastece por volta de 46% da Região Metropolitana de São Paulo e tem uma vazão produtiva (quantidade de água escoada) de 33 mil litros a cada segundo. Entre outubro de 2013 e março de 2014, foram observadas vazões muito pequenas nos afluentes que abastecem o sistema, e desde então a reserva vem mostrando uma capacidade abaixo da média histórica e do menor índice já registrado, no ano de 1953.

Por esses motivos, racionamento de água, restrição nos horários de abastecimento e aumento nas tarifas de consumo têm sido medidas frequentes no cotidiano dos moradores da Grande São Paulo. Algumas pessoas e empresas desenvolveram métodos para aproveitamento da água da chuva, bem como reaproveitamento de água usada para atividades como limpeza, além de adotar uma rotina que combate o desperdício.

De acordo com a Organização das Nações Unidas (ONU), uma pessoa necessita consumir 3,3 mil litros de água por mês, o que leva ao consumo médio diário de 110 litros. A água é um dos principais recursos naturais de que necessitamos para sobreviver, e outros seres vivos também dependem da água doce.

Fontes dos dados: BRASIL. Ministério do Desenvolvimento Regional. Agência Nacional de Águas e Saneamento Básico (ANA). *Sistema Cantareira*. [Brasília, DF]: ANA. Disponível em: https://www.gov.br/ana/pt-br/sala-de-situacao/sistema-cantareira/sistema-cantareira-saiba-mais; SISTEMA Cantareira. Nível Água São Paulo. Disponível em: https://www.nivelaguasaopaulo.com/cantareira. Acesso em: 12 jan. 2022.

Quais medidas você e sua família adotam para evitar o desperdício de água? O que você acha possível fazer para manter as reservas de água nos sistemas de abastecimento nos períodos de seca?

263

Reprodução do Livro do Estudante em tamanho reduzido.

Orientações didáticas

Abertura

Sugira aos estudantes que façam uma relação de quais são as principais maneiras de desperdiçar água que podem ocorrer nas vivências pessoais, como deixar a torneira aberta ao escovar os dentes ou lavar a louça, o uso exagerado de água ao lavar o carro, entre outras, de modo a conscientizá-los sobre a existência de desperdício no consumo desse bem. Isso favorece o trabalho com o TCT *Educação Ambiental*, além de uma discussão interdisciplinar apoiando-se nos componentes curriculares de **Geografia** e **Ciências**. Aproveite e faça um debate acerca das concepções prévias da diferença entre os conceitos de capacidade e volume, favorecendo assim a aplicação de metodologias ativas ao processo de ensino-aprendizagem.

Proposta para o estudante

Como uma atividade complementar, solicite aos estudantes que elaborem cartazes ou produzam vídeos, *posts* ou métodos de divulgação que considerarem adequados com alertas sobre a necessidade de um consumo consciente e seguro provendo condições de vida e de saúde para todos os habitantes da sociedade. As produções podem ser divulgadas para toda a comunidade escolar.

Orientações didáticas

Medindo massas

Na BNCC

Este tópico favorece o desenvolvimento da habilidade **EF06MA24** ao explorar situações que envolvem medidas de massa.

Quando for apresentar, mesmo que introdutoriamente, o termo quilograma, realize um debate com os estudantes sobre qual relação pode ser feita entre quilograma e quilômetro (unidade de medida explorada anteriormente) por conta do prefixo "quilo", que compõe ambas as palavras. É possível abrir a discussão para que eles possam refletir sobre em quais contextos podem observar balanças analógicas, como as das imagens no livro, por exemplo, nos consultórios médicos, onde normalmente se utilizam balanças antropométricas mecânicas, nas quais é preciso balancear a régua graduada com um sistema de pesos para, assim, aferir a massa do paciente.

Massa

EF06MA11
EF06MA13
EF06MA24

Medindo massas

O que mostra a balança?

Note, na imagem a seguir, uma balança de 2 pratos com 1 pacote de arroz de 1 kg e 1 pacote de feijão de 1 kg. Perceba que a balança está em equilíbrio, pois os pacotes de arroz e de feijão têm a mesma massa.

Peter Hermes Furian/Shutterstock

E se colocarmos mais 1 pacote de arroz de 1 kg no prato da esquerda, a balança continuará em equilíbrio?

Vamos ter 2 pacotes de arroz de 1 kg no prato da esquerda e 1 pacote de feijão de 1 kg no prato da direita, e então a balança ficará em desequilíbrio.

Peter Hermes Furian/Shutterstock

Por que os pratos da balança deixaram de ficar em equilíbrio?

Juntos, os pacotes de arroz têm medida de massa 2 kg; então a medida de massa total dos pacotes de arroz no prato da esquerda é maior do que a medida de massa do pacote de feijão no prato da direita.

De modo geral, dizemos que a **massa** é a quantidade de matéria que um corpo tem.
A balança é um instrumento usado para medir ou comparar massas.

Proposta para o professor

Para ampliar os estudos com as unidades de medida, visite a página a seguir, que possui textos complementares e sugestões de atividades. CLUBES de Matemática da Obmep. ... *E haja unidades de medida!* Rio de Janeiro: Impa, Brasília-DF: MEC, [2020]. Disponível em: http://clubes.obmep.org.br/blog/sala-de-atividades-e-haja-unidades-de-medida/. Acesso em: 10 maio 2022.

Unidades de medida padronizadas de massa

Para determinar a quantidade de massa de um corpo, devemos escolher outro corpo como unidade de medida de massa e verificar quantas unidades dele são necessárias para equilibrar, em uma balança de 2 pratos, o corpo cuja massa queremos medir.

Paulo Cesar Pereira/Arquivo da editora

Se cada pessoa pudesse escolher livremente uma unidade de medida de massa para determinar a massa de um corpo, obteríamos valores diferentes para um mesmo corpo, dependendo da unidade de medida escolhida.

Foi preciso, então, definir uma unidade de medida padronizada de massa.

Segundo os órgãos internacionais de padronização de unidades de medida, a unidade de medida de massa adotada como padrão é o **quilograma (kg)**.

Até 2019 o quilograma era estabelecido como a massa de uma peça de platina, sob custódia do Museu Internacional de Pesos e Medidas, na França. Após essa data, o quilograma passou a ser definido pela constante de Planck. Dessa maneira, a referência da unidade de medida independe da massa de um objeto, que, com o tempo, pode sofrer variação.

No dia a dia, para medir massas, também utilizamos o **grama (g)**, submúltiplo do quilograma:

$$1 \text{ kg} = 1000 \text{ g e } 1 \text{ g} = \frac{1}{1000} \text{ kg}$$

E é a partir do grama que definimos outros múltiplos e submúltiplos usados para medir massas.

Múltiplos e submúltiplos do grama

Qual unidade de medida de massa usar?

A resposta a essa pergunta é "Depende", pois não é conveniente utilizarmos o grama para expressar uma medida de massa muito grande ou muito pequena. O mesmo ocorre com o quilograma, que nem sempre é conveniente.

Por exemplo, qual é a medida de massa de um elefante?

Também podemos perguntar: Quanto pesa um elefante?

Para expressar a medida de massa de corpos muito pesados, costumamos empregar como unidade de medida de massa um dos **múltiplos do grama**:

- decagrama (dag);
- hectograma (hg);
- quilograma (kg).

Além dessas, a tonelada (t) é outra unidade usada para expressar a medida de massa de corpos muito pesados. Temos que 1 t corresponde a 1000 kg.

O grama é um submúltiplo do quilograma, ou o quilograma é um múltiplo do grama.

As imagens não estão representadas em proporção.

gualtiero boffi/Shutterstock

A medida de massa de um elefante pode chegar a 7 500 kg.

Orientações didáticas

Unidades de medida padronizadas de massa

Na BNCC

Este tópico favorece o desenvolvimento das habilidades: **EF06MA11** ao solicitar a resolução e elaboração de problemas envolvendo números racionais e as 4 operações fundamentais; e **EF06MA24** ao explorar situações que envolvem medidas de massa. Mobiliza com maior ênfase a **CG02** e a **CG07** ao propor discussões que incentivam a análise crítica e o espírito investigativo dos estudantes, bem como a **CEMAT06** no trabalho com atividades que exigem a leitura e interpretação de dados não explícitos em textos.

Ao trabalhar o conteúdo de múltiplos e submúltiplos da unidade de medida de massa (grama), retome os prefixos de cada uma delas e sua relação com a unidade de medida de comprimento, por exemplo. Faça os seguintes questionamentos: "Se 1 quilômetro corresponde a 1 000 metros, 1 quilograma corresponde a quantos gramas?"; utilize também outros prefixos em contextos cotidianos. Peça aos estudantes para darem exemplos de objetos do dia a dia que são medidos em quilograma e objetos que são medidos em grama. Faça um quadro na lousa para anotar os exemplos e, se necessário, apresente outros.

Os prefixos "quilo", "hecto", "deca", "deci", "centi" e "mili" estão condicionados às medidas oriundas do Sistema Internacional (SI), todavia não são adotados por todos os países. Sugira aos estudantes que pesquisem quais unidades de medida são mais comumente utilizadas em outros países, tais como a libra e a jarda, ou em contextos diferentes. Nesse momento é possível abrir uma discussão sobre o que torna um sistema métrico mais prático do que outro. Também é possível levantar debate sobre por que o sistema métrico, apesar de tão prático, não tem adesão em países como os Estados Unidos. Essa abordagem favorece o uso de concepções prévias adquiridas em fontes diversas, como filmes e *podcasts*.

Orientações didáticas

Explique aos estudantes que há uma diferença entre massa e peso. **Massa** é a medida da quantidade de matéria que um objeto contém e **peso** é uma força, é o produto da medida de massa pela medida de aceleração da gravidade, mas utilizamos peso como sinônimo de massa por ser uma linguagem comum no cotidiano. E, por consequência, utilizamos a palavra "pesado" para nos referir à medida de massa.

Além das unidades de medida de massa derivadas do grama, a tonelada recebe bastante destaque neste conteúdo. Aproveite para relacionar 1 t com 1 mg (megagrama), pois 1 mg = 1 000 kg ou ainda 1 mg = 1 000 000 g.

Enfatize por que nem sempre o grama é a unidade de medida mais adequada. A medida de massa de um elefante pode chegar a 7 500 kg, que corresponde a 7 500 000 g. Esse é um número com muitos algarismos e, por isso, é mais viável expressar essa medida de massa em quilogramas, ou até mesmo em toneladas (7,5 t).

E qual é a medida de massa de uma borboleta?

Para expressar a medida de massa de corpos muito pequenos e leves, costumamos empregar como unidade de massa um dos **submúltiplos do grama**:

- decigrama (dg);
- centigrama (cg);
- miligrama (mg).

suns07butterfly/Shutterstock

Algumas borboletas podem ter medida de massa menor do que 1 grama.

No quadro a seguir, são apresentadas as unidades de medida de massa, os símbolos e os valores correspondentes em gramas.

Múltiplo			Unidade	Submúltiplo		
Quilograma	Hectograma	Decagrama	Grama	Decigrama	Centigrama	Miligrama
kg	hg	dag	g	dg	cg	mg
1 000 g	100 g	10 g	**1 g**	0,1 g	0,01 g	0,001 g

Perceba que cada unidade de medida de massa é igual a 10 vezes a unidade imediatamente inferior:

kg	hg	dag	g	dg	cg	mg
1 000 g	100 g	10 g	**1 g**	0,1 g	0,01 g	0,001 g

· 10 · 10 · 10 · 10 · 10 · 10

E cada unidade de medida de massa é igual a 1 décimo da unidade imediatamente superior:

kg	hg	dag	g	dg	cg	mg
1 000 g	100 g	10 g	**1 g**	0,1 g	0,01 g	0,001 g

: 10 : 10 : 10 : 10 : 10 : 10

A leitura de medidas de massa é muito parecida com a leitura de medidas de comprimento. Note nestes exemplos como as medidas de massa devem ser lidas.

- 0,001 g → lemos: 1 milésimo de grama (ou 1 miligrama).
- 0,32 g → lemos: 32 centésimos de grama (ou 32 centigramas).
- 57,8 g → lemos: 57 inteiros e 8 décimos de grama (ou 57 gramas e 8 decigramas).

Mudanças de unidade de medida

As mudanças de unidade de medida de massa são feitas de modo parecido com as mudanças de unidade de medida de comprimento. Acompanhe os exemplos.

- 7,41 kg = (7,41 · **1000**) g = 7 410 g
- 8 dg = (8 : **10**) g = 0,8 g
- 7 370 g = 737 dag = 73,7 hg = 7,37 kg
  ou 7 370 g = (7 370 · **0,001**) kg = 7,37 kg

Proposta para o professor

Para conhecer como é a escrita das unidades de medida utilizadas no Brasil segundo o Sistema Internacional (SI), considere a referência:

BRASIL. Portaria nº 228, de 17 de maio de 2021. Aprova o Quadro Geral de Unidades de Medida adotado pelo Brasil, atualizado de acordo com o Novo Sistema Internacional de Unidades de Medida – SI e dá outras providências. *Diário Oficial da União*: seção 1, Brasília-DF, ed. 94, p. 152, 20 maio 2021. Disponível em: https://www.in.gov.br/web/dou/-/portaria-n-228-de-17-de-maio-de-2021-321216365. Acesso em: 10 maio 2022.

5. Exemplo de resposta: Em um elevador há uma placa de normas de segurança informando a capacidade de no máximo 8 pessoas ou 600 kg. Em determinado momento havia 8 pessoas na fila para entrar nesse elevador: José com medida de massa de 90 kg, Paula com 54 kg, Maria com 87 kg, Marcelo com 104 kg, Renato com 56 kg, Cíntia com 70 kg, Luiz com 64 kg e Amanda com 88 kg. Todas essas pessoas podem entrar no elevador ao mesmo tempo respeitando as normas de segurança? Justifique sua resposta. Resposta: Não, pois adicionando as medidas de massa das 8 pessoas temos um total de 613 kg, e 613 kg > 600 kg.

Atividades

Faça as atividades no caderno.

1. No caderno, indique qual unidade de medida você usaria para medir a massa dos elementos a seguir e justifique suas escolhas. Justificativa pessoal.

a) Um hipopótamo adulto. Quilograma ou tonelada.

b) Uma moto. Quilograma.

c) Um lápis. Grama.

2. Converta as medidas de massa em toneladas para quilogramas e vice-versa.

a) 2 t 2000 kg **b)** 16,1 t 16100 kg **c)** 6500 kg 6,5 t **d)** 82000 kg 82 t

3. Adicione as medidas de massa e expresse os resultados em gramas.

a) 8,41 g + 0,0701 kg 78,51 g

b) 2,46 g + 0,072 kg + 71 dg + 2336 mg 83,896 g

c) 37 g + 1,007 kg + 727 dg + 13 dg 1118 g

Em condições normais, 1 litro de água corresponde a 1 quilograma.

FelizDiseno/Shutterstock

4. Qual é a medida de massa, em quilogramas, de:

a) 20 litros (20 L) de água? 20 kg

b) 50 L de água? 50 kg

5. Elabore um problema que contenha as seguintes informações:

- 8 pessoas ou 600 kg;
- 90 kg, 54 kg, 87 kg, 104 kg, 56 kg, 70 kg, 64 kg e 88 kg.

Depois, troque com um colega para que ele resolva o problema que você elaborou enquanto você resolve o problema elaborado por ele.

6. Elabore um problema cuja resposta possa ser encontrada calculando:

$$870 - 120 = 750$$
$$750 \text{ g} = 750\,000 \text{ mg}$$

Exemplo de resposta: Juliana comprou 870 g de farinha de linhaça e Marcelo, irmão dela, comprou 120 g a menos do que ela. Quantos miligramas de farinha de linhaça ele comprou? Resposta: 750 000 mg.

7. José é fazendeiro, e no pasto estão a vaca Mimosa, cuja medida de massa é 375 kg, e o cavalo Valente, cuja medida de massa é 31 arrobas.

As imagens não estão representadas em proporção.

Ilustra Cartoon/Arquivo da editora

No Brasil, a **arroba** é uma unidade de medida de massa que ainda é utilizada em situações como a desta atividade, com animais, e também para indicar a medida de massa de cacau. Temos que 1 arroba equivale a aproximadamente 15 kg.

a) Quantas arrobas a vaca Mimosa tem? 25 arrobas.

b) De quantos quilogramas é a medida de massa do cavalo Valente? 465 kg

8. Em grupos de 3 ou 4 estudantes, leiam o texto a seguir. Depois, conversem e resolvam os itens.

Exposição na galeria

A Galeria de Artes de Alegria está passando por uma grande reforma. No mês que vem ela vai receber uma importante exposição reunindo os pintores mais famosos do país.

Por causa das reformas, o trânsito na rua Gaivota, onde fica a galeria, está complicado. A rua não é muito comprida e tem 702 cm de largura. Um caminhão carregado com 122 sacos de cimento com 50 kg cada um está estacionado em frente à galeria para descarregar. Quando vazio, esse caminhão pesa 3,25 t.

Proposta para o professor

Como a arroba (@) foi parar nos endereços eletrônicos de *e-mails*? Na referência a seguir, essa questão é respondida.

MUNDO ESTRANHO. Por que todos os *e-mails* têm o símbolo de @? *Superinteressante*, [*s. l.*], 4 jul. 2018. Disponível em: https://super.abril.com.br/mundo-estranho/por-que-todos-os-e-mails-tem-o-simbolo-de/. Acesso em: 28 abr. 2022.

Orientações didáticas

Atividades

Na atividade **1** é solicitado aos estudantes que apresentem qual a unidade de medida mais conveniente, destacando que as 3 (grama, quilograma e miligrama) são as mais convencionais. Para a compreensão de miligramas ressalte a medição de princípios ativos em medicamentos para a dosagem correta. Se achar conveniente, leve para a turma a caixa de algum medicamento, demonstrando essa situação.

Nas atividades **2** e **3** são apresentadas situações nas quais é necessária a conversão de unidades de medida para efetuar adição e subtração de medidas, operações que requerem ter todas as medidas na mesma unidade de medida.

Na atividade **4** é retomada a conversão das unidades de medida de massa (kg) e de capacidade (L), em que 1 kg de água corresponde a 1 L. Em condições normais de temperatura e pressão, temos que 1 L de água tem medida de massa aproximadamente igual a 1 kg (a densidade da água é aproximadamente 1 000 g/L) e podemos usar essa relação para calcular a medida de massa de determinado volume de água, ou vice-versa. Comente com os estudantes que essa relação entre 1 L e 1 kg vale especificamente para a água, e outros líquidos que têm outras medidas de equivalência; por exemplo, 1 L de óleo tem 900 g de medida de massa (a densidade do óleo é aproximadamente 900 g/L).

Se possível, compartilhe com os estudantes o texto presente no *site* https://quantopesa.com.br/medidas/quanto-pesa-um-litro-de-agua/ e o vídeo de um experimento no *site* https://www.youtube.com/watch?v=BfhIPkRVSLM (acessos em: 10 mar. 2022). No vídeo é possível perceber que há uma pequena diferença entre a relação de 1 L de água corresponder a 1 kg justamente pelo fato de que o experimento não foi feito nas condições normais de temperatura e pressão.

Na atividade **7**, é trabalhada a unidade de medida @ (arroba), utilizada em contexto agrário, a qual corresponde a 15 kg. Sugira aos estudantes que pesquisem a origem da aplicação dessa unidade e em quais países ela é mais usual.

Na correção das atividades de **1** a **7** explore a habilidade **EF06MA11** ao buscar trabalhar a razoabilidade dos valores encontrados como resposta. Incentive os estudantes a fazer o registro dos argumentos utilizados por eles. Pergunte: “Faz sentido uma vaca medir este valor de massa?”.

Orientações didáticas

Atividades

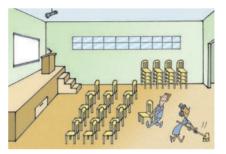
Na atividade **8**, sugira aos estudantes que leiam o texto antes de responderem aos itens apresentados. Com base na leitura do texto dessa atividade e na resolução das questões, é possível obter informações que não estão explícitas no texto, mas para isso é necessário realizar cálculos que demandam a compreensão dos conceitos explorados nesta Unidade. Aproveite para desenvolver estratégias de leitura que ajudem os estudantes a identificar com clareza os dados apresentados, bem como todo o contexto. Essa atividade privilegia o desenvolvimento da competência **CEMAT06**, e a resolução dela se dá por decomposição, que é um dos pilares do Pensamento Computacional. Peça aos estudantes que identifiquem cada etapa dessa resolução.

Na atividade **9** procure deixar claro que o contexto para a elaboração do problema deve estar condizente com valores realistas para as medidas apresentadas.

Para abrigar um chafariz, na entrada da galeria está sendo construído um poço, com formato que lembra um bloco retangular, com as medidas de 2,5 m de comprimento, 1,3 m de largura e 2,2 m de profundidade. Por causa desse chafariz, foi preciso construir uma caixa-d'água em formato de cubo com aresta medindo 2 m (medida interna).

Junto com a exposição de quadros vai ocorrer um ciclo de palestras em um auditório que tem as seguintes dimensões: 85 m de comprimento, 16 m de largura e 3,2 m de altura.

O coquetel de recepção já está sendo preparado. Foram encomendados 37 500 g de legumes para a maionese, comprados a R$ 3,80 o quilograma. Para os canapés, foram compradas várias latas de biscoito. Cada lata cheia pesa 1,1 kg e vazia pesa 0,59 kg. A quantidade de refrigerante encomendada foi de 218 L, a de suco foi de 800 L, e ainda há quem prefira água. Por isso, 19 L de água potável serão acondicionados em um tipo de recipiente que, vazio, pesa 780 g.

Ilustrações: Luigi Rocco/Arquivo da editora

As imagens não estão representadas em proporção.

a) Rafael, dono da galeria, mediu a largura da rua Gaivota usando o próprio pé como unidade e obteve a medida de 27 pés. Quantos centímetros mede o pé de Rafael? 26 cm

b) Qual é a medida de massa, em toneladas, do caminhão de cimento carregado? 9,35 t

c) Quantos reais foram gastos com os legumes para a maionese? R$ 142,50

d) Qual é a medida de massa, em quilogramas, dos biscoitos para os canapés dentro de cada lata? 0,51 kg

e) Se a medida de massa de cada biscoito é 3 g, quantos biscoitos vêm em cada lata? 170 biscoitos.

f) Qual será a medida de massa, em quilogramas, do recipiente para água quando estiver com os 19 litros de água? 19,78 kg

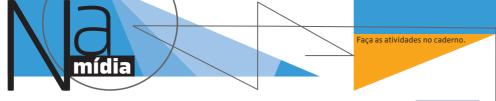
9. Elabore um problema que possa ser resolvido com as operações a seguir.

$$3 \times 2 \text{ kg} = 6 \text{ kg}$$
$$2 \times 4 \text{ kg} = 8 \text{ kg}$$
$$6 \text{ kg} + 8 \text{ kg} = 14 \text{ kg}$$

Exemplo de resposta: Gustavo comprou 3 pacotes de 2 kg de ração especial para os gatos dele e 2 pacotes de 4 kg de ração *premium* para os cachorros. Quantos quilogramas de ração Gustavo comprou ao todo? Resposta: 14 kg.

Proposta para o professor

Segue uma indicação de curso *on-line* desenvolvido pelo MEC em parceira com UFRGS sobre uma introdução ao Pensamento Computacional para os anos finais do Ensino Fundamental: https://avamec.mec.gov.br/#/instituicao/seb/curso/4701/informacoes (acesso em: 10 maio 2022).

Faça as atividades no caderno.

Baleias jubartes no Brasil

As imagens não estão representadas em proporção.

[...]

A população local da espécie, que cem anos atrás era de aproximadamente 25 mil baleias, foi dizimada a míseros 2% disso (cerca de ■ animais) em meados do século 20, por causa da caça predatória no oceano Antártico, para onde as baleias migram entre dezembro e junho para se alimentar. Uma moratória global à caça foi decretada em 1986 pela Comissão Baleeira Internacional (CBI) e reproduzida em lei pelo governo brasileiro no ano seguinte.

[Em 2014,] 28 anos mais tarde, a população de jubartes que visita anualmente as águas calmas e mornas do Nordeste brasileiro para se reproduzir é de aproximadamente 15 mil baleias – cerca de 60% do que era "originalmente". Daí a decisão de retirá-la da lista de espécies ameaçadas do Brasil.

[...]

A jubarte é uma espécie global. A população que vive na costa leste da América do Sul é uma de várias que ocorrem pelo planeta – todas elas em processo de recuperação. [...] estima-se que havia cerca de 140 mil jubartes no planeta no início do século 20, e hoje há cerca de 80 mil (◆%).

A União Internacional para Conservação da Natureza (IUCN) já considera a espécie como não ameaçada globalmente desde 2008.

ESCOBAR, Herton. Baleias jubartes do Brasil estão salvas da extinção. *Estadão*, São Paulo, 22 maio 2014. Disponível em: http://sustentabilidade.estadao.com.br/noticias/geral,baleias-jubartes-do-brasil-estao-salvas-da-extincao,1169762. Acesso em: 12 jan. 2022.

RAIO X DA ESPÉCIE

Jubarte
Nome científico: *Megaptera novaeangliae*

Incidência: São animais migratórios, ocorrendo em todos os oceanos. Migram para regiões mais quentes para se reproduzir, como na costa nordeste do Brasil

Comprimento:

16 m

Peso: 35 toneladas

Expectativa de vida: 60 anos

INFOGRÁFICO/ESTADÃO

Arte AE/Agência Estado

Leonardo Mercon/Zuma Press/Fotoarena

Baleia jubarte fotografada no litoral do Espírito Santo, na cidade de Vitória.

1. Com que finalidade as baleias jubartes visitam as águas do Nordeste brasileiro? Reprodução.
2. Em que polo fica o oceano Antártico (também chamado de oceano Austral ou oceano glacial Antártico)? Sul.
3. Que número foi omitido com o símbolo ■ na notícia? 500
4. Qual é o valor aproximado que foi omitido com o símbolo ◆? 57
5. Considere que, em média, um brasileiro do sexo masculino tem 1,70 m de altura e medida de massa 70 kg.
   Considerando a medida de altura média citada, a medida de comprimento da baleia corresponde à medida de altura de quantos homens? 10 homens.
6. A medida de massa de uma baleia jubarte é quantas vezes a de um brasileiro médio? 500 vezes.
7. Pesquise, em publicações confiáveis, outras espécies de baleia que costumam visitar a costa brasileira. Depois, compartilhe com os colegas as informações que obteve e as fontes que consultou. Resposta de acordo com a pesquisa realizada pelo estudante.

Orientações didáticas

Na mídia

Na BNCC

O trabalho desta seção contribui para o desenvolvimento das habilidades **EF06MA11**, **EF06MA13** e **EF06MA24**, além do TCT *Educação Ambiental*, ao utilizar-se da lógica argumentativa da Matemática para compreender fatores do meio ambiente em sua magnitude de escala.

Nesta seção é apresentado um texto informativo sobre as baleias, suas características físicas de comprimento e massa e a situação de não mais ameaçadas de extinção. Aproveite esse tema e trabalhe o TCT *Educação Ambiental* sugerindo aos estudantes que pesquisem outros animais, só que com risco de extinção, e suas dimensões de massa e comprimento.

Esta seção é uma rica oportunidade para que os estudantes desenvolvam autonomia, acessando informações científicas e interagindo criticamente com elas. Estimule a prática de pesquisa. Promova oportunidades para que os estudantes se expressem oralmente sobre suas compreensões em torno do tema. Esta é uma atividade com grandes oportunidades interdisciplinares ao relacionar-se com o componente curricular **Ciências**, abrindo discussões sobre a quantidade de alimento necessária para alimentar uma Jubarte, suas dimensões comparadas com a sala de aula ou qualquer outro objeto que favoreça a comparação. Tal atividade favorece o trabalho com a habilidade **EF06MA24** ao relacionar informações matemáticas com outras áreas do conhecimento e outros componentes curriculares.

Proposta para o professor

Para dar subsídios à pesquisa sobre as espécies em extinção do Brasil, indicamos um artigo do ICMBio que apresenta resultados da avaliação nacional do risco de extinção da fauna brasileira, bem como uma publicação do ICMBio chamada *Livro vermelho da fauna brasileira ameaçada de extinção – 2018*.

INSTITUTO CHICO MENDES DE CONSERVAÇÃO DA BIODIVERSIDADE. *Lista de espécies ameaçadas*: saiba mais. Brasília-DF: ICMBio, c2022. Disponível em: https://www.icmbio.gov.br/cepsul/especies-ameacadas.html. Acesso em: 28 abr. 2022.

Proposta para o estudante

Proponha uma pesquisa sobre a vinda ao Brasil das baleias jubartes atualmente. Em janeiro de 2022 uma matéria, no *site* https://umsoplaneta.globo.com/biodiversidade/noticia/2022/01/30/nunca-se-viu-tantas-baleias-jubartes-no-litoral-paulista-como-em-2021.ghtml (acesso em: 10 mar. 2022), informou que o número dessas baleias aumentou no litoral paulista e por consequência o número de encalhes também. Peça aos estudantes para compararem e compartilharem os resultados da pesquisa veiculada no *link* dessa proposta com os dados do texto no Livro do Estudante.

Orientações didáticas

Medindo volumes

Na BNCC

Este tópico favorece o desenvolvimento da habilidade **EF06MA24** ao explorar situações que envolvem a grandeza volume.

Esta seção apresenta o fato de que todo objeto ocupa algum espaço. Esse espaço varia de acordo com o formato do objeto, indo desde estruturas simples, como um tijolo, até as mais complexas, como os animais, por exemplo. Por ocuparem espaço, acaba sendo necessário o desenvolvimento de uma unidade de medida para o volume.

Participe

São apresentadas 2 experiências que procuram medir o espaço ocupado por objetos. Se possível realize a primeira experiência com a turma variando o tamanho da bolinha que é imersa no copo com água, mostrando que, quanto maior o volume, maior o deslocamento da água, independentemente da massa desde que usados materiais de mesma densidade. Caso não seja possível realizar a segunda experiência com a turma, sugira que percebam como as caixas de leite são dispostas em caixas maiores nos mercados, nas quais é possível colocar uma quantidade limitada de caixas.

Volume e capacidade

EF06MA11
EF06MA13
EF06MA24

Medindo volumes

As imagens não estão representadas em proporção.

Os objetos no espaço

Todo ser, corpo ou objeto é constituído de matéria. Essa matéria ocupa certo espaço e apresenta um formato próprio.

Os seres, corpos e objetos têm, em geral, variados formatos.

ilovezion/Shutterstock
Abacaxi.

Yeamake/Shutterstock
Cadeira.

Unlisted/Stock Photos
Guarda-chuva.

FRDMR/Shutterstock
Girafa.

Os objetos com formato mais simples lembram a forma de sólidos geométricos. Note alguns exemplos:

tomeqs/Shutterstock
Brinquedo com formato de pirâmide.

Unlisted/Stock Photos
Bloco de madeira com formato de cubo.

monticello/Shutterstock
Bola com formato de esfera.

Unlisted/Stock Photos
Casquinha de sorvete com formato de cone.

josefauer/Shutterstock
Tronco de árvore com formato cilíndrico.

Alis Photo/Shutterstock
Tijolo com formato de paralelepípedo ou bloco retangular.

Participe

Faça as atividades no caderno.

Luísa está fazendo algumas experiências.

Experiência 1

Luísa pôs 2 bolinhas de gude dentro de um copo que já estava cheio de água, e a água do copo transbordou.

Experiência 2

Ela vai tentar colocar 7 embalagens de 1 litro de leite dentro de uma caixa com capacidade para 6 embalagens de 1 litro de leite.

Ilustrações: Ilustra Cartoon/Arquivo da editora

a) Na experiência 1, por que a água transbordou? **a)** A água transbordou porque as bolinhas ocuparam o espaço antes ocupado pela água dentro do copo.

b) Na experiência 2, ela conseguirá colocar as 7 embalagens na caixa? Não.

c) Se fossem 5 embalagens de leite, caberiam na caixa? A caixa ficaria cheia? Sim; não.

d) Que grandeza você acha que está envolvida nessas experiências? Resposta esperada: A quantidade de espaço ocupada por um objeto, o volume.

Analise a representação das peças do material dourado.

Cubo menor. Barra. Placa. Cubo maior.

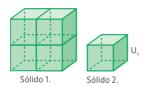
Ilustrações: Banco de imagens/Arquivo da editora

Podemos medir o espaço ocupado pelo cubo maior usando as placas, as barras ou os cubos menores:

- 1 cubo maior ocupa o espaço correspondente ao ocupado por 10 placas;
- 1 cubo maior ocupa o espaço correspondente ao ocupado por 100 barras;
- 1 cubo maior ocupa o espaço correspondente ao ocupado por 1000 cubos menores.

Os números 10, 100 e 1000 expressam a medida de **volume** do cubo maior tomando como unidades de medida a placa, a barra e o cubo menor, respectivamente.

> Em geral, para medir a quantidade de espaço ocupado por um objeto, escolhemos uma unidade de medida e verificamos quantas vezes ela cabe nesse objeto. A quantidade encontrada equivale à **medida de volume** do objeto.

Acompanhe outros exemplos.

Sólido 1. Sólido 2.

Ilustrações: Banco de imagens/Arquivo da editora

Utilizando a unidade de medida de volume U_1, que corresponde ao sólido 2, temos que ela cabe 4 vezes no sólido 1. Então a medida de volume desse sólido é $V = 4U_1$.

Sólido 3.

Sólido 4.

Ilustrações: Banco de imagens/Arquivo da editora

A unidade de medida U_2 cabe 2 vezes no sólido 3, então a medida de volume desse sólido é $V = 2U_2$.

Sólido 5.

Sólido 6.

Ilustrações: Banco de imagens/Arquivo da editora

A unidade de medida U_3 cabe 6 vezes no sólido 5, então a medida de volume desse sólido é $V = 6U_3$.

Se cada pessoa pudesse escolher livremente uma unidade de medida de volume para medir o espaço ocupado por determinado objeto ou sólido geométrico, obteríamos diferentes valores, dependendo da unidade usada. Por isso, adota-se uma unidade de medida padronizada de volume.

Orientações didáticas

Os objetos no espaço

Se possível, leve o material dourado para a turma reconhecer as principais diferenças e semelhanças, fazendo as relações necessárias entre as peças e compreendendo que existe uma unidade padronizada que embasa o volume das outras, que é o cubo menor (1 unidade). Caso não seja possível, pergunte se alguém conhece o material e peça que esse estudante explique como ele é, favorecendo assim a troca e os conhecimentos e entendimentos dos colegas.

Na sequência, outros comparativos embasados em outras medidas de referência são apresentados. Ressalte a importância de existir um padrão que auxilia na compreensão do volume, independentemente do formato da referência de medição. Deixe claro que, apesar de objetos terem formatos diferentes, podem ter mesma medida de volume a depender de suas dimensões.

Orientações didáticas

Unidades de medida padronizada de volume

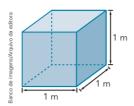
Na BNCC

Este tópico favorece o desenvolvimento da habilidade **EF06MA24** ao explorar situações envolvendo medidas de volume.

A ideia de uma unidade padronizada para medição de volume oriunda do metro já implica a compreensão de que existem múltiplos e submúltiplos dela. Destaque a importância de usar a unidade de medida correta na comunicação de determinada medida e os eventuais transtornos que uma comunicação imprecisa pode gerar, fazendo assim a aplicação do conteúdo à realidade.

Medidas muito maiores e muito menores do que o metro cúbico podem ser representadas pelos múltiplos e submúltiplos do metro cúbico, e a compreensão da relação entre as unidades de medida parte da multiplicação das medidas das dimensões, tendo o metro cúbico como referência.

Unidades de medida padronizadas de volume

Para não haver variação nos valores das medidas de volume, definiu-se uma unidade de medida padronizada, uma unidade-padrão conhecida e utilizada por todas as pessoas.

A unidade de medida de volume adotada como padrão é o **metro cúbico (m^3)**. O metro cúbico corresponde à medida de volume de um cubo cuja aresta mede 1 m.

Múltiplos e submúltiplos do metro cúbico

Qual unidade de medida de volume usar?

A resposta a essa pergunta é "Depende", pois não é conveniente utilizarmos o metro cúbico para expressar uma medida de volume muito grande ou muito pequena.

Por exemplo, qual é a medida de volume da Terra?

Para expressar o espaço ocupado por corpos muito grandes, costumamos empregar como unidade de medida de volume um dos **múltiplos do metro cúbico**:

- decâmetro cúbico (dam^3);
- hectômetro cúbico (hm^3);
- quilômetro cúbico (km^3).

NOAA/GOES Project/NASA

A medida de volume da Terra é cerca de 1 083 210 000 000 km^3. Fonte dos dados: Planeta Terra. *Toda matéria*, [*s. l.*], c2011-2022. Disponível em: https://www.todamateria.com.br/planeta-terra/. Acesso em: 4 maio 2022.

O decâmetro cúbico, por exemplo, corresponde à medida de volume de um cubo cuja aresta mede 1 dam, isto é, 10 m.

As imagens não estão representadas em proporção.

Dividindo cada aresta em 10 partes iguais, medindo 1 m, podemos notar que o cubo se divide em $10 \cdot 10 \cdot 10$ cubinhos de 1 m^3. Então:

$$1\ dam^3 = (10 \cdot 10 \cdot 10)\ m^3 = 1000\ m^3$$

Por raciocínio parecido, temos:

$$1\ hm^3 = 1000\ dam^3 = (1000 \cdot 1000)\ m^3 = 1\,000\,000\ m^3$$
$$1\ km^3 = 1000\ hm^3 = 1\,000\,000\ dam^3 = 1\,000\,000\,000\ m^3$$

E qual é a medida de volume de um dado?

Para expressar o espaço ocupado por corpos pequenos, empregamos como unidade de medida de volume um dos **submúltiplos do metro cúbico**:

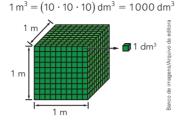
- decímetro cúbico (dm^3);
- centímetro cúbico (cm^3);
- milímetro cúbico (mm^3).

Brett Jordan/Unsplash

Dado de 6 faces.

O decímetro cúbico, por exemplo, corresponde à medida de volume de um cubo cuja aresta mede 1 dm.

Se tomarmos um cubo de aresta medindo 1 m, portanto de volume medindo 1 m³, e dividirmos cada aresta em 10 partes iguais medindo 1 dm, notaremos que o cubo ficará dividido em $10 \cdot 10 \cdot 10$ cubinhos de 1 dm³. Então:

$$1\ m^3 = (10 \cdot 10 \cdot 10)\ dm^3 = 1000\ dm^3$$

Conclusão:

$$1\ m^3 = 1000\ dm^3$$

$$1\ dm^3 = \frac{1}{1000}\ m^3 = 0{,}001\ m^3$$

Por raciocínio parecido, temos:

$$1\ m^3 = (100 \cdot 100 \cdot 100)\ cm^3 = 1\,000\,000\ cm^3$$

$$1\ cm^3 = 0{,}000001\ m^3$$

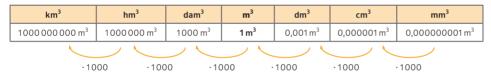
$$1\ m^3 = (1000 \cdot 1000 \cdot 1000)\ mm^3 = 1\,000\,000\,000\ mm^3$$

$$1\ mm^3 = 0{,}000000001\ m^3$$

No quadro a seguir, são apresentadas as unidades de medida de volume, os símbolos e os valores correspondentes em metros cúbicos.

Múltiplo			**Unidade**	**Submúltiplo**		
Quilômetro cúbico	**Hectômetro cúbico**	**Decâmetro cúbico**	**Metro cúbico**	**Decímetro cúbico**	**Centímetro cúbico**	**Milímetro cúbico**
km³	**hm³**	**dam³**	**m³**	**dm³**	**cm³**	**mm³**
1 000 000 000 m³	1 000 000 m³	1000 m³	**1 m³**	0,001 m³	0,000001 m³	0,000000001 m³

Note que cada unidade de medida de volume é igual a 1000 vezes a unidade imediatamente inferior:

km³	**hm³**	**dam³**	**m³**	**dm³**	**cm³**	**mm³**
1 000 000 000 m³	1 000 000 m³	1000 m³	**1 m³**	0,001 m³	0,000001 m³	0,000000001 m³

E cada unidade de medida de volume é igual a 1 milésimo da unidade imediatamente superior:

km³	**hm³**	**dam³**	**m³**	**dm³**	**cm³**	**mm³**
1 000 000 000 m³	1 000 000 m³	1000 m³	**1 m³**	0,001 m³	0,000001 m³	0,000000001 m³

: 1000 : 1000 : 1000 : 1000 : 1000 : 1000

Acompanhe estes exemplos de como devem ser lidas as medidas de volume expressas em metros cúbicos:

- 0,001 m³ → lemos: 1 milésimo de metro cúbico (ou 1 decímetro cúbico).
- 0,028 m³ → lemos: 28 milésimos de metro cúbico (ou 28 decímetros cúbicos).
- 3,193 m³ → lemos: 3 inteiros e 193 milésimos de metro cúbico (ou 3 metros cúbicos e 193 decímetros cúbicos).

Orientações didáticas

Unidades de medida padronizada de volume

Quando forem calculadas medidas de volume menores, por exemplo, ao se calcular a medida de volume de um cubo com dimensões de largura, comprimento e altura que medem 10 cm, pode-se dizer que cada dimensão mede 0,01 m. Ao multiplicar as medidas das 3 dimensões, chega-se em 0,000001 m³.

Uma atividade possível é que os estudantes apresentem os valores, dos quadros de múltiplos e submúltiplos, em potências de 10 e façam a relação entre os valores obtidos.

Retome a leitura de números decimais destacando a necessidade de se apresentar a unidade de medida, inclusive para a compreensão da medida de volume considerada.

Orientações didáticas

Atividades

Na atividade **1** é reforçada a importância da unidade de medida considerada no cálculo da medida de volume, exemplificando que a medida numericamente maior de Ricardo não condiz, de fato, a uma medida de volume maior de Luciana. Alguns exemplos podem ser dados para os estudantes compreenderem: são necessárias aproximadamente 6 latinhas de suco para se obter a quantidade de uma garrafa de 2 litros; e vários andares para ocupar o espaço de apenas um prédio.

Nas atividades de **2** a **5** são consideradas outras conversões das unidades de medida apresentadas neste capítulo. Sendo assim, para auxiliar em eventuais dúvidas, reforce a necessidade de compressão da escrita e leitura dos números decimais. Além disso, incentive os estudantes a escrever na forma de potência de base 10, bem como apresentar a escrita multiplicativa que gerou a resolução de cada item proposto nas atividades. Reforce também que, no caso de uma medida de volume, por ser tridimensional, para realizar a conversão de uma unidade de medida para outra imediatamente superior ou inferior, é necessário aplicar a multiplicação ou a divisão, respectivamente, por 10^3.

Atividades

2. a) Vinte e oito milésimos de metro cúbico (ou vinte e oito decímetros cúbicos).
b) Cinco inteiros e setecentos e trinta e cinco milésimos de metro cúbico (ou cinco metros cúbicos e setecentos e trinta e cinco decímetros cúbicos).
c) Um milionésimo de metro cúbico (ou um centímetro cúbico).

Faça as atividades no caderno.

1. Quem obteve a medida numericamente maior: Ricardo, que mediu o volume de água de um balde usando um copo, ou Luciana, que mediu o mesmo volume de água usando uma jarra? Ricardo.

Ilustra Cartoon/Arquivo da editora

2. No caderno, escreva as medidas de volume por extenso.
a) 0,028 m^3
b) 5,735 m^3
c) 0,000001 m^3

3. Indique no caderno qual unidade de medida você usaria para expressar a medida de volume em cada item e justifique suas escolhas. Justificativa pessoal.
a) Uma caixa de sapato. cm^3
b) O ar contido na sua sala de aula. m^3

4. Responda: 1 metro cúbico equivale a:
a) quantos decímetros cúbicos? 1 000 dm^3
b) quantos centímetros cúbicos? 1 000 000 cm^3
c) quantos milímetros cúbicos? 1 000 000 000 mm^3

5. E 1 quilômetro cúbico equivale a quantos metros cúbicos? 1 000 000 000 m^3

Mudanças de unidade de medida

Já estudamos que cada unidade de medida de volume é igual a 1000 vezes a unidade imediatamente inferior e é igual a 1 milésimo da unidade imediatamente superior. Desse fato, decorrem as seguintes regras práticas para realizar mudanças de unidade de medida.

1ª) Para mudar de uma unidade para outra imediatamente inferior, devemos fazer uma multiplicação por 1000, ou seja, basta deslocar a vírgula 3 ordens para a direita.

Exemplo

Vamos expressar 3,85 m^3 em decímetros cúbicos. Em 1 m^3 cabem 1000 dm^3. Então:

$$3{,}85\ m^3 = (3{,}85 \cdot \mathbf{1000})\ dm^3 = 3\,850\ dm^3$$

2ª) Para mudar de uma unidade para outra imediatamente superior, devemos fazer uma divisão por 1000, ou seja, basta deslocar a vírgula 3 ordens para a esquerda.

Exemplo

Vamos expressar 900 cm^3 em decímetros cúbicos. 1 cm^3 é um milésimo de 1 dm^3. Então:

$$900\ cm^3 = (900 : \mathbf{1000}) = 0{,}9\ dm^3$$

3ª) Para mudar de uma unidade para outra qualquer, basta aplicar sucessivas vezes uma das regras anteriores.

Exemplos

Vamos expressar:

- 0,52 m^3 em centímetros cúbicos:

$$0{,}52\ \mathbf{m^3} = 520\ \mathbf{dm^3} = 520\,000\ \mathbf{cm^3}$$

Ou, de modo direto:

$$0{,}52\ m^3 = (0{,}52 \cdot \mathbf{1\,000\,000})\ cm^3 = 520\,000\ cm^3$$

- 7 800 cm^3 em metros cúbicos:

$$7\,800\ \mathbf{cm^3} = 7{,}8\ \mathbf{dm^3} = 0{,}0078\ \mathbf{m^3}$$

Ou, de modo direto:

$$7\,800\ cm^3 = (7\,800 : \mathbf{1\,000\,000})\ m^3 = 0{,}0078\ m^3$$

Atividades

Faça as atividades no caderno.

6. Quantos centímetros cúbicos cabem em:

a) 1 m³? 1000000 cm³

b) 1 dm³? 1000 cm³

c) 1 km³? 1000000000000000 cm³

7. Copie as sentenças no caderno substituindo cada ▨ pelo número correto:

a) $1\ dm^3 =$ ▨ dam^3 0,000001

b) $1\ dm^3 =$ ▨ m^3 0,001

c) $1\ cm^3 =$ ▨ m^3 0,000001

8. Quantos metros cúbicos cabem em:

a) 10 dm³? 0,01 m³

b) 1900 cm³? 0,0019 m³

c) 1,2 dam³? 1200 m³

9. Expresse em metros cúbicos cada soma indicada.

a) $6{,}4\ m^3 + 1240\ dm^3$ 7,64 m³

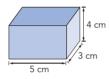
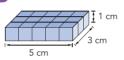
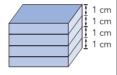
b) $2\ m^3 + 30\ dm^3 + 400\ cm^3$ 2,0304 m³

c) $48\ m^3 + 4{,}8\ m^3 + 1200\ dm^3$ 54 m³

10. Para construir um contrapiso, é preciso preparar o concreto utilizando cimento, areia e brita na seguinte proporção: 1 parte de cimento, 4 partes de areia e 2 partes de brita. Para o contrapiso de uma garagem, uma construtora encomendou um caminhão betoneira com 14 m³ de concreto. Qual é a medida de volume de cimento, em m³, na carga de concreto trazida pela betoneira? 2 m³

Medida de volume do bloco retangular

Se um bloco retangular tem medidas de 5 cm de comprimento, 3 cm de largura e 4 cm de altura, qual é a medida de volume dele?

Podemos dividir a altura em 4 partes iguais e imaginar que o bloco retangular foi dividido em "fatias", todas com altura de 1 cm.

Vamos examinar agora uma dessas "fatias". Ela tem dimensões medindo 5 cm, 3 cm e 1 cm. E pode ser dividida, conforme mostra a figura, em 15 cubinhos $(5 \cdot 3 = 15)$ com 1 cm³ de medida de volume cada um.

Portanto, a medida de volume da "fatia" é 15 cm³.

Como o bloco retangular inicial foi decomposto em 4 "fatias", então a medida de volume dele é dada por: $4 \cdot 15\ cm^3 = 60\ cm^3$, ou seja:

$$V = (5 \cdot 3 \cdot 4)\ cm^3$$

Ilustrações: Banco de imagens/Arquivo da editora

A **medida de volume de um bloco retangular** é igual ao produto das medidas de comprimento, largura e altura.

As medidas do comprimento, da largura e da altura devem ser apresentadas na mesma unidade. Se essa unidade for o centímetro, a medida de volume será dada em centímetros cúbicos. Se a unidade for o metro, a medida de volume será dada em metros cúbicos.

Medida de volume do cubo

Se um cubo tem arestas que medem 2 cm, qual é a medida de volume dele?

Podemos pensar assim: um cubo é um bloco retangular que tem comprimento, largura e altura de medidas iguais. Então, a medida de volume desse cubo é dada por:

$$(2 \cdot 2 \cdot 2)\ cm^3 = 8\ cm^3$$

Banco de imagens/Arquivo da editora

A **medida de volume de um cubo** é igual ao produto de 3 fatores iguais à medida da aresta.

Orientações didáticas

Atividades

Nas atividades de **6** a **10** são apresentadas conversões entre unidades de medida de volume. Se julgar conveniente, retome o quadro de múltiplos e submúltiplos apresentado anteriormente e destaque, mais uma vez, a potência de base 10 para auxiliar nas conversões entre as unidades de medida. Além disso, reforce que para a realização de uma operação entre medidas é necessário que as grandezas envolvidas estejam na mesma unidade de medida; no caso da atividade **9**, todas podem ser convertidas para m³.

Medida de volume do bloco retangular

Na BNCC

Este tópico favorece o desenvolvimento da habilidade **EF06MA24** ao explorar situações que envolvem medidas de volume de blocos retangulares.

Na sequência do livro são apresentados os paralelepípedos e como são calculadas as medidas de volume deles. Se possível, leve uma caixa de sapatos para a sala de aula e explicite as 3 dimensões estudadas, levando os estudantes à percepção de que são distintas entre si e, consequentemente, formam superfícies laterais distintas.

Se possível, ofereça material dourado aos estudantes instruindo-os à construção de paralelepípedos (blocos retangulares) a fim de que percebam a medição das dimensões de largura, comprimento e profundidade, identificando suas superfícies laterais (e suas dimensões de área) e reconhecendo que a medida de volume total do bloco retangular é dada pelo produto das medidas das 3 dimensões de comprimento.

Medida de volume do cubo

Na BNCC

Este tópico favorece o desenvolvimento da habilidade **EF06MA24** ao explorar situações que envolvem medidas de volume de cubos.

Ao explorar este tópico, após apresentar o conteúdo proposto no Livro do Estudante, mostre à turma outros exemplos de cubos com arestas de diferentes medidas e peça a eles que calculem a medida do volume desses cubos.

Proposta para o professor

Os blocos retangulares são bastante úteis na construção civil, principalmente quando no formato de tijolos, blocos de concreto ou vigas em geral. Caso seja possível, indique o seguinte vídeo para os estudantes:

COMO é feito o tijolo #Boravê com Mari Fulfaro. [*s. l.*] [*s. d.*], 2019. 1 vídeo (9 mim 27 s). Publicado pelo canal Manual do Mundo. Disponível em: https://www.youtube.com/watch?v=ZRIW6PdEEh8. Acesso em: 28 abr. 2022.

Orientações didáticas

Atividades

Nesse conjunto de atividades é feito o cálculo da medida de volume de paralelepípedos e cubos. Reforce que, para os cálculos, as medidas de todas as arestas precisam estar na mesma unidade de medida, e, no caso do cubo, essas medidas devem ser iguais. Perceba se os estudantes apresentam dificuldades com relação à conversão entre unidades de medida de volume. Na atividade **11**, durante a correção, destaque as possibilidades de resolução por meio da adição ou subtração de blocos de 1 m^3 cada.

Nas atividades **15** e **16**, sugira que cada estudante compartilhe o problema elaborado e resolva o proposto pelo colega.

Medindo capacidades

Na BNCC

Este tópico favorece o desenvolvimento das habilidades: **EF06MA11**, ao propor a resolução e elaboração de problemas envolvendo as 4 operações fundamentais; **EF06MA13**, na resolução de problemas que envolvem proporcionalidade; e **EF06MA24**, ao explorar situações envolvendo a grandeza capacidade e suas unidades de medida. Mobiliza com maior ênfase a **CG07** e a **CEMAT07**, ao solicitar uma análise do consumo de água relacionando-o à densidade demográfica.

15. Exemplo de resposta: Uma loja de material de construção utiliza um caminhão basculante para fazer as entregas, cuja caçamba tem o formato que lembra um bloco retangular. Sabendo que as dimensões internas da caçamba medem 3,4 m de comprimento, 2,5 m de largura e 0,9 m de altura, qual é a medida de volume da caçamba? Resposta: 7,65 m^3.

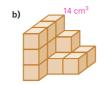
Atividades

Faça as atividades no caderno.

11. Considerando que a medida de volume de cada cubo é 1 cm^3, qual é a medida de volume das figuras a seguir?

a) 5 cm^3

b) 14 cm^3

Ilustrações: Banco de imagens/Arquivo da editora

12. Uma caixa de papelão tem o formato de um cubo com arestas que medem 42 cm. Nessa caixa, serão colocadas caixas de leite UHT (sigla em inglês, que corresponde a Temperatura Ultra-Alta, e indica o leite do tipo longa vida) com formato de bloco retangular de dimensões medindo 7 cm, 7 cm e 21 cm. Quantas caixas de leite cabem, no máximo, em cada caixa de papelão? 72 caixas de leite.

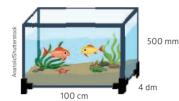
13. Uma rua de 50 m de comprimento e 8 m de largura vai receber uma camada de asfalto de 12 cm de espessura. Considere que essa camada de asfalto pode ser representada por um bloco retangular e responda: Qual é a medida de volume, em metros cúbicos, de asfalto necessária para realizar esse trabalho? 48 m^3

14. Qual é a medida de volume de ar em uma sala com formato de bloco retangular com medidas de 5 m de comprimento, 3,2 m de largura e 2,3 m de altura? 36,8 m^3

15. Elabore um problema que contenha as seguintes informações:

- medida de comprimento: 3,4 m;
- medida de largura: 2,5 m;
- medida de altura: 0,9 m.

Depois, troque com um colega para que ele resolva o problema que você elaborou enquanto você resolve o problema elaborado por ele.

16. Elabore um problema que possa ser resolvido com as medidas das dimensões indicadas na imagem e cuja resposta seja dada em centímetros cúbicos. Depois, troque-o com um colega para que ele o resolva.

Anatolir/Shutterstock

16. Exemplo de resposta: Qual é a medida de volume, em centímetros cúbicos, de um aquário com formato de bloco retangular com as dimensões medindo 100 cm de comprimento, 4 dm de largura e 500 mm de altura? Resposta: 200 000 cm^3.

As imagens não estão representadas em proporção.

Medindo capacidades

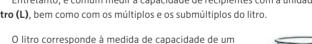
Quando você enche totalmente um copo com suco, o líquido ocupa todo o espaço interno do copo. O copo é o recipiente, e o espaço ocupado pelo suco é a **capacidade** do copo.

De modo geral, os líquidos e os gases tomam o formato do recipiente que os contém. E, quando um recipiente está cheio de um líquido ou de um gás, a capacidade do recipiente é equivalente ao volume desse líquido ou gás.

Assim, as grandezas **capacidade** e **volume** estão relacionadas. Podemos expressar medidas de capacidade usando a unidade metro cúbico e os múltiplos e submúltiplos dela.

Entretanto, é comum medir a capacidade de recipientes com a unidade **litro (L)**, bem como com os múltiplos e os submúltiplos do litro.

Unlisted/Stock Photos

Os líquidos assumem o formato dos recipientes em que estão armazenados.

O litro corresponde à medida de capacidade de um cubo cuja aresta mede 1 dm, isto é:

$$1\ L = 1\ dm^3$$

Analise estas imagens.

Nesse caso, a jarra e a caixa com formato cúbico com aresta medindo 1 dm têm 1 L de medida de capacidade.

Anton Starikov/Shutterstock

Jarra medidora com capacidade de 1 L.

sergo1972/Shutterstock

Caixa oca com formato cúbico e capacidade de 1 L.

Múltiplos e submúltiplos do litro

No quadro a seguir, são apresentados: as unidades de medida de capacidade, os símbolos e os valores correspondentes em litros.

Múltiplo			Unidade	Submúltiplo		
Quilolitro	Hectolitro	Decalitro	Litro	Decilitro	Centilitro	Mililitro
kL	hL	daL	L	dL	cL	mL
1000 L	100 L	10 L	**1 L**	0,1 L	0,01 L	0,001 L

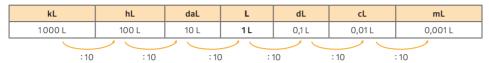
Perceba que cada unidade de medida de capacidade é igual a 10 vezes a unidade imediatamente inferior:

kL	hL	daL	L	dL	cL	mL
1000 L	100 L	10 L	**1 L**	0,1 L	0,01 L	0,001 L

· 10 · 10 · 10 · 10 · 10 · 10

E cada unidade de medida de capacidade é igual a 1 décimo da unidade imediatamente superior:

kL	hL	daL	L	dL	cL	mL
1000 L	100 L	10 L	**1 L**	0,1 L	0,01 L	0,001 L

: 10 : 10 : 10 : 10 : 10 : 10

A leitura de medidas de capacidade é feita de modo parecido com a leitura de medidas de comprimento. Acompanhe estes exemplos.

- 0,01 L → lemos: 1 centésimo de litro (ou 1 centilitro).
- 0,17 L → lemos: 17 centésimos de litro (ou 17 centilitros).
- 5,178 L → lemos: 5 inteiros e 178 milésimos de litro (ou 5 litros e 178 mililitros).

Mudanças de unidade de medida

As mudanças de unidade de medida de capacidade são feitas de modo similar às mudanças de unidade de medida de comprimento. Acompanhe os exemplos.

- 1 L = 10 dL, então: $6{,}84 \text{ L} = (6{,}84 \cdot \mathbf{10}) \text{ dL} = 68{,}4 \text{ dL}$
- 1 dL é um décimo do litro, então: $81{,}7 \text{ dL} = \left(81{,}7 \cdot \frac{\mathbf{1}}{\mathbf{10}}\right) \text{L} = 8{,}17 \text{ L}$
- 4 500 mL = 450 cL = 45 dL = 4,5 L

  Ou, como 1 mL é um milésimo do litro: $4\,500 \text{ mL} = (4\,500 \cdot \mathbf{0{,}001}) \text{ L} = 4{,}5 \text{ L}$
- 1 kL = 1000 L, então: $13{,}4 \text{ kL} = (13{,}4 \cdot \mathbf{1000}) \text{ L} = 13\,400 \text{ L}$

Na olimpíada

Faça as atividades no caderno.

O suco de Pedrinho

(Obmep) Pedrinho colocou 1 copo de suco em uma jarra e, em seguida, acrescentou 4 copos de água. Depois decidiu acrescentar mais água até dobrar o volume que havia na jarra. Ao final, qual é o percentual de suco na jarra? Alternativa **b**.

a) 5% **b)** 10% **c)** 15% **d)** 20% **e)** 25%

Reprodução/Obmep, 2015.

O problema do garrafão

(Obmep) Um garrafão cheio de água pesa 10,8 kg. Se retirarmos metade da água nele contida, pesará 5,7 kg. Quanto pesa, em gramas, esse garrafão vazio? Alternativa **c**.

a) 400 **b)** 500 **c)** 600 **d)** 700 **e)** 800

Orientações didáticas

Medindo capacidades

Para iniciar o trabalho com medidas de capacidade, sugira aos estudantes que pesquisem produtos que são disponibilizados conforme suas medidas de capacidade, por exemplo, diferentes embalagens para vender água ou algum outro contexto da vivência deles.

Na olimpíada

A primeira questão trabalha a ideia de razão e proporção, pois, ao juntar 1 copo de suco e 4 copos de água, tem-se que a razão entre as quantidades de suco e do líquido na jarra é 1 : 5 e, dobrando a quantidade total de líquido na jarra, colocando mais água, passa-se a ter a razão entre as quantidades de suco e do líquido na jarra como 1 : 10, ou seja, 10%.

Na segunda questão, se pode elaborar um quadro mostrando a medida de massa inicial de 10,8 kg como a soma das medidas de massa do garrafão e a total de água. A medida de massa do garrafão, esgotada a metade da sua água, passa a ser 5,7 kg. Ou seja, ao esgotar metade da água, o líquido diminui em 5,1 kg. Entendendo que a outra metade de água remanescente no garrafão tem a mesma medida de massa, resta a conclusão de que 5,7 kg é o resultado de 5,1 kg (da metade da água que sobrou) adicionados de 0,6 kg (medida de massa do garrafão), ou seja, 600 g.

Orientações didáticas

Atividades

Verifique se os estudantes percebem que não é possível resolver a atividade **24**, pois ela apresenta um problema com a falta de um dado (a medida de altura do depósito).

Destacamos a atividade **28**, em que é possível refletir sobre a diversidade demográfica do Brasil. Se considerar oportuno, proponha a realização de um trabalho interdisciplinar com o professor de **Geografia**. Aproveite o contexto e reflita com os estudantes sobre a densidade demográfica e o consumo de água. Reflexões desse tipo ajudam a desenvolver habilidades argumentativas utilizando dados da realidade, investigação e aplicação dos conteúdos à realidade.

Como sugestão complementar, é possível organizar, com o grupo, uma tabela que mostre o índice pluviométrico da sua localidade, por mês, demonstrando que existe um período de maior estiagem de chuvas e, consequentemente, de maior uso das reservas hídricas obtidas no período de maior volume.

27. Exemplo de resposta: Uma indústria armazena o óleo produzido em um tanque com formato de bloco retangular com as seguintes dimensões: 2 m de comprimento, 3 m de largura, 5 m de altura. O tanque está completamente cheio e o óleo precisa ser armazenado em caixas com formato de bloco retangular com 10 cm de comprimento, 10 cm de largura e 20 cm de altura. Quantas caixas dessas serão necessárias para envasar o óleo existente no tanque? Resposta: 15 000 caixas.

Atividades

Faça as atividades no caderno.

17. Quantos litros correspondem a:

a) 2 kL? 2 000 L

b) 3,5 hL? 350 L

c) 9,48 daL? 94,8 L

d) 4,5 kL? 4 500 L

18. Qual é a medida de massa de:

a) 1 mL de água, em gramas? 1 g

b) 1 dm^3 de água, em quilogramas? 1 kg

c) 1 m^3 de água, em quilogramas? 1 000 kg

OneLineStock.com/Shutterstock

19. Quantos litros de água cabem em uma caixa-d'água em formato de cubo cujas arestas medem 1 m? 1 000 L

20. Em uma garrafa de 1 L de medida de capacidade podem ser colocados:

a) quantos centímetros cúbicos de água? 1000 cm^3

b) quantos milímetros cúbicos de água? 1 000 000 mm^3

21. A caixa-d'água de uma casa tem formato de bloco retangular com as seguintes medidas das dimensões: 1,2 m, 1,2 m e 1,4 m. Qual é a medida de capacidade dessa caixa-d'água? Dê a resposta em litros. 2016 L

22. A informação a seguir está na bula de um remédio:

Informação nutricional Porção de 0,036 mL (1 gota)	
Quantidade por porção	% VD

a) Quantos mililitros tem 1 gota desse remédio? 0,036 mL

b) Quantos milímetros cúbicos tem 1 gota desse remédio? 36 mm^3

23. Uma cooperativa de leite destinou 4 m^3 do total de leite produzido para análise em um laboratório, distribuídos em 4 000 embalagens de mesmo volume. Qual é a medida de volume, em mililitros, de cada embalagem? 1 000 mL

24. Um depósito tem o formato de um bloco retangular com área da base medindo 34 m^2. Qual é a capacidade, em metros cúbicos, desse depósito?

25. Com o conteúdo de uma garrafa de 1 L de medida de capacidade podemos encher exatamente 8 copinhos iguais. Qual é a medida de capacidade de cada copinho? 125 mL

26. Uma piscina tem formato de bloco retangular com 5 m de largura, 10 m de comprimento e 2 m de profundidade. A piscina está inicialmente cheia e deseja-se esvaziá-la abrindo um dreno por onde escorram 40 L de água a cada minuto. Depois de quanto tempo a piscina estará completamente vazia? 41 horas e 40 minutos.

27. Elabore um problema que possa ser resolvido usando as operações a seguir.

$$2\ m \cdot 3\ m \cdot 5\ m = 30\ m^3 = 30\,000\ L$$

$$10\ cm \cdot 10\ cm \cdot 20\ cm = 2\,000\ cm^3 =$$

$$= 2\ dm^3 = 2\ L$$

$$30\,000\ L : 2\ L = 15\,000$$

28. Sabendo que a Região Metropolitana de São Paulo tinha, em 2018, cerca de 21,5 milhões de pessoas, de acordo com o IBGE, suponha que sejam atendidas as demandas informadas pela ONU sobre o consumo diário de água. Suponha ainda que não há previsão de chuvas em certo período e, portanto, não há aumento na reserva hídrica do Sistema Cantareira, que está com 28% da capacidade máxima. Quantos dias duraria, aproximadamente, essa reserva sem as medidas de racionamento? Aproximadamente 116 dias.

29. No caderno, elabore um problema cuja resposta seja 8 copos com capacidade de 250 mL. Troque com um colega para que ele resolva o problema que você elaborou enquanto você resolve o problema elaborado por ele. Exemplo de resposta: Uma garrafa contém 2 litros de refrigerante. Quantos copos com capacidade de 250 mL é possível servir com essa garrafa? Resposta: 8 copos.

24. Não é possível calcular, pois não foi informada a medida de altura do depósito.

Tempo e temperatura

EF06MA03
EF06MA11
EF06MA24

Medidas de tempo

Como nós medimos o tempo?

No dia a dia, são muitos os acontecimentos cuja duração necessitamos medir:

- o tempo gasto para ir de casa à escola;
- a duração de uma aula;
- a duração do intervalo na escola;
- a duração de um programa de TV.

Esses são apenas alguns exemplos. Cite outros que você considere importantes. Resposta pessoal.

Para indicar a duração de determinado acontecimento, precisamos escolher uma unidade de medida de tempo.

Inna Reznik/Shutterstock

Crianças consultando o horário no *smartphone* e no relógio de pulso.

A unidade de medida de tempo adotada como padrão é o **segundo (s)**.

O segundo é uma unidade de medida padronizada ligada à duração de um fenômeno que se repete periodicamente: o dia solar.

O que é o dia solar? É o tempo necessário para a Terra dar 1 volta completa em torno do próprio eixo (movimento de rotação). Em média, é o tempo que se passa entre o pôr do sol de um dia e o pôr do sol do dia seguinte.

Em 1 dia solar há em média 86 400 segundos.

Múltiplos do segundo

As imagens não estão representadas em proporção.

Para expressar a medida de tempo de acontecimentos mais demorados, empregamos outras unidades de medida padronizadas de tempo:

- minuto (min);
- hora (h);
- dia (d);
- mês;
- ano.

Vamos considerar um relógio analógico.

- 1 **minuto** equivale a 60 segundos. No relógio, o minuto é a medida de tempo gasto pelo ponteiro dos segundos para dar 1 volta completa no mostrador.

Hélio Senatore/Arquivo da editora

- 1 **hora** equivale a 60 minutos. No relógio, a hora é a medida de tempo gasto pelo ponteiro dos minutos para dar 1 volta completa no mostrador.

Como 1 minuto corresponde a 60 segundos, temos:

1 hora = 60 × 60 segundos = 3 600 segundos

Hélio Senatore/Arquivo da editora

Orientações didáticas

Medidas de tempo

Na BNCC

Este tópico favorece o desenvolvimento das habilidades: **EF06MA03**, ao propor a resolução de atividades envolvendo cálculos mentais e escritos; e **EF06MA24**, ao explorar situações que envolvem medidas de tempo. Mobiliza com maior ênfase a **CG01** e a **CEMAT01**, ao reconhecer a Matemática como produção de diferentes culturas e momentos históricos.

O início do capítulo apresenta proposições cotidianas em que a medição de tempo se faz necessária. Nessas condições, considerando as respostas dos estudantes, estruture um quadro com as principais unidades de medida de tempo que forem faladas espontaneamente em uma rápida conversa sobre como se organizam tais medições. É comum que estudantes de diversos ciclos confundam a relação de hora para minuto como sendo 1 para 100, e não 1 para 60. Deixe claro que, apesar de no sistema métrico a maioria das unidades serem múltiplos de 10 em relação à unidade de referência, com a unidade de medida de tempo é comum utilizar-se da base hexadecimal, de origem na Mesopotâmia.

Levante ideias sobre o porquê dessa diferença e como os estudantes suspeitam que essa base tenha se disseminado pelo mundo. Tal debate favorece a promoção positiva de culturas normalmente não contempladas, o entendimento da história da Matemática e a percepção da Matemática como sendo um trabalho conjunto de diversas pessoas e povos.

Além da definição de segundo apresentada neste capítulo, também podemos defini-lo como a duração de 9 192 631 770 períodos da radiação correspondente à transição entre os 2 níveis hiperfinos do estado fundamental do átomo de césio 133.

Comente com os estudantes que existem os submúltiplos de segundo e que também são chamados de **frações de segundo**. Eles não são comumente utilizados no dia a dia, mas em alguns esportes, como atletismo e natação, são usados:

- décimo de segundo: equivale a 0,1 s (1 segundo dividido por 10);
- centésimo de segundo: equivale a 0,01 s (1 segundo dividido por 100);
- milésimo de segundo: equivale a 0,001 s (1 segundo dividido por 1 000).

Exemplo: o recorde do atleta brasileiro paralímpico Gabriel Araújo, que nadou 50 m borboleta em 56 s 62 na etapa da Itália do World Series, circuito internacional da natação organizada pelo Comitê Paralímpico Internacional (IPC na sigla em inglês). Fonte dos dados: GABRIEL Araújo estabelece novo recorde mundial nos 50m borboleta no último dia de competição na Itália. *Rede do esporte*, [*s. l.*], 14 mar. 2022. Disponível em: http://rededoesporte.gov.br/pt-br/noticias/gabriel-araujo-estabelece-novo-recorde-mundial-nos-50m-borboleta-no-ultimo-dia-de-competicao-na-italia. Acesso em: 15 mar. 2022.

Orientações didáticas

Atividades

Sugira que apresentem as relações entre as medidas identificando a necessidade de conversão em 1 minuto a cada 60 segundos, 1 dia a cada conjunto de 24 horas, entre outras situações.

Diferencie, com a turma, os relógios analógicos dos relógios digitais para demonstrar a quantidade de voltas dos ponteiros para a transformação em outra unidade, como 1 volta completa do ponteiro dos segundos para que haja o movimento do ponteiro dos minutos por 1 minuto; e a volta completa do ponteiro dos minutos para que haja o movimento do ponteiro das horas por 1 hora.

Nas atividades de **1** a **3**, são consideradas unidades de medida de tempo utilizadas no comércio (dia, mês e ano). Nas atividades **4** e **5**, são considerados agrupamentos mensais (bimestre, quadrimestre e semestre).

- 1 **dia** equivale a 24 horas. No relógio, o dia é a medida de tempo gasto pelo ponteiro das horas para dar 2 voltas completas no mostrador.

  Como 1 hora corresponde a 3 600 segundos, temos:

$$1 \text{ dia} = 24 \times 3\,600 \text{ segundos} = 86\,400 \text{ segundos}$$

1 d = 24 h
1 d = 86 400 s

Perceba que, diferentemente dos múltiplos do metro, do grama ou do litro, os múltiplos do segundo não são obtidos multiplicando as medidas de tempo por 10 ou múltiplos de 10.

Atividades

Faça as atividades no caderno.

1. Contando os meses de julho e agosto e mais 3 semanas, quantos dias são? 83 dias.

O **mês comercial** tem 30 dias e vamos indicá-lo por **me**.
O **ano comercial** tem 12 meses comerciais, logo tem 360 dias, e vamos indicá-lo por **a**.
Nas questões em que não se especifica o mês do ano, considere que o mês tem 30 dias.

2. Quantos minutos existem:

a) em 5 horas? 300 min
b) em 1 mês comercial? 43 200 min

3. Quantos segundos existem:

a) em 1 semana? 604 800 s
b) em 1 ano comercial? 31 104 000 s

4. Quantos meses há:

a) em 1 bimestre? 2 meses.
b) em 1 trimestre? 3 meses.
c) em 1 semestre? 6 meses.

5. Pesquise quantos anos há em 1 biênio, em 1 quinquênio (ou lustro), em 1 década e em 1 século. 2 anos, 5 anos, 10 anos e 100 anos.

6. Que unidade de medida padronizada de tempo Luciana deve usar para medir a duração de:

a) uma aula de Matemática na escola; Minuto ou hora.
b) uma viagem de carro de Porto Alegre (RS) até Florianópolis (SC); Hora.
c) a queda da folha de uma planta da janela do décimo andar de um edifício; Segundo ou minuto.
d) uma viagem de navio de um porto brasileiro até um porto inglês. Dia.

7. Quantas horas há:

a) em 1 quinzena? 360 h
b) em 1 mês? 720 h

8. Quantos minutos há:

a) em 1 trimestre? 129 600 min
b) em meia hora? 30 min

9. Para ir de São Paulo ao Rio de Janeiro, um ônibus leva 6 horas.

Trajeto entre São Paulo e Rio de Janeiro

Fonte dos dados: IBGE. *Atlas geográfico escolar*. 8. ed. Rio de Janeiro: IBGE, 2018. p. 94.

a) Se 2 ônibus saírem de São Paulo às 10 horas da manhã, a que horas eles chegarão ao Rio de Janeiro? Às 16 horas.
b) Se um ônibus sair de São Paulo às 22 horas de um dia, a que horas do dia seguinte ele chegará ao Rio de Janeiro? Às 4 horas.
c) Você conhece as cidades do Rio de Janeiro e de São Paulo? Em duplas, pesquisem, em redes oficiais, curiosidades e aspectos culturais delas. Depois, compartilhem com a turma as descobertas de vocês. Resposta pessoal.

10. No dia 9 de março de 1500, Pedro Álvares Cabral deu início à viagem que resultou na chegada ao Brasil em 22 de abril daquele ano. Supondo que ele tenha saído de Portugal às 10 horas da manhã de 9 de março e tenha chegado ao Brasil às 10 horas da manhã de 22 de abril, quantos dias teria durado a viagem? E quantas horas? 44 dias; 1 056 horas.

11. Para cuidar da saúde e do bem-estar, Julia faz 15 minutos de exercícios aeróbicos e 50 minutos de musculação todos os dias, conforme recomendação de um profissional do esporte. Quantos minutos de musculação Julia faz em 1 mês? 1 500 minutos.

Mudanças de unidade de medida

O circuito Albert Park, localizado perto da cidade de Melbourne, Austrália, recebe corridas de Fórmula 1 desde 1996. Foto de 2018.

Hoch Zwei/Zuma Press/Fotoarena

O tempo da corrida

Em uma corrida de Fórmula 1 deste ano, o piloto campeão levou 1 h 56 min 10 s para completar todas as voltas e ganhar a corrida.

No ano passado, o mesmo piloto ganhou essa corrida em 6 775 s.

Para ganhar a corrida, o campeão demorou mais tempo neste ano ou no ano passado?

Essa pergunta pode ser respondida de 2 maneiras.

- Transformando 1 h 56 min 10 s em segundos:

$$1\text{ h }56\text{ min }10\text{ s} = 1\text{ hora} + 56\text{ minutos} + 10\text{ segundos}$$

Temos:

$$1\text{ hora} = 60\text{ minutos} = 60 \times 60\text{ segundos} = 3\,600\text{ segundos}$$

$$56\text{ minutos} = 56 \times 60\text{ segundos} = 3\,360\text{ segundos}$$

Então:

$$1\text{ h }56\text{ min }10\text{ s} = 3\,600\text{ s} + 3\,360\text{ s} + 10\text{ s} = 6\,970\text{ s}$$

Comparando os resultados, o tempo de 6 775 s do ano passado é menor do que o de 6 970 s deste ano.

- Transformando 6 775 s em horas.

Primeiro calculamos quantos minutos existem em 6 775 s dividindo 6 775 por 60:

```
 6775 |60
- 60    112
   77
 - 60
  175
- 120
   55
```

Então: 6 775 s = 112 min 55 s.

Agora, calculamos quantas horas existem em 112 min dividindo 112 por 60:

```
 112 |60
- 60   1
  52
```

Então, 112 min = 1 h 52 min e 6 775 s = 1 h 52 min 55 s.

Comparando os resultados, 1 h 52 min 55 s é um tempo menor do que 1 h 56 min 10 s.

Portanto, o piloto foi mais rápido no ano passado.

Observação: 1 h 52 min 55 s e 1 h 56 min 10 s são exemplos de medidas de tempo expressas em mais de uma unidade (neste caso, horas, minutos e segundos).

Atividades

Faça as atividades no caderno.

12. Expresse no caderno cada medida de tempo usando mais de uma unidade.

a) 80 000 min 1 me 25 d 13 h 20 min
b) 100 h 4 d 4 h
c) 96 s 1 min 36 s
d) 7 284 s 2 h 1 min 24 s
e) 194 me 16 a 2 me
f) 945 h 1 me 9 d 9 h

13. Compare as medidas de tempo usando um dos sinais: =, < ou >.

a) 7 min 36 s e 456 s 7 min 36 s = 456 s
b) 3 h 36 min e 12 900 s 3 h 36 min > 12 900 s
c) 2 h 17 min e 217 min 2 h 17 min < 217 min
d) 1 d 4 h e 1 600 min 1 d 4 h > 1 600 min

14. Quantos dias tem 1 a 3 me 4 d? 454 d

15. Elabore um problema em que é necessário transformar 1 minuto e 45 segundos em segundos.

15. Exemplo de resposta: Segundo a Agência Nacional de Aviação Civil (Anac), um dos procedimentos efetivos para que uma evacuação de emergência reduza significativamente a quantidade de vítimas de acidentes aeronáuticos com sobreviventes é que ela aconteça em 90 segundos ou menos.
Em uma demonstração de evacuação de emergência, uma aeronave com 146 passageiros precisou ser evacuada pelas 2 portas dianteiras. A evacuação demorou 1 minuto e 45 segundos para ocorrer. O tempo de evacuação dessa aeronave foi efetivo? Justifique.
Resposta: Não, pois a evacuação demorou 105 segundos, o que é uma medida de tempo maior do que os 90 segundos preconizados pela Anac.

Orientações didáticas

Mudanças de unidade de medida

São apresentadas as mudanças de unidade de medida de tempo por meio de um exemplo do tempo gasto por um carro de corrida no percurso de uma prova automobilística. Leve outros exemplos para a turma; um deles pode ser o resultado de uma corrida e o tempo realizado pelos 3 primeiros colocados, mostrando que a distância, nesse caso, se dá de acordo com o tempo que o carro encerrou o percurso estabelecido na prova. Essa discussão favorece o desenvolvimento das habilidades **EF09MA07** e **EF09MA08**, que serão exploradas no 9º ano do Ensino Fundamental ao relacionar grandezas de naturezas diferentes por meio da razão entre elas e aplicar essa razão a contextos socioculturais e ambientais de outras áreas.

Proposta para o professor

Considere os últimos resultados do GP do Brasil realizado em 2021 (disponível em: https://motorsport.uol.com.br/f1/results/2021/gp-do-brasil-489793/; acesso em: 10 maio 2022) e solicite que sejam calculadas as diferenças entre os tempos dos 3 primeiros colocados. Indique para os estudantes que o nível de precisão do controle de prova é tanto que vai além das aferições dos segundos, medindo os milésimos de segundo. As unidades de tempo menores que 1 segundo são de base decimal, por isso a existência de décimos, centésimos, milésimos, entre outras medições.

Orientações didáticas

Operações com medidas de tempo

Na BNCC

Este tópico favorece o desenvolvimento das habilidades: **EF06MA11**, ao propor a resolução e elaboração de problemas envolvendo as 4 operações fundamentais; e **EF06MA24**, ao explorar situações que envolvem a grandeza tempo e suas unidades de medida.

Neste tópico são apresentadas as operações com medidas mistas, que são necessárias para tratar de unidades de tempo. Sugerimos que reforce a importância de trabalhar minutos e segundos com a base 60. Verifique com os estudantes que, se antes era necessário juntar 10 unidades para ter 1 dezena, no caso de medidas de tempo, são necessários 60 segundos para a formação de 1 minuto. Por isso, é bastante prudente que, na adição e multiplicação, se realizem as operações distinguindo cada unidade de medida para, apenas depois, realizar a conversão e, sempre, da menor para a maior unidade.

Para a operação de subtração, uma das mudanças é que, quando for necessário converter um valor de minuto em segundo, por exemplo, o segundo corresponde a 60 unidades de tempo. O mesmo procedimento acontece para as transformações de horas em minutos. Finalmente a divisão, em que fica evidente a necessidade de uma atenção especial para cada unidade de medida, sempre da maior para a menor, realizando os ajustes de conversão entre as unidades quando necessário, e sempre lembrando que o resto, quando presente, deve ser convertido na próxima unidade, ou seja, a sobra de 4 minutos implica a adição de 240 segundos à quantidade de segundos que já seria dividida, por exemplo.

Operações com medidas de tempo

Adição

Na histórica partida de futebol Brasil × Alemanha da Copa do Mundo de 2014, em Belo Horizonte (MG), o juiz apitou o final do primeiro tempo quando eram decorridos 45 min 58 s. O segundo tempo durou 46 min 55 s. Quanto tempo durou essa partida?

Para responder a essa pergunta, adicionamos as medidas de tempo na mesma unidade e, depois, fazemos as transformações necessárias.

Primeiro tempo:		45 min 58 s
Segundo tempo:	+	46 min 55 s
Total:		91 min 113 s = 92 min 53 s = 1 h 32 min 53 s

113 s → 1 min 53 s; 92 min → 1 h 32 min

Logo, a partida durou 1 h 32 min 53 s.

Subtração

No exemplo "O tempo da corrida", quanto tempo a mais do que no ano passado o piloto gastou este ano para ganhar a corrida?

Para responder a essa pergunta, subtraímos as medidas de tempo na mesma unidade.

Este ano:		1 h 56 min 10 s
Ano passado:	−	1 h 52 min 55 s
Total:		?

Perceba que não é possível subtrair 55 s de 10 s, então precisamos fazer uma transformação.

Como 56 min = 55 min + 1 min = 55 min + 60 s, adicionamos esses 60 s aos 10 s, ficando com 70 s, e então conseguimos subtrair 55 s de 70 s e efetuar também as demais subtrações na mesma unidade de medida.

	1 h 55 min 70 s
−	1 h 52 min 55 s
	3 min 15 s

Portanto, o piloto gastou 3 min 15 s a mais do que no ano passado.

Multiplicação por um número natural

Vamos imaginar que o piloto tenha feito, em um fim de semana, uma viagem que durou o triplo da medida de tempo que ele gastou na corrida deste ano.

Quanto tempo essa viagem durou?

Para responder, vamos multiplicar 1 h 56 min 10 s por 3. Multiplicamos cada parte da medida:

	1 h 56 min 10 s
×	3
	3 h 168 min 30 s = 5 h 48 min 30 s

3 h 168 min → 2 h 48 min

Logo, a viagem durou 5 h 48 min 30 s.

Divisão por um número natural

Exatamente na metade do tempo dessa viagem, o piloto parou para abastecer o carro e tomar um café. Depois de quanto tempo do início da viagem ele parou?

Vamos dividir 5 h 48 min 30 s por 2 para responder a essa pergunta.

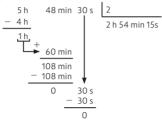
Dividimos cada parte da medida. Se houver resto, transformamos na unidade imediatamente inferior antes da divisão seguinte.

- **1ª etapa**
  Dividimos a parte indicada em horas.

```
  5 h    48 min  30 s | 2
− 4 h                 |______
 ____                   2 h
  1 h
```

- **2ª etapa**
  Transformamos 1 h em 60 min e adicionamos à parte em minutos. Depois, dividimos o resultado por 2.

```
  5 h    48 min  30 s | 2
− 4 h                 |__________
 ____                   2 h 54 min
  1 h  +
   └──► 60 min
       _______
       108 min
     − 108 min
      ________
         0
```

- **3ª etapa**
  Dividimos a parte em segundos.

Logo, ele parou depois de 2 h 54 min 15 s de viagem.

Atividades

Faça as atividades no caderno.

16. Para participar de um congresso de livreiros em Belo Horizonte (MG), Arnaldo tomou o ônibus em Campinas (SP) às 6 h 40 min e chegou a Belo Horizonte às 14 h 4 min. Ele ficou tão cansado que foi dormir às 21 h 15 min e só acordou às 7 h 32 min do dia seguinte.

a) Quanto tempo demorou a viagem? 7 h 24 min

b) Quanto tempo ele dormiu? 10 h 17 min

17. Os 2 tempos de uma partida de futebol duraram exatamente 48 min 40 s cada um. Quanto tempo durou toda a partida, sem contar o intervalo? 1 h 37 min 20 s

18. Na partida de futebol Brasil × Alemanha citada no tópico *Adição*, o segundo tempo durou quantos segundos a mais do que o primeiro tempo? 57 s

19. Maria Clara leu 3 capítulos de um livro em exatamente 2 h 44 min. Se ela gastou o mesmo tempo para ler cada um, em quanto tempo ela leu os 2 primeiros capítulos? 1 h 49 min 20 s

20. Efetue as operações a seguir no caderno.

a) 3 h 5 min + 4 h 37 min 7 h 42 min

b) 5 h 52 min − 4 h 47 min 1 h 5 min

c) 3 × (6 h 12 min 5 s) 18 h 36 min 15 s

d) (8 h 19 min 56 s) : 4 2 h 4 min 59 s

e) 3 min − 2 min 38 s 22 s

f) 5 × (5 d 16 h) 28 d 8 h

21. O último jogo de xadrez que Ian disputou começou às 9 h 50 min 40 s e terminou às 11 h 40 min 36 s, sem intervalos. Quanto tempo durou o jogo? 1 h 49 min 56 s

Motortion Films/Shutterstock

O jogo de xadrez contribui para o desenvolvimento do raciocínio, da criatividade e da tomada de decisões.

Proposta para o estudante

A atividade **21** indicou a importância do tempo em uma partida de xadrez, sendo um dos fatores determinantes para que haja vencedor. Saiba mais informações sobre isso acessando: https://www.chess.com/pt-BR/terms/controle-tempo-xadrez. Acesso em: 10 maio 2022.

Indique que também na vida pessoal a gestão de tempo é importante. Reforce isso com os estudantes e consulte com eles esta referência: https://sme.goiania.go.gov.br/conexaoescola/eaja/planejamento-e-gestao-do-tempo-no-cotidiano/. Acesso em: 10 maio 2022.

Orientações didáticas

Atividades

Proponha aos estudantes que façam as atividades individualmente e, em seguida, realize a correção coletiva delas.

Orientações didáticas

Atividades

Nas atividades desta página, continuam a ser exploradas as operações com medidas de tempo. Considere que, na atividade **22**, é possível explorar estratégias para o cálculo sugerindo aos estudantes que calculem a medida de tempo médio de duração de cada *set* realizando a divisão da medida de tempo total do jogo pela quantidade de *sets*. Sugestões de situações para a criação do problema da atividade **24**: uma viagem; o tempo de ida e volta; 2 tempos da partida de futebol. O importante é compreender a estratégia da adição apresentada.

Medidas de temperatura

Na BNCC

Este tópico favorece o desenvolvimento das habilidades: **EF06MA03**, ao propor a resolução de atividades que envolvem cálculos mentais e escritos; **EF06MA11**, ao solicitar aos estudantes que resolvam e elaborem problemas envolvendo as 4 operações fundamentais; e **EF06MA24**, ao explorar situações que envolvem medidas de temperatura. Mobiliza com maior ênfase a **CEMAT08** ao promover a interação entre pares nos trabalhos em equipe.

Reforce com os estudantes que a aferição de temperatura nunca foi tão comum como nos tempos de retorno às atividades presenciais após o período de confinamento por conta da pandemia de covid-19 e a possível detecção de febre. Se considerar oportuno proponha a realização de um trabalho interdisciplinar com **Ciências**.

A variedade de termômetros existente se apresenta na abertura deste tópico; discuta com os estudantes em qual parece ser mais fácil ler a medição realizada, qual parece trazer maior precisão na informação, qual é o mais prático e rápido para a apresentação da medição, entre outros aspectos.

Comente com os estudantes que desde 1º de janeiro de 2019 estão proibidos em todo o território nacional os termômetros contendo mercúrio. Fonte dos dados: SÃO PAULO (ESTADO). *Centro de Vigilância Sanitária*. ANVISA proíbe termômetros e esfigmomanômetros com mercúrio e limita amálgamas às cápsulas pré-dosadas. São Paulo: CVS, 13 fev. 2019. Disponível em: http://www.cvs.saude.sp.gov.br/gt.asp?te_codigo=3. Acesso em: 10 maio 2022.

22. Em um campeonato intermunicipal de vôlei feminino do estado de Minas Gerais, o time de Delfinópolis disputou uma partida com o time de Olhos-d'Água. A partida começou às 8 h 30 min 0 s. Foram jogados 5 *sets* com as seguintes durações:

- 1º *set:* 20 min 45 s;
- 2º *set*: 22 min 15 s;
- 3º *set*: 35 min 40 s;
- 4º *set*: 17 min 30 s;
- 5º *set*: 15 min 10 s.

Os intervalos entre os *sets* foram de 3 minutos. A que horas, minutos e segundos terminou o jogo? Às 10 h 33 min 20 s.

23. Todos os dias, Celso vai a pé para o serviço. A livraria onde ele trabalha fica a 2 208 metros da casa e ele consegue andar em um ritmo médio de 80 metros por minuto. Na segunda-feira, ao sair de casa às 7 horas da manhã em ponto, Celso acertou o relógio.

a) Quanto tempo Celso gasta para ir a pé de casa ao trabalho? 27 min 36 s

b) Se o relógio de Celso atrasa 1 segundo por hora, quando forem exatamente 20 horas, que horas o relógio estará marcando? 19 h 59 min 47 s

24. Elabore um problema que possa ser resolvido usando a operação a seguir.

48 min 15 s + 51 min 30 s = 99 min 45 s = 1 h 39 min 45 s

Exemplo de resposta: Em um jogo de futebol, o primeiro tempo durou 48 min 15 s e o segundo tempo, 51 min 30 s. Quanto tempo durou esse jogo? Resposta: 1 h 39 min 45 s.

Medidas de temperatura

Você deve conhecer a sensação de colocar um dedo em um balde cheio de gelo ou em um líquido quente, ou, ainda, já deve ter ouvido a expressão "o dia está muito quente". Situações como essas nos remetem à grandeza **temperatura**.

A **temperatura** é uma grandeza relacionada à ideia de frio e quente, e o termômetro é o instrumento usado para medir a temperatura.

No Brasil, adotamos a escala termométrica Celsius e utilizamos o **grau Celsius (°C)** como unidade de medida de temperatura. Nessa escala, a nível do mar, 0 °C é a medida de temperatura em que a água se transforma em gelo e 100 °C é a medida de temperatura em que a água começa a ferver.

Analise a seguir diferentes modelos de termômetro.

Ihor L/Shutterstock

Termômetro digital de testa.

Tatiana Popova/Shutterstock

Termômetro corporal de álcool colorido. A escala desse tipo de termômetro lembra o trecho de uma reta numérica, e a posição da coluna de álcool colorido indica a temperatura medida pelo termômetro.

frantic00/Shutterstock

Termômetro digital corporal.

Nelson Antoine/Shutterstock

Termômetro digital de rua.

Atividades

Faça as atividades no caderno.

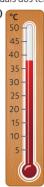
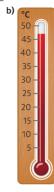
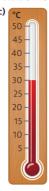
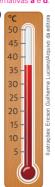
25. Quais dos termômetros a seguir indicam medidas de temperatura entre 35 °C e 40 °C? Alternativas **a** e **d**.

a)

b)

c)

d)

Ilustrações: Ericson Guilherme Luciano/Arquivo da editora

26. A pasteurização do leite consiste em um tratamento térmico em que o leite é aquecido até atingir 75 °C, durante determinado tempo. Em seguida, ele sofre um resfriamento de 72 °C. Qual é a medida de temperatura mínima que esse leite atinge no processo de pasteurização? 3 °C

27. Mesmo após ser desligado, um forno continua quente. A tabela a seguir mostra a medida de tempo de resfriamento após um forno ter sido desligado e a medida de temperatura correspondente.

Resfriamento do forno

Medida de tempo (em min)	0	5	10	15	20	25	30
Medida de temperatura (em °C)	280	200	155	135	120	100	85

Dados elaborados para fins didáticos.

a) Qual era a medida de temperatura do forno quando ele foi desligado? 280 °C

b) Qual era a medida de temperatura do forno após 20 minutos? 120 °C

c) Depois de 10 minutos que o forno foi desligado, qual era a medida de temperatura? 155 °C

d) Após 20 minutos do desligamento do forno, quantos graus a medida de temperatura diminuiu? 160 °C

28. **Amplitude térmica** é a diferença entre a medida de temperatura máxima e a de temperatura mínima registradas em determinado período. Analise a tabela a seguir, que mostra as medidas de temperaturas máxima e mínima registradas na estação meteorológica de Cuiabá (MT), durante um período de 5 dias.

Medidas de temperatura registradas em Cuiabá (MT), de 2/1/2021 a 6/1/2021

Dia da semana	Medida de temperatura máxima (em °C)	Medida de temperatura mínima (em °C)
Domingo	35,2	26,5
Segunda-feira	34,2	24,1
Terça-feira	33,8	26,1
Quarta-feira	28	22,5
Quinta-feira	32,8	22,9

Fonte dos dados: INSTITUTO NACIONAL DE METEOROLOGIA (INMET). *Histórico de dados meteorológicos*. Disponível em: https://portal.inmet.gov.br/dadoshistoricos. Acesso em: 7 mar. 2022.

Em qual desses dias a amplitude térmica foi maior? Segunda-feira.

Orientações didáticas

Atividades

Nas atividades desta seção são considerados os conceitos de medição de temperatura e cálculos com medidas de temperatura.

Proposta para o estudante

A atividade **26** apresentou o processo de pasteurização do leite. Para saber curiosidades sobre esse procedimento e conhecer um pouco de seu inventor, acesse a referência:

O QUE é a pasteurização? [*s. l.*], [*s. d.*], 2019. 1 vídeo (3 mim 31 s). Publicado pelo canal Tubepédia. Disponível em: https://www.youtube.com/watch?v=ILIW-JrQTp0. Acesso em: 28 abr. 2022.

Orientações didáticas

Atividades

Existem atividades (**27**, **28** e **29**) em que o foco é a análise de tabelas, e uma delas inclui o conceito de amplitude térmica, entendendo-a como a variação da maior para a menor medida de temperatura de um dia, necessariamente nessa ordem.

A atividade **31** apresenta o conceito de ergonomia no local de trabalho. Pesquise junto com os estudantes a Norma Regulamentadora NR17 e discuta a importância desse conceito para o local de trabalho, favorecendo assim o desenvolvimento do TCT *Trabalho*. Sugerimos que organize a turma e proponha aos estudantes que se dividam em grupos para apresentar a norma, favorecendo assim a **CEMAT08**.

31. Exemplo de resposta: De acordo com a Norma Regulamentadora de Ergonomia 17, nos locais de trabalho onde são executadas atividades que exijam solicitação intelectual e atenção constantes – tais como salas de controle, laboratórios, escritórios, salas de desenvolvimento ou análise de projetos, entre outros – é recomendado que a medida de temperatura ambiente seja entre 20 °C e 23 °C. O ar-condicionado de um escritório quebrou e a temperatura medida nesse local foi 30 °C. Essa medida de temperatura está quantos graus Celsius a mais do que a medida de temperatura máxima recomendada pela Norma Regulamentadora para esse ambiente? Resposta: 7 °C.

Faça as atividades no caderno.

29. Lucas anotou a medida de temperatura máxima registrada no município em que mora durante 4 dias. Note as informações que ele registrou na tabela a seguir.

Anotações de Lucas

Dia da semana	Medida de temperatura máxima (em °C)
Segunda-feira	18
Terça-feira	24
Quarta-feira	26
Quinta-feira	31

Dados elaborados para fins didáticos.

a) Qual dos termômetros representados a seguir indica a medida de temperatura registrada por Lucas na quarta-feira? Termômetro **C**.

Termômetro **A**. Termômetro **B**. Termômetro **C**. Termômetro **D**.

Ilustrações: Ericson Guilherme Luciano/Arquivo da editora

b) No caderno, associe cada termômetro ao dia da semana em que foi registrada a medida de temperatura indicada.
Termômetro **A**: segunda-feira; termômetro **B**: quinta-feira; termômetro **C**: terça-feira; termômetro **D**: quarta-feira.

Termômetro **A**. Termômetro **B**. Termômetro **C**. Termômetro **D**.

Ilustrações: Ericson Guilherme Luciano/Arquivo da editora

30. Elabore um problema que possa ser resolvido usando os dados da tabela a seguir. Depois, peça a um colega que resolva o problema que você elaborou enquanto você resolve o dele.

Registros de medidas de temperatura

Horário	Medida de temperatura (em °C)
3 h	24
7 h	28
11 h	30
15 h	32
19 h	30
23 h	24

Dados elaborados para fins didáticos.

31. Em órgãos oficiais, pesquise sobre a medida de temperatura recomendada pela Norma Regulamentadora de Ergonomia 17 (NR 17) para locais de trabalho. Depois, elabore e resolva um problema com as informações pesquisadas.

Prática de pesquisa

A palavra "ergonomia" vem do grego: *ergon* (trabalho) e *nomos* (normas). **Ergonomia** é uma ciência que visa ao entendimento da relação das pessoas com as máquinas, equipamentos e condições de trabalho.

32. A unidade central de processamento de um computador (CPU, sigla em inglês) opera normalmente entre 30 °C e 40 °C, em condições ideais, e pode trabalhar até 70 °C. Essa capacidade de operar em temperaturas maiores do que a ideal serve para que o processador tenha uma margem nos momentos de pico; por exemplo, caso seja executado um jogo, a CPU pode esquentar um pouco mais sem chegar muito próximo da temperatura máxima. Em uma CPU que está operando a 59 °C, qual é a margem até atingir a medida de temperatura máxima? 11 °C

30. Exemplo de resposta: Um Instituto de Meteorologia mediu a temperatura de determinado município a cada 4 horas, começando às 3 horas, e obteve as seguintes medidas: 24 °C, 28 °C, 30 °C, 32 °C, 30 °C e 24 °C. Qual foi a maior medida de temperatura registrada por esse Instituto? Em qual horário ela ocorreu? Resposta: 32 °C; às 15 horas.

Proposta para o estudante

Verifique se os estudantes já conhecem o termo "amplitude térmica" e se entendem o impacto disso em algumas regiões do Brasil, como ocorre em alguns períodos do ano nas regiões Sul e Sudeste. Segue uma referência para consulta:
CLIMATEMPO. *Com que roupa que eu vou?* Saiba o que é amplitude térmica. Climatempo, [*s. l.*], 2021. Disponível em: https://www.climatempo.com.br/noticia/2021/11/22/com-que-roupa-que-eu-vou-saiba-o-que-e-amplitude-termica-2967. Acesso em: 28 abr. 2022.

O sistema métrico decimal

Palavras como **arrátel** e **côvado**, que soam estranhas para nós hoje em dia, foram tão familiares a nossos antepassados como, guardadas as proporções, as palavras "quilograma" e "centímetro" atualmente. Arrátel e côvado designavam, respectivamente, uma unidade de medida de massa e uma unidade de medida de comprimento do sistema de pesos e medidas brasileiro que vigorava antes da adoção do **sistema métrico decimal**. Esse sistema antigo tinha diversos problemas e não era consistente por vários motivos, entre os quais o fato de não adotar a escala decimal.

No mundo daquela época – antes do século XVIII – havia uma diversidade muito grande de unidades de medida, o que dificultava o comércio entre as nações. Porém já se pensava na possibilidade de um sistema único, universal, decimal. Não foi fácil conseguir essa uniformização, mas, no século XVIII, a Academia de Ciências da França nomeou uma comissão de grandes cientistas – como os matemáticos francês Laplace (1749-1827), italiano Joseph Louis Lagrange (1736-1813) e francês Gaspard Monge (1746-1818) – para fazer um projeto com essa finalidade.

Dos trabalhos dessa comissão, encerrados em 1799, nasceu o sistema métrico decimal, atualmente praticamente universalizado. O metro – a unidade-padrão de medida de comprimento – foi definido como a décima milionésima parte da distância do equador ao polo norte. (Hoje é possível definir o metro de uma maneira mais precisa.)

O sistema métrico decimal só começou a se tornar realidade em 1837, quando seu uso passou a ser obrigatório na França.

Reprodução/Museu Carnavalet, Paris, França.

Gravure (vers 1799-1805).

Gravura francesa do século XVIII, de J. P. Delion, representando o uso de unidades de medida. Encontra-se no Museu Carnavalet, em Paris, França.

No Brasil, ele foi introduzido por uma lei em 26 de junho de 1862. Essa lei estabelecia um prazo de 10 anos para que cessasse por completo o uso das antigas unidades de medida. Nesse meio-tempo, a mudança foi gradualmente organizada, com a vinda dos novos padrões da França e a inclusão do ensino do sistema métrico decimal nas escolas. A partir de 1º de julho de 1873, o uso do sistema antigo implicaria multas e até prisão.

Orientações didáticas

Na História

Na BNCC

Esta seção mobiliza com maior ênfase a **CG01** e a **CEMAT01** ao promover a valorização e utilização dos conhecimentos historicamente construídos para compreender a realidade, assim como o reconhecimento da Matemática como uma ciência humana, fruto das necessidades e preocupações de diferentes culturas, em diferentes momentos históricos.

Nesta seção é apresentado um breve histórico de como foram inseridas, na sociedade brasileira, as relações do sistema métrico de medidas e toda dificuldade obtida. As questões de interpretação realizadas considerando o texto culminam com o apontamento das diferentes maneiras de expressar medidas em outras culturas, por exemplo, nos Estados Unidos, tais como jarda, pé e milha, e em quais contextos culturais os estudantes já se depararam com tais unidades. A jarda, por exemplo, é comum no contexto dos jogos da NFL (National Football League), algo em voga na cultura jovem. Outras das unidades comentadas são perceptíveis em jogos eletrônicos.

Proposta para o estudante

Para ampliar o que foi visto na seção *Na História*, sugerimos esta atividade: a criação de um quadro que mostra todos os padrões de medidas apresentados nos últimos 2 capítulos e a comparação das formas de escrita das mesmas medidas com as unidades praticadas na América do Norte.

Orientações didáticas

Na História

A história do sistema métrico decimal é um contexto que auxilia no esclarecimento de que conquistas científicas são fruto do trabalho de muitos indivíduos e não atos isolados de uma pessoa. Aproveite a leitura e proponha reflexões sob essa perspectiva. Também estimule os estudantes a se expressarem oralmente e se posicionarem criticamente. O sistema hexadecimal tem origem não europeia e, portanto, diverge no uso. Retome a discussão do começo do capítulo apresentando as origens do sistema hexadecimal, como ele se espalhou pelo mundo por meio das navegações num período bem anterior ao sistema métrico e como então ele se tornou o padrão de uso para medidas cotidianas de tempo (o dia de 24 horas; a hora de 60 minutos; o minuto de 60 segundos). Tal debate favorece a interdisciplinaridade com o componente curricular **História**, promovendo positivamente a diversidade social, histórica e cultural com noções de História da Matemática.

Faça as atividades no caderno.

Ocorreu então, no Brasil, um fato que entrou para a história. Talvez porque a vigência do novo sistema de medidas tivesse coincidido com um aumento de impostos, algumas províncias do Nordeste tentaram resistir à adoção e desencadearam uma insurreição, que ficou conhecida como Revolta do Quebra-Quilos.

Cartaz da Revolta do Quebra-Quilos.

Atualmente pode nos parecer absurdo que uma mudança como essa, tão importante para o comércio internacional, pudesse ter acarretado tantas discussões e desentendimentos. Mas, mesmo que não houvesse outros motivos, a tradição enraizada é uma barreira difícil de transpor. Por exemplo, nos Estados Unidos, a maior economia do mundo, o sistema métrico decimal ainda não substituiu o sistema inglês de pesos e medidas, tradicional do país. Esse sistema inclui unidades como o pé e a milha (unidades de medida de comprimento) e a libra (de massa), e ainda está em pleno uso.

Fonte dos dados: MAGALHÃES JÚNIOR, Raimundo. *O império em chinelos*. Rio de Janeiro: Civilização Brasileira, 1957; SMITH, David E. *History of Mathematics*. New York: Dover, 1953. v. 2.

1. No caderno, escreva com algarismos "um décimo milionésimo", valor de referência na constituição da unidade de medida metro no século XVIII. 0,0000001 ou $\frac{1}{10\,000\,000}$.
2. O texto fala em "províncias" do Nordeste. Como passaram a se chamar as províncias no Brasil, com o regime republicano? Estados.
3. Responda às perguntas.
   a) Qual era o regime político do Brasil em 1873? Monarquia, estruturada em 4 poderes: executivo, legislativo, judiciário e moderador, este último exercido pelo imperador.
   b) Quem era o mandatário supremo? O imperador dom Pedro II.
   c) Qual era o papel do chefe do Gabinete nesse regime? O chefe do gabinete, escolhido pelo imperador, tinha o papel de escolher os ministros e presidir o ministério.
4. Temos que 1 libra equivale a 453,6 g. Qual é a medida de massa aproximada, em libras, de uma pessoa com 72 kg? Aproximadamente 158,73 libras
5. Em inglês, como são chamadas as unidades de medida pé e libra? Pesquise para descobrir. *Foot* e *pound*.

As imagens não estão representadas em proporção.

Placas que indicam medida de velocidade máxima (35 milhas por hora, ou 35 M.P.H., correspondem a aproximadamente 56 quilômetros por hora) e medida de distância (3 milhas, ou 3 MI., correspondem a aproximadamente 4,8 quilômetros).

Na Unidade

Faça as atividades no caderno.

1. Uma encomenda recebida do exterior veio em um pacote com 2,25 libras de medida de massa. A quantos quilogramas essa medida equivale? Aproxime 1 libra para 454 g. Alternativa **b**.

a) Aproximadamente 0,8 kg.
b) Aproximadamente 1,0 kg.
c) Aproximadamente 1,3 kg.
d) Aproximadamente 1,5 kg.

2. Qual é a medida de volume, em metros cúbicos, ocupado por uma caixa-d'água que tem formato de bloco retangular, com as dimensões medindo 4 m de comprimento, 3 m de largura e 2 m de altura? E qual é a medida de capacidade, em litros? 24 m^3; 24 000 L.

3. Uma torneira está gotejando água em um balde com 18 L de medida de capacidade. No instante atual, o balde se encontra com 9 L de água. A cada segundo caem 5 gotas de água da torneira e 1 gota é formada por 0,05 mL de água. A partir do instante atual, quanto tempo, em horas, será necessário para encher completamente o balde? 10 h

4. Para economizar nas contas mensais de água, uma família de 8 pessoas deseja construir um reservatório que, ao armazenar a água captada das chuvas, tenha capacidade para abastecer a família durante 30 dias. Cada pessoa da família consome diariamente 0,08 m^3 de água. Qual deverá ser a medida de capacidade mínima desse reservatório, em litros, para que os objetivos da família sejam alcançados? 19 200 L

5. O campeão de uma corrida de Fórmula 1 correu um Grande Prêmio em 2 h 16 min, tendo dado 60 voltas na pista do autódromo. Imaginando que ele tivesse demorado a mesma medida de tempo em cada volta, quantos minutos e segundos ele gastou por volta? 2 min 16 s

6. Quando enchemos metade de uma garrafa PET de 1,5 litro com água, qual é a medida de massa de água, em quilogramas, dentro da garrafa? 0,75 kg

PET, ou Polietileno tereftalato, é um material bastante usado desde a década de 1970 em garrafas de água, suco, refrigerante, etc. Na natureza, esse material demora mais de 100 anos para se decompor, o que reforça a importância de reciclá-lo, seja para produzir novas garrafas, seja para outros produtos, como tecidos.

7. Um reservatório de gasolina tem a medida de capacidade igual à de um bloco retangular de dimensões medindo 10 m de comprimento, 10 m de largura e 6 m de altura. Estando o reservatório cheio, quantos caminhões-tanque de 2 000 L podem ser abastecidos? 300 caminhões-tanque.

8. A família de Laura fez uma pesquisa para saber qual será a medida de temperatura prevista para o fim de semana, pois eles querem ir à praia.

Sábado		Domingo	
19 °C	29 °C	17 °C	24 °C

Sabendo que as medidas de temperatura em azul são as mínimas e as medidas de temperatura em vermelho são as máximas, responda às perguntas.

a) Qual é a medida de temperatura máxima prevista para o dia mais quente? 29 °C
b) Qual é a variação das medidas de temperatura mínimas previstas para esses dias? 2 °C

9. Quantas garrafas de 80 cL são necessárias para engarrafar 1 m^3 de água? 1 250 garrafas.

10. Paulo e Renata moram na cidade do Rio de Janeiro (RJ) e precisam fazer uma viagem a Brasília (DF). Pesquisando a duração da viagem de carro, viram que vão levar em torno de 15 h 56 min. Sabendo que eles vão parar para descansar quando atingirem a metade da medida de tempo total da viagem, depois de quantas horas do início da viagem será essa parada? 7 h 58 min

Orientações didáticas

Na Unidade

Na BNCC

Esta seção favorece o desenvolvimento das habilidades exploradas ao longo de toda a Unidade e mobiliza com maior ênfase a **CEMAT02**, a **CEMAT06** e a **CG02** ao propor a resolução de atividades diversas, por meio de diferentes contextos e estratégias de resolução.

Esta seção traz atividades dos principais conteúdos abordados na Unidade que podem ser utilizadas como ferramentas de avaliação. Proponha a resolução das atividades individualmente. Acompanhe os estudantes durante a realização delas e registre avanços e dificuldades para, ao final, propor novas atividades para remediação coletiva ou individual de defasagens, conforme cada caso.

A seguir, listamos algumas sugestões e estratégias para remediação.

A atividade **1** explora o trabalho com unidades de medida de massa, e a atividade **2**, com medidas de volume. Caso os estudantes apresentem dúvida, retome esses tópicos com a turma.

Destacamos as atividades **3**, **4**, **7** e **9**, que tratam de unidades de medida de capacidade e incluem a relação de utilizar unidade de medida de volume usuais e convertê-las para as de capacidade.

Aproveitando o contexto da atividade **4**, questione os estudantes sobre quais ações as famílias deles realizam ou podem vir a realizar no intuito de economizar água.

As atividades **5** e **10** apresentam problemas relacionados a unidades de medida de tempo, e nesse contexto é importante considerar se os estudantes conseguem realizar as operações utilizando medidas mistas (como horas, minutos e segundos). Assim, em caso de dúvidas, revise os conteúdos com a turma.

Aproveitando o contexto da atividade **6**, comente com os estudantes a importância da reciclagem de garrafas PET devido aos impactos que causam ao meio ambiente se forem descartadas de maneira incorreta. Mais informações podem ser obtidas em: https://www.reciclasampa.com.br/artigo/tudo-que-nunca-te-contaram-sobre-reciclagem-de-garrafa-pet (acesso em: 17 maio 2022).

Outras dificuldades diferentes das listadas podem surgir; por isso, é importante o monitoramento individual e contínuo dos estudantes.

Orientações didáticas

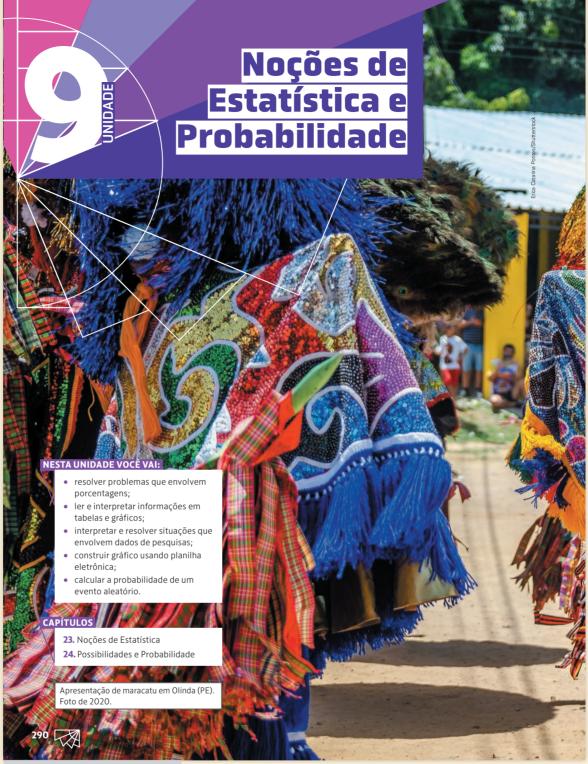
Abertura

Na BNCC

A abertura da Unidade favorece o desenvolvimento dos TCTs *Diversidade Cultural* e *Educação para valorização do multiculturalismo nas matrizes históricas e culturais brasileiras* e da **CG03**, por incentivar a valorização de diversas manifestações artísticas e culturais brasileiras.

Explore com os estudantes a imagem de abertura da Unidade. Aproveite a oportunidade para desenvolver um trabalho interdisciplinar com o componente curricular **Educação Física** e com **Arte**. Comente com a turma que, no Brasil, é possível identificar uma variedade de manifestações rítmicas e expressivas criadas e desenvolvidas nas danças, em diferentes regiões do país, retratando a história de cada comunidade, sua origem e influências culturais.

Sugerimos que proponha aos estudantes uma pesquisa sobre as danças citadas e questione-os sobre a origem delas. As danças brasileiras podem ser caracterizadas por sua origem e prática em território nacional e pela influência de diferentes matrizes culturais, principalmente indígenas, africanas e europeias.

Além disso, é possível propor uma ampliação do trabalho, pedindo para que os estudantes pesquisem também as danças contemporâneas e urbanas como samba, *zouk*, *funk*, cultura *Hip-Hop*. Caso julgue pertinente, pode-se propor um festival cultural na escola, com apresentação de danças, saraus, entre outros, de modo que toda comunidade escolar seja envolvida.

Noções de Estatística e Probabilidade

NESTA UNIDADE VOCÊ VAI:

- resolver problemas que envolvem porcentagens;
- ler e interpretar informações em tabelas e gráficos;
- interpretar e resolver situações que envolvem dados de pesquisas;
- construir gráfico usando planilha eletrônica;
- calcular a probabilidade de um evento aleatório.

CAPÍTULOS

Apresentação de maracatu em Olinda (PE). Foto de 2020.

Proposta para o professor

Caso queira conhecer outras danças tradicionais brasileiras, sugerimos a referência:
CAMPOS, Marcos A. A.; MAGALHÃES, Patrick A. M. (org.). *Apostila de danças tradicionais brasileiras*. [Fortaleza]: [*s. n.*], 2021. Disponível em: www.repositorio.ufc.br/handle/riufc/58567. Acesso em: 29 abr. 2022.

Qual dança será apresentada?

O Brasil é um país muito rico culturalmente e, ao longo do território, encontramos diversas danças típicas das populações locais. O maracatu e o frevo são danças típicas do estado de Pernambuco e os passos são inspirados nos movimentos da capoeira. A caninha-verde, de origem hispano-portuguesa, é frequente nos estados do Sudeste e é dançada em pares, mas tem diferentes variações nas demais regiões do Brasil. O bumba meu boi é uma dança típica das regiões Norte e Nordeste, representando um famoso folclore que narra a história da ressurreição do boi-bumbá. A dança catira, assim como a anterior, faz parte do folclore brasileiro e é marcada pelas batidas dos pés, mas a origem dela é incerta: há influência espanhola, portuguesa, africana e indígena; é frequente também no Sudeste. O fandango e a dança das fitas representam a cultura da região Sul e têm as origens associadas à Europa, bastante lembradas pelos adornos coloridos, roupas típicas e coreografias sincronizadas.

Você já conhecia essas danças citadas? Conte para os colegas as experiências que já vivenciou com danças típicas de diferentes regiões do Brasil. Respostas pessoais.

Em uma mostra cultural, com duração de uma semana, serão apresentadas danças típicas do Brasil, uma por dia. A comissão organizadora do evento realizará um sorteio com o nome das danças a fim de verificar a ordem de apresentação.

Para fazer o sorteio, a comissão colocou todos os nomes das danças em bolinhas idênticas, apenas um nome por bolinha. Sabe-se que as danças a serem apresentadas são as citadas anteriormente: maracatu (Nordeste), frevo (Nordeste), caninha-verde (Sudeste), bumba meu boi (Norte), fandango (Sul), catira (Centro-Oeste) e dança das fitas (Sul). O sorteio consiste em retirar 1 bolinha após a outra, sem reposição. A ordem de retirada dos nomes indica a ordem de apresentação das danças regionais durante os dias do evento.

Quantas bolinhas são necessárias para o sorteio? Qual dança será a última a ser apresentada? Qual região tem maior chance de abrir o evento com uma das danças típicas? Justifique suas respostas.

As respostas encontram-se na seção *Resoluções* deste Manual.

Orientações didáticas

Abertura

Ao explorar as questões da abertura, sugerimos que simule o sorteio envolvendo as danças mencionadas. Comente com os estudantes que a resposta da primeira questão é 7 bolinhas, pois são 7 danças a serem sorteadas para os 7 dias do evento. Na segunda questão, informe que não há como saber qual dança será a última a ser sorteada e, na terceira questão, que as regiões Nordeste e Sul têm maior chance de abrir o evento, uma vez que há 2 danças típicas de cada uma delas, enquanto há apenas 1 dança de cada uma das demais regiões.

Proposta para o estudante

Peça aos estudantes que assistam ao vídeo: DANÇAS regionais: todas as danças – danças folclóricas. [*s. l.*], [*s. n.*], 6 dez. 2014. 1 vídeo (7 min 4 s). Publicado pelo canal Danças Regionais. Disponível em: https://www.youtube.com/watch?v=WFiSp5a-uJQ&t=1s. Acesso em: 10 maio 2022.

Depois, proponha a eles que construam uma tabela indicando a preferência de danças da turma. Essa tabela poderá ser utilizada posteriormente no cálculo de frequência relativa, por exemplo.

É possível, ainda, continuar o trabalho interdisciplinar com Arte ao propor perguntas do tipo: “Você observou que cada dança possui som, ritmo, música e movimentos diferentes?”; “De qual delas você mais gostou? Por quê?”.

Orientações didáticas

Revendo porcentagens

Na BNCC

Este tópico favorece o desenvolvimento da habilidade **EF06MA13** ao propor a resolução de problemas envolvendo porcentagens. Em *Atividades*, alguns contextos apresentados permitem mobilizar com maior ênfase a **CG03**, a **CG07**, a **CG09**, a **CG10**, a **CEMAT06** e a **CEMAT08** ao tratar de assuntos relacionados aos povos quilombolas (promovendo sua valorização cultural) e a representatividade feminina no cenário político e na docência do Ensino superior (possibilitando o exercício da empatia, do respeito ao outro e à diversidade dos indivíduos, em prol da democracia).

Inicie o trabalho verificando quais são os conhecimentos prévios dos estudantes envolvendo Estatística. Analise se todos sabem como fazer a leitura e interpretação de dados em gráficos e tabelas. Pergunte a eles do que se recordam sobre "porcentagens".

Reforce que uma pesquisa de opinião tem potencial para ser trabalhada com conceitos da Estatística. Mostre isso, realizando levantamentos como "Qual a sua cor favorita?"; "Torce por algum time de futebol? Se sim, qual time?"; entre outras.

Na revisão de porcentagens, ressalte como elas podem auxiliar na interpretação de uma parte em relação ao todo, tal como em uma fração comum. Caso seja necessário, retome também as divisões por múltiplos de 10, favorecendo o uso do cálculo mental.

CAPÍTULO 23

Noções de Estatística

EF06MA13
EF06MA31
EF06MA32
EF06MA33

Revendo porcentagens

Quem vai ganhar a eleição?

No município de Alegria, há 3 candidatos a prefeito: Antônio, João e Bruna. Em uma pesquisa de intenção de voto, foram consultados 600 eleitores. O jornal *Tabloide Alegrense* publicou o resultado da pesquisa, em um gráfico, na primeira página do jornal impresso e em destaque no *site*.

Intenção de voto da próxima eleição para prefeito de Alegria

Dados elaborados para fins didáticos.

De acordo com a pesquisa, quem é o candidato favorito para ganhar a eleição? Por quê? Antônio, pois a intenção de voto para ele (46%) é maior do que para os demais candidatos.

As pesquisas eleitorais são baseadas em dados estatísticos.

Vamos explorar algumas noções de Estatística, campo da Matemática que se dedica à realização de pesquisas e ao tratamento e à análise de dados coletados usando diferentes recursos, como gráficos e tabelas.

Você é canhoto?

Dos 1200 estudantes da escola Juquiti, 8% são canhotos. Quantos são os estudantes canhotos?

A taxa percentual 8% equivale à fração $\frac{8}{100}$. Então, para saber quanto é 8% de 1200 basta fazer este cálculo:

$$\frac{8}{100} \cdot 1200 = 96$$

Portanto, nessa escola, 96 estudantes são canhotos.

BELL KA PANG/Shutterstock

Aproximadamente 10% da população mundial é canhota.

Qual é a taxa percentual da população?

A população de um município é de 25 000 pessoas, sendo 5 000 residentes na zona rural e as demais, na zona urbana. Qual é a taxa percentual dos residentes na zona rural? Qual é a taxa percentual dos residentes na zona urbana?

Os residentes na zona rural constituem uma fração da população do município: $\frac{5000}{25000}$. Vamos transformá-la em uma porcentagem. Para isso, obtemos a fração equivalente com denominador 100:

$$\frac{5000}{25000} = \frac{1}{5} = \frac{20}{100} = 20\%$$

Podemos realizar esse cálculo de outro modo: transformamos a fração para a forma decimal e, depois, para porcentagem. Acompanhe:

$$\begin{array}{r|l} 50\,000 & 25\,000 \\ \hline 0 & 0{,}2 \end{array} \qquad \frac{5000}{25000} = 0{,}20 = \frac{20}{100} = 20\%$$

Proposta para o estudante

Uma sugestão de atividade é a realização de uma pesquisa na turma verificando quantos estudantes são canhotos em relação ao total de estudantes da turma. Incentive os estudantes a calcular mentalmente a quantidade percentual obtida. Por exemplo, se há 3 estudantes canhotos em uma turma de 30, poderemos concluir que haverá 1 estudante para cada agrupamento de 10 estudantes; consequentemente, 10 estudantes no grupo de 100 pessoas, ou seja, 10%.

Podemos, ainda, calcular mentalmente: a taxa percentual 10% equivale a 1 décimo. Da população de 25 000 pessoas, 10% equivalem a 2 500 pessoas.

O dobro de 2 500 é 5 000, que é igual ao número de pessoas da zona rural. Assim, 5 000 pessoas equivalem ao dobro de 10%, portanto a 20% da população.

Logo, na zona rural, residem 20% da população. A população total equivale a 100%.

Como 100% − 20% = 80%, concluímos que na zona urbana residem 80% da população.

Atividades

Faça as atividades no caderno.

1. O número de meninas da escola Juquiti, apresentada na situação "Você é canhoto?", corresponde a 55% dos estudantes. Quantas meninas há na escola? 660 meninas.

2. De acordo com o Departamento Estadual de Trânsito (Detran) do estado de São Paulo, em 2018 o município de São Paulo tinha cerca de 8 700 000 veículos do total de 30 000 000 de veículos de todo o estado. Qual era a taxa percentual de veículos do estado que estavam concentrados no município de São Paulo? 29%

3. Segundo o IBGE, estima-se que em 2019 existiam 5 972 localidades quilombolas no Brasil, sendo 404 em territórios oficialmente reconhecidos, 2 308 denominados agrupamentos quilombolas e 3 260 identificados como outras localidades quilombolas. Calcule as taxas percentuais de cada uma das denominações quilombolas do Brasil em relação ao total de localidades estimada.

Fonte dos dados: IBGE EDUCA. Quilombolas no Brasil. [Rio de Janeiro]: *IBGE*, [20–]. Disponível em: https://educa.ibge.gov.br/jovens/materias-especiais/21311-quilombolas-no-brasil.html. Acesso em: 8 abr. 2022.

4. Realize os cálculos mentalmente e, depois, escreva os resultados no caderno.

a) Quanto é 10% de 500? 50

b) Quanto é 20% de 500? 100

c) 100% é o todo e equivale a 1 inteiro. Que parte do todo equivale a 50%? E que parte do todo equivale a 25%? Metade do todo ou um meio do todo; metade da metade do todo ou um quarto do todo.

5. Quanto é:

a) 20% de 4 000? 800

b) 25% de 3 800? 950

c) 75% de 3 600? 2 700

d) 80% de 3 200? 2 560

6. Em uma turma de 40 estudantes em que 2 são canhotos, qual é a porcentagem de canhotos? 5%

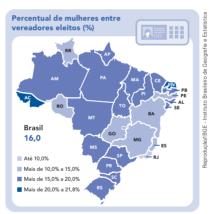
7. Gabriela estuda no 6º ano da escola Pontal. Na turma dela há 40 estudantes, dos quais 24 são meninas. Em todas as turmas do 6º ano dessa escola estudam 72 meninos e 88 meninas, totalizando 160 estudantes. Na escola toda há 1 280 estudantes.

a) Qual é a taxa percentual dos meninos nas turmas do 6º ano? 45%

b) Qual é a taxa percentual dos estudantes da turma de Gabriela em relação aos estudantes nas turmas do 6º ano? 25%

c) Qual é a taxa percentual de meninos na turma de Gabriela? 40%

d) Qual é a taxa percentual de estudantes das turmas do 6º ano em relação ao total de estudantes na escola? 12,5%

8. O mapa a seguir apresenta a taxa percentual de mulheres eleitas ao cargo de vereador, por estado, nas eleições de 2020, de acordo com o Tribunal Superior Eleitoral (TSE).

IBGE. Estatísticas de gênero: indicadores sociais das mulheres no Brasil. 2. ed. *Estudos e pesquisas – informação demográfica e socioeconômica*, n. 38. Disponível em: https://biblioteca.ibge.gov.br/visualizacao/livros/liv101784_informativo.pdf. Acesso em: 5 abr. 2022.

3. Territórios oficialmente reconhecidos: aproximadamente 6,8%; agrupamentos quilombolas: aproximadamente 38,6%; outras localidades quilombolas: aproximadamente 54,6%.

Orientações didáticas

Atividades

Para auxiliar no cálculo de porcentagens envolvidas nas atividades, indique que uma porcentagem pode ser representada por um número decimal e a multiplicação desse valor por um valor total resulta na quantidade que aquela porcentagem representa do total.

Quanto às situações-problema apresentadas, destacamos a atividade **3**, na qual é apresentado um levantamento do IBGE sobre localidades quilombolas do Brasil. Essa atividade abre oportunidade para interdisciplinaridade entre as áreas de **Matemática** e **Ciências Humanas**. O trabalho sobre comunidades quilombolas já foi explorado em uma das aberturas do Livro do Estudante. Verifique se a turma se recorda e se ocorreu uma mudança de percepção em relação a essa população. Peça a eles que mencionem características das comunidades quilombolas.

Sempre que possível, favoreça o uso do cálculo mental. Retome a ideia da porcentagem como a parte de um todo e trabalhe a razoabilidade dos valores obtidos em cada resolução de atividade.

Proposta para o professor

Indicamos a seguir um material que traz informações sobre os dados de localidades das comunidades indígenas e quilombolas da Base Territorial Censitária do IBGE. Estes dados foram utilizados para subsidiar o desenvolvimento de políticas e ações para o enfrentamento à covid-19.

IBGE. *Base de informações geográficas e estatísticas sobre os indígenas e quilombolas para enfrentamento à covid-19*: notas técnicas. Volume especial. IBGE: Rio de Janeiro, 2020. Disponível em: https://geoftp.ibge.gov.br/organizacao_do_territorio/tipologias_do_territorio/base_de_informacoes_sobre_os_povos_indigenas_e_quilombolas/indigenas_e_quilombolas_2019/Notas_Tecnicas_Base_indigenas_e_quilombolas_20200520.pdf. Acesso em: 29 abr. 2022.

Orientações didáticas

Atividades

Nas atividades **8** e **9** são apresentados dados do IBGE e questões relacionadas às diferenças de gênero exibidas em dados do contexto brasileiro, em especial em relação à representatividade de mulheres em Câmaras Municipais e no Ensino Superior no Brasil. Promova debates e analise a percepção dos estudantes acerca da desigualdade de gênero no campo político. Enalteça a necessidade da promoção da participação feminina nesse campo.

Proponha aos estudantes que pesquisem ações afirmativas para inclusão de mulheres no processo eleitoral. Peça que pesquisem outras áreas em que a quantidade de mulheres seja inferior à quantidade de homens.

O boxe de sugestão da página propõe a leitura de um livro paradidático que aborda questões de desigualdade de gênero, permitindo a realização de um trabalho interdisciplinar com os professores das áreas de **Ciências Humanas** e de **Língua Portuguesa**.

a) Copie a tabela no caderno e complete-a com os dados que faltam.

Vereadoras eleitas em 2020

Taxa percentual de vereadoras eleitas	Quantidade de unidades da Federação
Até 10%	1
Mais de 10,0% a 15,0%	7
Mais de 15,0% a 20,0%	16
Mais de 20,0% a 21,8%	2
Total	26

Fonte dos dados: IBGE. Estatísticas de gênero: indicadores sociais das mulheres no Brasil. 2. ed. *Estudos e pesquisas – informação demográfica e socioeconômica*, n. 38. Disponível em: https://biblioteca.ibge.gov.br/visualizacao/livros/liv101784_informativo.pdf. Acesso em: 5 abr. 2022.

b) Quantas unidades da Federação tiveram mais de 15,0% de vereadoras eleitas no Brasil? 18 unidades da Federação.

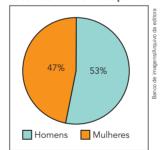
c) Pesquise no município em que você mora qual foi a quantidade de mulheres que foram eleitas como vereadoras na última eleição para esse cargo e calcule a taxa percentual de vereadoras eleitas em relação ao total de vereadores do município. Resposta pessoal.

d) Qual é a importância da participação e do aumento da representatividade feminina na política? Converse com os colegas e professor. Resposta pessoal.

9. De acordo com o Censo da Educação Superior, desenvolvido pelo Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira (Inep), em 2019 havia 386 083 docentes no Ensino Superior no Brasil.

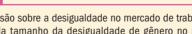
Fonte dos dados: BRASIL. Ministério da Educação. Censo da educação superior – Notas estatísticas 2019. *Inep*. Disponível em: https://download.inep.gov.br/educacao_superior/censo_superior/documentos/2020/Notas_Estatisticas_Censo_da_Educacao_Superior_2019.pdf. Acesso em: 15 mar. 2022.

O gráfico a seguir apresenta a taxa percentual aproximada de homens e de mulheres docentes no Ensino Superior no mesmo ano.

Docentes no Ensino Superior

Fonte dos dados: IBGE. *As mulheres e a educação*. Disponível em: https://educa.ibge.gov.br/professores/educa-atividades/21504-as-mulheres-e-a-educacao.html. Acesso em: 15 mar. 2022.

Aproximadamente, quantos milhares de mulheres atuavam como docentes no Ensino Superior no Brasil, no ano da pesquisa? Aproximadamente 181 milhares.

A desigualdade de gênero tem consequências graves em nossas relações sociais. Ela é usada como justificativa para a manutenção da violência, além de reforçar a falta de representatividade nos espaços e as diferenças salariais.
Essa desigualdade existe em boa parte do mundo. Que tal conhecer um pouco da história de uma menina indiana, que vive em um cenário em que a mulher é desvalorizada, e passa a refletir sobre as questões sociais e de gênero?
DAS, Amrita. *A esperança é uma menina que vende frutas*. Trad.: Rosa Amanda Strausz. São Paulo: Companhia das Letrinhas, 2018.

Proposta para o professor

Caso queira aprofundar a discussão sobre a desigualdade no mercado de trabalho brasileiro, indicamos a referência: RODRIGUES, Léo. Estudo revela tamanho da desigualdade de gênero no mercado de trabalho. *Agência Brasil*, Rio de Janeiro, 4 mar. 2021. Disponível em: https://agenciabrasil.ebc.com.br/economia/noticia/2021-03/estudo-revela-tamanho-da-desigualdade-de-genero-no-mercado-de-trabalho. Acesso em: 29 abr. 2022.

Etapas de uma pesquisa estatística

Planejamento e coleta dos dados

A professora do 6º ano da escola municipal de Alegria simulou, em 2020, uma pesquisa de intenção de voto referente às eleições municipais. Para isso, ela elaborou previamente um cartão a ser preenchido por alguns funcionários da escola com os dados que ela desejava saber.

A professora entregou o cartão a 40 funcionários da escola e orientou-os a assinalar o sexo biológico, o local de residência e o candidato em quem cada um votaria.

Sexo biológico:	☐ masculino	☐ feminino	
Residência:	☐ Centro	☐ Zona Norte	☐ Zona Sul
Candidato:	☐ Antônio	☐ João	☐ Bruna

Com esses dados, podemos obter diversas informações a respeito dos eleitores. Por exemplo, intenção de voto por sexo ou por região do município.

Organização dos dados

Depois de receber os cartões preenchidos, a professora elaborou o quadro a seguir para apresentar aos estudantes da turma.

Funcionário	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
Sexo biológico	F	M	F	F	M	M	F	F	F	M	F	M	F	M	F	F	M	F	F	M
Região	C	C	N	C	N	C	N	S	C	C	C	C	N	S	N	C	S	S	C	C
Voto	A	A	J	B	A	A	A	J	J	A	A	B	J	A	A	A	J	B	J	A

Funcionário	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
Sexo biológico	F	M	M	M	F	F	M	F	F	F	F	M	M	F	F	F	M	F	F	M
Região	S	C	C	N	C	S	N	C	C	N	N	C	S	C	N	C	S	C	C	C
Voto	J	J	A	J	A	A	B	A	J	J	B	A	J	A	A	A	J	A	B	J

No quadro, os funcionários foram numerados e as abreviações em cada categoria significam:

Sexo biológico	M: masculino	F: feminino	
Região	S: Zona Sul	C: Centro	N: Zona Norte
Voto	A: Antônio	J: João	B: Bruna

Ao organizar adequadamente os dados, a professora conseguiu obter informações por meio de alguns cálculos, apresentando os resultados em tabelas e gráficos. Analise a seguir como isso foi feito.

Orientações didáticas

Etapas de uma pesquisa estatística

Na BNCC

Este tópico favorece o desenvolvimento das habilidades **EF06MA13** ao propor a resolução de problemas envolvendo porcentagens e **EF06MA32 e EF06MA33** ao permitir o planejamento, a coleta e a interpretação dos dados de pesquisa. Mobiliza com maior ênfase a **CEMAT02** e a **CEMAT03** por auxiliarem no desenvolvimento do raciocínio e o espírito de investigação, graças às etapas para a realização de uma pesquisa, e trabalhar a sua adequada representação, tratamento e comunicação de dados estatísticos. Mobiliza ainda a **CG04** ao valorizar e utilizar conhecimentos matemáticos para entender e explicar a realidade, bem como a correta comunicação dos resultados. Favorece o desenvolvimento dos TCTs *Educação Ambiental* e *Educação para o Consumo* ao explorar a temática da coleta seletiva no boxe *Participe*. Também há oportunidades para o desenvolvimento do TCT *Educação para valorização do multiculturalismo nas matrizes históricas e culturais brasileiras*.

Planejamento e coleta dos dados

Neste tópico inicia-se a apresentação de estratégias para a coleta de dados. Foi sugerido um cenário em que é elaborado um cartão para ser preenchido durante uma pesquisa. Nela seriam investigados 3 atributos: sexo biológico, região do município que reside e opção por determinado candidato.

Organização dos dados

Com os dados organizados, indique aos estudantes que houve variação nas opções de resposta (categorias). Indique uma definição preliminar para variável estatística e a possibilidade de classificação dela em quantitativa e qualitativa, dependendo das opções de respostas. Nesse caso, todas são variáveis qualitativas.

Proposta para o professor

Caso queira mais sugestões de temas para o desenvolvimento de atividades de pesquisa, sugerimos o portal IBGE Educa. Nele são apresentadas sugestões de atividades, com informações do contexto nacional, coletadas em pesquisa do IBGE e que podem ser utilizadas em sala de aula.

IBGE. *IBGE Educa*. Rio de Janeiro, 2022. Disponível em: https://educa.ibge.gov.br/professores. Acesso em: 29 abr. 2022.

Orientações didáticas

Apresentação: tabela e gráfico de colunas

Este tópico favorece o desenvolvimento da habilidade **EF06MA31**. Ao construir a tabela de frequências, indique que a frequência conhecida como absoluta é a contagem simples de cada ocorrência de determinada variável; no caso, a quantidade de resposta a cada questão manifestada nos cartões de resposta.

Na frequência relativa, procura-se exprimir uma relação entre parte e todo e, por isso, nunca é maior do que um inteiro. Os valores encontrados na frequência relativa facilitarão a interpretação das taxas percentuais. Eles devem sempre somar 1, uma vez que cada categoria representa uma parte do total.

Para as primeiras construções gráficas sugeridas, leve malha quadriculada para os estudantes a fim de que percebam a proporcionalidade que existe entre as colunas (ou barras quando for o caso), destacando a escala que vai variar em cada construção gráfica. Destaque, ainda, que o título do gráfico deve expressar de maneira muito sintetizada o que se quer apresentar com ele.

Ao explorar esse tópico, é possível utilizar-se do texto para compreender os conhecimentos dos estudantes acerca de temas polêmicos do convívio, por exemplo, o uso do termo "sexo biológico" em vez de "gênero".

Apresentação: tabela e gráfico de colunas

O primeiro cálculo estatístico que a professora fez envolve o sexo biológico dos participantes da pesquisa.

- Ela calculou o número de participantes de cada sexo biológico.

Masculino (♂): 16 Feminino (♀): 24

O número de vezes em que cada resposta foi indicada é chamado **frequência absoluta**.

- Depois, calculou as porcentagens que esses números representam em relação ao total de participantes.

Masculino (♂): $\frac{16}{40} = 0{,}40 = 40\%$ Feminino (♀): $\frac{24}{40} = 0{,}60 = 60\%$

A razão entre a frequência absoluta e o número total de respostas é chamada **frequência relativa**.

Esses resultados foram representados na tabela a seguir, que chamamos de **tabela de frequências**.

Sexo biológico dos participantes da pesquisa

Sexo biológico \ Frequência	Número de participantes (frequência absoluta)	Porcentagem em relação ao total (frequência relativa)
Masculino ♂	16	40%
Feminino ♀	24	60%
Total	40	100%

Dados coletados pela professora do 6º ano da escola municipal de Alegria, em 2020.

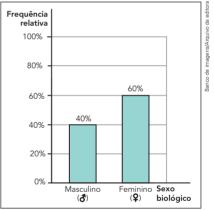
Os dados da frequência relativa também foram representados em um **gráfico de colunas** (ou **diagrama de colunas**).

Note que, tanto no gráfico quanto na tabela, há a indicação do **título** "Sexo biológico dos participantes da pesquisa", bem como da **fonte** dos dados com a data de coleta. Também está indicada a **variável** em estudo (no caso, "sexo biológico") e os dados numéricos das frequências correspondentes.

As colunas do gráfico são retangulares, de bases com as mesmas medidas, que ficam apoiadas em uma linha reta horizontal, o eixo do gráfico (há também **gráficos de barras**, nos quais as barras são retangulares e horizontais, com bases apoiadas em uma linha reta vertical). Tendo bases com as mesmas medidas, as alturas das colunas (ou o comprimento das barras) correspondem às porcentagens que representam, sendo determinadas por um padrão escolhido, que chamamos de **escala**.

Sexo biológico dos participantes da pesquisa

Dados coletados pela professora do 6º ano da escola municipal de Alegria, em 2020.

Por exemplo, escolhendo uma altura de 1 cm para representar 20% dos participantes, como 40% é o dobro de 20%, e $2 \times 1 = 2$, a altura da coluna referente ao sexo masculino terá 2 cm. Como 60% é o triplo de 20%, e $3 \times 1 = 3$, a outra coluna, referente ao sexo feminino, terá 3 cm. Verifique isso no gráfico.

Acima de cada coluna também podemos indicar as porcentagens (frequências relativas) correspondentes, para auxiliar a leitura das informações.

Proposta para o professor

Para reforçar a importância da construção de gráficos em que são utilizadas escalas proporcionais, sugerimos como leitura complementar os capítulos "O gráfico exagerado" e "Como contestar estatística?", de Huff (2020), que mostram como técnicas de ampliação e redução podem passar uma ideia equivocada sobre determinado dado e questionar fontes de informações não confiáveis.

HUFF, Darrell. *Como mentir com Estatística*. Rio de Janeiro: Intrínseca, 2016.

Participe

Faça as atividades no caderno.

Nesta atividade investigativa, você deverá colher dados de 10 colegas da turma, referentes à prática de coleta seletiva domiciliar (separação do lixo em resíduos recicláveis secos, resíduos orgânicos e rejeitos). Para isso, os entrevistados devem responder às seguintes perguntas com **sim** ou **não**.

1. Você separa os resíduos recicláveis secos dos resíduos orgânicos?
2. Você considera importante a prática de separar os resíduos recicláveis dos resíduos orgânicos?
3. O bairro em que você reside possui um serviço especializado de coleta seletiva?
4. Você acredita que efeitos ambientais negativos pelos quais o planeta passa atualmente poderiam diminuir com a prática da coleta seletiva?

Em seguida, com a ajuda do professor, utilize uma planilha eletrônica para construir uma tabela e preenchê-la de acordo com os dados coletados.

Planilha eletrônica é um tipo de programa de computador que utiliza tabelas para organização de dados e/ou para realização de cálculos.

No *site* do Ministério do Meio Ambiente há um artigo interessante a respeito da coleta seletiva: BRASIL. Ministério do Meio Ambiente. *Coleta seletiva*. Brasília, DF: MMA, [20--]. Disponível em: https://antigo.mma.gov.br/cidades-sustentaveis/residuos-solidos/catadores-de-materiais-reciclaveis/reciclagem-e-reaproveitamento.html. Acesso em: 3 mar. 2022.

Finalmente, junte-se a 4 colegas e, de posse dessas informações, pensem em quais ações vocês poderiam mobilizar para implementar o serviço de coleta seletiva e reciclagem na comunidade em que vivem.

Respostas pessoais.

Atividades

Faça as atividades no caderno.

As atividades **10** a **12** referem-se à pesquisa realizada pela professora da escola municipal de Alegria.

10. Outro cálculo estatístico que pode ser feito com os dados dessa pesquisa envolve a região de residência dos participantes. As respostas encontram-se na seção *Resoluções* deste Manual.

a) No caderno, elabore uma tabela de frequências absoluta e relativa das regiões de residência dos participantes da pesquisa. Indique a variável em estudo e os dados numéricos. Além disso, não se esqueça de dar um título à tabela e colocar a fonte e a data de coleta dos dados.

b) Represente os dados da tabela em um gráfico de colunas indicando as porcentagens das frequências relativas. Também não se esqueça de registrar o título e a fonte.

11. Ainda podemos fazer o cálculo estatístico que envolve a intenção de voto dos participantes da pesquisa.

a) No caderno, elabore uma tabela de frequências absoluta e relativa com a intenção de voto dos participantes da pesquisa. Depois, construa um gráfico de colunas para representar esses dados estatísticos.

As respostas encontram-se na seção *Resoluções* deste Manual.

b) Agora, elabore no caderno uma tabela de frequências absoluta e relativa considerando apenas a intenção de voto dos participantes do sexo masculino. Em seguida, construa o gráfico de colunas correspondente.

c) Por fim, considere só os votos dos participantes do sexo feminino. Faça, no caderno, uma tabela de frequências e um gráfico de colunas.

d) Compare e responda: Entre os participantes do sexo masculino, a intenção de voto é a mesma que entre os participantes do sexo feminino? Explique.

12. Agora, você vai analisar a intenção de voto por região. A resposta encontra-se na seção *Resoluções* deste Manual.

a) No caderno, faça uma tabela de frequências e um gráfico de colunas da intenção de voto dos participantes da pesquisa pelo local de residência:

- considerando apenas os residentes no Centro do município;
- considerando apenas os residentes na Zona Norte;
- considerando apenas os residentes na Zona Sul.

Orientações didáticas

Participe

A atividade do boxe *Participe* envolve a Prática de pesquisa, uma vez que explora etapas de organização e tabulação dos dados visando extrair uma conclusão a partir da interpretação dos dados.

Proponha uma discussão prévia sobre a importância da coleta seletiva e seu impacto positivo para o meio ambiente. Explore os TCTs *Educação Ambiental* e *Educação para o Consumo*. É também uma boa oportunidade para trabalhar temas relacionados ao desperdício.

Atividades

Nas atividades de **10** a **12** é solicitado aos estudantes que organizem os dados relativos à pesquisa apresentada neste capítulo. Sugerimos que essas atividades sejam feitas em dupla e que você os auxilie em caso de dúvidas.

Orientações didáticas

Atividades

Na atividade **13**, solicita-se que os estudantes organizem os dados de uma pesquisa proposta. Sugerimos que os oriente durante a análise da tabela apresentada, até mesmo no momento de identificação de cada coluna com uma variável qualitativa, elencando as respostas obtidas e mostrando, mais uma vez, que existe variação nos itens escolhidos (esporte preferido) ou apresentados como resposta (sexo biológico e mês de nascimento). Perceba que, para responder ao item **b**, é necessário organizar os dados por trimestre. Realize essa organização na lousa, mostrando como se agrupam os meses nessas condições. Depois, varie essa possibilidade de organização, mostrando a existência de bimestres e semestres, por exemplo.

b) Podemos dizer que a intenção de voto é a mesma em todas as regiões? Por quê? Não, pois as frequências relativas são distintas para cada candidato nas 3 regiões (isso pode ser observado numericamente ou nos gráficos, construídos na mesma escala).

c) Se você participasse de um grupo que trabalha na campanha do candidato João, o que poderia sugerir ao candidato de acordo com essas informações estatísticas? Exemplo de resposta: Manter a campanha eleitoral na Zona Norte e na Zona Sul e intensificar as ações no Centro, para buscar aumentar a intenção de voto.

13. Na turma de Talita, a professora propôs aos estudantes que fizessem algumas pesquisas estatísticas cujo tema eles mesmos escolheriam.

Um grupo escolheu pesquisar o esporte preferido dos estudantes, e outro grupo, o mês de nascimento. Os dados que eles coletaram foram representados em uma tabela.

Esporte preferido e mês de nascimento dos estudantes da turma de Talita

Estudante	Sexo biológico	Esporte preferido	Mês de nascimento
1. Adriana	Feminino	Voleibol	Março
2. Ana Paula	Feminino	Voleibol	Setembro
3. Ângela	Feminino	Natação	Agosto
4. Artur	Masculino	Natação	Junho
5. Camila	Feminino	Futebol	Julho
6. Célia	Feminino	Voleibol	Março
7. Cristina	Feminino	Natação	Junho
8. Enzo	Masculino	Futebol	Julho
9. Fernando	Masculino	Futebol	Fevereiro
10. Gisele	Feminino	Futebol	Junho
11. Ingo	Masculino	Futebol	Julho
12. Juliana	Feminino	Futebol	Junho
13. Laís	Feminino	Natação	Janeiro
14. Marcelo	Masculino	Futebol	Janeiro
15. Mariana	Feminino	Voleibol	Setembro
16. Natália	Feminino	Natação	Dezembro
17. Patrícia	Feminino	Futebol	Julho
18. Pedro	Masculino	Futebol	Fevereiro
19. Raul	Masculino	Natação	Abril
20. Renato	Masculino	Futebol	Abril
21. Tadeu	Masculino	Futebol	Fevereiro
22. Talita	Feminino	Natação	Maio
23. Ubiratan	Masculino	Futebol	Abril
24. Vivian	Feminino	Voleibol	Junho
25. Walter	Masculino	Natação	Março

Dados elaborados para fins didáticos.

a) Para fazer uma análise da pesquisa, a professora sugeriu contar os meses de nascimento por trimestre do ano. No caderno, represente os meses de nascimento de todos os estudantes, agrupados em trimestres, em uma tabela de frequências e em um gráfico de colunas. A resposta encontra-se na seção *Resoluções* deste Manual.

b) A quantidade de estudantes está distribuída igualmente nos trimestres? Justifique. Não, há mais estudantes nascidos no 2º trimestre e menos no 4º.

c) Agora, represente no caderno, em uma tabela de frequências e em um gráfico de colunas, os resultados sobre o esporte preferido considerando: A resposta encontra-se na seção *Resoluções* deste Manual.

- todos os estudantes;
- apenas os estudantes do sexo masculino;
- apenas os estudantes do sexo feminino.

d) A preferência do esporte é a mesma entre os estudantes do sexo masculino e do sexo feminino? Não.

As atividades **14** a **16** exploram pesquisas feitas a respeito das populações indígenas e quilombolas residentes no Brasil.

14. O mapa a seguir apresenta a distribuição da população indígena nas unidades da Federação do Brasil, de acordo com o IBGE, no ano de 2010.

IBGE EDUCA. Quilombolas no Brasil. [Rio de Janeiro]: *IBGE*, [20–]. Disponível em: https://educa.ibge.gov.br/jovens/materias-especiais/21311-quilombolas-no-brasil.html. Acesso em: 8 abr. 2022.

a) Copie a tabela no caderno e complete-a com os dados que faltam.

Distribuição da população indígena no Brasil em 2010

Quantidade de indígenas por unidade da Federação	Quantidade de unidades da Federação (frequência absoluta)
Mais de 2 000 a 10 000	6
Mais de 10 000 a 20 000	8
Mais de 20 000 a 40 000	6
Mais de 40 000 a 80 000	5
Mais de 80 000	1
Total	26

Fonte dos dados: IBGE EDUCA. Indígenas. [Rio de Janeiro]: *IBGE*, [20–]. Disponível em: https://educa.ibge.gov.br/jovens/conheca-o-brasil/populacao/20506-indigenas.html. Acesso em: 6 abr. 2022.

Orientações didáticas

Atividades

Nas atividades **14** a **16** são exploradas pesquisas a respeito de populações indígenas e quilombolas brasileiras. Assim, antes de iniciar o trabalho com as atividades, converse com os estudantes e pergunte se eles conhecem esses dois grupos populacionais e se há comunidades indígenas e quilombolas próximas à instituição de ensino. Isso configura-se um momento para o trabalho com o TCT *Educação para valorização do multiculturalismo nas matrizes históricas e culturais Brasileiras.*

Proposta para o estudante

Para subsidiar a pesquisa dos estudantes sobre os povos indígenas e quilombolas, sugerimos as seguintes referências:

QUILOMBOLAS no Brasil. *IBGE Educa*, c2022. Disponível em: https://educa.ibge.gov.br/jovens/materias-especiais/21311-quilombolas-no-brasil.html.

INDÍGENAS. *IBGE Educa*, c2022. Disponível em: https://educa.ibge.gov.br/jovens/conheca-o-brasil/populacao/20506-indigenas.html.

LOCALIDADES indígenas na base territorial do próximo censo. *IBGE Educa*, c2022. Disponível em: https://educa.ibge.gov.br/jovens/materias-especiais/21245-localidades-indigenas-na-base-territorial.html.

Acesso em: 29 abr. 2022.

Orientações didáticas

Atividades

Nas atividades **14** a **16**, auxilie os estudantes com a organização dos dados. Como sugestão, indicamos que organize-os em duplas. Se julgar necessário, peça a eles que utilizem a calculadora para efetuar os cálculos envolvidos nestas atividades e revise o conceito de frequência relativa em caso de dúvidas.

Para a atividade **15**, sugerimos como fonte de pesquisa a matéria "Um Brasil de 154 línguas", apresentada pelo *Jornal da USP* (disponível em: https://jornal.usp.br/cultura/um-brasil-de-154-linguas/; acesso em: 18 maio 2022).

15. c) Resposta esperada: Sim, há maior taxa percentual da população falante de uma língua indígena considerando aqueles que viviam em terras indígenas do que a taxa percentual daqueles que não viviam.

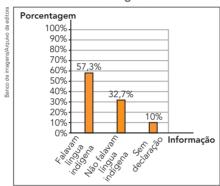
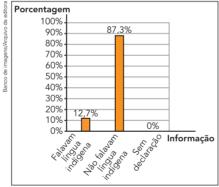
Faça as atividades no caderno.

b) Quantas unidades da Federação tem uma população indígena composta de até 20 000 pessoas? 14 unidades da Federação.

c) Qual unidade da Federação tem frequência absoluta de mais de 80 000 pessoas? Amazonas.

d) Prática de pesquisa Na sua região, existe alguma aldeia indígena? Pesquise, em fontes confiáveis, sobre ela. Caso não exista, pesquise sobre alguma etnia indígena no Brasil e compartilhe com a turma. Resposta pessoal.

15. O Censo 2010 mensurou a frequência relativa de indígenas, com 5 anos ou mais de idade, que falavam ou não uma língua indígena no domicílio, conforme mostrado a seguir.

População indígena residente em terras indígenas

População indígena residente fora de terras indígenas

Fonte dos dados: IBGE. *Língua falada.* Disponível em: https://indigenas.ibge.gov.br/estudos-especiais-3/o-brasil-indigena/lingua-falada. Acesso em: 15 mar. 2022.

a) De acordo com esse Censo, qual é a frequência relativa da população indígena que vivia em terras indígenas e falava uma língua indígena no domicílio? 57,3%

b) A frequência relativa dos indígenas que não falam uma língua indígena no domicílio e viviam dentro de terras indígenas é maior ou menor do que essa frequência considerando aqueles que viviam fora de terras indígenas? Menor.

c) Analise a diferença entre as frequências relativas dos indígenas que falavam e dos que não falavam uma língua indígena no domicílio considerando aqueles que viviam dentro de terras indígenas e aqueles que viviam fora. Você identifica alguma relação entre falar ou não falar uma língua indígena em função de morar ou não em terras indígenas? Resposta pessoal.

d) Prática de pesquisa O Censo 2010 apontou ainda que existiam 274 línguas indígenas faladas por 305 etnias diferentes. Junte-se com um colega e pesquisem, em fontes confiáveis, uma das línguas faladas pelos indígenas brasileiros, qual etnia fala essa língua e a localização geográfica desse povo. Em seguida, compartilhem com os demais colegas o resultado da pesquisa. Respostas pessoais.

16. Segundo o IBGE, as 5 972 localidades quilombolas estimadas, em 2019, estavam distribuídas nas 5 grandes regiões do Brasil.

Localidades quilombolas em 2019

Região	Quantidade de localidades quilombolas
Norte	873
Nordeste	3 171
Centro-Oeste	250
Sudeste	1 359
Sul	319
Total	5 972

Fonte dos dados: IBGE EDUCA. Quilombolas no Brasil. [Rio de Janeiro]: *IBGE*, [20--]. Disponível em: https://educa.ibge.gov.br/jovens/materias-especiais/21311-quilombolas-no-brasil.html. Acesso em: 8 abr. 2022.

Calcule a frequência relativa das localidades quilombolas em cada região, em porcentagens aproximadas sem casas decimais, e construa um gráfico de colunas apresentando essas frequências.
A resposta encontra-se na seção *Resoluções* deste Manual.

Faça as atividades no caderno.

População do Brasil

Analise a tabela a seguir com a estimativa da população residente no Brasil, por região, em 1º de julho de 2020.

População brasileira por região (1º de julho de 2020)

Região	Quantidade de habitantes
Norte	18 672 591
Nordeste	57 374 243
Sudeste	89 012 240
Sul	30 192 315
Centro-Oeste	16 504 303

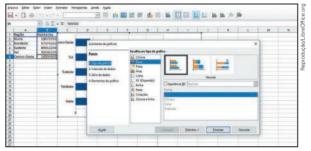
Fonte dos dados: IBGE. Diretoria de Pesquisas – DPE – Coordenação de População e Indicadores Sociais – COPIS. *Estimativas da população residente para os municípios e para as unidades da federação brasileiros com data de referência em 1º de julho de 2020 :[notas metodológicas].* [Rio de Janeiro]: IBGE, 2020. Disponível em: https://ftp.ibge.gov.br/Estimativas_de_Populacao/Estimativas_2020/estimativa_dou_2020.pdf. Acesso em: 22 dez. 2021.

Com os dados apresentados na tabela é possível construir, com o auxílio de um *software* de planilha eletrônica, um gráfico de barras horizontais. Confira o passo a passo para essa construção.

1º) Digite a tabela apresentada em uma planilha eletrônica.

2º) Clique na primeira célula e, segurando o botão esquerdo do *mouse*, arraste o ponteiro de modo que todas as células da tabela fiquem selecionadas.

3º) Selecione o menu "Inserir" e clique com o botão esquerdo do *mouse* na opção "Gráfico...". Na janela que abrir, selecione a opção "Barra" e, em seguida, clique no botão "Finalizar". Dessa maneira, o *software* vai apresentar o tipo de gráfico selecionado com as informações da tabela.

Reprodução/LibreOffice.org

Tela da planilha eletrônica no 3º passo, antes de clicar em "Finalizar".

4º) Para inserir o título do gráfico, clique 2 vezes no título apresentado pelo *software* e substitua-o pelo título igual ao da tabela. Também é possível personalizar o nome e a posição de cada eixo.

Agora, faça o que se pede:

1. Qual era a estimativa da população brasileira em 1º de julho de 2020? 211 755 692 habitantes.

2. Qual era a frequência relativa da população da região Sudeste nessa data? E a da região Norte? Aproxime os resultados para 1 casa decimal. Aproximadamente 42,0%; aproximadamente 8,8%.

3. No dia de hoje, você acha que a população de cada região do Brasil é maior ou menor do que a estimada em 1º de julho de 2020? Por quê? Pesquise dados mais atuais da estimativa da população brasileira, calcule as frequências relativas por região e compare-as com os dados apresentados para 1º de julho de 2020. Respostas pessoais.

Orientações didáticas

Matemática e tecnologias

Na BNCC

Esta seção mobiliza com maior ênfase a **CG05** e a **CEMAT05** ao propor o uso de tecnologias digitais da informação de maneira significativa para disseminar informações.

Esta seção possibilita o trabalho com *software* de planilhas eletrônicas, que auxilia na produção de tabelas e gráficos. Com as possibilidades indicadas pelo *software*, deixe que os estudantes explorem os tipos de gráficos e pergunte: "Qual tipo de gráfico é melhor para determinado conjunto de dados?".

Assim, os gráficos de setores, barras e colunas podem ser utilizados para os dados considerados neste capítulo. Contudo, gráficos de linha podem não ser úteis. Para que os estudantes verifiquem a utilização desse último tipo de gráfico, sugira a eles que construam uma tabela com os dados da população brasileira nos últimos 3 censos demográficos realizados. Ao construir um gráfico de linha nessas condições, é mais fácil perceber a evolução da população (no caso) em determinada série de tempo, um dos objetivos desse tipo de gráfico.

Orientações didáticas

Na mídia

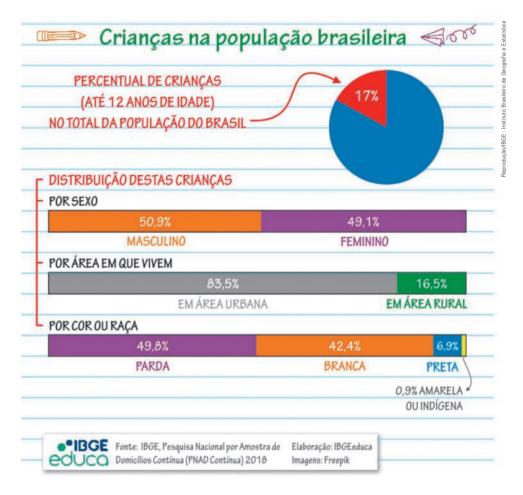
Na BNCC

Esta seção mobiliza com maior ênfase a **CG04** e a **CEMAT04** ao propor a análise e interpretação de dados para o compartilhamento de informações. O contexto da seção favorece o desenvolvimento dos TCTs *Educação em Direitos Humanos* e *Direitos da Criança e do Adolescente* ao possibilitar que os estudantes reconheçam a Educação como um direito constitucional.

Esta seção apresenta dados sobre as crianças brasileiras, especialmente no tocante à alfabetização, apresentando, entre outras informações, a taxa de alfabetização de crianças de 5 a 12 anos. Aproveite essa oportunidade para comentar com os estudantes que o direito à educação é parte de um conjunto de direitos chamados de **direitos sociais**, que têm como inspiração o valor da igualdade entre as pessoas. No Brasil, esse direito apenas foi assegurado na Constituição Federal de 1988. Antes disso, o Estado não tinha a obrigação formal de garantir a educação de qualidade a todos os brasileiros e o ensino público era tratado como uma assistência, um amparo dado àqueles que não podiam pagar. Ressalte que, além da Constituição Federal de 1988, existem ainda 2 leis que regulamentam e complementam o direito à Educação: o Estatuto da Criança e do Adolescente (ECA), de 1990; e a Lei de Diretrizes e Bases da Educação (LDB), de 1996.

Crianças do Brasil

A Pesquisa Nacional por Amostra de Domicílios Contínua 2018 [PNAD Contínua-2018] estimou que temos no Brasil 35,5 milhões de crianças (pessoas de até 12 anos de idade), o que corresponde a 17,1% da população estimada no ano, de cerca de 207 milhões.

Reprodução/IBGE - Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística

Podemos observar no gráfico [...] que os meninos são maioria (50,9%), diferente do que acontece na população brasileira em geral, em que as mulheres correspondem a 51,7%.

IBGE EDUCA. Perfil das crianças no Brasil. [Rio de Janeiro]: *IBGE*, [20--]. Disponível em: https://educa.ibge.gov.br/criancas/brasil/2697-ie-ibge-educa/jovens/materias-especiais/20786-perfil-das-criancas-brasileiras.html. Acesso em: 3 mar. 2022.

Proposta para o professor

Indicamos as seguintes referências para o caso de o professor querer apresentar para os estudantes textos relacionados aos direitos das crianças e dos adolescentes.

BRASIL. Presidência da República. Casa Civil. *Lei n. 8.069, de 13 de julho de 1990*. Dispõe sobre o Estatuto da Criança e do Adolescente e dá outras providências. Brasília, DF: Casa Civil, [2022]. Disponível em: http://www.planalto.gov.br/ccivil_03/LEIS/L8069.htm. Acesso em: 29 abr. 2022.

MOREIRA, Adriano; SALLES, Leila M. F. O ECA e a concretização do direito à Educação Básica. *Revista de Educação Pública*, [*s. l.*], v. 24, n. 55, p. 177-198, 2014. DOI: 10.29286/rep.v24i55.1401. Disponível em: https://periodicoscientificos.ufmt.br/ojs/index.php/educacaopublica/article/view/1401. Acesso em: 10 maio 2022.

Faça as atividades no caderno.

1. Qual é a fonte dessa pesquisa e em qual ano foi realizada? IBGE, PNAD Contínua-2018.
2. Na distribuição das crianças por sexo, qual era a frequência relativa do sexo masculino? E do feminino? 50,9%; 49,1%.
3. Considerando o número de crianças em 2018, construa uma tabela de frequências da distribuição por sexo. A resposta encontra-se na seção *Resoluções* deste Manual.
4. Faça uma tabela de frequências (aproximadas) da distribuição por área rural ou urbana em que viviam as crianças em 2018 e represente os dados em um gráfico de colunas. Não se esqueça de dar um título ao gráfico, indicar as marcações nos eixos e citar a fonte e a data dos dados. A resposta encontra-se na seção *Resoluções* deste Manual.
5. Analise este outro gráfico divulgado pelo IBGE e redija no caderno um pequeno texto com algumas conclusões que podem ser obtidas de acordo com ele. **Prática de pesquisa**

Exemplo de resposta: Como pode ser percebido no gráfico, quase $\frac{1}{4}$ das crianças brasileiras de 5 anos (23,6%) é alfabetizada e, entre as crianças de 12 anos, quase todas (98,7%) são alfabetizadas.

Reprodução/IBGE - Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística

IBGE EDUCA. Perfil das crianças no Brasil. [Rio de Janeiro]: *IBGE*, [20--]. Disponível em: https://educa.ibge.gov.br/criancas/brasil/2697-ie-ibge-educa/jovens/materias-especiais/20786-perfil-das-criancas-brasileiras.html. Acesso em: 3 mar. 2022.

Orientações didáticas

Na mídia

Sugira uma atividade em grupo para os estudantes: organize-os em 5 grupos. Cada grupo ficará responsável por pesquisar a taxa de alfabetização das crianças em cada região do país. Caso tenha condições, por exemplo, maior número de computadores para pesquisa, sugira mais grupos (ou até a realização individual), para que encontrem as taxas de acordo com os estados do país.

Promova uma apresentação de trabalhos na qual os estudantes poderão expor os dados pesquisados, até mesmo com tabelas e gráficos, que ilustrem as informações apresentadas.

Orientações didáticas

Problemas de contagem

Na BNCC

Este tópico favorece o desenvolvimento da habilidade **EF06MA30** ao propor a resolução de problemas envolvendo o cálculo de probabilidade. Mobiliza com maior ênfase a **CG04** e a **CEMAT06** ao utilizar ferramentas diversas, como a árvore de possibilidades, para ilustrar um problema de contagem.

Este tópico inicia-se apresentando o princípio fundamental da contagem de maneira intuitiva. Entendemos que neste primeiro momento é importante recorrer à representação das situações por meio de árvores de possibilidades, visto que elas se configuram uma boa estratégia para percepção da situação. É possível utilizar exemplos simples em uma abordagem inicial, como uma moeda que pode resultar em "cara" ou "coroa" caso jogada para cima, e então formalizar as ideias observadas com o princípio fundamental da contagem. Tal abordagem é uma oportunidade para o uso de metodologias ativas no processo de ensino-aprendizagem.

Participe

Este boxe apresenta uma combinação de jogos possíveis, a partir da distribuição de 2 equipes. Se achar conveniente, estruture o chaveamento da competição mostrando que os vencedores avançam e se enfrentam na próxima fase. Mostre que, quanto maior a quantidade de participantes, mais complexo será o chaveamento das equipes, como na Copa do Mundo, e destaque as vantagens de métodos computacionais, como planilhas, para organizar eventos complexos.

Possibilidades e Probabilidade

EF06MA13
EF06MA30
EF06MA34

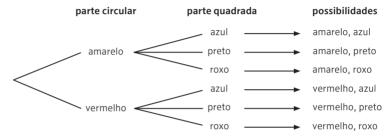
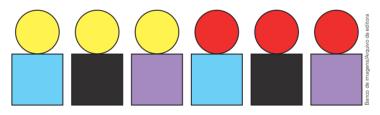
Problemas de contagem

De quantos modos?

Laís precisa colorir a figura a seguir.

A parte circular deve ser colorida de amarelo ou vermelho. A parte quadrada deve ser colorida de azul, preto ou roxo.

De quantos modos Laís pode colorir a figura?

Acompanhe o raciocínio: A parte circular pode ser colorida de 2 modos diferentes (amarelo ou vermelho) e, para cada uma dessas possibilidades, a parte quadrada pode ser colorida de 3 modos diferentes (azul, preto ou roxo). Podemos indicar essas possibilidades como no esquema a seguir, que chamamos **árvore de possibilidades**.

Como $2 \times 3 = 6$, temos 6 modos de colorir a figura. Laís pode escolher entre 6 possibilidades, que são:

Usamos a multiplicação para resolver muitos problemas de contagem, como o do exemplo anterior. Vamos resolver mais alguns.

Participe

Faça as atividades no caderno.

Haverá um torneio de voleibol entre os 4 times dos estudantes do 6º ano de uma escola, cada time representando uma das turmas (6º **A**, 6º **B**, 6º **C** e 6º **D**). Os jogos serão eliminatórios. Um sorteio já determinou os confrontos da primeira fase.

Jogo 1: 6º **A** × 6º **D** Jogo 2: 6º **B** × 6º **C**

Os 2 times vencedores jogarão a partida final, decidindo qual é o campeão.

a) Quantas são as possibilidades para o vencedor no jogo 1? 2 possibilidades.

b) Quais são essas possibilidades? 6º **A** ou 6º **D**.

c) Se o vencedor do jogo 1 for o 6º **A**, quantas são as possibilidades para o vencedor no jogo 2? 2 possibilidades.

d) Quais são essas possibilidades? 6º **B** ou 6º **C**.

e) Se o vencedor do jogo 1 for o 6º **D**, quantas são as possibilidades para o vencedor no jogo 2? 2 possibilidades.

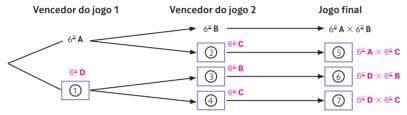
f) Quais são essas possibilidades? 6º **B** ou 6º **C**.

g) Quantas são as possibilidades de confronto na partida final? 4 possibilidades.

h) Quais são essas possibilidades? 6º **A** × 6º **B** ou 6º **A** × 6º **C** ou 6º **D** × 6º **B** ou 6º **D** × 6º **C**.

Atividades

Faça as atividades no caderno.

1. Releia o texto sobre o torneio de voleibol da escola. Depois, copie no caderno a árvore de possibilidades a seguir e complete com as informações que faltam.

2. Ingo tem 2 calças e 5 camisas.

Ilustra Cartoon/Arquivo da editora

a) De quantos modos diferentes ele pode escolher 1 calça e 1 camisa para se vestir? 10 modos.

b) Quantos dias ele pode usar essas peças de roupa sem repetir o mesmo conjunto calça-camisa vestindo 1 conjunto por dia? 10 dias.

3. Marco Antônio quer visitar Talita no próximo sábado. Para chegar à casa da amiga, ele pode escolher um entre 3 caminhos. Para voltar, Marco Antônio também pode escolher qualquer um dos 3 caminhos.

a) De quantos modos diferentes ele pode fazer o percurso de ida e volta? 9 modos.

b) Quantas visitas ele pode fazer sem repetir o mesmo percurso de ida e volta? 9 visitas.

c) De quantos modos diferentes ele pode visitar Talita indo por um caminho e voltando por outro? 6 modos.

4. Enzo adora sorvete. Na sorveteria que ele frequenta há 4 tipos de sabor: abacaxi, coco, limão e morango. Ele sempre compra 1 bola de sorvete com 1 tipo de cobertura: morango, chocolate ou caramelo.

a) De quantos modos diferentes pode ser composto um sorvete com 1 bola e 1 cobertura? 12 modos.

b) Hoje Enzo resolveu pedir 2 bolas de sorvete de sabores diferentes, sem cobertura. Escreva no caderno todas as possibilidades de escolha. Quantas possibilidades diferentes ele tem? Abacaxi e coco, abacaxi e limão, abacaxi e morango, coco e limão, coco e morango, limão e morango; 6 possibilidades.

Littlekidmoment/Shutterstock

O sorvete contém alguns nutrientes importantes para o corpo: proteína, açúcar, gordura vegetal ou animal, cálcio, fósforo e diversas vitaminas e minerais. Porém, também pode ter alto valor calórico e adição de corantes e aromatizantes, por isso deve ser consumido moderadamente.

Orientações didáticas

Atividades

Neste primeiro conjunto de atividades, é abordado o princípio fundamental da contagem. Para isso, incentive os estudantes a representar a árvore de possibilidades para auxiliá-los na compreensão das atividades.

Destacamos na atividade **4** que, para o item **a**, a multiplicação da quantidade de sabores pela quantidade de coberturas já satisfaz a situação-problema. Quanto ao item **b**, é importante, ao criar a árvore de possibilidades, que sejam descartadas as combinações iguais, pois, neste caso, a ordem das bolas não faz diferença. Ou seja: abacaxi e coco ou coco e abacaxi deve ser contada como uma única possibilidade.

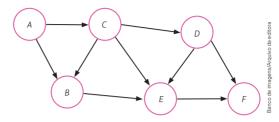
Orientações didáticas

Atividades

Na atividade **5**, sugira aos estudantes que tracem os percursos entre as cidades utilizando cores diferentes de lápis, uma cor para cada possibilidade de trajeto. Esse recurso facilita a compreensão e evita que se desenhe novamente um trajeto já realizado.

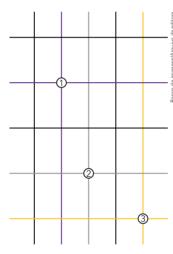
Na atividade **6**, exponha a figura com as ruas em tamanho maior na lousa e vá realizando os deslocamentos necessários e verificando as possibilidades sugeridas e questionadas na própria atividade. Para o item **d**, aproveite essa situação para levar os estudantes ao pátio e mostrar o passo a passo de higienização das mãos para que eles tenham uma vivência antes de representar o processo. Feita a exemplificação, sugira que todos se dirijam ao banheiro e façam a higienização correta.

5. Na figura a seguir, representamos 6 cidades e as estradas que as ligam. Percorrendo sempre nos sentidos indicados pelas setas, os automóveis podem ir da cidade *A* para a cidade *F* por diversos caminhos, passando por pelo menos 2 das outras cidades.

Banco de imagens/Arquivo da editora

a) Quais são os caminhos diferentes para ir de *A* a *F*? *ABEF, ACBEF, ACEF, ACDF* e *ACDEF.*

b) Há quantos caminhos diferentes? 5 caminhos.

6. Na figura a seguir, os segmentos de reta representam ruas de uma cidade, que estão nas direções norte-sul e leste-oeste.

Banco de imagens/Arquivo da editora

d) Exemplo de resposta: Início → abrir a torneira → molhar bem as mãos e deixar água em uma delas → fechar a torneira com a outra mão → pegar o sabão com a mão que fechou a torneira e esfregar bem as mãos com água e sabão → abrir a torneira → → enxaguar as mãos e limpar a torneira → fechar a torneira → pegar a toalha → enxugar bem as mãos → → colocar a toalha no lugar dela → fim.

a) Pedro encontra-se na esquina das ruas roxas, no ponto **1**, e quer ir à esquina das ruas cinza, no ponto **2**. Caminhando só para a direita ou para baixo em relação à figura, quantos caminhos diferentes ele pode percorrer para chegar ao destino desejado? 3 caminhos.

b) Estando na esquina das ruas cinza, no ponto **2**, Pedro agora quer ir para a esquina das ruas amarelas, no ponto **3**. Também caminhando sempre para a direita ou para baixo em relação à figura, quantos são os caminhos diferentes para chegar ao destino desejado? 3 caminhos.

c) Indo somente para a direita ou para baixo, quantos são os caminhos para ir da esquina das ruas roxas, no ponto 1, para a das ruas amarelas, no ponto 3, passando pela das ruas cinza, no ponto 2? 9 caminhos.

d) Ao chegar da caminhada, Pedro foi lavar as mãos com água e sabão. Dirigiu-se a uma pia que estava com a torneira fechada e dispunha de sabão e toalha. Descreva as etapas para lavar bem as mãos e represente esse processo por meio de um fluxograma.

Proposta para o professor

Nos problemas desta página, se for possível, combine com o professor do componente curricular **Geografia** a realização de um trabalho interdisciplinar envolvendo a geolocalização e as coordenadas geográficas. Sugira aos estudantes que assistam ao vídeo:

DESVENDADO A GEOGRAFIA. Coordenadas geográficas. Aprenda agora! [*S. l.*], [*s. n.*], 2020. 1 vídeo (9 min 17 s). Disponível em: https://www.youtube.com/watch?v=OztwUJVkKqc. Acesso em: 29 abr. 2022.

Cálculo de probabilidade

Participe

Faça as atividades no caderno.

I. Conte quantos estudantes estão presentes na sala de aula hoje e responda às questões de acordo com os valores encontrados.

a) Se o professor for escolher, ao acaso, alguém para resolver um exercício na lousa, é mais provável que o escolhido seja um menino ou uma menina? Por quê? **a)** e **b)** Resposta de acordo com o número de estudantes presentes na sala de aula.

b) Quantos por cento dos presentes são meninas?

II. Vamos agora retomar a tabela do capítulo anterior, com o resultado da pesquisa realizada com os estudantes da turma de Talita.

Esporte preferido e mês de nascimento dos estudantes da turma de Talita

Estudante	Sexo biológico	Esporte preferido	Mês de nascimento
1. Adriana	Feminino	Voleibol	Março
2. Ana Paula	Feminino	Voleibol	Setembro
3. Ângela	Feminino	Natação	Agosto
4. Artur	Masculino	Natação	Junho
5. Camila	Feminino	Futebol	Julho
6. Célia	Feminino	Voleibol	Março
7. Cristina	Feminino	Natação	Junho
8. Enzo	Masculino	Futebol	Julho
9. Fernando	Masculino	Futebol	Fevereiro
10. Gisele	Feminino	Futebol	Junho
11. Ingo	Masculino	Futebol	Julho
12. Juliana	Feminino	Futebol	Junho
13. Laís	Feminino	Natação	Janeiro
14. Marcelo	Masculino	Futebol	Janeiro
15. Mariana	Feminino	Voleibol	Setembro
16. Natália	Feminino	Natação	Dezembro
17. Patrícia	Feminino	Futebol	Julho
18. Pedro	Masculino	Futebol	Fevereiro
19. Raul	Masculino	Natação	Abril
20. Renato	Masculino	Futebol	Abril
21. Tadeu	Masculino	Futebol	Fevereiro
22. Talita	Feminino	Natação	Maio
23. Ubiratan	Masculino	Futebol	Abril
24. Vivian	Feminino	Voleibol	Junho
25. Walter	Masculino	Natação	Março

Dados elaborados para fins didáticos.

Orientações didáticas

Cálculo de probabilidade

Na BNCC

Este tópico favorece o desenvolvimento das habilidades **EF06MA13**, **EF06MA30** e **EF06MA34** ao propor a resolução de problemas envolvendo o cálculo de probabilidade por meio de diferentes estratégias.

Participe

No boxe *Participe* é sugerida a contagem de estudantes presentes na sala de aula e outras proposições, que podem variar de acordo com a quantidade de estudantes presentes. Realize todas as contagens de forma verbal com a turma e lembre-se de calcular o percentual, sugerido no item **b**, comparando a parte (meninas) com o todo (total de estudantes).

Repita o procedimento contabilizando os ausentes (caso haja) e verificando a variação na probabilidade e no percentual. Caso não tenha nenhum estudante ausente no dia da proposta, simule uma situação hipotética em que 3 estudantes faltam na aula, gerando novos números.

Orientações didáticas

Na continuação do boxe *Participe*, são apresentados dados coletados por Talita. Para a resolução das questões da tabela sugerida, faça a contagem com os estudantes retomando conceitos do primeiro capítulo desta Unidade, como o cálculo de porcentagem.

Na sequência, são apresentadas diferentes maneiras de fazer cálculos de probabilidade. Destaque a importância de se conhecer todas as possibilidades de ocorrência de um evento (que adiante será definido como espaço amostral). A relação da divisão "do evento pelo universo" resulta em um número decimal que, multiplicado por 100, corresponde à probabilidade de ocorrência do evento.

f) Exemplos de resposta: Quantas possibilidades diferentes há para que seja sorteado alguém cujo nome começa com a letra **P**? Quantos por cento dos estudantes tem o nome começando com a letra **P**? Resposta: 2 possibilidades; 8%.

Considere o sorteio ao acaso de alguém dessa turma.

a) Quantas possibilidades diferentes há para o resultado do sorteio? 25 possibilidades.

b) Quantas possibilidades diferentes há para que seja sorteado alguém que nasceu em fevereiro? 3 possibilidades.

c) Quantos por cento dos estudantes nasceram em fevereiro? 12%

d) Quantas possibilidades diferentes há para que seja sorteado alguém que declarou voleibol como esporte preferido? 5 possibilidades.

e) Quantos por cento dos estudantes preferem voleibol? 20%

f) Elabore mais 2 perguntas a respeito desse sorteio e peça a um colega que as responda. Depois, responda às perguntas elaboradas por ele.

O professor Jaime, de Língua Portuguesa, solicita aos estudantes que levem uma redação para algumas das aulas. Cada estudante pode escolher o tema que quiser, o importante é que toda semana produza um texto.

No início de cada aula, o professor sorteia 1 estudante para ler a redação feita em voz alta.

Arlete estuda no 6º ano e, contando com ela, a turma tem 22 meninas e um total de 40 estudantes.

Em determinada aula do professor Jaime, qual é a probabilidade de que:

a) Arlete seja sorteada para a leitura da redação?

b) uma menina seja sorteada?

Monkey Business Images/Shutterstock

Para escrever bem, é importante cultivar o hábito da leitura, que estimula a criatividade e a imaginação, desenvolve a memória e auxilia na ampliação do vocabulário.

Acompanhe a resolução desse problema.

a) A turma tem 40 estudantes. Então, há 40 possibilidades diferentes para o resultado do sorteio, todas **igualmente prováveis**. Arlete é uma dessas possibilidades.

Por ser 1 possibilidade em um total de 40 possibilidades igualmente prováveis, dizemos que a **probabilidade** de Arlete ser sorteada é $\frac{1}{40}$.

b) Como a turma tem 22 meninas, para que uma menina seja sorteada, há 22 possibilidades diferentes no total de 40 possibilidades igualmente prováveis. Então, a probabilidade de que seja sorteada uma menina é $\frac{22}{40}$.

Podemos simplificar essa fração: $\frac{22}{40} = \frac{11}{20}$.

Ou podemos transformá-la em uma porcentagem:

$$\frac{11}{20} \underset{\times 5}{\overset{\times 5}{=}} \frac{55}{100} = 55\%$$

Podemos, ainda, escrevê-la como número decimal: $\frac{11}{20} = \frac{55}{100} = 0{,}55$.

Assim, podemos dizer que a probabilidade de que seja sorteada uma menina na aula do professor Jaime é $\frac{11}{20}$ ou, então, é 55% ou, ainda, é 0,55.

11.b) Nordeste e Sul: $\frac{2}{7}$; Norte, Sudeste e Centro-Oeste: $\frac{1}{7}$; resposta esperada: sim.

Faça as atividades no caderno.

7. Para responder aos itens, retome a tabela com o resultado da pesquisa feita com a turma de Talita, apresentada anteriormente. Sorteando ao acaso 1 estudante dessa turma, calcule as probabilidades e escreva-as, no caderno, da maneira pedida.

a) A probabilidade de Talita ser sorteada (resposta em fração). $\frac{1}{25}$

b) A probabilidade de ser sorteada uma menina (resposta em porcentagem). 56%

c) A probabilidade de que seja sorteado alguém que nasceu em fevereiro (resposta em número decimal). 0,12

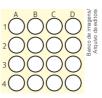
d) A probabilidade de que seja sorteado alguém que declarou natação como esporte preferido (resposta em porcentagem). 32%

e) A probabilidade de que seja sorteado alguém que tenha nascido em abril e cujo esporte preferido seja futebol (resposta em fração). $\frac{2}{25}$

8. Antes de começar uma partida de futebol, o juiz lança uma moeda para sortear quem terá o direito de escolher o lado do campo em que vai começar a partida ou se iniciará a partida com a posse de bola. O capitão de uma equipe escolhe "cara", e o outro, "coroa".

Qual é a probabilidade de o time do capitão que escolher "cara" ganhar o sorteio? (Admite-se que os resultados do lançamento da moeda são igualmente prováveis.) $\frac{1}{2}$ ou 50% ou 0,5.

9. Nuno vai colorir o interior das circunferências representadas a seguir começando por uma delas escolhida ao acaso.

Banco de imagens/Arquivo da editora

a) Qual é a probabilidade de que Nuno comece colorindo o interior da circunferência da posição 4D? $\frac{1}{16}$ ou 6,25%.

b) E o interior de uma circunferência da primeira linha? $\frac{1}{4}$ ou 25%.

10. Um dado tem o formato de um cubo, e as faces são numeradas de 1 a 6. Esse dado não é viciado, o que significa que todas as faces têm a mesma probabilidade de serem sorteadas.

Responda na forma de fração.

a) Qual é a probabilidade de que, ao lançar esse dado, a face voltada para cima apresente o número 2? $\frac{1}{6}$

b) E que apresente um número par? $\frac{1}{2}$

11. Retome o texto de abertura desta Unidade e responda às perguntas usando frações.

a) Qual é a probabilidade de a primeira dança sorteada ser o maracatu? $\frac{1}{7}$

b) Qual é a probabilidade de cada região ter uma dança típica sorteada para abrir o evento? Analise as probabilidades e verifique se a resposta que você deu anteriormente, sobre a região que tem maior chance de abrir o evento, estava correta.

Participe

Faça as atividades no caderno.

I. Utilize um dado para realizar este experimento com um colega.

Procedimento

Unlisted/Stock Photos

Lancem o dado (um estudante de cada vez) e anotem o número de pontos da face voltada para cima.

Repitam esse procedimento muitas vezes (sugerimos 100 vezes) e anotem as informações em uma tabela no caderno.

Depois, determinem qual porcentagem do total de jogadas corresponde a:

a) "2 pontos" na face voltada para cima; Resposta pessoal.

b) "número par" na face voltada para cima. Resposta pessoal.

Comparem essas porcentagens às probabilidades calculadas na atividade **10**. Não se espera que elas sejam iguais, mas que sejam valores aproximados das probabilidades calculadas. Quanto mais lançamentos forem realizados, mais essas porcentagens se aproximam das probabilidades calculadas. Lembrem-se: No cálculo das probabilidades, supomos um dado não viciado.

II. Elabore um experimento para estimar a probabilidade de sair cara no lançamento de uma moeda de R$ 1,00. Após realizá-lo, escreva sua conclusão: as 2 faces da moeda têm probabilidades iguais de ocorrer no lançamento da moeda ou uma delas é claramente mais provável que a outra?

II. Resposta esperada: O experimento é lançar a moeda muitas vezes e anotar quantas vezes o resultado é cara e quantas vezes é coroa. Espera-se que a probabilidade de sair cada uma das faces da moeda seja de, aproximadamente, $\frac{1}{2}$.

Orientações didáticas

Atividades

Mostre a importância de considerar uma parte do conjunto universo para o cálculo da probabilidade. Nos casos mencionados na atividade **7**, o conjunto universo são todos os estudantes da sala de Talita. Poderia ser sugerido que se sorteasse uma pessoa que prefere futebol entre os que nasceram em fevereiro e, para esse caso, o universo seriam todos aqueles que nasceram em fevereiro e o evento, a quantidade deles que manifestou preferência pelo futebol.

Participe

O trabalho com as atividades do boxe deve ser realizado em duplas, o que favorece a troca de ideias entre os estudantes e a interação e cooperação entre pares.

Orientações didáticas

Educação financeira

Na BNCC

Esta seção mobiliza com maior ênfase o desenvolvimento dos TCTs *Educação Alimentar e Nutricional*, *Educação para o Consumo*, *Educação Financeira* e *Saúde* ao propor a análise de produtos de uma cesta básica.

Esta seção apresenta dados sobre a cesta básica e é uma boa oportunidade para o desenvolvimento de um trabalho interdisciplinar com a área de **Ciências Humanas**, ao explorar a diferença de composição da cesta básica dependendo da região, e com **Ciências da Natureza**, ao propor a análise do valor nutricional dos alimentos e suas características.

Ao abordar a temática da alimentação saudável e do arroz e feijão como parte da cesta básica, comente com os estudantes que o arroz e feijão associados constituem a base da dieta da população brasileira. Se considerar oportuno, apresente o seguinte texto para a turma:

> Arroz e feijão é um prato bastante popular na mesa dos brasileiros. E essa dupla não se resume apenas a uma combinação saborosa. [...]
>
> Os dois alimentos combinados fornecem uma importante complementação proteica. Isso porque a proteína do arroz é pobre em lisina, mas é uma excelente fonte de aminoácidos sulfurados, como metionina e cistina. Já a proteína do feijão é relativamente rica na maioria dos aminoácidos essenciais, especialmente em lisina, mas deficiente em metionina e cistina.
>
> Além disso, a mistura arroz e feijão é fonte de carboidratos complexos, possui proteínas de origem vegetal de boa qualidade, fibras solúveis e insolúveis, vitaminas, minerais, baixo teor de sódio e gorduras, além de ser rica em compostos bioativos.
>
> O consumo diário de arroz e feijão reduz o risco de distúrbios cardiovasculares, diabetes, câncer, e também contribui para um melhor funcionamento do intestino.

REDAÇÃO BLOG DA SAÚDE MG. #SaúdeNaCozinha: arroz e feijão consumidos juntos trazem mais benefícios à saúde. *#Blog da saúde*, 12 jan. 2016. Disponível em: http://blog.saude.mg.gov.br/2016/01/12/saudenacozinha-arroz-e-feijao-consumidos-juntos-trazem-mais-beneficios-a-saude/. Acesso em: 10 maio 2022.

Para responder às atividades propostas, sugerimos que organize a turma em grupos. Reforce que as pesquisas devem ser feitas em fontes confiáveis de informação.

Educação financeira

Faça as atividades no caderno.

É básico

O consumo de alimentos não é igual em todas as famílias. Seja em quantidade, seja em variedade, sempre encontraremos diferenças no consumo entre uma família e outra, assim como entre as regiões do país. Por isso, vamos conhecer um pouco da "cesta básica". As etapas a seguir o ajudarão nessa tarefa. Respostas pessoais.

I. Pesquise a definição de "cesta básica". Que produtos compõem a "cesta básica"?

II. Pesquise a composição e o preço mais recente da cesta básica no estado em que você vive. Depois, faça uma tabela no caderno e indiquem para cada produto a "quantidade" e o "gasto mensal".

III. Comparando as colunas "quantidade" e "gasto mensal" da tabela obtida na etapa II, determine o preço por quilograma ou por litro de cada um dos produtos.

IV. Converse com os familiares ou responsáveis para responder às perguntas.

a) Quais produtos da cesta básica são consumidos na casa em que você vive?

b) Qual é a quantidade de cada produto da cesta básica consumida por vocês em um mês?

V. Construa no caderno uma tabela como a da etapa **II** para calcular o preço dos produtos da cesta básica consumidos na casa em que você vive.

Sugestão: Na primeira coluna, coloque os produtos listados no item **a** da etapa **IV**; na segunda coluna, coloque as quantidades listadas no item **b** da etapa **IV**; na terceira coluna, os preços obtidos na etapa **III**; na quarta coluna, o gasto mensal de sua família com cada produto. Calcule o total dos valores da quarta coluna.

VI. Anote por 3 dias tudo o que você consumiu em comidas e bebidas. Em seguida, identifique quais desses produtos fazem parte da cesta básica.

VII. Converse com alguém de casa para responder à pergunta: Qual é o gasto mensal na casa em que você vive com produtos alimentícios que não fazem parte da cesta básica?

VIII. Você considera que os produtos relacionados na resposta da etapa **VII** são essenciais ou supérfluos?

1. Junte-se aos colegas, em grupos de 3 ou 4 estudantes, e conversem sobre os produtos colocados na cesta básica das famílias (etapa **IV**, item **a**). As listas ficaram iguais? Por quê? Respostas pessoais.

2. Conversem sobre as quantidades consumidas de cada produto da cesta básica das famílias (etapa **IV**, item **b**). As quantidades foram iguais? Por quê? Respostas pessoais.

3. Plínio conversou com os pais sobre a possibilidade de doar alguns alimentos da cesta básica que compraram. Eles selecionaram os seguintes produtos: arroz, feijão, óleo, sal, açúcar, café, molho de tomate, macarrão espaguete, farinha de trigo e leite em pó.

a) Sabendo que Plínio já selecionou os pacotes de arroz e feijão, de quantas maneiras diferentes ele pode doar 3 produtos distintos? 8 maneiras.

b) Qual é a probabilidade de, escolhendo 1 dos produtos ao acaso, Plínio doar o pacote de macarrão espaguete? **b)** $\frac{1}{10}$ ou 10%.

c) Tendo já escolhido o pacote de macarrão espaguete, qual é a probabilidade de, escolhendo 1 dos demais produtos ao acaso, doar também o molho de tomate? $\frac{1}{9}$ ou aproximadamente 11%.

Tatevosian Yana/Shutterstock

Produtos que compõem a cesta básica.

Reprodução do Livro do Estudante em tamanho reduzido.

Proposta para o estudante

Segue referência que pode auxiliar nas pesquisas dos estudantes sobre a alimentação e os itens que compõem a cesta básica.

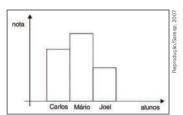
REDAÇÃO MUNDO ESTRANHO. Quais produtos compõem a cesta básica? *Mundo Estranho*, 4 jul. 2018. Disponível em: https://super.abril.com.br/mundo-estranho/quais-produtos-compoem-a-cesta-basica/. Acesso em: 29 abr. 2022.

Na Unidade

Faça as atividades no caderno.

1. **(Saresp)** Em uma pesquisa eleitoral, foram ouvidos 3 000 eleitores. Desses, 1 200 afirmaram que votariam no candidato 7. O percentual de eleitores que pretende votar em 7 é igual a: Alternativa **d**.

a) 1,2%. **b)** 4%. **c)** 12%. **d)** 40%.

2. **(Saresp)** As notas de Carlos, Mário e Joel na última prova de Matemática estão indicadas no gráfico [...].

A nota de: Alternativa **d**.

a) Carlos foi igual à de Mário.
b) Mário foi menor do que a de Joel.
c) Joel foi maior do que a de Carlos.
d) Mário foi a maior das três.

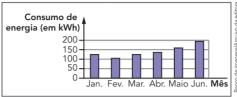
3. **(Enem)** Uma pesquisa realizada por estudantes da Faculdade de Estatística mostra, em hora por dia, como os jovens entre 12 e 18 anos gastam seu tempo, tanto durante a semana (de segunda-feira a sexta-feira), como no fim de semana (sábado e domingo). A seguinte tabela ilustra os resultados da pesquisa.

Rotina juvenil	Durante a semana	No fim de semana
Assistir à televisão	3	3
Atividades domésticas	1	1
Atividades escolares	5	1
Atividades de lazer	2	4
Descanso, higiene e alimentação	10	12
Outras atividades	3	3

De acordo com essa pesquisa, quantas horas do seu tempo gasta um jovem entre 12 e 18 anos, na semana inteira (de segunda-feira a domingo), nas atividades escolares? Alternativa **e**.

a) 20 **b)** 21 **c)** 24 **d)** 25 **e)** 27

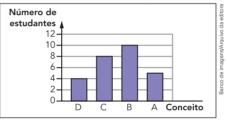
4. O gráfico mostra o consumo mensal de energia elétrica em uma residência, em quilowatts-hora (kWh), no primeiro semestre de um ano.

Consumo mensal de energia elétrica (em quilowatts-hora)

Dados elaborados para fins didáticos.

Em quantos meses o consumo superou 150 kWh?

a) 1 mês. Alternativa **b**. **c)** 3 meses.
b) 2 meses. **d)** 4 meses.

5. O gráfico a seguir representa o número de estudantes de uma turma para cada conceito recebido em uma avaliação. Alternativa **c**.

Conceito na avaliação

Dados elaborados para fins didáticos.

Quantos são os estudantes dessa turma?

a) 22 estudantes. **c)** 27 estudantes.
b) 24 estudantes. **d)** 30 estudantes.

6. Sorteando uma letra da palavra BRASIL, qual é a probabilidade se ser sorteada uma consoante?

a) $\frac{1}{2}$ **b)** $\frac{1}{3}$ **c)** $\frac{2}{5}$ **d)** $\frac{2}{3}$

Alternativa **d**.

7. Joana pintou um número em uma lousa. Hoje, o último algarismo do número está ilegível.

16

Banco de imagens/Arquivo da editora

Se ela escolheu cada algarismo ao acaso, qual é a probabilidade de que tenha pintado um número divisível por 5? Alternativa **b**.

a) 0,1 **b)** 0,2 **c)** 0,4 **d)** 0,5

Orientações didáticas

Na Unidade

Na BNCC

Esta seção favorece o desenvolvimento das habilidades exploradas ao longo de toda a Unidade e mobiliza com maior ênfase a **CEMAT02**, a **CEMAT06** e a **CG02** ao propor a resolução de atividades diversas por meio de diferentes contextos e estratégias de resolução.

Esta seção traz atividades dos principais conteúdos abordados na Unidade que podem ser utilizadas como ferramentas de avaliação. Proponha a resolução das atividades individualmente. Acompanhe os estudantes durante a realização delas e registre avanços e dificuldades para, ao final, propor novas atividades para remediação coletiva ou individual de defasagens, conforme cada caso.

A seguir, listamos algumas sugestões e estratégias para remediação.

Para verificar se o estudante consegue resolver questões que envolvam a leitura e interpretação de informações em tabelas e gráficos, foram sugeridas as atividades **2**, **3**, **4** e **5**. Em caso de dúvidas e erros de resolução, retome estratégias relacionadas à interpretação de dados expressos em gráficos e tabelas com os estudantes.

Para o cálculo com porcentagem em problemas, destacamos as atividades **1** e **6**. Para essas questões, em caso de dúvida, sugerimos retomar a ideia de parte e todo que pode ser expressa por uma porcentagem.

Na atividade **7** é abordado o cálculo da probabilidade de um evento aleatório. Incentive os estudantes a identificar o espaço amostral e depois indicar como pode ser calculada a probabilidade de o evento ocorrer.

Outras dificuldades diferentes das listadas podem surgir; por isso, é importante realizar o monitoramento individual e contínuo dos estudantes.

Respostas

UNIDADE 1

Capítulo 1

Atividades

1. 40; Quarenta.
210; Duzentos e dez.
Setecentos e oito.
4 100
90 000; Noventa mil.
600 000; Seiscentos mil.
1 008 900; Um milhão, oito mil e novecentos.

2. a) Cinquenta e sete.
b) Trezentos e noventa e um.
c) Quatrocentos e quatro.
d) Dois mil, novecentos e treze.
e) Cinquenta mil, seiscentos e dezessete.
f) Cento e um mil e dez.

3. a) 9; 9; 9.
b) 8; 4; 2; 8.
c) 100; 10; 0; 1; 1; 0.

4. 2020: dois mil e vinte. 211 766 882: duzentos e onze milhões, setecentos e sessenta e seis mil, oitocentos e oitenta e dois.

5. a) 54
b) 117
c) 560
d) 305
e) 1 500
f) 8 710
g) 25 015
h) 900 909

6. a) 6
b) 9
c) Centenas de milhar; unidades de milhar; unidades de milhão.
d) Não há centenas na representação decimal desse número.

7. a) Unidades; 5.
b) Unidades de milhar; 5 000.
c) Dezenas de milhar; 50 000.
d) Centenas de milhar; 500 000.

8. a) Centenas; 300.
b) Centenas de milhar; 300 000.
c) Unidades de milhão; 3 000 000.
d) Dezenas de milhão; 30 000 000.

9. LVI; LXXXVIII; CX; CMXCIX; MCXIX.

10. a) 1927
b) 1895
c) 1783
d) 1790

11. Os sistemas de numeração decimal e romano têm base 10. Os sistemas maia e o romano representam os números por conjuntos do mesmo símbolo. O decimal e o maia têm símbolos para representar o 0; o romano não tem. Cada sistema utiliza símbolos diferentes dos demais sistemas.

12. a) 10 b) 15

13. a) 4 números; 50, 52, 54, 56.
b) 48; par.
c) 58; par.

14. a) 10 000
b) 100 009
c) 999 998
d) 99 999

15. a) Araraquara.
b) Campinas.

16. a) XVI c) LXII
b) XIV d) LXIV

17. a) Errado.
b) Certo.
c) Certo.
d) Errado.
e) Errado.
f) Certo.

18. b) Marco Antônio.
c) Talita.
d) 59, 75, 78, 83.
d) 32, 23, 21, 12.

19. b) Azul; amarelo; verde.

20. A primeira mulher astronauta foi Valentina Vladimirovna Tereshkova. Em 16/6/1963, tripulando a nave Vostok VI, ela realizou um voo de 48 órbitas em torno da Terra.

21. a) 45 números.
b) 45 números.

22. 124, 132, 134, 142, 214, 234, 312, 314, 324, 342, 412 e 432.
a) 124
b) 432
c) 12 números.

Capítulo 2

Atividades

1. a) 6 827 livros.
b) 3 922 livros.
c) 2 905 livros.
d) R$ 38,00
e) R$ 42,00
f) R$ 80,00

2. a) 45 anos.
b) R$ 4.337,00
c) R$ 5.126,00

3. 112 anos.

4. a) 516 estudantes.
b) 237 estudantes.
c) 214 estudantes.
d) No período da tarde.
e) 76 estudantes.

5. a) 2 089 acidentes; 518 acidentes graves; 1 571 acidentes não graves.
b) 244 pessoas; 464 pessoas.
c) Em 2020; redução.
d) Resposta pessoal.

6. Resposta pessoal.

7. 611; 611; são iguais.

8. a) 28 162
b) 28 162; 28 162; justificativa pessoal.

9. a) 262
b) 262
Os resultados são iguais.

10. a) 1 990
b) 1 990

11. a) 192
b) 192

12. a) 109
b) 97
c) 71
d) 112

13. Resposta pessoal.

14. Resposta pessoal.

15. a) R$ 200,00
b) R$ 100,00
c) R$ 400,00
d) R$ 500,00

16. a) R$ 600,00; R$ 583,00.
b) R$ 500,00; R$ 557,00.
c) R$ 700,00; R$ 653,00.
d) R$ 600,00; R$ 627,00.

17. a) Natal: 900 000 habitantes; Cuiabá: 600 000 habitantes; Porto Velho: 500 000 habitantes; Rio Branco: 400 000 habitantes.

b) João Pessoa e Natal: 1 700 000 habitantes.

18. Resposta pessoal.

19. a) 65 766

b) 63

c) 42 960

d) 229

20. a) 483 folhas.

b) R$ 27,00

c) R$ 8.675,00

d) 17 moedas.

21. a) 765 pessoas.

b) 622 lugares.

c) 1 866 pessoas.

22. a) 43 anos.

b) Resposta pessoal.

23. a) 334

b) 241

c) 1 068

24. R$ 570,00

25. a) 23

b) 46

c) 15

d) 44

26. R$ 33,00

27. a) Alexandre.

b) 15 minutos.

28. R$ 203,00

29. a) 20; 70.
60
15; 65.

b) Números pares.

30. a) Aproximadamente 96 000 carros.

b) Aproximadamente 2 000 carros.

c) Popular; aproximadamente 84 000 carros.

d) 2021; aproximadamente 18 000 carros.

31. a) R$ 209,00

b) R$ 97,00

32. a) Resposta pessoal.

b) Resposta pessoal.

Na Unidade

1. d
2. a
3. d
4. b
5. c
6. a) 169 caixas.

b) Mercado *B*; 2 caixas a mais.

7. c
8. d
9. b
10. b

UNIDADE 2

Capítulo 3

Atividades

1. Paralelepípedo ou bloco retangular.

2. a) Aresta; vértice.

b) A figura azul.

3. a) Pontos *A*, *B*, *C*, *D*, *E*, *F*, *G* e *H*.

b) 12 retas.

c) 6 planos.

4. a) Pontos *A*, *B*, *C* e *D*.

b) 6 retas.

c) 4 planos.

5. a) pontos

b) 4 retas.

6. • 6

3; 6; 9; 5.
6; 12; 18; 8.
3; 4; 6; 4.
4; 5; 8; 5.
6; 7; 12; 7.

• 8; 9; 16; 9.
Alternativas **b** e **c**.

7. a) Paralelepípedo ou bloco retangular ou prisma de base quadrada.

b) Quadrado; a quantidade é igual, há 4 vértices e 4 lados.

c) A quantidade é igual, há 4 lados na base e 4 faces laterais no sólido geométrico.

d) Resposta pessoal.

8. a) Pirâmide de base quadrada.

b) 4 lados no polígono da base; 5 vértices, 8 arestas e 5 faces na pirâmide.

9. a) B3 e C3.

b) D12; E12; F12 e G12.

c) K5; K6; K7; K8 e K9.

d) E4; F5 e E6; L14; M13 e N14.

10. L2; N2; M1 ou M3.

11. $B(2, 6)$; $C(1, 2)$; $D(4, 1)$; $E(7, 4)$; $F(9, 7)$.

12. $A(2, 1)$; $B(5, 1)$; $C(7, 3)$; $D(5, 6)$; $E(2, 5)$; $F(0, 2)$.

15. a) (0, 7)

b) Partindo do ponto (4, 2), a formiga andou 3 unidades para a direita, 5 unidades para cima e 7 unidades para a esquerda.

16. As retas *a*, *r*, *x* e *t*.

17. a) Retas *a*, *b*, *c* e *t*.

b) Retas *r*, *s* e *t*.

c) Reta *t*.

18. a) Pontos *C*, *B* e *D*.

b) Pontos *A* e *E*.

c) Pontos *A* e *B*.

d) Ponto *C*.

19. 10 retas; $\overleftrightarrow{AB}$, $\overleftrightarrow{AC}$, $\overleftrightarrow{AD}$, $\overleftrightarrow{AE}$, $\overleftrightarrow{BC}$, $\overleftrightarrow{BD}$, $\overleftrightarrow{BE}$, $\overleftrightarrow{CD}$, $\overleftrightarrow{CE}$, $\overleftrightarrow{DE}$.

Capítulo 4

Atividades

1. c) O segmento de reta $\overline{PQ}$.

2. a) 2

b) 4

c) 1

d) 3

3. a) Resposta pessoal.

b) 6 segmentos de reta: $\overline{TR}$, $\overline{TS}$, $\overline{TV}$, $\overline{RS}$, $\overline{RV}$ e $\overline{SV}$.

5. a) 2 semirretas: $\overrightarrow{BA}$ e $\overrightarrow{BC}$.

b) O ponto *A*.

c) 6 semirretas.

6. a) 6 semirretas.

b) $\overline{XY}$, $\overline{XZ}$ e $\overline{YZ}$.

c) $\overline{XZ}$; pontos *X* e *Z*.

7. a) Ponto *O*.

b) $A\hat{O}B$ (ou $B\hat{O}A$), $A\hat{O}C$ (ou $C\hat{O}A$) e $C\hat{O}B$ (ou $B\hat{O}C$).

8. a) $A\hat{B}C$ e $C\hat{D}E$.

b) *B* e *D*.

c) $\overrightarrow{BA}$, $\overrightarrow{BC}$, $\overrightarrow{DC}$ e $\overrightarrow{DE}$.

9. Karen.

10. a) $med(A\hat{O}B) = 20°$

b) $med(A\hat{O}C) = 50°$

c) $med(A\hat{O}D) = 85°$

d) $med(A\hat{O}E) = 100°$

e) $med(A\hat{O}F) = 140°$

f) $med(A\hat{O}G) = 165°$

13. d

14. a) 15

b) 15

c) 3

15. 1: agudo; 2: reto; 3: agudo; 4: obtuso.

16. Resposta pessoal.

17. a) Concorrentes; concorrentes. Concorrentes; paralelas; concorrentes. Concorrentes; concorrentes; concorrentes. Concorrentes; paralelas; concorrentes; concorrentes. Concorrentes; concorrentes; concorrentes; concorrentes.

b) 2 pares; 8 pares.

c) 4 pares; *a* e *b*, *a* e *d*, *c* e *d*, *c* e *b*.

18. a) Resposta pessoal.

b) Resposta pessoal.

c) Resposta pessoal.

d) Não há ruas oblíquas nessa planta.

19. a) D8

b) 5 ângulos retos.

c) Resposta pessoal.

20. d) 4 cm

e) Espera-se que as medidas sejam iguais.

Na Unidade

1. c

2. a

3. d

4. d

5. b

6. c

7. a) 45°; ângulo agudo.

b) 110°; ângulo obtuso.

c) 135°; ângulo obtuso.

8. A rampa de 5° de inclinação.

9. c

10. Com a régua, trace a reta *m*. Marque um ponto *C* que não pertença à reta *m*. Apoie o lado menor do esquadro na régua, que deve estar completamente apoiada na reta *m*. Deslize o esquadro até o ponto *C* e trace a reta perpendicular à reta *m* e que passa por *C*. Marque o ponto *D*, que é intersecção das 2 retas, e prolongue a reta perpendicular traçada.

UNIDADE 3

Capítulo 5

Atividades

1. 240 estudantes.

2. 800 horas.

3. 60 bolinhas.

4. 7 200 pastilhas.

5. a) 63 pontos.

b) 8 pontos.

c) Nenhum ponto.

d) 71 pontos.

6. 59 pontos.

7. 416 jogadores.

8. R$ 995.328,00

9. 287 280; 163 200; 2 024 000; 5 639 025; resposta pessoal.

10. a) Resposta pessoal.

b) Resposta pessoal.

11. 163 200; 5 639 025.

12. Resposta pessoal.

13. a) 21 978

b) 21 978

Os resultados são iguais.

14. 1; 2; 3; 4.

5; 10; 15; 20.

22; 44; 66; 88.

104; 208; 312; 416.

0; 0; 0; 0.

n; 2*n*; 3*n*; 4*n*.

15. 162

16. R$ 674.998,00

17. 40; 40.

18. a) 1 080

b) 1 080

Os resultados são iguais.

19. a) 14 000

b) 14 000

c) 14 000

Os resultados são iguais.

20. a) 219

b) 145

c) 262

21. a) 37

b) 68

c) 27

22. a) 396 c) 430

b) 294

23. a) $15 \times 60 = 900$

b) $300 + 600 = 900$

c) Resposta pessoal.

24. a) 9 070 pessoas.

b) Aproximadamente R$ 360.000,00.

c) Aproximadamente R$ 98.000,00 e R$ 458.000,00, respectivamente.

d) A arrecadação obtida com a venda dos ingressos comuns.

e) R$ 465.700,00

25. Resposta pessoal.

26. Resposta pessoal.

27. a) 1ª prova: Guilherme: 28; Gustavo: 16.
2ª prova: Guilherme: 13; Gustavo: 17.

b) Guilherme; 8 pontos.

28. $A = 1$, $B = 2$, $C = 5$; 9.

29. a) 473 doces.

b) 801 salgados.

30. Resposta pessoal.

Capítulo 6

Atividades

1. a) 5 grupos. b) A 8 questões.

2. a) 21 dias; 3 semanas.

b) 20 caixas.

c) Não é possível calcular, pois não foi informada a quantidade de caixas.

3. a) 36 litros.

b) 54 litros.

c) O gasto é o mesmo com os 2 tipos de combustível.

4. R$ 2.370,00

5. a) 8 meses.

b) 30 semanas.

c) 8 760 horas.

d) 5 dúzias.

6. 12 minutos.

7. $36 \div 4 = 9$; 36: dividendo; 4: divisor; 9: quociente (o resto é 0).

8. R$ 565,00

9. 1 350 gramas.

10. R$ 3.255,00

11. Resposta pessoal.

12. Resposta pessoal.

13. Giovana está certa.

a) 7

b) 3

c) 57

d) 1

14. Resposta pessoal.

15. a) R$ 6,00

b) R$ 15,00

c) R$ 38,00

16. a) $(1\,380 - 28 \times 30) \div 15$

b) 36

17. Resposta pessoal.

18. 20 equipes; 4 estudantes.

19. 261 semanas.

20. Sexta-feira.

21. a) 1 606 caixas.

b) 27 palitos.

c) 4 820 caixas; 1 palito.

22. 7 ônibus.

23. a) 4 679

b) Impossível; porque o resto não pode ser maior do que o divisor.

24. a) Certa.

b) Certa.

c) Certa.

d) Certa.

e) Certa.

f) Errada.

25. a) 21 horas.

b) 2 dias e 5 horas.

Capítulo 7

Atividades

1. a) 16 automóveis.

b) 64 rodas.

c) 256 parafusos.

2. a) $4 \times 4 \times 4 = 64$

b) $1 \times 1 \times 1 \times 1 = 1$

c) $2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 32$

d) $2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 64$

3. a) 7^3

b) 8^5

c) 12^2

d) 6^7

4. a) 64

b) 0

c) 100 000

d) 36

5. a) 100 pessoas.

b) 1 000 pessoas.

c) 1 110 pessoas.

6. a) 3^2

b) São iguais.

c) 2^5

d) São iguais.

7. a) 6^2

b) 8^2

8. 62 pessoas.

9. a) 2^2

b) 3^2

c) 4^2

d) 5^2

10. 2^3

11. a) 25; 125.

b) 64; 512.

c) 100; 1 000.

d) 225; 3 375.

12. **I**-**E**, **II**-**D**, **III**-**B**, **IV**-**A** e **V**-**C**.

13. a) 2×999

b) 999^2

c) 999^3

d) 3×999

e) $2 \times n$ ou $2n$.

f) n^2

g) n^3

h) $3 \times n$ ou $3n$.

14. a) 100

b) 1 000

c) 10 000

d) 100 000

e) 1 000 000

f) 10 000 000

15. Resposta pessoal; 1 000 000 000 000; um trilhão.

16. 4×10^7; explicação pessoal.

17. Resposta pessoal.

18. Resposta pessoal.

19. a) 5^8

b) 1 953 125

c) 78 125

20. a) 1 331

b) 14 641

c) 161 051

21. a) 10 000 200 001

b) 1 000 002 000 001

22. a) **A**: 89-Maurício; **B**: 57-Gabriela; **C**: 145-Alexandre; **D**: 10-André; **E**: 36-Luciana; **F**: 37-Priscila.

b) Maurício; Talita.

23. Raul: pipa 52; Marina: pipa 25; Lílian: pipa 48 e Gabriel: pipa 432; 81 é o número que está na pipa cujo dono não conhecemos.

24. a) 6

b) 28

c) 100

25. a) **A**: 0-Raquel; **B**: 106-Ana; **C**: 120-ninguém retirou esse livro; **D**: 149-Rogério; **E**: 2-Tales; **F**: 25-Luísa.

b) *Caçadas de Pedrinho*; Rogério.

26. a) 3^8

b) 2^{12}

c) 2^{10}

d) 10^{20}

27. a) **I.** Falsa; **II.** Falsa; **III.** Verdadeira.

b) Adicionamos.

28. a) 3^5

b) 10^2

c) 7^2

d) 12^2

29. a) Subtraímos.

b) **I.** 10^5; **II.** 2^5; **III.** 2^8.

30. a) 3^{10}

b) 2^{12}

c) 5^{18}

d) 2^{20}

31. a) **I.** $(8^3)^5 = 8^{15}$; **II.** $(25^4)^{10} = 25^{40}$; **III.** $(10^3)^2 = 10^6$; **IV.** $(7^3)^3 = 7^9$.

b) Multiplicamos.

32. a) 7

b) 18

c) 1

d) 1

33. a) Verdadeira.

b) Verdadeira.

34. a) 120^1

b) 312^0

35. a) 1

b) 308

36. a) 1

b) 1

c) 27

d) 10 000

37. a) 9^8

b) $3^5 \cdot 4^7$

c) 5^7

d) 5^{15}

e) 3^{23}

f) 10^2

38. 9

39. 59 049; 531 441.

40. Luciana abriu a caixa com a tarefa 1 e Mariana, a caixa com a tarefa 2.

41. a) Gabriela (7): girafa; Priscila (15): elefante; Luciana (11): rinoceronte; Alexandre (114): gorila; Fabinho (94): onça; Nicolau (1): leão.

b) Maurício.

42. a) $1 \cdot 10^3 + 9 \cdot 10^2 + 5 \cdot 10^1 + 8 \cdot 10^0$

b) $3 \cdot 10^4 + 2 \cdot 10^3 + 6 \cdot 10^1 + 5 \cdot 10^0$

43. a) 6 789

b) 2 008

c) 25 001

d) 607 080

44. 1 001, 1 010, 1 100; $1 \cdot 10^3 + 1 \cdot 10^0$.

45. a) 99 999

b) 98 765

c) 10 000

d) 10 234

e) $1 \cdot 10^4 + 2 \cdot 10^2 + 3 \cdot 10^1 + 4 \cdot 10^0$

46. a) 612 algarismos.

b) $6 \cdot 10^2 + 1 \cdot 10^1 + 2 \cdot 10^0$

47. 111, 112, 121, 122, 211, 212, 221 e 222; $2 \cdot 10^2 + 2 \cdot 10^1 + 2 \cdot 10^0$.

48. a) 11

b) 100

c) 101

d) 110

e) 1 101

f) 11 011

49. a) 10

b) 26

50. $1 \cdot 3^3 + 2 \cdot 3^2 + 1 \cdot 3^1 + 2 \cdot 3^0$

51. Resposta pessoal.

Capítulo 8

Atividades

1. a) $4 + 3 \times 2$; 10.

b) $15 - 5$; 10.

c) Verdadeira.

2. a) Verdadeira.

b) Adicionar 5 ao segundo membro.

c) Subtrair 4 do segundo membro.

3. a) 5

b) A balança fica desequilibrada.

c) Colocar uma ● no prato à direita.

d) 5

e) ■ = 5

4. a) 3

b) A balança fica desequilibrada.

c) Retirar duas ▲ do prato à esquerda.

d) 3

5. a) 8

b) ◆ = 8

6. a) 1 806

b) 287

7. **A**: 229; **B**: 771; **C**: 229.

8. a) 801

b) 1 575

9. 100

10. 44

11. 100

12. 105

13. 20; 40; explicação pessoal.

14. $a = 15$; $b = 6$; $c = 5$; $d = 10$; $e = 2$.

15. 1ª linha: 11; 2ª linha: 1 232; 3ª linha: 60; 4ª linha: 52; 5ª linha: 22.

16. Azul: 5 119; vermelho: 896; explicação pessoal.

17. a) 17

b) 36

18. 7

19. a) R$ 2.732,00

b) R$ 1.366,00

c) R$ 2.206,00

d) Calculando a soma e a diferença dos resultados. A soma deve ser R$ 3.572,00, e a diferença, R$ 840,00.

20. a) 4 anos.

b) 105 anos.

c) 35 anos.

d) 39 anos.

e) 42 anos.

21. a) 4 vezes.

b) 36

c) 108

22. a) 11 600 habitantes.

b) 58 000 habitantes.

23. Cada vendedor: R$ 1.250,00; gerente: R$ 2.500,00.

24. a) 2 anos.

b) 92 anos.

c) 4 vezes.

d) 23 anos.

e) 21 anos.

25. a) R$ 25.795,00

b) R$ 675,00

c) R$ 45,00

d) 15 passageiros.

e) 62 passageiros.

26. 2 250 ingressos.

27. a) 12 anos.

b) 15 anos.

28. 9 cortes.

Na Unidade

1. 8; 3; 5; 16.

2. Resposta pessoal.

3. **d**

4. **a**

5. Resposta pessoal.

6. **d**

7. ■ = 7

8. **d**

9. **d**

10. **b**

11. **a**

12. **d**

13. **c**

14. 100 010

UNIDADE 4

Capítulo 9

Atividades

1. a) Certo.

b) Errado, 680 não é divisível por 12.

c) Certo.

d) Errado, 209 é divisível por 11.

2. 26; 31 e resto 1; 118 e resto 1; 200; 305 e resto 1; 553.

a) 0

b) 1

c) Sim; porque as divisões têm resto 0.

d) Não; porque as divisões não têm resto 0.

e) pares

3. 7 vezes, pois entre os números 11 e 25 há 7 números que são divisíveis por 2.

4. 12; 78; 102; 134; 1 234; 0 e 13 890.

5. a) $245 \div 3$, quociente: 81, resto: 2; $372 \div 3$, quociente: 124, resto: 0; $447 \div 3$, quociente: 149, resto: 0; $1468 \div 3$, quociente: 489, resto: 1; $2445 \div 3$, quociente: 815, resto: 0.

b) **Quadro 1**: 372; 12; sim. 447; 15; sim. 2 445; 15; sim.
Quadro 2: 245; 11; não. 1 468; 19; não.

c) É.

6. 12, 78, 102, 3, 0, 555 e 13 890.

7. a) Sim; 1 figurinha, porque $1 + 9 + 7 + 2 + 6 = 25$, tirando 1 fica 24, que é divisível por 3.

b) Não, porque 59 175 é divisível por 3.

8. Para isso, é preciso saber que 17 482 não é divisível por 3, mas que 54 321 é.

9. 9 e 36; resto 0.

10. a) 158; sim; não; não.
99; não; sim; não.
731, não; não; não.
192; sim; sim; sim.
846; sim; sim; sim.

b) 2; 3.

11. 12 300, 67 890 e 112 704.

12. a) 102, 104, 106, 108, 110, 112, 114, 116 e 118.

b) 102, 105, 108, 111, 114 e 117.

c) 102, 108 e 114.

13. 0 ou 5.

14. a) Não; 7.

b) Sim; 5.

c) Sim; 0.

d) Não; 3.

e) 0 ou 5.

15. 75, 210, 13 260, 0, 5, 4 080 e 12 345.

16. 410, 415, 140 e 145.

17. a) 1, 4 ou 7. b) 0

18. 4

19. a) Qualquer que seja o algarismo do meio, o número não será divisível por 2.

b) 2, 5 ou 8

20. Resposta pessoal.

21. Resposta pessoal.

22. Resposta pessoal.

23. Não é; não é; é.

24. a) Sim; 1 056 e 32.

b) Sim.

c) Não.

25. a) 5 dúzias; 3 dúzias.

b) 8 dúzias.

c) Sim; sim.

d) Sim.

26. Resposta pessoal.

27. Porque são obtidos adicionando-se parcelas de 100, e 100 é divisível por 4.

28. 336, 540, 1 608, 1 776 e 18 092.

29. Resposta pessoal.

30. a) 316; 16; sim; 300 + 16; sim.
4 148; 48; sim; 4 100 + 48; sim.
11 222; 22; não; 11 200 + 22; não.
101 010; 10; não; 101 000 + 10; não.
123 456; 56; sim; 123 400 + 56; sim.

b) Sim. c) Não.

31. 2 012 e 2 016, pois são divisíveis por 4.

32. a) 2024 e 2028.

b) Não; porque, apesar de terminar em 00, não é divisível por 400.

c) Resposta pessoal.

33. Como 1 000 é divisível por 8, todo número terminado em 000 também é, porque é obtido adicionando parcelas de 1 000.

34. a) Sim; sim; sim.

b) Sim; não; não.

c) Sim.

d) Não.

35. Resposta pessoal.

36. a) Sim; sim.

b) Sim; sim.

c) Não; não.

37. a) Sim. b) Não.

38. 945, 108, 4 698 e 30 222.

39. 441, 450, 459 ou 468 figurinhas.

40. a) 0

b) 120, 8 000, 950.

41. a) Sim, pois é um número par.

b) Sim, pois a soma de todos os algarismos é 45, que é divisível por 3.

c) Não, pois os 2 últimos algarismos (90) não formam um número divisível por 4.

d) Sim, pois termina em 0.

e) Sim, pois é divisível por 2 e por 3.

f) Não, pois os 3 últimos algarismos (890) não formam um número divisível por 8.

g) Sim, pois a soma de todos os algarismos é 45, que é divisível por 9.

h) Sim, pois termina em 0.

42. Em 52 grupos com 4 formigas em cada um.

Capítulo 10

Atividades

1. a) 1, 3, 7, 21; não. b) 1, 23; sim.

2. 2

3. a) Resposta pessoal.

b) Resposta pessoal.

4. a) 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31, 37, 41, 43 e 47.

c) São primos: 53, 59, 61, 67, 71, 73, 79, 83, 89 e 97.

5. a) Primo, pois só é divisível por 1 e por ele mesmo.

b) Composto, pois é divisível por 1, 7, 31 e por ele mesmo.

c) Primo, pois só é divisível por 1 e por ele mesmo.

d) Composto, pois é divisível por 1, 7, 103 e por ele mesmo.

6. a) 503

b) 809

7. a) 1 009; resposta pessoal.

b) 997; resposta pessoal.

8. a) 6 números.

b) Nenhum. Justificativa pessoal.

9. 2 grupos de 18; 3 grupos de 12; 6 grupos de 6; 9 grupos de 4; 12 grupos de 3; 18 grupos de 2.

10. a) $1 \cdot 300$; $2 \cdot 150$; $3 \cdot 100$; $4 \cdot 75$; $5 \cdot 60$; $6 \cdot 50$; $10 \cdot 30$; $12 \cdot 25$; $15 \cdot 20$.

b) 15 estudantes e 20 estudantes.

11. 10 modos; 2 linhas e 45 colunas, ou 3 linhas e 30 colunas, ou 5 linhas e 18 colunas, ou 6 linhas e 15 colunas, ou 9 linhas e 10 colunas, ou 10 linhas e 9 colunas, ou 15 linhas e 6 colunas, ou 18 linhas e 5 colunas, ou 30 linhas e 3 colunas, ou 45 linhas e 2 colunas.

12. a) $2^4 \cdot 3$

b) $2^2 \cdot 23$

c) $2 \cdot 7^2$

d) $2^3 \cdot 3 \cdot 5$

e) $2^3 \cdot 3 \cdot 7$

f) $2^2 \cdot 3^2 \cdot 5$

g) $3^2 \cdot 5^2$

h) $2 \cdot 5^3$

i) $2^2 \cdot 7 \cdot 11$

13. **A-3**; **B-4**; **C-1**; **D-2**; **E-6**.
3 072

14. a) 5

b) 13

c) 17

d) 29

15. a) 1 e 80; 2 e 40; 4 e 20; 5 e 16; 8 e 10.

b) 5 e 16.

c) 8 e 10.

16. a

Capítulo 11

Atividades

1. 0, 6, 12, 18, 24, 30, 36, 42 e 48.

2. 35, 42, 49 e 56.

3. a) 0, 11, 22, 44, 55, 66, 88 e 99.

b) 33 e 77.

4. 100, 200, 300, 400, 500 e 600.

5. 00

6. 1 000, 2 000, 3 000, 4 000, 5 000 e 6 000.

7. 3; 000.

8. a) 100

b) 100 e 1 000.

c) 100

d) 100

e) 100 e 1 000.

f) Não é divisível por 100 nem por 1 000.

9. a) Sim.

b) Não.

10. a) 335

b) 341

c) 340

d) 333

e) 348

11. a) 108

b) 108

c) 36

12. 27 anos.

13. Sim; não; raciocínio pessoal.

14. Resposta pessoal.

15. a) 6, 12, 18, 24, 30, 36, 42 e 48.

b) 8, 16, 24, 32, 40 e 48.

c) 24 e 48.

d) 24

16. Nos dias 6, 12, 18, 24 e 30.

17. Depois de 60 minutos.

18. Resposta pessoal.

19. a) Sim, porque 36 é divisível por 9.

b) Não, porque 36 não é divisível por 11.

20. a) Não.

b) Sim.

21. a) Sim.

b) Não.

c) Sim.

d) Não.

22. a) 5

b) 2

c) 10

d) 6

23. a) 3

b) 680

c) 116

d) 205

24. 1 969 é múltiplo de 11; 11 é divisor de 1 969.

25. Respostas pessoais.

26. a) Cartela **C**; 1, 2, 5 e 10.

b) Cartela **A**; 1, 2, 3, 4, 6 e 12.

c) Cartela **B**; 1, 2, 4 e 8.

27. Certa, pois qualquer número dividido por 1 tem como resultado o próprio número.

28. 1, 2, 3, 6, 9 e 18.

29. a) 1, 2, 5, 10, 11, 22, 55 e 110; resposta pessoal.

b) 1, 2, 3, 4, 6, 8, 9, 12, 18, 24, 36 e 72; resposta pessoal.

30. a) Não.

b) Sim.

c) Não.

d) Sim.

31. Sim, 16 é quase perfeito.

32. 11 batatas.

33. a) 1, 2 e 4.

b) 4

34. Resposta pessoal.

35. 2 metros; 340 pedaços.

36. a) 2 ou 4 livros.

b) 4 livros.

c) 16 pacotes.

37. Resposta pessoal.

38. Resposta pessoal.

39. Resposta pessoal.

40. Sim; 1.

41. a) São.

b) Não são.

Na Unidade

1. c

2. c

3. c

4. a) 110

b) Números compostos.

c) $12 = 2^2 \times 3$ ou $12 = 2 \times 2 \times 3$; $25 = 5^2$ ou $25 = 5 \times 5$; $39 = 3 \times 13$; $46 = 2 \times 23$.

5. Não; 3; todos os múltiplos de 5 maiores do que ele; risque todos os múltiplos de 7 maiores do que ele que não foram riscados; números primos.

6. b

7. d

8. a

9. b

10. a

11. b

UNIDADE 5

Capítulo 12

Atividades

1. a) Um meio.

b) Três quartos.

c) Oito onze avos.

d) Um quinze avos.

e) Dois terços.

f) Sete décimos.

g) Cinquenta e um centésimos.

h) Onze trinta e cinco avos.

2. a) $\frac{8}{9}$

b) $\frac{1}{4}$

c) $\frac{1}{3}$

d) $\frac{2}{4}$

e) $\frac{3}{4}$

3. a) $\frac{2}{5}$

b) 5; 2.

c) $\frac{3}{5}$

d) 5; 3.

4. a) $\frac{5}{9}$

b) $\frac{4}{9}$

5. Desenho pessoal.

6. a) $\frac{7}{11}$

b) $\frac{4}{11}$

c) $\frac{50}{250}$

d) $\frac{11}{250}$

e) $\frac{4}{7}$

7. a) Um sexto.

b) Nove milésimos.

c) Quatro sétimos.

d) Cinco doze avos.

e) Onze cinquenta avos.

f) Sete treze avos.

8. a) $\frac{423}{1000}$

b) $\frac{2}{10}$

c) $\frac{7}{20}$

d) $\frac{3}{100}$

e) $\frac{3}{5}$

9. a) 5

b) 6

c) 8

10. a) 7; explicação pessoal.

b) 49; justificativa pessoal.

11. a) 10

b) 18

c) 8

12. a) 15 b) 35

13. 5 anos.

14. 45 faltas.

15. 6 canhotos.

16. 45 000 pessoas.

17. Resposta pessoal.

18. a) 29 quilômetros.

b) 34 caminhões.

c) 216 reais.

19. Resposta pessoal.

20. Resposta pessoal.

21. Resposta pessoal.

22. a) Figura **1**: $\frac{4}{4}$; Figura **2**: $\frac{3}{4}$; Figura **3**: $\frac{7}{4}$.

b) Figura **1**: fração imprópria e aparente; Figura **2**: fração própria; Figura **3**: fração imprópria.

c) $\frac{7}{4} = \frac{4}{4} + \frac{3}{4}$

d) 1

e) $\frac{7}{4} = 1 \text{ inteiro} + \frac{3}{4}$

23. a) Própria; desenho pessoal.

b) Imprópria e aparente; desenho pessoal.

c) Própria; desenho pessoal.

d) Imprópria; desenho pessoal.

e) Imprópria e aparente; desenho pessoal.

f) Própria; desenho pessoal.

g) Imprópria e aparente; desenho pessoal.

24. Própria: $\frac{2}{7}$;

impróprias:

$\frac{11}{3}, \frac{9}{4}, \frac{19}{8}, \frac{8}{4}, \frac{14}{7}, \frac{10}{1}, \frac{120}{10}$;

aparentes:

$\frac{8}{4}, \frac{14}{7}, \frac{10}{1}, \frac{120}{10}$.

25. $1\frac{3}{4}$

26. $\frac{11}{3} = 3\frac{2}{3}$; $\frac{9}{4} = 2\frac{1}{4}$; $\frac{19}{8} = 2\frac{3}{8}$.

27. 1

28. a) Fração aparente: $\frac{8}{4}$; $\frac{14}{7}$; $\frac{10}{1}$; $\frac{120}{10}$; representação como número natural: 2; 2; 10; 12, respectivamente.

b) Resposta pessoal.

c) $\frac{12}{6}$

d) Resposta pessoal.

29. 0

30. a) $\frac{12}{4}$

b) Imprópria e aparente.

c) 3 inteiros.

31. a) $3\frac{3}{7}$ barras.

b) Resolução pessoal.

32. a) 20

b) 8

c) 1

d) 2

33. a) $\frac{36}{6}$

b) $\frac{102}{3}$

34. $\frac{55}{11} < \frac{48}{4} < \frac{156}{12} < \frac{513}{19}$

35. a) $18 = 2 \times 7 + 4$

b) 2

c) 2 unidades.

d) 4

e) $\frac{4}{7}$

f) $2\frac{4}{7}$

36. a) $5\frac{1}{5}$

b) $7\frac{5}{6}$

c) $29\frac{1}{2}$

d) $15\frac{5}{8}$

e) $11\frac{4}{13}$

f) $52\frac{13}{25}$

37. a) $\frac{7}{3}$

b) $\frac{9}{7}$

c) $\frac{30}{7}$

d) $\frac{5}{2}$

e) $\frac{13}{5}$

f) $\frac{38}{11}$

38. 390 reais; 630 reais; resposta pessoal.

39. a) 120 figurinhas.

b) 196 figurinhas.

c) 132 figurinhas.

40. Abner: 6 perguntas; Bruna: 12 perguntas.

41. Resposta pessoal.

42. Resposta pessoal.

Capítulo 13

Atividades

1. a) Verdadeira.

b) Falsa.

c) Verdadeira.

d) Verdadeira.

2. a) 6; explicação pessoal.

b) 2; explicação pessoal.

c) 5; explicação pessoal.

d) 5; explicação pessoal.

3. a) $\frac{1}{3} = \frac{4}{12}$

b) $\frac{35}{28} = \frac{5}{4}$

c) $\frac{5}{4} = \frac{15}{12}$

d) $\frac{7}{5} = \frac{42}{30}$

e) $\frac{11}{2} = \frac{55}{10}$

4. $\frac{4}{9}$

5. $\frac{24}{26}$; explicação pessoal.

6. $\frac{14}{35}$; explicação pessoal.

7. $\frac{30}{45} = \frac{2}{3}$; $\frac{120}{440} = \frac{3}{11}$; $\frac{8}{20} = \frac{2}{5}$; $\frac{25}{60} = \frac{5}{12}$.

8. $\frac{1}{14}$, $\frac{2}{13}$, $\frac{4}{11}$ e $\frac{7}{8}$.

9. a) $\frac{2}{3}$

b) $\frac{2}{3}$

10. a) $\frac{1}{2}$

b) $\frac{1}{3}$

c) $\frac{1}{2}$

d) $\frac{3}{5}$

e) $\frac{5}{3}$

f) $\frac{7}{9}$

11. Resposta pessoal.

12. a) $\frac{2}{5}$

b) $\frac{2}{5}$

c) São iguais.

13. $\frac{4}{3}$, $\frac{4}{3}$; sim.

14. Alexandre e Priscila; Maurício e Gabriela; Pedro e Luciana. Ricardo e Andreia.

15. $\frac{2}{7}$, $\frac{20}{63}$; não são equivalentes; explicação pessoal.

16. a) $\frac{14}{21}$; $\frac{2}{3}$.

b) $\frac{125}{225}$; $\frac{15}{27}$.

17. a) $\frac{1}{20}$

b) $\frac{1}{4}$

18. a) $\frac{8}{13}$

b) $\frac{2}{17}$

19. Resposta pessoal.

20. a) $\frac{6}{8} > \frac{5}{12}$

b) $\frac{3}{12} < \frac{9}{12}$

c) $3\frac{1}{4} > 2\frac{1}{4}$

21. a) $=$

b) $<$

c) $>$

d) $<$

e) $>$

f) $=$

22. Felipe, Tiago e Luiz.

23. a) $\frac{7}{15}$: Júlio; $\frac{1}{2}$: Luca; $\frac{3}{5}$: Alexandre; $\frac{2}{3}$: Mário; $\frac{5}{6}$: Paulo.

b) $\frac{5}{8} > \frac{7}{16}$; o time da escola em que o professor Jorge trabalha.

24. a) Bárbara.

b) 21 horas.

c) 2 horas.

25. Viviane.

Capítulo 14

Atividades

1. a) A: $\frac{2}{10}$; B: $\frac{4}{10}$; C: $\frac{3}{10}$.

b) $\frac{2}{10} + \frac{4}{10} + \frac{3}{10} = \frac{9}{10}$

2. a) $\frac{7}{4}$

b) $\frac{4}{3}$

c) $\frac{17}{6}$

d) $\frac{29}{5}$

e) 1

f) $\frac{13}{6}$

g) $\frac{5}{6}$

h) $\frac{17}{15}$

i) $\frac{25}{12}$

j) $\frac{5}{4}$

k) $\frac{247}{30}$

3. O time de camiseta verde.

4. a) $\frac{101}{60}$

b) $\frac{4}{5}$

c) $\frac{11}{72}$

d) $\frac{2}{3}$

5. Azul: papel; amarelo: vidro; verde: plástico; vermelho: metal.

6. Resposta pessoal.

7. 1 680 ladrilhos; explicação pessoal.

8. a) R$ 184,00

b) R$ 46,00

c) $\frac{19}{24}$

d) 50 figurinhas.

9. 8 quilômetros.

10. 16 500 litros.

11. $4\frac{1}{2}$ copos.

12. Resposta pessoal.

13. Resposta pessoal.

14. a) $\frac{1}{5}$

b) $\frac{2}{5}$

c) $\frac{3}{5}$

15. a) $\frac{11}{5}$

b) $\frac{8}{3}$

16. a) $\frac{2}{3}$

b) $\frac{25}{3}$

c) $\frac{4}{3}$

17. a) $\frac{7}{3}$

b) $\frac{20}{3}$

c) $\frac{7}{3}$

18. a) $\frac{77}{5}$

b) $\frac{2}{3}$

c) $\frac{1}{10}$

d) $\frac{2}{21}$

e) $\frac{2}{27}$

f) $\frac{33}{16}$

19. 10, 1, $\frac{1}{2}$, $\frac{2}{15}$, $\frac{1}{30}$; Neide, Gabriel, Mário, Bela e Cristina.

20. a) Gabi: $\frac{3}{14}$; Tonhão: $\frac{1}{7}$; Zelu: $\frac{2}{21}$; Fabiano: $\frac{2}{7}$; Marta: $\frac{11}{42}$.

b) Zelu.

c) Fabiano.

d) Gabi: 27 pontos; Tonhão: 18 pontos; Zelu: 12 pontos; Fabiano: 36 pontos; Marta: 33 pontos.

21. a) 1

b) 1

c) 1

d) 1

e) 1

São iguais.

22. a) 2 quadradinhos.

b) 14 quadradinhos.

23. Desenho pessoal.

24. a) 45

b) $\frac{50}{3}$

c) $\frac{6}{5}$

d) $\frac{7}{4}$

25. R$ 540.000,00

26. $\frac{4}{21}$

27. a) Os dois comeram a mesma quantidade.

b) $\frac{1}{5}$

28. 120 laranjas.

29. Resposta pessoal.

30. Resposta pessoal.

31. Luciana e Talita; Gabriela e Mariana; Ricardo e Pedro; Alexandre e Nicole; Priscila e Renato; Maurício e Patrícia. Sobraram Paulo e Jussara.

32. a) $\frac{1}{2}$

b) 2

c) 15

d) $\frac{11}{9}$

e) $\frac{63}{100}$

33. a) R$ 1.000,00

b) R$ 500,00

c) R$ 50,00

d) R$ 450,00

34. a) 520 pessoas.

b) 260 pessoas.

c) 130 pessoas.

35. $\frac{1}{6}$

36. a) 4 partes verdes e 8 partes brancas.

b) 9 partes amarelas e 3 partes brancas.

37. 8 quadradinhos; 12 quadradinhos.

38. Posto **A**: 4 500 doses; posto **B**: 7 500 doses.

39. Resposta pessoal.

Na Unidade

1. a) Quatro sétimos.

b) Três inteiros e cinco décimos.

c) Dezoito quarenta e cinco avos.

2. c

3. a) $\frac{5}{8}$

b) $\frac{4}{16}$ ou $\frac{1}{4}$.

c) $\frac{3}{3}$ ou 1.

d) $\frac{15}{7}$ ou $2\frac{1}{7}$.

4. a

5. a

6. c

7. b

8. a

9. b

10. c

11. d

12. c

13. R$ 504,00; R$ 1.764,00.

UNIDADE 6

Capítulo 15

Atividades

1. a) Décimo; centésimos; centésimos.

b) Centésimos; milésimos; milésimos.

c) Inteiros; décimos.

d) Inteiros, décimos, centésimos, milésimos, inteiros, milésimos.

2. **a)** **A**: 54,8012; **B**: 28,4105.

b) Das dezenas.

c) Cinco dezenas, quatro unidades, oito décimos, um milésimo e dois décimos de milésimo, ou cinquenta e quatro inteiros e oito mil e doze décimos de milésimo.

d) Dos milésimos.

e) Duas dezenas, oito unidades, quatro décimos, um centésimo e cinco décimos de milésimo, ou vinte e oito inteiros e quatro mil cento e cinco décimos de milésimo.

3. Um milionésimo; $\frac{1}{1\,000\,000}$.

4. Quindim: sete reais e oitenta centavos; brigadeiro: seis reais e trinta e cinco centavos; torta de banana: trinta e três reais e sessenta e cinco centavos; beijinho: quatro reais e cinquenta e dois centavos; cajuzinho: cinco reais e oitenta e quatro centavos; maria-mole: três reais e cinquenta centavos; torta de morango: cinquenta e um reais e dezoito centavos; bolo de maçã: quarenta e sete reais e noventa e três centavos; bolo de fubá: dezessete reais e oitenta e três centavos; bolo da casa: vinte e seis reais e vinte e sete centavos.

5. $\frac{10\,925}{100}; \frac{37}{10}; \frac{31}{100}; \frac{2}{10}; \frac{205}{100}; \frac{13\,027}{1\,000}; \frac{594}{1\,000}$.

6. **a)** $\frac{75\,401}{1\,000}$

b) $\frac{1\,986\,712}{1\,000}$

c) $\frac{66\,123}{1\,000}$

d) $\frac{13}{10\,000}$

e) $\frac{94\,247}{10\,000}$

7. **a)** 64,28

b) 28,1

c) 0,17

d) 0,047

e) 0,00027

f) 0,435

8. 0,071; 0,00037; 0,0723; 5,6876; 0,059.

9. Resposta pessoal.

10. **a)** $\frac{22}{10}$; 2,2.

b) $\frac{18}{100}$; 0,18.

c) $\frac{205}{100}$; 2,05.

d) $\frac{1875}{1000}$; 1,875.

e) $\frac{332}{100}$; 3,32.

f) $\frac{568}{1000}$; 0,568.

11. 4,5 cm; 6,2 cm; 7,8 cm; 9,9 cm.

12. **a)** $\frac{17}{8}$ de polegada; $\frac{5}{2}$ de polegada; $\frac{15}{4}$ de polegada.

b) 2,125 polegadas; 2,5 polegadas; 3,75 polegadas.

13. *A*: 0,1; *B*: 0,7; *C*: 1,4; *D*: 1,9; *E*: 2,5.

14. **a)** $\frac{1}{2}$

b) *A*: $\frac{1}{2}$ ou 0,5; *B*: $\frac{5}{2}$ ou 2,5; *C*: $\frac{13}{2}$ ou 6,5.

15. **a)** $\frac{1}{4}$

b) 0,25

c) *A*: $\frac{3}{4}$ ou 0,75; *B*: $\frac{9}{4}$ ou 2,25; *C*: $\frac{7}{2}$ ou 3,5;

D: $\frac{21}{4}$ ou 5,25; *E*: $\frac{15}{2}$ ou 7,5.

17. **a)** *A*: 38,4; *B*: 39,2; *C*: 40,7.

b) *A*: 0,05; *B*: 0,13; *C*: 0,18; *D*: 0,27.

18. $\frac{19}{2^5}$; sim.

19. **a)** 6,755

b) $\frac{42}{60}$

c) 1 · 42'

d) Resposta pessoal.

20. 11%; 135%; 1%; 100%.

21. 25%; $\frac{25}{100}$; $\frac{1}{4}$.

80%; $\frac{80}{100}$; $\frac{4}{5}$.

55%; $\frac{55}{100}$; $\frac{11}{20}$.

250%; $\frac{250}{100}$; $\frac{5}{2}$.

10%; $\frac{10}{100}$; $\frac{1}{10}$.

22. **a)** $\frac{7}{10}$

b) 70%

23. **a)** 20%; resposta pessoal.

b) 15%; explicação pessoal.

24. **a)** Janela **A**: $\frac{1}{2}$; janela **B**: $\frac{6}{8}$; janela **C**: $\frac{3}{4}$; janela **D**: $\frac{1}{4}$.

b) Janela **A**: 50%; janela **B**: 75%; janela **C**: 75%; janela **D**: 25%.

25. 19%; $\frac{19}{100}$; 0,19.

213%; $\frac{213}{100}$; 2,13.

21%; $\frac{21}{100}$; 0,21.

40%; $\frac{40}{100}$; 0,40 ou 0,4.

6%; $\frac{6}{100}$; 0,06.

26. **a)** 4

b) 30

c) 450

d) 3 000

27. **a)** 250; resposta pessoal.

b) 400; resposta pessoal.

c) 1 000; resposta pessoal.

28. **a)** 80 pessoas.

b) 40 pessoas.

c) 20 pessoas.

d) 8 pessoas.

29. **a)** 300

b) 425

c) 500

d) 50%

e) 10%

30. **a)** 50%

b) 25%

31. **a)** 135

b) 1 215 estudantes.

32. **a)** R$ 95,00

b) R$ 1.805,00

33. **a)** R$ 51,00

b) R$ 901,00

34. **a)** 144

b) 624 celulares.

35. Alberta: R$ 600,00; Jair: R$ 800,00; explicação pessoal.

36. Resposta pessoal.

37. 370 620 pessoas.

38. Resposta pessoal.

39. Resposta pessoal.

40. Resposta pessoal.

41. **a)** Incorreta; resposta pessoal.

b) Correta; resposta pessoal.

c) Correta; resposta pessoal.

d) Incorreta; resposta pessoal.

e) Correta; resposta pessoal.

f) Correta; resposta pessoal.

42. **a)** 7,1

b) 7,89

c) 8 974,1

d) 1 250

43. **a)** 0,071

b) 1,235

c) 47,64

d) 0,8765

44. **a)** 14,2861

b) 0,00415

c) 97,415

d) 18,4152

e) 100 ou 10^2.

f) 10

g) 100 000

45. a) 8,76

b) 35

c) R$ 243,08

d) 1,342

e) 50

f) R$ 13.504,80

g) 0,09

h) R$158,30

46. a) R$ 19,00

b) R$ 190,00

c) R$ 2.090,00

d) R$ 20,90

47. Resposta pessoal.

48. Menor; resposta pessoal.

49. a) 197

b) 11,1

c) 0,21

50. a) $<$

b) $>$

c) $>$

51. a) *A*: 1,25; *B*: 1,5; *C*: 3,15; *D*: 4,68; *E*: 4,8; *F*: 6,35; *G*: 6,5.

b) 4,8; 6,35 e 6,5.

52. Em ordem crescente: $6\frac{1}{5} < \frac{32}{5} < \frac{13}{2} < 6{,}6 < 6\frac{4}{5}$.

53. a) Poupança: R$ 367,50; manutenção: R$ 336,00; farmácia: R$ 84,00; presente: R$ 63,00; pequenas despesas: R$ 42,00.

b) A maior quantia foi gasta na manutenção do sítio; e a menor, em pequenas despesas.

c) 15%

54. a) Lapiseira: R$ 15,12; bijuteria: R$ 3,78; lanche: R$ 18,90.

b) 40%; R$ 25,20.

c) Maior.

Capítulo 16

Atividades

1. a) 9,88

b) 107,58

2. a) Resposta pessoal.

b) 543,50

c) Resposta pessoal.

3. a) 4,559

b) 0,029

c) 6,14

d) 0,066

4. Ricardo e Priscila; Camila e Gustavo; Luís e Alexandre; Maurício e Bela.

5. a) Resposta pessoal.

b) Resposta pessoal.

c) Resposta pessoal.

6. a) São Paulo, Rio de Janeiro, Brasília, Salvador e Fortaleza.

b) 27,70 milhões de habitantes.

c) Falsa.

d) Brasília.

7. a) R$ 7,60

b) R$ 8,00

8. Resposta pessoal.

9. Resposta pessoal.

10. Resposta pessoal.

11. a) Resposta pessoal.

b) 165 750

c) Resposta pessoal.

d) Resposta pessoal.

12. Uma laranja com casca e sem semente; 2 xícaras de farinha de trigo; $1\frac{3}{4}$ xícara de açúcar; 4 ovos pequenos; 1 colher de sopa de fermento.

13. a) R$ 24,75

b) R$ 33,00

14. Resposta pessoal.

15. R$ 209,97

16. $(0{,}2)^2 = 0{,}04$; $(1{,}3)^2 = 1{,}69$; $(0{,}4)^3 = 0{,}064$; $(3{,}1)^2 = 9{,}61$; $(0{,}7)^3 = 0{,}343$; $(1{,}1)^2 = 1{,}21$.

17. a) 1,626

b) 9,61

18. a) $\frac{225}{10000}$

b) $\frac{272}{1000}$

c) $\frac{69}{1000}$

19. a) 0,128

b) 1,23

c) 0,006

20. a) R$ 134,40

b) R$ 2.934,40

21. 387 520 habitantes.

22. a) Marcos: gastou R$ 113,15; sobraram R$ 46,85; Tereza: gastou R$ 82,00; sobraram R$ 48,00.

b) R$ 43,40

c) R$ 14,62

23. R$ 486,45

24. 3,75

25. a) 31,5

b) 18,75

c) 10,375

d) 144,832

26. R$ 2,25

27. a) Resposta pessoal.

b) R$ 394,50

c) Resposta pessoal.

28. Resposta pessoal; valor exato: R$ 405.096,25.

29. a) 0,4375

b) 63,2

c) 0,08

d) 0,05

30. a) $2{,}\overline{6}$

b) $2{,}\overline{18}$

31. Resposta pessoal.

32. Resposta pessoal.

33. $\frac{9}{5}$

34. a) R$ 333,3333...

b) Lara R$ 334,00; Nicole e Nuno, R$ 333,00 cada um.

35. a) $\frac{171}{20}$

b) $\frac{1537}{300}$

36. a) 20

b) 1 950

c) 4 900

37. Gustavo: *tablet*; Priscila: livro; Ricardo: bola de vôlei; Gabriela: boneca; Luciana: bicicleta.

38. a) 3 quindins; R$ 2,60.

b) 4 brigadeiros; R$ 0,60.

39. 8 copos.

40. a) 5 galões.

b) 4 latinhas.

c) 1 lata, 3 galões e 2 latinhas.

41. Resposta pessoal.

42. Resposta pessoal.

43. R$ 118,66

Na Unidade

1. b

2. a

3. d

4. c

5. a) Duas unidades, trezentos e cinco milésimos.

b) Duas unidades, duzentos e cinco milésimos.

c) Duas unidades, trezentos e quinze milésimos.

d) Duas unidades, trezentos e nove milésimos.

Em ordem decrescente: 2,315; 2,309; 2,305; 2,205.

6. c

7. c

8. b

9. b

10. b

11. c

12. a

13. a

UNIDADE 7

Capítulo 17

Atividades

1. Resposta pessoal.

2. Júlia.

3. Resposta pessoal.

4. Centímetro – cm; metro – m; milímetro – mm; decímetro – dm; quilômetro – km.

5. a) Centímetros.

b) Metro.

c) Milímetros.

6. a) Metros; decímetros.

b) Metro; centímetros.

c) Metro; milímetros.

7. a) 1 m

b) 1 700 m

c) 1,29 m

d) 0,548 m

8. a) 10 cm

b) 100 000 cm

c) 210 cm

d) 3,7 cm

9. 11,851 m: colar; 162,27 m: sapatos; 6,789 m: perfume.

10. a) Resposta pessoal.

b) Resposta pessoal.

c) Resposta pessoal.

11. a) 75 cm

b) Maior, pois adicionando 4 vezes a medida de 75 cm, temos 300 cm ou 3 metros.

12. 25,4 mm

13. 30,48 cm

14. Aproximadamente 10,97 m.

15. 1 polegada corresponde a 25,4 mm (ou 2,54 cm); 1 pé corresponde a 30,48 cm (ou 304,8 mm) ; 1 pé corresponde a 12 polegadas.

16. Resposta pessoal.

Capítulo 18

Atividades

1. a) Fechada e simples.

b) Aberta e simples.

c) Fechada e simples.

d) Aberta e simples.

e) Fechada e não simples.

2. a) Simples e fechada.

b) Largada – S do Senna – Curva do Sol – Reta oposta – Descida do lago – Laranjinha – Pinheirinho – Bico de pato – Mergulho – Junção – Subida dos boxes – Chegada.

3. a) Resposta pessoal.

b) Resposta pessoal.

4. a) Poligonal **1**: vértices *A*, *B*, *C*, *D*, *E*, *F* e *G*; poligonal **2**: vértices *H*, *I*, *J*, *K*, *L* e *M*.

b) Poligonal **1**: lados $\overline{AB}$, $\overline{BC}$, $\overline{CD}$, $\overline{DE}$, $\overline{EF}$ e $\overline{FG}$; poligonal **2**: lados $\overline{HI}$, $\overline{IJ}$, $\overline{JK}$, $\overline{KL}$ e $\overline{LM}$.

5. a) Figuras **1** e **2**; figura **3**.

b) Figura **1**; figuras **2** e **3**.

c) Figura **1**: 5 vértices e 6 lados; figura **2**: 6 vértices e 6 lados; figura **3**: 12 vértices e 8 lados.

6. a) Eneágono.

b) Hexágono.

c) Heptágono.

d) Pentágono.

e) Decágono.

f) Octógono.

7. a) Polígono **1**: quadrilátero; polígono **2**: octógono.

b) Polígono **1**: 4 vértices: *A*, *B*, *C* e *D*; polígono **2**: 8 vértices: *H*, *I*, *J*, *K*, *L*, *M*, *N* e *O*.

c) Polígono **1**: $\overline{AB}$, $\overline{BC}$, $\overline{CD}$ e $\overline{DA}$; polígono **2**: $\overline{HI}$, $\overline{IJ}$, $\overline{JK}$, $\overline{KL}$, $\overline{LM}$, $\overline{MN}$, $\overline{NO}$ e $\overline{OH}$.

8. a) Triângulo; 3 vértices, 3 lados.

b) Pentágono; 5 vértices, 5 lados.

9. a) Triângulo escaleno.

b) Triângulo isósceles.

c) Triângulo equilátero.

d) Não é possível construir um triângulo com essas medidas dos lados.

e) Triângulo escaleno.

10. Não, pois, tratando-se de um triângulo escaleno, os 3 lados precisam ter medidas diferentes.

11. a) A afirmação está correta. É possível encontrar 2 lados congruentes em um triângulo equilátero, sendo, portanto, isósceles. A recíproca nem sempre é verdadeira, pois há triângulos isósceles com um dos lados de medida diferente dos outros 2 lados congruentes.

b) De acordo com a reflexão de Giovanna, o triângulo de lados medindo 3 cm, 3 cm e 3 cm também pode ser classificado como isósceles.

12. 2 possibilidades, triângulos com lados medindo: 5 cm, 5 cm, 7 cm; ou 5 cm, 7 cm, 7 cm.

13. a) 70°, 45° e 65°; triângulo acutângulo.

b) 110°, 45° e 25°; triângulo obtusângulo.

c) 90°, 60° e 30°; triângulo retângulo.

14. a) Triângulo retângulo.

b) Triângulo acutângulo.

c) Triângulo obtusângulo.

d) Triângulo obtusângulo.

15. a) A soma das medidas dos ângulos internos é 180°.

b) Essa propriedade vale para todos os triângulos.

16. Não, pois um triângulo com ângulos de medidas 30°, 60° e 90° é um triângulo retângulo; para um triângulo ser obtusângulo, um dos ângulos internos deve ser maior do que 90° e menor do que 180°.

17. a) Quadriláteros **2**, **3**, **5** e **6**.

b) Quadriláteros **3** e **6**.

c) Quadriláteros **2** e **3**.

d) Quadriláteros **2**, **3**, **5** e **6**.

e) Quadriláteros **3** e **6**.

f) Quadriláteros **2** e **3**.

g) Quadrilátero **3**.

h) Trapézio.

18. a) Verdadeira.

b) Falsa.

c) Verdadeira.

d) Verdadeira.

e) Falsa.

f) Verdadeira.

g) Verdadeira.

19. Construções pessoais.

20. 8 cm, 4 cm, 3 cm e 5 cm; 20 cm.

21. 8,5 m

22. 15,2 cm

23. 875 m

24. 320 m

25. Resposta pessoal.

26. Resposta pessoal.

27. 1 540 m

28. Resposta pessoal.

29. a) Sim.

b) Não.

c) Não.

30. a) 6 faces.

b) Retângulo; não.

31. Triângulo equilátero.

Capítulo 19

Atividades

1. a) 2 unidades; 2 unidades; 4 unidades.

b) Resposta pessoal.

2. Alexandre.

3. Centímetro quadrado – cm^2; metro quadrado – m^2; decímetro quadrado – dm^2; quilômetro quadrado – km^2.

4. Resposta pessoal.

5. a) 100 dm²

b) 10 000 cm²

c) 1 000 000 mm²

6. 1 000 000 m²

7. a) dm²

b) cm²

c) m²

d) cm²

e) m²

f) km²

8. 10 615 cm² < 947 dm² < 10 122 300 mm² < < 3 km²

9. a) 4,025 m²

b) 500 600 m²

c) 2,0304 m²

d) 300 430 m²

10. 400 m²

11. Resposta pessoal.

12. O quarteirão de uma cidade.

13. Alqueire.

14. a) 1 500 m²

b) 12 500 m²

c) 48 400 m²

15. a) 150 000 m²; 0,15 km².

b) 4 840 000 m²; 4,84 km².

c) 1 379 400 m²

16. Aproximadamente 760 campos de futebol.

17. Resposta pessoal.

18. a) 40 m²

b) 32 cm²

c) 22 cm²

d) 2 cm²

e) $\frac{81}{2}$ cm² ou 40,5 cm².

f) 7,56 cm²

19. a) 96 cm²

b) 16,25 cm²

c) 1,44 cm²

d) 7,29 m²

e) 25 cm²

20. 2 500 lajotas.

21. 3 100 azulejos.

22. R$ 975,00

23. Resposta pessoal.

24. Resposta pessoal.

25. 0,8928 m²

26. Resposta pessoal.

27. a) 4 cm e 2 cm; 8 cm e 4 cm.

b) Sim, o amarelo é uma ampliação do laranja ou o laranja é uma redução do amarelo, pois as medidas das dimensões do amarelo são o dobro das do laranja, e os ângulos internos correspondentes são os mesmos.

c) 2 vezes.

d) 4 vezes.

e) Não.

29. Por 2; por $\frac{1}{2}$.

30. Por 4; por $\frac{1}{4}$.

31. Sim; não, a medida de área fica multiplicada pelo quadrado desse número.

32. As regiões triangulares *PQR* e *OST*.

33. Sim, pois a região quadrada de lado medindo 8 cm é uma ampliação da região quadrada de lado medindo 5 cm, multiplicando as medidas das dimensões por 1,6 e mantendo os ângulos correspondentes.

Na Unidade

1. d

2. c

3. a) Acutângulo.

b) Obtusângulo.

c) Retângulo.

4. a

5. a) Verdadeira.

b) Falsa.

c) Verdadeira.

d) Falsa.

e) Falsa.

f) Verdadeira.

7. c

UNIDADE 8

Capítulo 20

Atividades

1. Justificativas pessoais.

a) Quilograma ou tonelada.

b) Quilograma.

c) Grama.

2. a) 2 000 kg

b) 16 100 kg

c) 6,5 t

d) 82 t

3. a) 78,51 g

b) 83,896 g

c) 1 118 g

4. a) 20 kg

b) 50 kg

5. Resposta pessoal.

6. Resposta pessoal.

7. a) 25 arrobas.

b) 465 kg

8. a) 26 cm

b) 9,35 t

c) R$ 142,50

d) 0,51 kg

e) 170 biscoitos.

f) 19,78 kg

9. Resposta pessoal.

Capítulo 21

Atividades

1. Ricardo.

2. a) Vinte e oito milésimos de metro cúbico (ou vinte e oito decímetros cúbicos).

b) Cinco inteiros e setecentos e trinta e cinco milésimos de metro cúbico (ou cinco metros cúbicos e setecentos e trinta e cinco decímetros cúbicos).

c) Um milionésimo de metro cúbico (ou um centímetro cúbico).

3. Justificativas pessoais.

a) cm³

b) m³

4. a) 1 000 dm³

b) 1 000 000 cm³

c) 1 000 000 000 mm³

5. 1 000 000 000 m³

6. a) 1 000 000 cm³

b) 1 000 cm³

c) 1 000 000 000 000 000 cm³

7. a) 0,000001

b) 0,001

c) 0,000001

8. a) 0,01 m³

b) 0,0019 m³

c) 1 200 m³

9. a) 7,64 m³

b) 2,0304 m³

c) 54 m³

10. 2 m³

11. a) 5 cm³

b) 14 cm³

12. 72 caixas de leite.

13. 48 m³

14. 36,8 m³

15. Resposta pessoal.

16. Resposta pessoal.

17. a) 2 000 L

b) 350 L

c) 94,8 L

d) 4 500 L

18. a) 1 g

b) 1 kg

c) 1 000 kg

19. 1 000 L

20. a) 1 000 cm³

b) 1 000 000 mm³

21. 2016 L

22. a) 0,036 mL

b) 36 mm³

23. 1 000 mL

24. Não é possível calcular, pois não foi informada a medida de altura do depósito.

25. 125 mL

26. 41 horas e 40 minutos.

27. Resposta pessoal.

28. Aproximadamente 116 dias.

29. Resposta pessoal.

Capítulo 22

Atividades

1. 83 dias.

2. a) 300 min

b) 43 200 min

3. a) 604 800 s

b) 31 104 000 s

4. a) 2 meses.

b) 3 meses.

c) 6 meses.

5. 2 anos, 5 anos, 10 anos e 100 anos.

6. a) Minuto ou hora.

b) Hora.

c) Segundo ou minuto.

d) Dia.

7. a) 360 h

b) 720 h

8. a) 129 600 min

b) 30 min

9. a) Às 16 horas.

b) Às 4 horas.

c) Resposta pessoal.

10. 44 dias; 1 056 horas.

11. 1 500 minutos.

12. a) 1 me 25 d 13 h 20 min

b) 4 d 4 h

c) 1 min 36 s

d) 2 h 1 min 24 s

e) 16 a 2 me

f) 1 me 9 d 9 h

13. a) 7 min 36 s = 456 s

b) 3 h 36 min > 12 900 s

c) 2 h 17 min < 217 min

d) 1 d 4 h > 1 600 min

14. 454 d

15. Resposta pessoal.

16. a) 7 h 24 min

b) 10 h 17 min

17. 97 min 20 s

18. 57 s

19. 1 h 49 min 20 s

20. a) 7 h 42 min

b) 1 h 5 min

c) 18 h 36 min 15 s

d) 2 h 4 min 59 s

e) 22 s

f) 28 d 8 h

21. 1 h 49 min 56 s

22. Às 10 h 33 min 20 s.

23. a) 27 min 36 s

b) 19 h 59 min 47 s

24. Resposta pessoal.

25. Alternativas **a** e **d**.

26. 3 °C

27. a) 280 °C

b) 120 °C

c) 155 °C

d) 160 °C

28. Segunda-feira.

29. a) Termômetro **C**.

b) Termômetro **A**: segunda-feira; termômetro **B**: quinta-feira; termômetro **C**: terça-feira; termômetro **D**: quarta-feira.

30. Resposta pessoal.

31. Resposta pessoal.

32. 11 °C

Na Unidade

1. **b**

2. 24 m³; 24 000 L.

3. 10 h

4. 19 200 L

5. 2 min 16 s

6. 0,75 kg

7. 300 caminhões-tanque.

8. a) 29 °C

b) 2 °C

9. 1 250 garrafas.

10. 7 h 58 min

UNIDADE 9

Capítulo 23

Atividades

1. 660 meninas.

2. 29%

3. Territórios oficialmente reconhecidos: aproximadamente 6,8%; agrupamentos quilombolas: aproximadamente 38,6%; outras localidades quilombolas: aproximadamente 54,6%.

4. a) 50

b) 100

c) Metade do todo ou um meio do todo; metade da metade do todo ou um quarto do todo.

5. a) 800

b) 950

c) 2 700

d) 2 560

6. 5%

7. a) 45%

b) 25%

c) 40%

d) 12,5%

8. a) 1; 7; 16; 2; 26.

b) 18 unidades da Federação.

c) Resposta pessoal.

d) Resposta pessoal.

9. Aproximadamente 181 milhares.

11. d) A intenção de voto é praticamente a mesma.

12. b) Não, pois as frequências relativas são distintas para cada candidato nas 3 regiões (isso pode ser observado numericamente ou nos gráficos, construídos na mesma escala).

c) Resposta pessoal.

13. b) Não, há mais estudantes nascidos no 2º trimestre e menos no 4º.

d) Não.

14. a) 6; 8; 6; 5; 1; 26.

b) 14 unidades da Federação.

c) Amazonas.

d) Resposta pessoal.

15. a) 57,3%

b) Menor.

c) Resposta pessoal.

d) Respostas pessoais.

Capítulo 24

Atividades

1. **1** - 6º **D**; **2** - 6º **C**; **3** - 6º **B**; **4** - 6º **C**; **5** - 6º **A** × 6º **C**; **6** - 6º **D** × 6º **B**; **7** - 6º **D** × 6º **C**.

2. **a)** 10 modos.

b) 10 dias.

3. **a)** 9 modos.

b) 9 visitas.

c) 6 modos.

4. **a)** 12 modos.

b) Abacaxi e coco, abacaxi e limão, abacaxi e morango, coco e limão, coco e morango, limão e morango; 6 possibilidades.

5. **a)** *ABEF*, *ACBEF*, *ACEF*, *ACDF* e *ACDEF*.

b) 5 caminhos.

6. **a)** 3 caminhos.

b) 3 caminhos.

c) 9 caminhos.

d) Resposta pessoal.

7. **a)** $\frac{1}{25}$

b) 56%

c) 0,12

d) 32%

e) $\frac{2}{25}$

8. $\frac{1}{2}$ ou 50% ou 0,5.

9. **a)** 16 circunferências.

b) $\frac{1}{16}$ ou 6,25%.

c) $\frac{1}{4}$ ou 25%.

10. **a)** $\frac{1}{6}$

b) $\frac{1}{2}$

11. **a)** Nordeste e Sul: $\frac{2}{7}$; Norte, Sudeste e Centro-Oeste: $\frac{1}{7}$; resposta esperada: sim.

b) $\frac{1}{21}$; $\frac{1}{21}$; as probabilidades são iguais.

Na Unidade

1. d

2. d

3. e

4. b

5. c

6. d

7. b

Lista de siglas

Enem: Exame Nacional do Ensino Médio
Fuvest-SP: Fundação Universitária para o Vestibular (São Paulo)
Obmep: Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas
PUCC-SP: Pontifícia Universidade Católica de Campinas (São Paulo)
Saresp: Sistema de Avaliação do Rendimento Escolar do Estado de São Paulo
UFRJ: Universidade Federal do Rio de Janeiro
UFRN: Universidade Federal do Rio Grande do Norte

Referências bibliográficas comentadas

BARBOSA, João Lucas Marques. *Geometria euclidiana plana*. 6. ed. Rio de Janeiro: SBM, 2007.

Essa obra proporciona uma visão ampliada do que se ensina em sala de aula e foi referencial bibliográfico para a elaboração desta coleção. A Geometria euclidiana plana é apresentada de um ponto de vista que extrapola os tópicos do Ensino Básico, além de permitir a familiaridade com fatos geométricos por meio de teoria, exercícios, problemas e comentários.

BERLINGHOFF, William P.; GOUVÊA, Fernando Q. *A Matemática através dos tempos*: um guia fácil e prático para professores e entusiastas. Tradução: Elza F. Gomide e Helena Castro. São Paulo: Edgard Blucher, 2008.

Nesse livro constam informações históricas, consultadas para a elaboração desta coleção, de pessoas e eventos importantes na construção da Matemática que conhecemos atualmente, além de propostas de projetos que aplicam, entre outros contextos, a História da Matemática.

BORBA, Marcelo de Carvalho *et al*. *Fases das tecnologias digitais em Educação Matemática*: sala de aula e internet em movimento. Belo Horizonte: Autêntica, 2014. (Coleção Tendências em Educação Matemática).

Referência para o uso de tecnologias proposto nesta coleção, a obra apresenta uma visão sobre a aplicação de tecnologias em Educação Matemática, exemplificando questões teóricas e propostas de atividades, bem como dissertando sobre o presente e o futuro da sala de aula de Matemática.

BOYER, Carl B.; MERZBACH, Uta C. *História da Matemática*. Tradução: Helena Castro. São Paulo: Edgard Blucher, 2012.

Esse livro é uma referência de consulta sobre a História da Matemática, e nele são apresentados e explicados aspectos dela, considerando-se a ordem cronológica e o local dos acontecimentos, desde a origem do conceito de número até os desenvolvimentos matemáticos do século XX. Ao longo dos capítulos, são apresentadas definições matemáticas importantes e as pessoas que trabalharam nelas. Esse livro foi referência para a elaboração de textos e problemas históricos abordados nesta coleção.

BRASIL. Ministério da Educação. *Base Nacional Comum Curricular*. Brasília, DF: Ministério da Educação, 2018. Disponível em: http://basenacionalcomum.mec.gov.br/images/BNCC_EI_EF_110518_versaofinal_site.pdf. Acesso em: 25 abr. 2022.

A Base Nacional Comum Curricular (BNCC) é um documento de caráter normativo que define o conjunto orgânico e progressivo de aprendizagens essenciais que todos os estudantes devem desenvolver ao longo das etapas e modalidades da Educação Básica, de modo a que tenham assegurados seus direitos de aprendizagem e desenvolvimento, em conformidade com o que preceitua o Plano Nacional de Educação (PNE). Além disso, a BNCC estabelece conhecimentos, competências e habilidades que se espera que todos os estudantes desenvolvam ao longo de cada ano da escolaridade básica, e, por isso, todos os volumes desta coleção foram desenvolvidos buscando atender a tais requisitos.

BRASIL. Ministério da Educação. *Temas Contemporâneos Transversais na BNCC*: contexto histórico e pressupostos pedagógicos. Brasília, DF: Ministério da Educação, 2019. Disponível em: http://basenacionalcomum.mec.gov.br/images/implementacao/contextualizacao_temas_contemporaneos.pdf. Acesso em: 25 abr. 2022.

BRASIL. Ministério da Educação. *Temas Contemporâneos Transversais na BNCC*: proposta de práticas de implementação. Brasília, DF: Ministério da Educação, 2019. Disponível em: http://basenacionalcomum.mec.gov.br/images/implementacao/guia_pratico_temas_contemporaneos.pdf. Acesso em: 25 abr. 2022.

Esses dois documentos visam esclarecer a inserção dos Temas Contemporâneos Transversais (TCTs) aos currículos escolares e nortear as contextualizações dos conteúdos ensinados por meio de temas do interesse dos estudantes e têm relevância para o desenvolvimento deles como cidadãos. Tais temas estão presentes em diversas propostas ao longo dos volumes desta coleção, e esses documentos nortearam as propostas.

BUSSAB, Wilton de O.; MORETTIN, Pedro A. *Estatística básica*. São Paulo: Saraiva, 2017.

Essa obra, destinada a cursos básicos de Probabilidade e Estatística no Ensino Superior, trata da análise de dados unidimensionais e bidimensionais com atenção especial para métodos gráficos, conceitos básicos de probabilidade e variáveis aleatórias, bem como os tópicos principais da inferência estatística. A obra foi consultada na elaboração dos conceitos relacionados à Probabilidade e à Estatística em todos os volumes desta coleção.

EUCLIDES. *Os Elementos*. Tradução: Irineu Bicudo. São Paulo: Unesp, 2009.

Essa edição é a primeira tradução completa para o português feita do texto grego do livro original de Euclides. Nela, além de definições, postulados e axiomas, demonstram-se proposições envolvendo a Geometria euclidiana, o desenho geométrico e a Aritmética. Tais conceituações geométricas foram referências para a elaboração dos conteúdos e demonstrações geométricos ao longo desta coleção.

EVES, Howard. *Introdução à História da Matemática*. Tradução: Hygino H. Domingues. Campinas: Unicamp, 2004.

Além da narrativa histórica, que abarca a História da Matemática desde a Antiguidade até os tempos modernos, o livro adota recursos pedagógicos, como exercícios ao fim de cada capítulo. Alguns capítulos são introduzidos por panoramas culturais da época e, como um todo, a obra foi fonte de consulta para a elaboração de textos históricos para esta coleção.

GUNDLACH, Bernard H. *Números e numerais*. Tradução: Hygino H. Domingues. São Paulo: Atual, 1998. (Tópicos de História da Matemática para Uso em Sala de Aula).

Referência para a educação, bem como para a elaboração desta coleção, essa obra apresenta temas relacionados ao desenvolvimento dos números ao longo da história, desde as primeiras ideias de contagem até a abstração para o registro dos números com algarismos.

MARCONI, Marina de Andrade; LAKATOS, Eva Maria. *Fundamentos de metodologia científica*. 9. ed. Rio de Janeiro: GEN; Atlas, 2021.

Por meio de exemplificações dos mais variados conceitos, essa obra se torna um instrumento confiável para o pesquisador iniciante ou experiente ao apresentar linguagem de fácil compreensão e esclarecer procedimentos adequados a uma pesquisa científica. A obra serviu de base para as sugestões de metodologias de pesquisa apresentadas nesta coleção.

MENDENHALL, William. *Probabilidade e Estatística*. Rio de Janeiro: Campos, 1985. v. 1.

No capítulo 1, a obra procura identificar a natureza da Estatística, os objetivos e o modo pelo qual ela exerce uma função importante nas ciências, na indústria e particularmente em nossa vida diária. Nesta coleção, a utilizamos como fonte de consulta para a elaboração de conceitos e atividades didáticas.

MORGADO, Augusto César; CARVALHO; João Bosco Pitombeira de; CARVALHO, Paulo Cezar Pinto; FERNANDEZ, Pedro. *Análise combinatória e Probabilidade*. Rio de Janeiro: SBM, 2020.

Essa obra traz demonstrações de como resolver questões sem recorrer necessariamente a fórmulas e prepara os leitores para serem criativos ao buscarem soluções para problemas combinatórios, o que serviu de referencial para propostas didáticas nesta coleção. Além disso, traz técnicas que auxiliam na resolução de problemas envolvendo combinação de possibilidades e probabilidade.

MORGADO, Augusto César; WAGNER, Eduardo; ZANI, Sheila Cristina. *Progressões e matemática financeira*. 6. ed. Rio de Janeiro: SBM, 2015.

Essa obra apresenta o passo a passo para calcular taxa de juros e termos de progressões, além de construir planilhas eletrônicas para usá-las como calculadoras financeiras. Propostas relacionadas a essas temáticas, nesta coleção, foram desenvolvidas com referencial nessa obra.

POLYA, George. *A arte de resolver problemas*. Rio de Janeiro: Interciência, 1978.

A obra analisa métodos criativos de resolução de problemas, revela as quatro etapas básicas da resolução de qualquer problema e sugere maneiras de trabalhar os problemas em sala de aula. Foi utilizada como fonte de consulta para estabelecer as metodologias relacionadas à resolução de problemas nesta coleção.

ROQUE, Tatiana. *História da Matemática*: uma visão crítica, desfazendo mitos e lendas. Rio de Janeiro: Zahar, 2012.

Nessa obra, a autora apresenta fatos da História da Matemática em ordem cronológica, sob um olhar crítico, analisando mitos e lendas perpetuados por muito tempo. A obra começa abordando conceitos matemáticos desenvolvidos na Mesopotâmia, passando por Egito, Grécia, França e Alemanha. É o primeiro livro brasileiro a retratar a História da Matemática e foi utilizado como referência no desenvolvimento desta coleção.

VIEIRA, S. *Estatística básica*. São Paulo: Cengage Learning, 2012.

Essa obra mostra que a Estatística é uma ferramenta auxiliar para a tomada de decisão, pensamento que é presente nos volumes desta coleção. Os conceitos estatísticos são demonstrados na obra de maneira informal, como uma tentativa de explicar a lógica sem demonstrações matemáticas. Para incrementar a aprendizagem, são apresentados exemplos e exercícios com respostas comentadas.

WING, J. Pensamento computacional: um conjunto de atitudes e habilidades que todos, não só cientistas da computação, ficaram ansiosos para aprender e usar. *Revista Brasileira de Ensino de Ciência e Tecnologia*, v. 9, n. 2, p. 1-10, maio/ago. 2016. Disponível em: https://periodicos.utfpr.edu.br/rbect/article/view/4711/pdf. Acesso em: 20 abr. 2022.

O pensamento computacional é uma habilidade fundamental para todos, pois envolve, com destaque, a resolução de problemas e a identificação de padrões, que são processos inerentes à atividade matemática e a situações cotidianas. Na publicação original, que foi traduzida para o português e consultada para a elaboração desta coleção, a autora disserta sobre os estudos relacionados ao pensamento computacional.

HINO NACIONAL

Letra: Joaquim Osório Duque Estrada

Música: Francisco Manuel da Silva

Ouviram do Ipiranga as margens plácidas
De um povo heroico o brado retumbante,
E o sol da liberdade, em raios fúlgidos,
Brilhou no céu da Pátria nesse instante.

Se o penhor dessa igualdade
Conseguimos conquistar com braço forte,
Em teu seio, ó liberdade,
Desafia o nosso peito a própria morte!

Ó Pátria amada,
Idolatrada,
Salve! Salve!

Brasil, um sonho intenso, um raio vívido
De amor e de esperança à terra desce,
Se em teu formoso céu, risonho e límpido,
A imagem do Cruzeiro resplandece.

Gigante pela própria natureza,
És belo, és forte, impávido colosso,
E o teu futuro espelha essa grandeza.

Terra adorada,
Entre outras mil,
És tu, Brasil,
Ó Pátria amada!

Dos filhos deste solo és mãe gentil,
Pátria amada,
Brasil!

Deitado eternamente em berço esplêndido,
Ao som do mar e à luz do céu profundo,
Fulguras, ó Brasil, florão da América,
Iluminado ao sol do Novo Mundo!

Do que a terra mais garrida
Teus risonhos, lindos campos têm mais flores;
"Nossos bosques têm mais vida",
"Nossa vida" no teu seio "mais amores".

Ó Pátria amada,
Idolatrada,
Salve! Salve!

Brasil, de amor eterno seja símbolo
O lábaro que ostentas estrelado,
E diga o verde-louro desta flâmula
- Paz no futuro e glória no passado.

Mas, se ergues da justiça a clava forte,
Verás que um filho teu não foge à luta,
Nem teme, quem te adora, a própria morte.

Terra adorada,
Entre outras mil,
És tu, Brasil,
Ó Pátria amada!

Dos filhos deste solo és mãe gentil,
Pátria amada,
Brasil!

MULHERES DA HISTÓRIA, ESPELHOS DO FUTURO

Caros alunos brasileiros,
Venho aqui lhes contar
A história destas mulheres
Que defenderam seu lar.
Moças que foram à luta
Em versos vou apresentar.

Maria Leopoldina,
Esposa do imperador,
Pressionou seu marido
A ser cooperador
Na relação entre Brasil
E Portugal divisor.

Conhecem Maria Quitéria?
Forte e independente!
Entrou nas forças armadas,
Vestindo-se de homem valente,
Soldado Medeiros se fez
Conhecida do tenente.

Primeira mulher brasileira
Nas forças armadas a entrar,
Fiel heroína da pátria,
Antes, a seu pai foi desafiar,
Para sem medo ingressar na luta
E seu país ajudar.

Teve também na Bahia,
Cujo cargo de abadessa exerceu,
Irmã Joana de Jesus,
Que o convento da Lapa defendeu,
Impedindo que os soldados lá entrassem.
E por isso ela morreu.

Maria Felipa, marisqueira...
Pescou os portugueses sedentos.
Escrava de corpo,
Mas não de mente,
Liderou um grande grupo
Por uma Bahia independente.

Bela negra, capoeirista
De Itaparica, nação.
Seduzia os portugueses
E surrava-os de cansanção.
Queimou o que Portugal tinha
Ali de embarcação.

A luz que outrora brilhou,
Das ativistas aqui lembradas,
Resplandeceu no Brasil República
Em mulheres arretadas,
Que da mesma sina sofreram
De sangue, nas lutas eternizadas.

São tantas almas sedentas
Que buscam por mais justiça,
Não deixam a morte vencer.
Sem cavalos, gritam: é vida!
Mulheres inspiradoras
Que morrem por outras vidas.

Bebiam os camponeses
O amargo mel da cana,
Sem direito e liberdade.
Contra isso, sem engano,
Lutou e morreu Margarida Alves,
Uma flor paraibana.

Da mesma má sorte e sina
No céu verde cintilava
Irmã Dorothy, uma estrela
Que na terra brilhava.
Defendeu muitos sem-terra
E a reforma agrária.

Dando continuidade
Na busca pela igualdade,
Doutora Zilda apostou
Numa nova sociedade:
Salvou da fome crianças
Na Pastoral Caridade.

É ironia dizer
Justo no Haiti,
Vítima de um terremoto
Que veio lhe atingir.
Mas vivas estão as mulheres
Que ela ajudou a parir.

São incontáveis mulheres
Que merecem nos livros um lugar.
Nunca desanimaram
Nem deixaram de sonhar
Por um Brasil independente.
E no futuro pra sempre,
Em berço esplêndido,
Seu filho repousar.

Letícia Maria Morais
Vencedora Região Nordeste
Escola Estadual 26 de Março - Paraná/RN

Este livro didático é um **bem reutilizável** da escola e deve ser **devolvido em bom estado** ao final do ano para uso de outra pessoa no **próximo** período letivo.

ISBN: 978-65-5766-248-9